



01.(ITA - 1991) Considere as afirmações:

- I- Se  $f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  é uma função par e  $g: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  uma função qualquer, então a composição  $g \circ f$  é uma função par.
- II- Se  $f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  é uma função par e  $g: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  uma função ímpar, então a composição  $f \circ g$  é uma função par.
- III- Se  $f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  é uma função ímpar e inversível então  $f^{-1}: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  é uma função ímpar.

Então:

- (A) Apenas a afirmação I é falsa;
- (B) Apenas as afirmações I e II são falsas;
- (C) Apenas a afirmação III é verdadeira;
- (D) Todas as afirmações são falsas;
- (E) n.d.a.

### SOLUÇÃO

(I) Para todo  $x$  real, tem-se que  $g(f(-x)) = g(f(x))$ , pois  $f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  é uma função par. Logo,  $g \circ f$  é uma função PAR.

(II)

Afirmiação	Justificativa
S1: $\forall x, x \in \mathfrak{R}, f(g(-x)) = f(-g(x))$	$g: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ é uma função ímpar
S2: $\forall x, x \in \mathfrak{R}, f(-g(x)) = f(g(x))$	$f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ é uma função par
S3: $\forall x, x \in \mathfrak{R}, f(g(-x)) = f(g(x))$	das sentenças S1 e S2

Logo,  $f \circ g$  é uma função PAR

(III) Para todo par  $(x, y)$  em  $\mathfrak{R}^2$ , segue que:

Afirmiação	Justificativa
S1: $f^{-1}(-x) = y \Leftrightarrow f(y) = -x$	$f^{-1}$ é a função inversa de $f$
S2: $f(y) = -x \Leftrightarrow f(-y) = x$	$f$ é uma função ímpar
S3: $f(-y) = x \Leftrightarrow f^{-1}(x) = -y$	$f^{-1}$ é a função inversa de $f$
S4: $f^{-1}(-x) = -f^{-1}(x)$	das sentenças S1 e S3

Portanto  $f^{-1}$  é uma função ímpar.

As afirmações I, II e III são VERDADEIRAS.

02.(ITA - 1991) Sejam  $a \in \mathfrak{R}, a > 1$  e  $f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  definida por

$f(x) = \frac{a^x - a^{-x}}{2}$ . A função inversa de  $f$  é dada por:

- (A)  $\log_a(x - \sqrt{x^2 - 1})$ , para  $x > 1$
- (B)  $\log_a(-x + \sqrt{x^2 + 1})$ , para  $x \in \mathfrak{R}$
- (C)  $\log_a(x + \sqrt{x^2 + 1})$ , para  $x \in \mathfrak{R}$
- (D)  $\log_a(-x + \sqrt{x^2 - 1})$ , para  $x < -1$
- (E) nda

### SOLUÇÃO

$$y = f(x) = \frac{a^x - a^{-x}}{2} \Rightarrow a^x - 2y - a^{-x} = 0$$

Multiplicando por  $a^x$ , tem-se que  $(a^x)^2 - 2ya^x - 1 = 0$

$$\text{Segue que: } a^x = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2 + 4}}{2}$$

$$a^x = y + \sqrt{y^2 + 1} \text{ ou } a^x = y - \sqrt{y^2 + 1}$$

Como  $a^x > 0$  para todo  $x$  real, segue que:  $a^x = y + \sqrt{y^2 + 1}$

Como  $a > 1$ , tem-se que  $x = \log_a(y + \sqrt{y^2 + 1})$

Sendo  $f^{-1}$  a inversa de  $f$ , tem-se que  $f^{-1}(y) = \log_a(y + \sqrt{y^2 + 1})$

Portanto,  $f^{-1}(x) = \log_a(x + \sqrt{x^2 + 1})$ , para  $x \in \mathfrak{R}$

03.(ITA - 1991) Seja  $\mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  definida por:

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 - 1, & \text{se } 0 < x < 1 \\ \ln x, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Se  $D$  é um subconjunto não vazio de  $\mathfrak{R}$  tal que  $f: D \rightarrow \mathfrak{R}$  é injetora, então:

- (A)  $D = \mathfrak{R}$  e  $f(D) = [-1, +\infty[$
- (B)  $D = ]-\infty, 1] \cup ]e, +\infty[$  e  $f(D) = ]-1, +\infty[$
- (C)  $D = [0, +\infty[$  e  $f(D) = ]-1, +\infty[$
- (D)  $D = [0, e]$  e  $f(D) = [-1, 1]$
- (E) n.d.a.

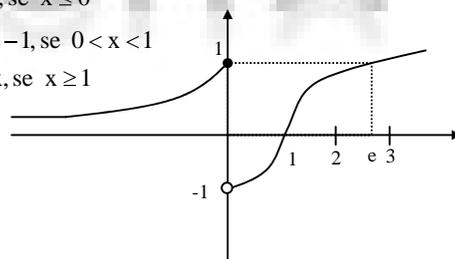
**Notação:**  $f(D) = \{y \in \mathfrak{R}: y = f(x), x \in D\}$  e  $\ln x$  denota o logaritmo neperiano de  $x$ .

**Observação:** esta questão pode ser resolvida graficamente.

### SOLUÇÃO

Segue o gráfico da função

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 - 1, & \text{se } 0 < x < 1 \\ \ln x, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$



Pelo gráfico, pode-se concluir que existe uma infinidade de conjuntos  $D, D \subset \mathfrak{R}$ , tais que:  $f: D \rightarrow \mathfrak{R}$  seja injetora.

Seguem alguns exemplos

$D = ]-\infty, 0]$  e  $f(D) = ]0, 1]$

$D = [1, e]$  e  $f(D) = [0, 1]$

$D = ]-\infty, 0[$  e  $f(D) = ]-1, +\infty[$

$D = ]-\infty, 1]$  e  $f(D) = ]-1, +\infty[$ , mencionada na alternativa B é um exemplo interessante, mas não constitui uma condição necessária, como é exigido no enunciado.

04.(ITA - 1991) Sejam  $w = a + bi$  com  $b \neq 0$  e  $a, b, c \in \mathfrak{R}$ . O conjunto dos números complexos  $z$  que verificam a equação  $wz + \overline{wz} + c = 0$ , descreve:

- (A) Um par de retas paralelas.
- (B) Uma circunferência.

(C) Uma elipse.

(D) Uma reta com coeficiente angular  $m = \frac{a}{b}$ .

(E) n.d.a.

### SOLUÇÃO

Seja  $z = x + yi$ ,  $\{x, y\} \subset \mathbb{R}$  e  $i^2 = -1$

$(a + bi)(x + yi) + (ai - bi)(x - yi) + c = 0$

$ax + ayi + bxi - by + ax - ayi - bxi - by + c = 0$

$2ax - 2by + c = 0 \therefore y = a/bx + c/2b$

Assim, descreve uma reta com coeficiente angular  $m = a/b$ .

**05.(ITA - 1991)** Se  $z = \cos t + i \operatorname{sen} t$ , onde  $0 < t < 2\pi$ , então podemos afirmar que  $w = \frac{1+z}{1-z}$  é dado por:

(A)  $i \operatorname{cotg} \frac{t}{2}$

(B)  $i \operatorname{tg} \frac{t}{2}$

(C)  $i \operatorname{cotg} t$

(D)  $i \operatorname{tg} t$

(E) n.d.a.

### SOLUÇÃO

$$w = \frac{1 + \cos t + i \operatorname{sen} t}{1 - \cos t - i \operatorname{sen} t} \therefore w = \frac{1 + (2 \cos^2 \frac{t}{2} - 1) + i(2 \operatorname{sen} \frac{t}{2} \cdot \cos \frac{t}{2})}{1 - (1 - 2 \operatorname{sen}^2 \frac{t}{2}) - i(2 \operatorname{sen} \frac{t}{2} \cdot \cos \frac{t}{2})}$$

$$\therefore w = \frac{-i^2 \cdot 2 \cos^2 \frac{t}{2} + i 2 \operatorname{sen} \frac{t}{2} \cos \frac{t}{2}}{2 \operatorname{sen}^2 \frac{t}{2} + i 2 \operatorname{sen} \frac{t}{2} \cos \frac{t}{2}}$$

$$\therefore w = \frac{2i \cos \frac{t}{2} (\operatorname{sen} \frac{t}{2} - i \cos \frac{t}{2})}{2 \operatorname{sen} \frac{t}{2} (\operatorname{sen} \frac{t}{2} - i \cos \frac{t}{2})} \therefore w = i \operatorname{cotg} \frac{t}{2}$$

**06.(ITA - 1991)** Os valores de  $m$  de modo que a equação  $x^3 - 6x^2 - m^2x + 30 = 0$  tenha duas de suas raízes somando um, são:

(A) 0

(B)  $\sqrt{3}$  e 3

(C) 1 e -1

(D) 2 e -2

(E) nda

### SOLUÇÃO

Sejam  $x_1, x_2$  e  $x_3$  as raízes desta equação.

Do enunciado:  $x_1 + x_2 = 1$  I

Pelas relações de Girard:  $x_1 + x_2 + x_3 = 6$  II

Substituindo I em II, temos

$1 + x_3 = 6 \therefore x_3 = 5$

Daí:  $5^3 - 6 \cdot 5^2 - m^2 \cdot 5 + 30 = 0 \therefore 5m^2 = 5 \therefore m = 1$  ou  $m = -1$

**07.(ITA - 1991)** Seja  $S$  o conjunto de todas as raízes da equação  $12x^3 - 16x^2 - 3x + 4 = 0$ . Podemos afirmar que:

(A)  $S \subset ]-1, 0[ \cup ]0, 1[ \cup ]1, 2[$

(B)  $S \subset ]-2, -1[ \cup ]0, 1[ \cup ]3, 4[$

(C)  $S \subset [0, 4]$

(D)  $S \subset ]-2, -1[ \cup ]1, 2[ \cup ]3, 4[$

(E) n.d.a.

### SOLUÇÃO

$$12x^3 - 16x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$4x^2(3x - 4) - (3x - 4) = 0$$

$$(3x - 4)(4x^2 - 1) = 0$$

$$\text{Daí: } 3x - 4 = 0 \therefore x = 4/3$$

Ou

$$4x^2 - 1 = 0 \therefore x = 1/2 \text{ ou } x = -1/2$$

$$\text{Assim: } S = \{4/3, 1/2, -1/2\}$$

$$\text{Como: } -1/2 \in ]-1, 0[ \therefore 1/2 \in ]-1, 0[ \therefore 4/3 \in ]1, 2[$$

$$\text{Então } S \subset ]-1, 0[ \cup ]0, 1[ \cup ]1, 2[$$

**08.(ITA - 1991)** Considere as afirmações:

I- A equação  $3x^4 - 10x^3 + 10x - 3 = 0$  só admite raízes reais.

II- Toda equação recíproca admite um número par de raízes.

III- As raízes da equação  $x^3 + 4x^2 - 4x - 16 = 0$ . São exatamente o dobro das raízes de  $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ .

Então:

(A) Apenas I é verdadeira.

(B) Apenas II é falsa.

(C) Apenas III é verdadeira.

(D) Todas são verdadeiras.

(E) n.d.a.

### SOLUÇÃO

I - Observe que 1 é raiz da equação recíproca  $3x^4 - 10x^3 + 10x - 3 = 0$ .

Pelo dispositivo prático de Briot-Ruffini, segue que

$$(x - 1)(3x^3 - 7x^2 - 7x + 3) = 0$$

Observe que -1 é raiz da equação  $3x^3 - 7x^2 - 7x + 3 = 0$ .

Aplicando, de novo, o dispositivo de Briot-Ruffini,

$$(x - 1)(x + 1)(3x^2 - 10x + 3) = 0$$

Como o discriminante da expressão  $3x^2 - 10x + 3$  é positivo, conclui-se que a equação dada só admite raízes reais.

II -  $x + 1 = 0$  é uma equação recíproca (de 1ª espécie) e não possui um número par de raízes. Portanto, a afirmação "Toda equação recíproca admite um número par de raízes" é FALSA. Outro exemplo é a equação recíproca  $3x^3 - 7x^2 - 7x + 3 = 0$  encontrada no item acima.

III - Sejam  $\alpha, \beta$  e  $\gamma$  as raízes da equação  $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ . Observe que as raízes da transformada multiplicativa

$$\left(\frac{x}{2}\right)^3 + 2\left(\frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right) - 2 = 0 \text{ são } 2\alpha, 2\beta \text{ e } 2\gamma.$$

$$\left(\frac{x}{2}\right)^3 + 2\left(\frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right) - 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 4x^2 - 4x - 16 = 0$$

Portanto, apenas a afirmação (II) é falsa.

**09.(ITA - 1991)** Se  $A = \{x \in \mathbb{R} : |x^2 + x + 1| \leq |x^2 + 2x - 3|\}$ , então temos:

(A)  $A = [-2, \frac{1}{2}] \cup [4, +\infty[$

(B)  $A = [\frac{1}{2}, 4]$

(C)  $A = [-3, 1]$

(D)  $A = ]-\infty, -3[ \cup [1, +\infty[$

(E) n.d.a.

### SOLUÇÃO

O discriminante da expressão  $x^2 + x + 1$  é  $\Delta = -4$  e, portanto,  $x^2 + x + 1 > 0$ , para todo  $x$  real.

Conclui-se daí que para todo  $x \in \mathbb{R}$ :

$$|x^2 + 2x - 3| \geq |x^2 + x + 1| \Leftrightarrow |x^2 + 2x - 3| \geq x^2 + x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 \geq x^2 + x + 1 \text{ ou}$$

$$x^2 + 2x - 3 \geq -x^2 - x - 1$$

$$\Leftrightarrow x \geq 4 \text{ ou } 2x^2 + 3x - 2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x \geq 4 \text{ ou } -2 \leq x \leq 1/2$$

Portanto,  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 4 \text{ ou } -2 \leq x \leq 1/2\}$

$$A = [-2, 1/2] \cup [4, +\infty[$$

**10.(ITA - 1991)** Na divisão de  $P(x) = a_5x^5 + 2x^4 + a_4x^3 + 8x^2 - 32x + a_3$  por  $x - 1$ , obteve-se o quociente  $Q(x) = b_4x^4 + b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0$  e o resto  $-6$ . Sabe-se que  $(b_4, b_3, b_2, b_1)$  é uma progressão geométrica de razão  $q > 0$  e  $q \neq 1$ . Podemos afirmar:

- (A)  $b_3 + a_3 = 10$
- (B)  $b_4 + a_4 = 6$
- (C)  $b_3 + b_0 = 12$
- (D)  $b_4 + b_1 = 16$
- (E) n.d.a.

### SOLUÇÃO

Do enunciado temos: (Briot-Ruffini)

1	$a_5$	2	$a_4$	8	-32	$a_3$
	$b_4$	$b_3$	$b_2$	$b_1$	$b_0$	-6

Então:

$$\begin{cases} b_4 = a_5 \rightarrow I \\ b_3 = b_4 + 2 \rightarrow II \\ b_2 = b_3 + a_4 = b_4 + a_4 + 2 \rightarrow III \\ b_1 = b_2 + 8 = b_4 + a_4 + 10 \rightarrow IV \end{cases}$$

De III e IV:  $b_1 - b_2 = 8$

De IV:  $b_4 + a_4 = b_2 - 2$

Por outro lado:  $(b_4, b_3, b_2, b_1)$  P.G. de razão  $q > 0$  e  $q \neq 1$

$$\text{Daí: } \frac{b_3}{b_4} = q \therefore \frac{b_4 + 2}{b_4} = q \therefore b_4 = \frac{2}{q-1}$$

$$\text{ainda: } b_1 = b_4 \cdot q^3 = \frac{2q^3}{q-1} \text{ e } b_2 = b_4 \cdot q^2 = \frac{2q^2}{q-1}$$

Como  $b_1 - b_2 = 8$ , temos:

$$\frac{2q^3 - 2q^2}{q-1} = 8 \therefore \frac{2q^2(q-1)}{q-1} = 8 \therefore q = 2 \text{ ou } q = -2 \text{ (não convém)}$$

convém)

$$\text{Assim: } b^2 = \frac{2q^2}{q-1} = 8 \text{ e } b_4 + a_4 = b_2 - 2 = 6.$$

**11.(ITA - 1991)** Numa progressão geométrica de razão  $q$ , sabe-se que:

I- o produto do logaritmo natural do primeiro termo  $a_1$  pelo logaritmo natural da razão é 24.

II- a soma do logaritmo natural do segundo termo com o logaritmo natural do terceiro termo é 26.

Se  $\ln q$  é um número inteiro então o termo geral  $2n$  vale:

- (A)  $e^{6n-2}$
- (B)  $e^{4+6n}$
- (C)  $e^{24n}$
- (D)  $e^{4+6n}$
- (E) nda

**Notação:**  $\ln q$  denota o logaritmo natural (ou neperiano) de  $q$

### SOLUÇÃO

$$\begin{cases} \ln a_1 \cdot \ln q = 24 \therefore \ln q = \frac{24}{\ln a_1} \rightarrow I \\ \ln(a_1 \cdot q) + \ln(a_1 \cdot q^2) = 26 \therefore 2 \ln a_1 + 3 \ln q = 26 \rightarrow II \end{cases}$$

Substituindo I em II temos:

$$2 \ln a_1 + 3 \cdot \frac{24}{\ln a_1} = 26 \therefore 2 \cdot (\ln a_1) - 26 \ln a_1 + 72 = 0$$

$$\therefore (\ln a_1)^2 - 13 \ln a_1 + 36 = 0$$

$$\ln a_1 = 9 \text{ e } \ln q = \frac{24}{9} \text{ (Não convém pois } \ln q \text{ é inteiro)}$$

$$\text{ou } \ln a_1 = 4 \text{ e } \ln q = \frac{24}{4} = 6$$

Assim:  $a_1 = e^4$  e  $q = e^6$

Logo:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \therefore a_n = e^4 \cdot (e^6)^{n-1} = e^4 \cdot e^{6n-6} = e^{6n-2}$$

**12.(ITA - 1991)** O conjunto dos números reais que verificam a inequação  $3 \log x + \log(2x+3)^3 \leq 3 \log 2$ , é dado por:

- (A)  $\{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$
- (B)  $\{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 3\}$
- (C)  $\{x \in \mathbb{R} : 0 < x \leq \frac{1}{2}\}$
- (D)  $\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{2} \leq x < 1\}$
- (E) n.d.a.

**Notação:**  $\log a$  denota o logaritmo de  $a$  na base 10

### SOLUÇÃO

Com  $x > 0$  tem-se que:

$$\begin{aligned} 3 \log x + \log(2x+3)^3 &\leq 3 \log 2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 3 \log x + 3 \log(2x+3) &\leq 3 \log 2 \\ \Leftrightarrow \log x + \log(2x+3) &\leq \log 2 \\ \Leftrightarrow \log[x(2x+3)] &\leq \log 2 \text{ e } x > 0 \\ \Leftrightarrow 2x^2 + 3x &\leq 2 \text{ e } x > 0 \\ \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 2 &\leq 0 \text{ e } x > 0 \\ \Leftrightarrow -2 \leq x &\leq 1/2 \text{ e } x > 0 \\ \Leftrightarrow 0 < x &\leq 1/2 \end{aligned}$$

O conjunto dos números reais que verificam a inequação dada é:  $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 1/2\}$ .

$$\text{13.(ITA - 1991) Sejam } A = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 3^k \text{ e } B = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} 1^k.$$

Se  $\ln B - \ln A = \ln \frac{6561}{4}$  então  $n$  é igual a:

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8
- (E) n.d.a.

### SOLUÇÃO

$$A = \sum_{k=0}^n (n_k) 3^k = (1+3)^n = 4^n = 4^{n-1} \cdot 4 \text{ e}$$

$$B = \sum_{k=0}^{n-1} (n-1_k) 11^k = (1+11)^n = 12^{n-1}$$

Se  $\ell n B - \ell n A = \ell n \frac{6561}{4}$ , então:

$$\ell n(B/A) = \ell n \frac{6561}{4}$$

$$\therefore \frac{B}{A} = \frac{6561}{4} \therefore \frac{12^{n-1}}{4^{n-1} \cdot 4} = \frac{6561}{4}$$

$$\therefore 3^{n-1} = 6561 \therefore 3^{n-1} = 3^8 \therefore n-1 = 8 \therefore n = 9$$

**14.(ITA - 1991)** Uma escola possui 18 professores sendo 7 de Matemática, 3 de Física e 4 de Química. De quantas maneiras podemos formar comissões de 12 professores de modo que cada uma contenha exatamente 5 professores de Matemática, com no mínimo 2 de Física e no máximo 2 de Química ?

- (A) 875  
(B) 1877  
(C) 1995  
(D) 2877  
(E) n.d.a.

### SOLUÇÃO

Sejam então:

$$18 \text{ professores} \begin{cases} 7 \text{ Matemática (M)} \\ 3 \text{ Física (F)} \\ 4 \text{ Química (Q)} \\ 4 \text{ Demais disciplinas (D)} \end{cases}$$

Do enunciado temos as seguintes possibilidades

$$5M \begin{cases} 2F \begin{cases} 1Q - 4D \rightarrow C_{7,5} \cdot C_{3,2} \cdot C_{4,1} \cdot C_{4,4} = 252 \\ 2Q - 3D \rightarrow C_{7,5} \cdot C_{3,2} \cdot C_{4,2} \cdot C_{4,3} = 1512 \end{cases} \\ 3F \begin{cases} 0Q - 4D \rightarrow C_{7,5} \cdot C_{3,3} \cdot C_{4,0} \cdot C_{4,4} = 21 \\ 1Q - 3D \rightarrow C_{7,5} \cdot C_{3,3} \cdot C_{4,1} \cdot C_{4,3} = 336 \\ 2Q - 2D \rightarrow C_{7,5} \cdot C_{3,3} \cdot C_{4,2} \cdot C_{4,2} = 756 \end{cases} \end{cases}$$

$$252 + 1512 + 21 + 336 + 756 = 2877$$

Assim podemos formar 2877 comissões;

**15.(ITA - 1991)** Sejam  $m$  e  $n$  números reais com  $m \neq n$  e as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Para que a matriz  $mA + nB$  seja não inversível é necessário que:

- (A)  $m$  e  $n$  sejam positivos.  
(B)  $m$  e  $n$  sejam negativos.  
(C)  $m$  e  $n$  tenham sinais contrários.  
(D)  $n^2 = 7m^2$ .  
(E) n.d.a.

### SOLUÇÃO

Para que a matriz  $mA + nB$  seja não inversível, devemos ter:  $\det(mA + nB) = 0$

$$mA + nB = m \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} + n \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m-n & m+n \\ 3m & 5m+n \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2m-n & m+n \\ 3m & 5m+n \end{vmatrix} = 0$$

$$(2m-n)(5m+n) - 3m(m+n) = 0$$

$$7m^2 - 6mn - n^2 = 0$$

$$m = \frac{6n \pm \sqrt{36n^2 + 28n^2}}{14}$$

Assim:  $m = n$  (não convém) ou  $m = -n/7$

Logo  $m$  e  $n$  têm sinais contrários.

**16.(ITA - 1991)** Sejam  $M$  e  $B$  matrizes quadradas de ordem  $n$  tais que  $M - M^{-1} = B$ . Sabendo que  $M^t = M^{-1}$  podemos afirmar que:

- (A)  $B^2$  é a matriz nula  
(B)  $B^2 = -2I$ .  
(C)  $B$  é simétrica  
(D)  $B$  é anti-simétrica.  
(E) n.d.a.

**Notações:**  $M^t$  e  $M^{-1}$  denotam, respectivamente a matriz transposta de  $M$  e a matriz inversa de  $M$ . Por  $I$  denotamos a matriz identidade de ordem  $n$ .

### SOLUÇÃO

Nas condições do enunciado, temos que:

$$B = M - M^t$$

$$B^t = (M - M^t)^t$$

$$B^t = M^t - (M^t)^t$$

$$B^t = M^t - M$$

$$\text{Como } M^t = M^{-1},$$

$$B^t = M^{-1} - M$$

$$\text{Como } M - M^{-1} = B, B^t = -B$$

Logo, a matriz  $B$  é anti-simétrica

**17.(ITA - 1991)** Considere o sistema:

$$(P) \begin{cases} x + z + w = 0 \\ x + ky + k^2w = 1 \\ x + (k+1)z + w = 1 \\ x + z + kw = 2 \end{cases}$$

Podemos afirmar que (P) é possível e determinado quando:

- (A)  $k \neq 0$   
(B)  $k \neq 1$   
(C)  $k \neq -1$   
(D)  $k \neq 0$  e  $k \neq -1$   
(E) n.d.a.

### SOLUÇÃO

Pelo teorema de Cramer, (P) é possível e determinado, se, e somente se:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & k & 0 & -k^2 \\ 1 & 0 & k+1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & k \end{vmatrix} \neq 0$$

Desenvolvendo pela 2ª coluna, temos que:

$$k \cdot (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & k+1 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow k^2(k-1) \neq 0 \therefore k \neq 0 \text{ e } k \neq 1$$

18.(ITA - 1991) Se  $(x, y, z, t)$  é solução dos sistema:

$$\begin{cases} x - y + 2z - t = 0 \\ 3x + y + 3z + t = 0 \\ x - y - z - 5t = 0 \end{cases}$$

Qual das alternativas abaixo é verdadeira ?

- (A)  $x + y + z + t$  e  $x$  tem o mesmo sinal.  
 (B)  $x + y + z + t$  e  $t$  tem o mesmo sinal.  
 (C)  $x + y + z + t$  e  $y$  tem o mesmo sinal.  
 (D)  $x + y + z + t$  e  $z$  tem sinais contrários.  
 (E) n.d.a.

### SOLUÇÃO

Seja  $(x, y, z, t)$  uma solução do sistema,

$$\begin{cases} x - y + 2z - t = 0 & \leftarrow X - 3 \cdot X - 1 \\ 3x + y + 3z + t = 0 & \leftarrow + \\ x - y - z - 5t = 0 & \leftarrow \end{cases} + \sim$$

$$\begin{cases} x - y + 2z - t = 0 \rightarrow I \\ 0x + 4y - 3z + 4t = 0 \rightarrow II \\ 0x + 4y - 3z - 4t = 0 \Rightarrow z = -\frac{4t}{3} \rightarrow III \end{cases}$$

Substituindo III em II:  $4y - 3\left(-\frac{4t}{3}\right) + 4t = 0 \therefore y = -2t$

Substituindo III e II em I:

$$x - (-2t) + 2\left(-\frac{4t}{3}\right) - t = 0 \therefore x = \frac{5t}{3}$$

O conjunto solução do sistema é:

$$S = \left\{ \left( \frac{5t}{3}, -2t, -\frac{4t}{3}, t \right), t \in \mathbb{C} \right\}$$

Comentário:

Como as alternativas a, b, c e d mencionam "sinais" da soma  $x + y + z + t$  e de  $x$  ou  $y$  ou  $z$  ou  $t$ , elas são falsas, pois não se define sinal de um número complexo.

Mesmo que o enunciado afirmasse que  $(x, y, z, t)$  é uma quadra de números reais, ainda assim, a alternativa correta seria E, pois a quadra  $(0, 0, 0, 0)$  é solução do sistema e não se define sinal para o número zero.

19.(ITA - 1991) Um triângulo ABC está inscrito num círculo de raio  $2\sqrt{3}$ . Sejam a, b e c os lados opostos aos ângulos A, B e C respectivamente. Sabendo que  $a = 2\sqrt{3}$  e  $(A, B, C)$  é uma progressão aritmética, podemos afirmar que:

- (A)  $C = 4\sqrt{3}$  e  $A = 30^\circ$   
 (B)  $C = 3\sqrt{3}$  e  $A = 30^\circ$   
 (C)  $B = 6$  e  $C = 85^\circ$   
 (D)  $B = 3$  e  $C = 90^\circ$   
 (E) n.d.a.

### SOLUÇÃO

$(A, B, C)$  é uma PA. Sendo r sua razão, podemos escrever:

$$(B - r, B, B + r)$$

Pelo teorema angular de Tales:

$$A + B + C = 180^\circ \quad I$$

$$B - r + B + B + r = 180^\circ$$

$$3B = 180^\circ \therefore B = 60^\circ$$

Como o triângulo ABC está inscrito num círculo de raio

$R = 2\sqrt{3}$ , temos pelo teorema dos senos:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R = 4\sqrt{3}$$

Seja  $a = 2\sqrt{3}$ , temos:

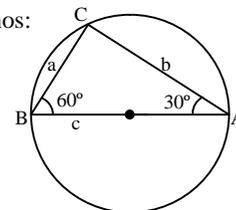
$$\frac{2\sqrt{3}}{\sin A} = 4\sqrt{3}$$

$\sin A = 1/2$ , logo  $A = 30^\circ$  ou  $150^\circ$  (não convém)

Segue-se de I que  $C = 90^\circ$

Logo,

$$\frac{c}{\sin 90^\circ} = 4\sqrt{3} \therefore c = \sin 90^\circ \cdot 4\sqrt{3} \therefore c = 4\sqrt{3}$$



20.(ITA - 1991) Se  $a \in \mathbb{R}$  com  $a > 0$  e  $\arcsen \frac{a-1}{a+1}$  está no primeiro quadrante, então o valor de  $\operatorname{tg} \left[ \arcsen \frac{a-1}{a+1} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{2\sqrt{a}} \right]$  é:

$$\frac{1}{2\sqrt{a}}$$

(A)  $\frac{a+1}{2\sqrt{a}}$

(B)  $\frac{a\sqrt{a}}{3a+1}$

(C)  $\frac{2a\sqrt{a}}{3a+1}$

(D)  $\frac{2a}{3a+1}$

(E) n.d.a.

### SOLUÇÃO

Fazendo  $\alpha = \arcsen \frac{a-1}{a+1}$  e  $\beta = \operatorname{arctg} \frac{1}{2\sqrt{a}}$ , queremos

determinar  $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$ . Assim:

$$\begin{cases} \sin \alpha = \frac{a-1}{a+1} \quad (0 < \alpha < \pi/2 \text{ do enunciado}) \\ \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{2\sqrt{a}}, -\pi/2 < \beta < \pi/2 \end{cases}$$

Pela relação fundamental:

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{(a-1)^2}{(a+1)^2}} = \sqrt{\frac{(a+1)^2 - (a-1)^2}{(a+1)^2}} = \sqrt{\frac{4a}{(a+1)^2}} = \frac{2\sqrt{a}}{a+1} \quad (\text{pois } a > 0)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \therefore \operatorname{tg} \alpha = \frac{a-1}{2\sqrt{a}}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \therefore \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\frac{a-1}{2\sqrt{a}} + \frac{1}{2\sqrt{a}}}{1 - \frac{a-1}{2\sqrt{a}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{a}}} = \frac{\frac{a-1+1}{2\sqrt{a}}}{\frac{4a - a + 1}{4a}}$$

$$= \frac{4a^2}{2\sqrt{a} \cdot (3a+1)} = \frac{2a\sqrt{a}}{3a+1}$$

21.(ITA - 1991) Sejam a e b constantes reais positivas. Para que a equação  $\cos^3 x + (a - 1)\cos^2 x - (a + b)\cos x + b = 0$  tenha duas raízes reais distintas no intervalo  $[0, \frac{\pi}{2}]$  devemos ter:

- (A)  $0 < b \leq a - 1$   
 (B)  $0 < b < a + 1$   
 (C)  $a < b < a + 2$   
 (D)  $a + 1 < b \leq a + 2$   
 (E) n.d.a.

**SOLUÇÃO**

$\cos^3 x + a \cos^2 x - \cos^2 x - a \cos x - b \cos x + b = 0$   
 $\cos^2 x (\cos x - 1) + a \cos x (\cos x - 1) - b (\cos x - 1) = 0$   
 $(\cos x - 1)(\cos^2 x + a \cos x - b) = 0$   
 $\cos x = 1 \therefore x = 0$  (pois  $x \in [0, \pi/2]$ )  
 ou  
 I

$$\cos^2 x + a \cos x - b = 0 \text{ ou } \begin{cases} \cos x = \frac{-a + \sqrt{a^2 + 4b}}{2} \\ \cos x = \frac{-a - \sqrt{a^2 + 4b}}{2} \end{cases}$$

Se  $a > 0, b > 0$  e o produto das raízes da equação do 2º grau na variável  $\cos x$  negativo, temos que:

$$0 < \frac{-a + \sqrt{a^2 + 4b}}{2} < 1 \therefore 0 < -a + \sqrt{a^2 + 4b} < 2 \therefore$$

$$\therefore a < \sqrt{a^2 + 4b} < a + 2 \therefore a^2 < a^2 + 4b < a^2 + 4a + 4 \therefore$$

$$\therefore 0 < 4b < 4(a + 1) \therefore 0 < b < a + 1$$

22.(ITA - 1991) Considere a região ao plano cartesiano xy definido pela desigualdade:  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 \leq 0$ . Quando esta região rodar um ângulo de  $\frac{\pi}{3}$  radianos em torno da reta  $y + x + 1 = 0$ , ela irá gerar um sólido cujo volume é igual a:

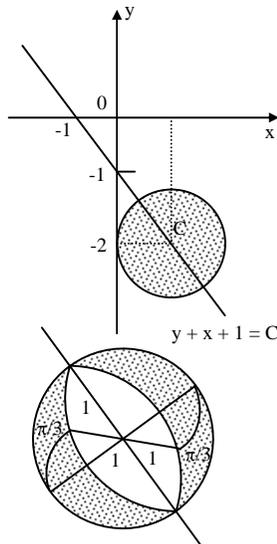
- (A)  $\frac{4\pi}{3}$   
 (B)  $\frac{2\pi}{3}$   
 (C)  $\frac{\pi}{3}$   
 (D)  $\frac{4\pi}{9}$   
 (E) n.d.a.

**SOLUÇÃO**

A desigualdade  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 \leq 0$  é equivalente a  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 \leq 1$  e representa no plano xy um círculo de centro  $C = (1, -2)$  e raio  $R = 1$ .

A reta de equação  $y + x + 1 = 0$  passa pelo centro desse círculo, já que o par ordenado  $(1, -2)$  verifica a equação.

Girando o círculo de  $\pi/3$  rad em torno da reta obtemos um sólido formado por duas cunhas esféricas opostas pelo diâmetro.



Essas cunhas são congruentes e portanto tem o mesmo volume.

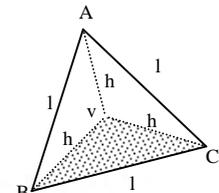
Seja V o volume de uma delas. Devemos ter:  
 $2\pi \text{rad} - 4/3\pi 1^3$  (volume da esfera)  
 $\pi/3 \text{ rad} - V$   
 Portanto  $V = 2\pi/9$   
 Logo, o volume do sólido gerado é  $2V$ , ou seja,  $4\pi/9$ .

23.(ITA - 1991) As arestas da base de uma pirâmide triangular regular medem  $\ell$  cm e as faces laterais são triângulos retângulos. O volume desta pirâmide é:

- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{6} \ell^3 \text{ cm}^3$   
 (B)  $\frac{\sqrt{3}}{12} \ell^3 \text{ cm}^3$   
 (C)  $\frac{\sqrt{3}}{24} \ell^3 \text{ cm}^3$   
 (D)  $\frac{\sqrt{2}}{12} \ell^3 \text{ cm}^3$   
 (E) n.d.a.

**SOLUÇÃO**

Uma pirâmide triangular regular cujas faces laterais são triângulos retângulos é um tetraedro tri-retangular cuja face oposta ao triedro tri-retângulo é um triângulo equilátero de lado  $\ell$ .



Cálculo de h:

Na face AVC, temos:  
 $h^2 + h^2 = \ell^2 \therefore h^2 = \ell^2/2 \therefore h = \frac{\ell\sqrt{2}}{2}$

Cálculo da área da base BVC:

$B = 1/2 h^2 = \ell^2/4$

Cálculo do volume da pirâmide:

$V = 1/3 \cdot B \cdot h = 1/3 \cdot \ell^2/4 \cdot \frac{\ell\sqrt{2}}{2} \therefore V = \frac{\sqrt{2}}{24} \ell^3 \text{ cm}^3$

24.(ITA - 1991) Seja r a mediatriz do segmento de reta de extremos  $M = (-4, -6)$  e  $N = (8, -2)$ . Seja R o raio da circunferência com centro na origem e que tangencia a reta r. Então:

- (A)  $R = \frac{\sqrt{7}}{3}$   
 (B)  $R = \frac{\sqrt{15}}{3}$   
 (C)  $R = \frac{\sqrt{10}}{3}$   
 (D)  $R = \frac{\sqrt{10}}{5}$   
 (E) n.d.a.

**SOLUÇÃO**

Sendo:

P o ponto médio do segmento MN;  
 $m_r$  o coeficiente angular da reta r;  
 $m_s$  o coeficiente angular de MN;

O a origem do sistema e

R a medida do raio da circunferência de centro O e tangente à reta r, temos que:

$$P(2, -4) \text{ e } m_r = -\frac{1}{m_s} = -3 \text{ (r perpendicular MN)}$$

Logo, a equação da reta r é:

$$y + 4 = -3(x - 2) \therefore (r) 3x + y - 2 = 0$$

Assim, devemos Ter:

$$R = \frac{|3 \cdot 0 + 0 - 2|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

**25.(ITA - 1991)** Seja C a circunferência dada pela equação  $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 9 = 0$ . Se  $P = (a, b)$  é o ponto em C mais próximo da origem, então:

(A)  $a = -\frac{3}{2}$  e  $4b^2 + 24b + 15 = 0$

(B)  $a = -\frac{1}{2}$  e  $4b^2 + 24b + 33 = 0$

(C)  $a = \frac{\sqrt{10}}{10} - 1$  e  $b = 3a$

(D)  $a = -1 - \frac{\sqrt{10}}{10}$  e  $b = 3a$

(E) n.d.a.

**SOLUÇÃO**

C:  $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 9 = 0$  ou C:  $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 1$   
(centro de C: (-1;-3) e raio de C: 1)

Gráfico de C

O ponto de C mais próximo da origem O está na interseção de C com a reta OC. Temos:

$$OC = \sqrt{(0+1)^2 + (0+3)^2} = \sqrt{10}$$

$$OP = \sqrt{10} - 1$$

Traçando por P e C os segmentos  $\overline{PA}$  e  $\overline{CB}$  paralelos ao eixo dos x, resulta os triângulos OPA e OCB semelhantes (1º caso). Logo,

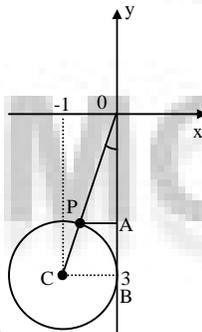
$$\frac{OP}{OC} = \frac{PA}{CB} \therefore \frac{\sqrt{10} - 1}{\sqrt{10}} = \frac{|a|}{1} \therefore |a| = 1 - \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}$$

e

$$\frac{OA}{OB} = \frac{PA}{CB} \therefore \frac{|b|}{3} = \frac{|a|}{1} \therefore |b| = 3|a|$$

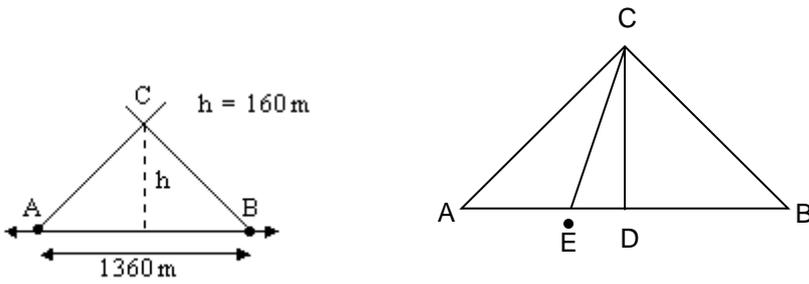
Sendo P(a,b) ponto do 3º quadrante, resulta

$$a = -\left(1 - \frac{\sqrt{10}}{10}\right) \therefore a = \frac{\sqrt{10}}{10} - 1 \text{ e } b = 3a$$





vez que AC corresponde ao rastro de fumaça do trem A, BC ao rastro de fumaça do trem B e que AC = BC, determine a velocidade do vento. Despreze as distâncias entre os trilhos A e B.



- a) 5,00 m/s.
- b) 4,00 m/s.
- c) 17,5 m/s.
- d) 18,0 m/s.
- e) 14,4 m/s.

**Solução:-** Convertendo as velocidades em m/s tem-se:  $v_A = 50,4 : 3,6 = 14 \text{ m/s}$  e  $v_B = 72 : 3,6 = 20 \text{ m/s}$ .

Seja E o ponto de encontro das duas locomotivas. Temos  $AE + EB = 1360 = v_A.t + v_B.t$   $1360 = 14t + 20t$   
 $34t = 1360$   $t = 40 \text{ s}$ .

Deste modo  $AE = v_A t = 14.40 = 560 \text{ m}$ . Ao fim dos 40 segundos a fumaça que saiu de E atingiu o ponto C. A velocidade do vento é então  $CE/t$  ou seja,  $CE/40$ .

Calculando CE temos:  $CE^2 = ED^2 + CD^2 \rightarrow CE^2 = (AD - AE)^2 + CD^2$ .

Como  $CA = CB$ , o triângulo ACB é isósceles e D é o ponto médio de AB. Portanto,

$CE^2 = (1360/2 - 560)^2 + 160^2 = (680 - 560)^2 + 160^2 = 120^2 + 160^2 = 14400 + 25600 = 40000 \rightarrow CE = 200 \text{ m}$ .

Deste modo, a velocidade do vento é  $v = CE/t = 200/40 = 5 \text{ m/s}$ .

**Resposta:- letra (a)**

4. Considere dois carros que estejam participando de uma corrida. O carro A consegue realizar cada volta em 80 s enquanto o carro B é 5,0% mais lento. O carro A é forçado a uma parada nos boxes ao completar a volta de número 06. Incluindo aceleração, desaceleração e reparos, o carro A perde 135 s. Qual deve ser p número mínimo de voltas completas da corrida para que o carro A possa vencer?

- a) 28.
- b) 27.
- c) 33.
- d) 34.
- e) Nenhuma das alternativas anteriores.

**Solução:-** Como B é 5% mais lento, ele gasta  $80 \times 1,05 = 84$  segundos a mais por volta.

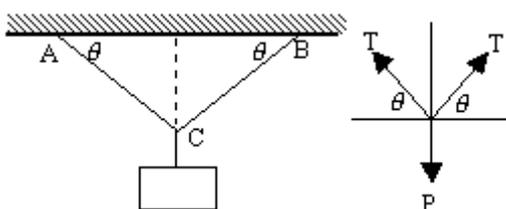
Na sexta volta ele está com um atraso de  $4 \times 6 = 24 \text{ s}$ .

Com a parada ele ganha  $135 - 24 = 111$  segundos.

Como a cada volta o carro A ganha 4 segundos, serão necessárias  $111 : 4 = 27,75$  voltas  $\rightarrow 28$  voltas além das 6 voltas dadas. Portanto o mínimo de voltas é  $28 + 6 = 34$  voltas.

**Resposta: letra (d)**

5. Uma luminária cujo peso é P está suspenso por duas cordas AC e BC que (conforme a figura) formam com a horizontal ângulos iguais a  $\theta$ . Determine a força de tensão T em cada corda.



- a)  $T = P/2\cos\theta$
- b)  $T = P/2\text{sen}\theta$
- c)  $T = P/2\text{tg}\theta$
- d)  $T = P\cos\theta/2$

e) nenhuma das anteriores

**Solução:-** Como os ângulos que as cordas fazem com o teto são iguais, as tensões também serão iguais. As componentes verticais de T anulam o peso. Portanto,  $T\text{sen}\theta + T\text{sen}\theta = P \rightarrow 2T\text{sen}\theta = P \rightarrow T = P/2\text{sen}\theta$ .

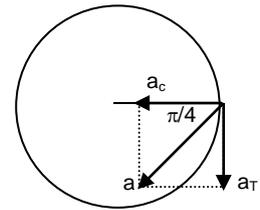
**Resposta: letra (b)**

6. Uma partícula move-se em uma órbita circular com aceleração tangencial constante. Considere que a velocidade angular era nula no instante  $t = 0$ . Em um dado instante  $t'$ , o ângulo entre o vetor aceleração  $\vec{a}$  e a direção ao longo do raio é  $\pi/4$ . Indique qual das alternativas exibe um valor de aceleração angular ( $\alpha$ ) adequado à partícula no instante  $t'$ .

- a)  $\alpha = 1/t'$                       b)  $\alpha = 2t'$                       c)  $\alpha = 1/t'^2$                       d)  $\alpha = 1/2t'$                       e)  $\alpha = 2/t'$

**Solução:-** Como o ângulo de  $a$  com o raio é  $\pi/4 = 45^\circ$ , resulta  $a_c = a_T$ .

Assim,  $w^2R = \alpha R \rightarrow w^2 = \alpha \rightarrow (\alpha t')^2 = \alpha \rightarrow \alpha^2 t'^2 = \alpha \rightarrow \alpha = 1/t'^2$ .



**Resposta: letra (c).**

Observação: Como a aceleração angular tem unidade  $\text{rad}/\text{seg}^2$ , sua equação dimensional é  $[\alpha] = T^{-2}$ . Das opções a única que apresenta equação dimensional igual é a opção (c).

7. Segundo um observador acoplado a um referencial inercial, duas partículas de massas  $m_A$  e  $m_B$  possuem velocidades  $\mathbf{v}_A$  e  $\mathbf{v}_B$ , respectivamente. Qual a quantidade de movimento  $\mathbf{p}_A$  que um observador preso ao centro de massa do sistema mede para a partícula A? (nota: estamos indicando as grandezas vetoriais em negrito. No original estas grandezas são apresentadas acima das por setas.)

- a)  $\mathbf{p}_A = m_A \mathbf{v}_A$                       b)  $\mathbf{p}_A = m_A \cdot (\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_B)$                       c)  $\mathbf{p}_A = [m_A \cdot m_B / (m_A + m_B)] \cdot \mathbf{v}_A$   
 d)  $\mathbf{p}_A = [m_A \cdot m_B / (m_A + m_B)] \cdot (\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_B)$                       e) nenhuma das anteriores.

**Solução:-** O centro de massa age como se toda a massa estivesse nele concentrada. Sua quantidade de movimento é igual à quantidade de movimento do sistema. Desta forma tem-se  $(m_A + m_B) \cdot \mathbf{v}_C = m_A \cdot \mathbf{v}_A + m_B \cdot \mathbf{v}_B \rightarrow \mathbf{v}_C = (m_A \cdot \mathbf{v}_A + m_B \cdot \mathbf{v}_B) / (m_A + m_B)$ .

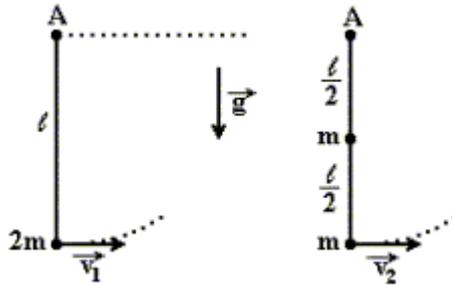
A velocidade do corpo A em relação ao centro de massa é  $\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_C$ . A quantidade de movimento de A em relação ao centro de massa é então  $\mathbf{p}_A = m_A \cdot (\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_C)$

Temos  $\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_C = \mathbf{v}_A - (m_A \cdot \mathbf{v}_A + m_B \cdot \mathbf{v}_B) / (m_A + m_B) = [(m_A \cdot \mathbf{v}_A + m_B \cdot \mathbf{v}_A) - (m_A \cdot \mathbf{v}_A + m_B \cdot \mathbf{v}_B)] / (m_A + m_B) = m_B \cdot (\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_B) / (m_A + m_B)$ .

Deste modo:  $\mathbf{p}_A = [(m_A \cdot m_B) / (m_A + m_B)] \cdot (\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_B)$

**Resposta:- letra (d)**

8. Uma haste rígida de peso desprezível e comprimento  $l$ , carrega uma massa  $2m$  em sua extremidade. Outra haste, idêntica, suporta uma massa  $m$  em seu ponto médio e outra  $m$  em sua extremidade. As hastes podem girar ao redor do ponto fixo A, conforme a figura. Qual a velocidade horizontal mínima que deve ser comunicada às suas extremidades para que cada haste deflita até atingir a horizontal?



- a)  $v_1 = \sqrt{gl}$  e  $v_2 = \sqrt{0,8gl}$
- b)  $v_1 = \sqrt{2gl}$  e  $v_2 = \sqrt{0,8gl}$
- c)  $v_1 = \sqrt{gl}$  e  $v_2 = \sqrt{2,4gl}$
- d)  $v_1 = \sqrt{2gl}$  e  $v_2 = \sqrt{2,4gl}$
- e) nenhuma das anteriores

**Solução:** A massa  $2m$  deve atingir a altura  $l$ . De acordo com o princípio da conservação da energia devemos ter  $(2m)v^2/2 = (2m)g.l \rightarrow v^2 = 2gl \rightarrow v = \sqrt{2gl}$ .

Para a segunda haste, a velocidade da massa inferior deverá ser o dobro da massa superior pois a massa superior. Assim,  $mv^2/2 + m(v/2)^2/2 = mgl + mg(l/2) \rightarrow v^2/2 + v^2/8 = gl + gl/2 \rightarrow 4v^2 + v^2 = 8gl + 4gl \rightarrow v^2 = (12/5)gl \rightarrow v = \sqrt{2,4gl}$

**Resposta:- letra (d)**

9. Considere um planeta cuja massa é o triplo da massa da Terra e seu raio, o dobro do raio da Terra. Determine a relação entre a velocidade de escape deste planeta e a da Terra ( $v_p/v_T$ ) e a relação entre a aceleração da gravidade do planeta e da Terra ( $g_p/g_T$ ).

- a)  $v_p/v_T = \sqrt{3/4}$  e  $g_p/g_T = 3/4$
- b)  $v_p/v_T = \sqrt{3/2}$  e  $g_p/g_T = 3/4$
- c)  $v_p/v_T = \sqrt{3/2}$  e  $g_p/g_T = 3/2$
- d)  $v_p/v_T = 3/2$  e  $g_p/g_T = 3/4$
- e) nenhuma das anteriores

**Solução:-** A velocidade de escape é determinada por  $v = \sqrt{GM/R}$  ao igualar a força centrípeta ( $mv^2/R$ ) à força gravitacional ( $GMm/R^2$ ).

A aceleração da gravidade na superfície do planeta é determinada por  $g = GM/R^2$  ao igualar o peso ( $mg$ ) à força gravitacional.

Tem-se então  $v_p/v_T = \sqrt{(M_p/M_T)/(R_p/R_T)} = \sqrt{3/2}$  e  $g_p/g_T = (M_p/M_T)/(R_p/R_T)^2 = 3/4$ .

**Resposta: letra (b)**

10. Um satélite artificial geo - estacionário permanece acima de um mesmo ponto da superfície da Terra em uma órbita de raio  $R$ . Usando um valor de  $R_T = 6400$  km para o raio da Terra. A razão  $R/R_T$  é aproximadamente igual a: Dado:  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>.

- a) 290.
- b) 66.
- c) 6,6.
- d) 11,2.
- e) indeterminada, pois a massa do satélite não é conhecida.

**Solução:** Conforme visto na questão anterior,  $g = GM/R_T^2 \rightarrow GM = gR_T^2$ .

Na posição do satélite  $ac = g' \rightarrow v^2/R = GM/R^2 \rightarrow v^2 = GM/R \rightarrow (2\pi R/T)^2 = gR_T^2/R \rightarrow$

$\rightarrow 4\pi^2 R^2/T^2 = gR_T^2/R \rightarrow R^3/R_T^2 = gT^2/4\pi^2 \rightarrow R^3/R_T^3 = gT^2/4\pi^2 \cdot R_T \rightarrow R^3/R_T^3 =$

$9,8 \cdot (86400)^2 / 4 \cdot 3,14^2 \cdot 6400000 = 291,6 \rightarrow R^3/R_T^3 = 6,6$ .

O período do satélite é 1 dia = 24 x 60 x 60 = 86 400 s e o raio da Terra é 6400 km = 6 400 000 m.

**Resposta: letra (c)**

**11.** A equação  $x = 1,0 \text{ sen } (2,0 t)$  expressa a posição de uma partícula em unidades do sistema internacional.

Qual seria a forma do gráfico  $v$  (velocidade) versus  $x$  (posição) desta partícula?

- a) Uma reta paralela ao eixo de posição.
- b) Uma reta inclinada passando pela origem.
- c) Uma parábola.
- d) Uma circunferência.
- e) Uma elipse.

**Solução:-** A velocidade é determinada pela derivada da posição. Tem-se então  $v = dx/dt = 2 \cdot \cos(2t)$ .

Elevando as duas equações ao quadrado, tem-se  $x^2 = 1 \cdot \text{sen}^2(2t)$  e  $v^2/4 = \cos^2(2t)$ . Somando as expressões resulta  $x^2 + v^2/4 = 1 \rightarrow$  equação de uma elipse.

**Resposta: letra (e)**

**12.** Um pêndulo simples de comprimento  $\lambda$  e massa  $m$  é posto a oscilar. Cada vez que o pêndulo passa pela posição de equilíbrio atua sobre ele, durante um pequeno intervalo de tempo  $t$ , uma força  $F$ . Esta força é constantemente ajustada para, a cada passagem, ter mesma direção e sentido que a velocidade de  $m$ . Quantas oscilações completas são necessárias para que o pêndulo forme um ângulo reto com a direção vertical de equilíbrio?

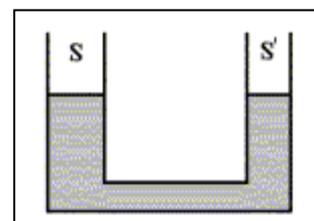
- a)  $n = \frac{m \cdot \sqrt{g\lambda}}{2Ft}$
- b)  $n = \frac{mg \cdot \sqrt{2}}{2Ft}$
- c)  $n = \frac{m \cdot \sqrt{2g\lambda}}{2Ft}$
- d)  $n = \frac{mg\lambda}{2Ft} + 1$
- e) Nenhuma das anteriores.

**Solução:-** Relacionando o impulso ( $Ft$ ) recebido a cada meia oscilação completa com a variação da quantidade de movimento ( $m\Delta v$ ), tem-se  $Ft = m\Delta v \rightarrow \Delta v = Ft/m$ . A velocidade necessária para atingir a posição desejada é  $mv/2 = \sqrt{mg\lambda} \rightarrow v = \sqrt{2g\lambda}$ . Como a cada meia oscilação ele recebe o impulso teremos que  $n' \Delta v = \sqrt{2g\lambda} \rightarrow n' \cdot Ft/m = \sqrt{2g\lambda} \rightarrow n' = m \cdot \sqrt{2g\lambda} / Ft$  (número de meias oscilações)  $\rightarrow n = m \cdot \sqrt{2g\lambda} / 2Ft$ .

**Resposta: letra (c)**

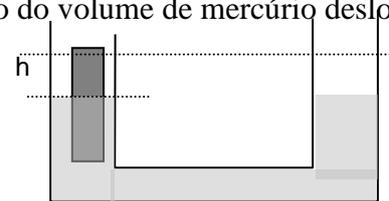
**13.** O sistema de vasos comunicantes da figura cujas secções retas são S e S' está preenchido com mercúrio de massa específica  $\rho_m$ . Coloca-se no ramo esquerdo um cilindro de ferro de massa específica  $\rho_F < \rho_m$ , volume  $V$  e secção S". O cilindro é introduzido de modo que seu eixo permaneça vertical. Desprezando-se o empuxo do ar, podemos afirmar que no equilíbrio:

- a) há desnível igual a  $\rho_F V / (\rho_m S')$  entre os dois níveis;
- b) o nível sobe  $\rho_F V / \rho_m (S + S' - S'')$  em ambos os ramos;



- c) há desnível igual a  $\rho_F V / (\rho_m S'')$  entre os dois níveis;
- d) o nível sobe  $(\rho_m - \rho_F) V / \rho_m (S + S' - S'')$  em ambos os ramos;
- e) o nível sobe  $V / S''$  em ambos os ramos.

**Solução:**- Os níveis permanecerão iguais pois a superfície do mercúrio permanece livre. Como o ferro tem massa específica menor ele irá flutuar. Portanto, o peso do bloco de ferro é igual ao empuxo recebido. Como o empuxo é igual ao peso do fluido deslocado, o peso do volume de mercúrio deslocado é igual ao peso do bloco de ferro.



Deste modo:  $\rho_m \cdot (hS + hS' - hS'') = V \cdot \rho_F \rightarrow$   
 $\rightarrow h \cdot \rho_m \cdot (S + S' - S'') = V \cdot \rho_F \rightarrow h = V \cdot \rho_F / \rho_m \cdot (S + S' - S'')$

**Resposta: letra (b)**

**14.** Um recipiente continha inicialmente **10,0 kg** de gás sob pressão de  **$10 \times 10^6$  N/m<sup>2</sup>**. Uma quantidade **m** de gás saiu do recipiente sem que a temperatura variasse. Determine **m** sabendo que a pressão caiu para  **$2,5 \times 10^6$  N/m<sup>2</sup>**.

- a) 2,5 kg.
- b) 5,0 kg.
- c) 7,5 kg.
- d) 4,0 kg.
- e) nenhuma das anteriores.

**Solução:**- De acordo com a equação geral dos gases tem-se  $pV = nRT$  ou  $pV = (m/M)RT$ .

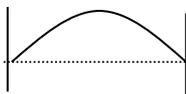
Como o volume ocupado pelo gas restante e a temperatura permanecem constantes, podemos escrever  $p_1/p_2 = m_1/m_2 \rightarrow 10 \times 10^6 / 2,5 \times 10^6 = 10/m_2 \rightarrow m_2 = 2,5$  kg (massa que restou no recipiente)  $\rightarrow$  a massa que saiu do recipiente foi de  $10 - 2,5 = 7,5$  kg.

**Resposta: letra (c)**

**15** - Uma corda de comprimento  $l = 50,0$  cm e massa  $m = 1,00$  g está presa em ambas as extremidades sob tensão  $F = 80,0$  N. Nestas condições, a frequência fundamental de vibração da corda é:

- a) 400 Hz.
- b) 320 Hz.
- c) 200 Hz.
- d) 100 Hz.
- e) nenhuma das anteriores.

**Solução:** Em uma corda tensionada a onda correspondente à frequência fundamental tem a forma



Assim, o comprimento de onda corresponde ao dobro do comprimento da corda ou seja  $\lambda = 2 \cdot 50 = 100$  cm = 1 m.

A velocidade de uma onda em uma corda tracionada é determinada por  $v = \sqrt{T/\mu}$  onde  $\mu = m/l$  (massa por unidade de comprimento). Assim,  $v = \sqrt{T / (m/l)} = \sqrt{T \cdot l / m} = \sqrt{80 \cdot 0,5 / 0,001} = \sqrt{40000} = 200$  m/s.

Como  $v = \lambda f$ , resulta  $200 = 1 \cdot f \rightarrow f = 200$  Hz.

**Resposta: letra (c)**

16. Um edifício, iluminado pelos raios solares, projeta uma sombra de comprimento  $L = 72$  m. Simultaneamente, uma vara de 2,5 m de altura, colocada ao lado do edifício, projeta uma sombra de  $l = 3,0$  m. A altura do edifício é igual a:

- a) 90,0 m.
- b) 86,0 m.
- c) 60,0 m.
- d) 45,0 m.
- e) nenhuma das anteriores.

**Solução:** Como os raios solares podem ser considerados paralelos, podemos escrever  $H/L = h/l \rightarrow$

$\rightarrow H/72 = 2,5/3 \rightarrow H = 72 \cdot 2,5/3 = 60$  m

**Resposta: letra (c)**

17. Seja **E** um espelho côncavo cujo raio de curvatura é **60,0** cm. Qual tipo de imagem obteremos se colocarmos um objeto real de 7,50 cm de altura, verticalmente, a **20,0** cm do vértice de **E**?

- a) virtual e reduzida a 1/3 do tamanho do objeto.
- b) real e colocada a 60,0 cm da frente do espelho.
- c) virtual e três vezes mais alta que o objeto.
- d) real, invertida e de tamanho igual ao objeto.
- e) nenhuma das anteriores.

**Solução:-** A distância focal do espelho é  $60 : 2 = 30$  cm. Para um objeto a 20 cm do vértice (entre o foco e o vértice) sua imagem será virtual e maior que o objeto.

Usando a equação  $H_i/H_o = f/S_o$  onde  $S_o$  é a distância do objeto ao foco, teremos  $H_i/H_o = 30/(30 - 20) = 30/10 = 3$ . Portanto a imagem é virtual e 3 vezes maior que o objeto.

**Resposta: letra (c)**

18. A luz do laser de hélio - neônio tem um comprimento de onda, no vácuo, de 633nm. O comprimento de onda desta radiação quando imersa em um meio de índice de refração absoluto igual a 1,6 é:

- a) 633 nm.
- b) 396 nm.
- c) 1012 nm.
- d) 422 nm.
- e) nenhuma das anteriores.

**Solução:** A velocidade da luz em um meio de índice de refração  $n$  é  $v = c/n$ . Quando a luz atravessa de um meio para outro a frequência permanece, variando a velocidade e o comprimento de onda.

De  $v = \lambda f$ , podemos escrever  $f = v/\lambda$  e  $(c/n)/\lambda' = c/\lambda \rightarrow 1/\lambda' n = 1/\lambda \rightarrow \lambda' = \lambda/n = 633/1,6 = 395,6$  nm

**Resposta: letra (b)**

19. Em uma região onde existe um campo elétrico uniforme **E**, dois pêndulos simples de massas  $m = 0,20$  kg e comprimento  $l$  são postos a oscilar. A massa do primeiro pêndulo está carregada com  $q_1 = + 0,20$  C e a massa do segundo pêndulo com  $q_2 = - 0,20$  C. São dados que a aceleração da gravidade local é  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>, que o campo elétrico tem mesma direção e sentido que **g** e sua intensidade é  $E = 6,0$  V/m. a razão  $(p_1 / p_2)$ , entre os períodos  $p_1$  e  $p_2$  dos pêndulos 1 e 2, é:

- a) 1/4.
- b) 1/2.
- c) 1.
- d) 2.
- e) 4.

**Solução:-** A força elétrica que age sobre cada uma das massas é  $F = qE = 0,2 \cdot 6 = 1,2$  N.

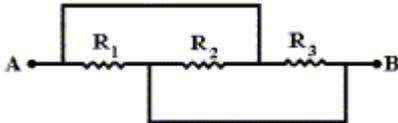
Na primeira a força elétrica tem o mesmo sentido que o peso, portanto, a aceleração é  $a_1 = P/m + F/m = g + F/m = 10 + 1,2/0,2 = 10 + 6 = 16 \text{ m/s}^2$ .

Na segunda a força elétrica tem sentido oposto ao peso,  $\rightarrow a = 10 - 6 = 4 \text{ m/s}^2$ .

O período de um pêndulo é determinado por  $p = 2\pi \cdot \sqrt{L/g}$ . Como os dois pêndulos têm o mesmo comprimento, pode-se concluir que  $p_1/p_2 = \sqrt{g_2/g_1} = \sqrt{4/16} = 1/4 = 1/2$ .

**Resposta: letra (b)**

**20.** Determine a intensidade de corrente que atravessa o resistor  $R_2$  da figura, quando a tensão entre os pontos A e B for igual a V e as resistências  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  forem iguais a R.



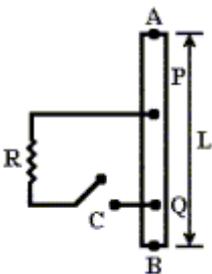
- a)  $V/R$ .      b)  $V/3R$ .      c)  $3V/R$ .      d)  $2V/3R$ .      e) nenhuma das anteriores.

**Solução:-** O conjunto é uma ligação em paralelo tendo cada ramo um resistor de resistência R. Portanto a corrente em cada um é  $i = V/R$ .

**Resposta:- letra (a)**

**21.** Na figura, **AB** representa um resistor filiforme, de resistência  $r$  e comprimento  $L$ . as distâncias **AP** e **QB** são  $2L/5$  e  $L/5$ , respectivamente. a resistência **R** vale  $0,40r$ . quando a chave **C** está aberta, a corrente  $i_0 = 6,00 \text{ A}$  passa por  $r$ . quando a chave **C** for fechada, a corrente que entrará em **A** será:

- a) 7,5 A.                                      b) 12,0 A.  
 c) 4,5 A.                                      d) 9,0 A.  
 e) indeterminada, pois o valor de  $r$  não foi fornecido.



**Solução:-** Como  $AP = 2L/5$  e  $QB = L/5$ ,  $PQ = L - (2L/5 + L/5) = 2L/5$ . As resistências são proporcionais aos comprimentos. Deste modo as resistências são  $2r/5$ ,  $2r/5$  e  $r/5$ . A resistência R vale  $0,4r = (4/10)r = 2r/5$ .

Ao ligar a chave C, teremos as resistências R e  $R_{PQ}$  em paralelo  $\rightarrow R' = (2r/5)/2 = r/5$

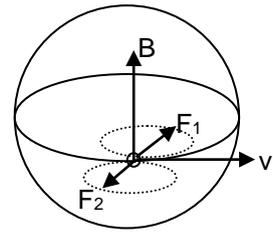
A resistência total passa a ser:  $2r/5 + r/5 + r/5 = 4r/5$

Como a tensão será mantida  $r \cdot i = (4/5)r \cdot i' \rightarrow 6 = (4/5) i' \rightarrow i' = 6 \cdot 5/4 = 7,5 \text{ A}$

**Resposta: letra (a)**

22. Um atirador, situado sobre a linha do equador, dispara um projétil dirigido de oeste para leste. Considere que devido ao atrito no cano da arma, o projétil adquiriu carga  $q$ . a interação do campo magnético da Terra com a carga do projétil tende a desviá-lo para:

- a) o norte geográfico independente do sinal de  $q$ .
- b) o sul geográfico independente do sinal de  $q$ .
- c) o norte geográfico se  $q$  for positivo.
- d) o norte geográfico se  $q$  for negativo.
- e) nenhuma das anteriores.



**Solução:**- O campo magnético terrestre tem sentido de sul para norte.

De acordo com a regra da mão direita aberta, para uma carga positiva, aponta-se o sentido da velocidade com o polegar, o campo magnético com os demais dedos. A força que age sobre a carga terá o sentido indicado pela palma da mão. Assim, para uma carga positiva o sentido da força magnética é o indicado pelo vetor  $F_1$ . Para uma carga negativa o sentido é o indicado por  $F_2$ . Portanto, nenhuma das quatro primeiras opções está correta.

**Resposta: letra (e)**

23. Considere as seguintes afirmações:

- I. Uma partícula carregada, libertada sobre uma linha de campo elétrico continuará todo seu movimento sobre esta mesma linha.
- II. O movimento circular e uniforme é assim chamado pois sua aceleração é nula.
- III. A força magnética, aplicada a uma partícula carregada por um campo magnético estático é incapaz de realizar trabalho.

- a) Apenas I é correta.
- b) Apenas II é correta.
- c) Apenas III é correta.
- d) Todas as afirmações estão corretas.
- e) Todas as afirmações estão erradas.

**Comentários:**

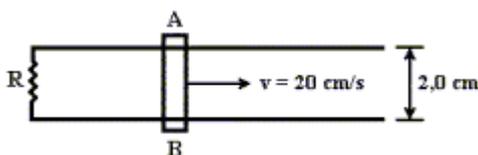
Afirmativa I – Incorreta. Dependerá da existência ou não de campos gravitacional e de indução magnéticas existentes na região do campo elétrico.

Afirmativa II – Incorreto. No movimento circular uniforme há necessariamente uma força dirigida para o centro. Portanto existe uma aceleração dirigida para o centro (aceleração centrípeta).

Afirmativa III – Correto. A força é sempre perpendicular ao sentido do movimento da partícula.

**Resposta: letra (c)**

24. Uma espira em forma de **U** está ligada a um condutor móvel **AB**. Este conjunto é submetido a um campo de indução magnética  $B = 4,0 \text{ T}$ , perpendicular ao plano do papel e dirigido para dentro dele. Conforme mostra a figura, a largura do **U** é de **2,0 cm**. Determine a tensão induzida e o sentido da corrente, sabendo-se que a velocidade de **AB** é de **20cm/s**.



- a) 1,6 V e a corrente tem sentido horário.
- b) 1,6 V e a corrente tem sentido anti - horário.
- c) 0,16 V e a corrente tem sentido horário.
- d) 0,16 V e a corrente tem sentido anti - horário.
- e) nenhuma das anteriores.

**Solução:** A força eletromotriz induzida é determinada por  $\varepsilon = \Delta\varphi/\Delta t = B\Delta A/\Delta t = B.L. \Delta x/\Delta t = BLv = 4 \times 2.10^{-3} \times 20 \times 10^{-3} = 16 \times 10^{-3} \text{ V} = 0,016 \text{ V}$ .

Ao mover a barra AB para a direita temos um movimento de elétrons para a direita. Usando a regra da mão direita aberta, polegar para a esquerda (contrário ao movimento dos elétrons), demais dedos para dentro da folha a palma fica dirigida para baixo. Isto implica em um movimento de elétrons no sentido de A para B ao longo do condutor AB. Como a corrente é contrária ao sentido do movimento dos elétrons, teremos uma corrente no sentido de B para A, ou seja no sentido anti-horário. Assim, nenhuma das quatro primeiras opções é correta.

**Resposta: letra (e)**

**25.** Um medidor de intensidade luminosa indica que uma placa de vidro interposta a um feixe de luz incidente permite a passagem de **80%** da intensidade original  $I_0$ . Obtenha uma expressão para a intensidade  $I_n$  (quando  $n$  placas iguais forem interpostas) como função de  $I_0$  e  $n$ . Determine também, o número mínimo de placas que devem ser interpostas para que a intensidade seja menor que **20%** de  $I_0$ .

Dado:  $\log 5 = 0,699$ .

- a)  $I_n = (0,8)^n \times I_0$  e 7 placas.
- b)  $I_n = (0,2)^n \times I_0$  e 2 placas.
- c)  $I_n = (0,8)^n \times I_0$  e 8 placas.
- d)  $I_n = (0,8)^n / n \times I_0$  e 5 placas.
- e) nenhuma das anteriores.

**Solução:-** Após a primeira placa teremos  $I_1 = 0,8I_0$ . Após a segunda, a intensidade será  $I_2 = 0,8I_0.0,8 = (0,8)^2I_0$ . Assim, após a placa de número  $n$ , teremos  $I_n = (0,8)^n.I_0$ .

Para se obter 20% de  $I_0$ , devemos ter  $0,2I_0 = (0,8)^n.I_0 \rightarrow 0,8^n = 0,2 \rightarrow$  Calculando as potências sucessivas de 0,8, teremos  $0,8^6 = 0,262144$ ;  $0,8^7 = 0,2097152$ ;  $0,8^8 = 0,16777216$ . Portanto são necessárias um mínimo de 8 placas.

**Resposta: letra (c)**

01. Os textos abaixo são trechos extraídos de diversas fontes. Sua tarefa será a de associar cada texto (enumerados de I a V) com a fonte adequada (designadas de a a e).

(I)

(...). In the preparation of this dictionary a number of points had to be decided upon at the outset. The first, of course, was the nature and scope of the work contemplated. In this respect my aim has been to provide an everyday working tool for as large a number of persons as possible ranging from beginning students of the language to teachers of Portuguese; from travelers, translators, exporters and importers, to technicians, engineers, scientists, professional people, government officials and diplomats anyone, in fact, who for any reason may wish to look up a word in Portuguese. (...)

(II)

(...) The enclosed application form for admission to the graduate school of your university will give my vital statistics. However, I would like to point out that I have just received the M..S. degree in Chemistry with highest honors. (...)

(III)

(...) Much of his boyhood was spent hunting and fishing and exploring the wild country of northern Michigan, the scene of many of his short stories. After graduating from high school, he got a job as a cub reporter for the Kansas City Star, o newspaper well-known for its high standards. Soon his experiences in World War I were to provide material for more short stories and for two early novels which later became classics.

(IV)

( ...) The aim? To help young people grow strong in body, mind and spirit. To learn more, contact your local Salvation Army. We're there because you care.

(V)

(...) A lot of thought has gone into making this somewhat informal section interesting, provocative, and most of all, informative. we re hoping that readers will look forward to reading it in every issue of ELETRONIC DESIGN. We think you ll enjoy it we d appreciate hearing your ideas and thoughts. (...)

a- uma carta

c- um editorial

e- uma biografia

b- uma propaganda

d- um prefácio

(A) I-c; II-e; III-a; IV-b; V-d

(B) I-c; II-e; III-a; IV-d; V-b

(C) I-c; II-a; III-e; IV-b; V-d

(D) I-d; II-a; III-e; IV-b; V-c

(E) I-d; II-a; III-e; IV-C; V-b

### RESOLUÇÃO

O texto I trata do prefácio de um dicionário destacando a natureza e finalidade da obra.

O texto II se refere a uma carta de alguém interessado em ser admitido em uma faculdade.

Na passagem III tem-se a biografia de um escritor.

No texto IV encontra-se uma mensagem de propaganda, convidando o leitor a entrar em contado com o Exército da Salvação.

O texto V é um editorial que introduz uma nova seção na publicação "Electronica Design" (Projeto Eletrônico).

**Alternativa: d)**

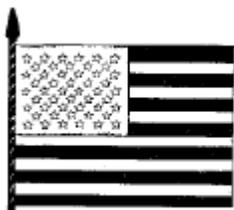
- 02.** A sentença "However, I would like to point out that I have just received the M. S. degree in Chemistry with highest honors", extraída do item II da questão anterior, poderia ser traduzida por:
- (A) Assim, gostaria de enfatizar o fato de que acabei de receber o grau M. S. em Química com grande honra.
- (B) Entretanto, gostaria de enfatizar que acabei de receber o título de mestre em Química obtendo nota máxima.
- (C) Assim, gostaria de apontar para o fato de que logo receberei o grau de mestre em Química com as mais altas honras.
- (D) Entretanto, gostaria de apontar para o fato de que acabei de receber o grau de mestre em Química com a maior honra.
- (E) Assim, gostaria de enfatizar que recebi o grau M. S. em Química com a maior honra.

### RESOLUÇÃO

A palavra "however" traduz-se por "entretanto". O verbo preposicionado "to point out" significa "enfatizar" e "highest honors", literalmente "as mais altas honras" significa, neste contexto, "nota máxima".

**Alternativa: b)**

O texto abaixo, extraído da folha de São Paulo, de 12/01/90, é o assunto das questões 03, 04, 05 e 06. Leia-o atentamente.



### MADE IN JAPAN

Every year, Americans Salute more and more American flags that weren't made in America. Flags that bear the stars and stripes and little tags reading Made in Japan or Taiwan or Hong Kong.

Those flags aren't the only things with such labels. As lowwage, foreign goods flood the market, American industries shut down. As industries shut down, people lose jobs.

When people lose their jobs, they can't buy the things you make. Chances are if Betsy Ross (the Philadelphia seamstress who made, the first American flag for George Washington) were alive today, she'd be standing in line for her unemployment check.

So help yourself and help us by looking for the union label in everything you buy. You can find our label in women's and children's garments.

This label stands for the creativity of American design, the skill of American workmanship, the importance of American jobs.

- 03.** O texto publicitário que você acabou de ler, defende:
- (A) as exportações americanas para o Japão, Taiwan ou Hong-Kong;
- (B) a bandeira americana confeccionada por Betsy Ross;
- (C) o excesso de ofertas de emprego nas indústrias norte-americanas;
- (D) a indústria norte-americana, seus produtos e funcionários;
- (E) os produtos importados pelos americanos, vindos do Japão, de Taiwan ou de Hong-Kong.

### RESOLUÇÃO

O texto comenta o fato de que os americanos estão comprando cada vez mais produtos importados e aponta para o perigo que isto encerra: fechamento de indústrias e desemprego. Com este argumento defende a indústria americana. **Alternativa: d)**

**04.** O texto pede que o consumidor americano:

- (A) compre artigos importados;
- (B) compre apenas as roupas femininas e infantis fabricadas no Japão, em Taiwan ou em Hong-Kong;
- (C) certifique-se de que está adquirindo um produto americano, verificando a etiqueta;
- (D) confira a etiqueta para ter certeza de que o produto que está adquirindo não é contrabandeado;
- (E) evite o consumismo excessivo.

#### **RESOLUÇÃO**

No 4º parágrafo o texto insiste para que seja observada a etiqueta de produto americano em tudo que se compra, citando roupas femininas e infantis. **Alternativa: c)**

**05.** A expressão "So help yourself and help us" retirada do anúncio poderia ser traduzida por:

- (A) Então ajude a você mesmo e ajude-nos.
- (B) Então sirva-se e sirva-nos.
- (C) Então sirva-se e ajude-nos.
- (D) Mas ajude a você mesmo e sirva-nos.
- (E) Mas sirva-se e ajude-nos.

#### **RESOLUÇÃO**

A expressão "help yourself" pode ter dupla tradução. Ela significa "sirva-se" ou "ajude-se". Neste contexto, está clara a idéia de que o leitor estará "ajudando a si mesmo", consumindo produtos americanos. **Alternativa: a)**

**06.** A expressão "foreign goods flood the market", também retirada do anúncio, significa que:

- (A) o grande número de estrangeiros é bom para o mercado americano;
- (B) produtos estrangeiros inundam o mercado interno americano;
- (C) as enchentes no exterior não são boas para o mercado americano;
- (D) bons produtos estrangeiros inundam o mercado interno americano;
- (E) os estrangeiros são bons para o mercado americano.

#### **RESOLUÇÃO**

As palavras "Foreign goods" significam "os produtos (mercadorias) estrangeiros (estranfeiras)." O verbo "to flood" equivale a "inundar". **Alternativa: b)**

O texto abaixo, extraído de SERENDIB, vol. 8, nº 5, de set-out 1989, é o assunto da questão 07 leia-o com atenção.



### Vital Statistics

**Size:** 65.610 square km

**Location:** 880 kilometres north of the equator, off the southern tip of India

**Capital:** Sri Jayewar-denepura Kotte (102.000)

**Commercial Capital:** Colombo (643.000)

**Population:** 16.4 million

**Density:** 254 persons per square kilometre

**Life expectancy at birth:** 67.6 male; 70.9 female

**Languages:** Sinhala, Tamil, English.. English is widely spoken throughout Sri Lanka, except in remote villages.

**Literacy rate:** 87.2 per cent

**Annual per capita income:** US\$360

**Ethnic groups:** sinhalese 74 per cent; Tamil is 18,1 per cent; Muslims 7,1 per cent;

Burghers(descendants from Dutch and Portuguese colonists) and others 0.8 per cent

**Religions:** Buddhism 69 per cent; Hinduism is per cent; Christianity 7 per cent; Islam 7 per cent

**Major exports:** Tea, rubber, coconut, gemstones, textiles, garments

**Labour force:** 46 per cent agriculture; 29 per cent industry and commerce; 19 per cent services

**07.** Lendo as informações sobre Sri Lanka, concluímos que:

I- a expectativa de vida é maior para homens que para mulheres.

II- todos os habitantes do país falam Inglês.

III- é grande o número de analfabetos.

IV- o grupo étnico Burghers é formado por descendentes de colonizadores dinamarqueses e portugueses.

(A) os itens I, II, III e IV são verdadeiros

(B) os itens I, II, III e IV são falsos;

(C) apenas o III é falso;

(D) apenas o IV é verdadeiro;

(E) apenas o II é verdadeiro.

### RESOLUÇÃO

Segundo o texto, temos as seguintes informações:

1) expectativa de vida: homens: 67,6 - mulheres: 70,9

2) línguas: o inglês é falado em todo Sri Lanka, exceto em povoados remotos.

3) taxa de alfabetização: 87,2%

4) Burghers - grupo étnico descendente de colonizadores holandeses e portugueses.

**Alternativa: b)**

**08.** A alternativa que corretamente preenche a lacuna de:

He is \_\_\_\_\_ far the most intelligent man I know.

(A) at;

(B) on;

(C) in;

(D) by;

(E) of.

### RESOLUÇÃO

A expressão "BY FAR" traduz-se por "de longe", "disparidamente" "Ele é, de longe, o homem mais inteligente que eu conheço. **Alternativa: d)**

**09.** A alternativa que corretamente preenche as lacunas I e II de:

The aeroplane took \_\_\_\_\_ six o'clock.

(I) (II)

é:	I	II
(A)	off	at
(B)	up	in
(C)	upwards	at
(D)	on	on
(E)	away	up

### Resolução:

O verbo preposicionado "to take off" significa, entre outras coisas, "decolar". Quando se define a hora, usamos a preposição "AT"?

"O avião decolou às 6 horas." **Alternativa: a)**

**10.** A alternativa que corretamente preenche a lacuna de:

Mr. Bernardes will arrive a week \_\_\_\_\_ today.

a) on;                      b) of;                      c) within;                      d) in;                      e) from.

### RESOLUÇÃO

"O Sr. Bernardes [de hoje; daqui a uma semana]" A preposição que indica procedência de lugar ou tempo é "from". **Alternativa: e)**

**11.** A alternativa que corretamente preenche a lacuna de:

Please come to class before 8 a.m. \_\_\_\_\_

(A) of now in;                      (C) by now later;                      (E) at now after.

(B) from now on;                      (D) on now on;

### RESOLUÇÃO

A expressão "from now on" significa "de agora em diante" ou, "daqui para frente".

**Alternativa: b)**

12. A alternativa abaixo que preenche a lacuna de:

Buses here never arrive \_\_\_\_\_ time. DANDO IDÉIA DE PONTUALIDADE.

- (A) on; (C) in; (E) up.  
(B) at; (D) by;

### RESOLUÇÃO

A expressão on time significa na hora (pontualmente). **Alternativa: a)**

13. A alternativa abaixo que corretamente reeche as lacunas I e II de:

\_\_\_\_\_ what he says, she was born.

(I)

\_\_\_\_\_ March 25, 1970.

(II)

- | I                   | II |
|---------------------|----|
| (A) according to    | in |
| (B) according with  | on |
| (C) accordance to   | in |
| (D) according to    | on |
| (E) accordance with | in |

### RESOLUÇÃO

A locução prepositiva "de acordo com" equivale, em inglês, a according to. A preposição on é usada antes do dia do mês ou da semana. **Alternativa: d)**

14. A alternativa abaixo que preenche a lacuna de:

I ran \_\_\_\_\_ an old friend of yours yesterday. DANDO A IDÉIA DE ENCONTRAR-SE POR ACASO

- (A) into; (C) out; (E) down.  
(B) unto; (D) up;

### RESOLUÇÃO

O "phrasal verb" "run into", entre outros significados, dá a idéia de encontrar alguém por acaso. **Alternativa: a)**

15. A alternativa que corretamente preenche a lacuna de:

I always go to school \_\_\_\_\_ foot.

- (A) of; (C) at; (E) in.  
(B) by; (D) on;

### RESOLUÇÃO

Usa-se a preposição on antes de foot para significar "a pé". **Alternativa: d)**

16. Assinalar a alternativa em que os tempos primitivos de to beat estejam corretos.

- | Past Tense | Past Participie |
|------------|-----------------|
| (A) beat   | beat            |
| (B) beat   | beaten          |
| (C) bit    | bit             |
| (D) bet    | bet             |



to lie	lied I	ied	= mentir
to lay	laid	laid	= pôr, arrumar

21 Not many people read (I) poetry, but quite (II) few read (III) novels.

	I	II	III
(A)	*	a	*
(B)	the	*	*
(C)	a	a	*
(D)	*	*	*
(E)	a	the	the

### RESOLUÇÃO

O substantivo abstrato poetry está sendo usado no sentido geral, portanto não se usa artigo definido the. Tampouco usamos o artigo indefinido a, pois é um substantivo incontável, que significa poesia, enquanto estilo literário. (compare com a poem, some poems)

few (= poucos/as)

a few (= alguns, algumas)

Não se usam artigos, indefinido (a) ou definido (the), diante de palavras plurais com sentido geral.

**Alternativa: a)**

22. When he was (I) librarian in Africa he had (II) higher salary than he has now as (III) teacher in this country.

	I	II	III
(A)	*	*	*
(B)	a	*	the
(C)	the	*	the
(D)	a	a	a
(E)	the	the	the

### RESOLUÇÃO

Os artigos indefinidos a e an são usados antes de substantivos contáveis no singular. librarian (bibliotecário) salary (salário) teacher (professor/a) **alternativa: d)**

23. (I) more it rains, (II) worse (III) roads will be.

	I	II	III
(A)	a	the	the
(B)	the	the	the
(C)	*	*	the
(D)	*	the	*
(E)	a	*	*

### RESOLUÇÃO

Usa-se a construção the + comparative ... the + comparative (quanto mais ... mais ...) para expressar "gradual increase" (aumento paralelo) Quanto mais chover, piores ficarão as estradas.

**Alternativa: b)**

24. I next went to buy (I) packet of cigarettes. I don't smoke myself, but my wife does and she likes (II) most expensive ones available; (III) older she gets (IV) more demanding she becomes.

- |     | I   | II  | III | IV  |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| (A) | *   | *   | an  | a   |
| (B) | *   | the | an  | a   |
| (C) | a   | a   | the | *   |
| (D) | the | a   | an  | a   |
| (E) | a   | the | the | the |

**RESOLUÇÃO**

packet (maço) substantivo contável no singular, portanto usase a the é normalmente usado antes do superlativo: the most expensive (o mais caro) The older she gets the more demanding she becomes. (Quanto mais velha ela fica, mais exigente ela se torna)

**Alternativa: e)**

25. After we had talked for (I) few minutes, I went home and had (II) dinner with (III) my family.

- |     | I   | II  | III |
|-----|-----|-----|-----|
| (A) | *   | a   | *   |
| (B) | the | the | the |
| (C) | a   | a   | the |
| (D) | *   | the | the |
| (E) | a   | *   | *   |

**RESOLUÇÃO**

a few (alguns, algumas)

Normalmente não se usa artigo antes de nomes de refeições (dinner)

Não se usa artigo antes de possessivo (my) **Alternativa: e)**

26. My new watch is \_\_\_\_\_ my old one.

- |                     |                       |                  |
|---------------------|-----------------------|------------------|
| (A) accurater;      | (C) so accurate as;   | (E) accurate 1y. |
| (B) as accurate as; | (D) more accurate as; |                  |

**RESOLUÇÃO**

as accurate as (tão preciso quanto) Trata-se do uso do grau comparativo de igualdade

**Alternativa: b)**

27. I am not as good at football as he is ?

- |               |           |         |
|---------------|-----------|---------|
| (A) aren't I; | (C) no;   | (E) am. |
| (B) is he;    | (D) am I; |         |

**RESOLUÇÃO**

Trata-se do uso comum de Tag question. Quando a oração é negativa (I am not) a tag question é composta do verbo auxiliar sem negação seguido do sujeito. **Alternativa: d)**

28. She asked me if I had (I) seen a submarine, and I answered I had (II) .

- | I           | II  |
|-------------|-----|
| (A) ever    | not |
| (B) always  | no  |
| (C) ever    | no  |
| (D) never   | yes |
| (E) already | yet |

### RESOLUÇÃO

Trata-se do uso do advérbio ever (já, alguma vez) muito usado com os perfect tenses. Had not, uso comum de verbo auxiliar + not **Alternativa: a)**

29. She bought \_\_\_\_\_ cloth; it will make two sheets.

- |             |           |         |
|-------------|-----------|---------|
| (A) too;    | (C) many; | (E) an. |
| (B) enough; | (D) such; |         |

### RESOLUÇÃO

O advérbio enough (bastante, suficiente) é colocado depois de adjetivos, mas antes de substantivos (enough cloth = bastante tecido) **Alternativa: b)**

30. The prisoner tried to conceal the truth \_\_\_\_\_ the judge.

- |         |           |             |
|---------|-----------|-------------|
| (A) on; | (C) of;   | (E) behind. |
| (B) by; | (D) from; |             |

### RESOLUÇÃO

Trata-se do uso do phrasal verb "to conceal from" (esconder, ocultar de) **Alternativa: d)**

Antes de responder às questões de nº 1 a 7, leia com atenção o texto abaixo:

### SUGESTÃO

- Sede assim - qualquer coisa  
Serena, isenta, fiel.  
Flor que se cumpre,  
Sem pergunta.
- 5- Onda que se esforça,  
par exercício desinteressado.  
Lua que envolve igualmente  
os noivos abraçados  
e os soldados já frios.
- 10- Também como este ar da noite:  
sussurrante de silêncios,  
cheio de nascimento e pétalas.  
Igual à pedra detida,  
Sustentando seu demorado destino.
- 15- E a nuvem, leve e bela,  
vivendo de nunca chegar a ser.  
À cigarra, queimando-se em música,  
ao camelo que mastiga a sua longa solidão,  
ao passáro que procura o fim do mundo,
- 20- ao boi que vai com inocência para a morte.  
Sede assim qualquer coisa  
Serena, isenta, fiel.  
Não como o resto dos homens.
- 01.** Assinale a opção em que os termos desempenham a mesma função sintática:  
(A) flor - ar - destino;  
(B) nascimentos - pétalas - pedra detida;  
(C) coisa - sem pergunta - onda;  
(D) ar - cheio - igual;  
(E) coisa - abraçados - solidão.

#### Resolução:

Nascimentos e pétalas são complementos do nome cheio; pedra detida é complemento do nome igual.

Os demais termos são:

Flor: predicativo do sujeito	cheio: predicativo do sujeito
Ar: sujeito	igual: predicativo do sujeito
Destino: objeto direto	abraçados: adjunto adnominal
Coisa: predicativo do sujeito	solidão: objeto direto
Sem pergunta: adjunto adverbial	onda: predicativo do sujeito

**Alternativa: b)**

- 02.** A crase em 'à pedra' e 'à nuvem' foi motivada pelo mesmo motivo (prep. + art.) que em;  
(A) Infenso à fama, mudou-se para o Interior  
(B) Assine os documentos à vista do comprador  
(C) Por poucos cruzeiros, matou-o à bala.  
(D) Estão fora de moda os penteados à Elvis.  
(E) Às que pouco se esforçam, surgem-lhes às vezes oportunidades.

**Resolução:**

- A crase em “à pedra” e “à nuvem” tem como motivo serem essas expressões complementos nominais do adjetivo igual. Tal adjetivo rege a preposição a e os dois substantivos “pedra” e “nuvem” aceitam artigo
- “à vistade” (B) locução prepositiva feminina.
- “à bala” (C) locução adverbial feminina.
- “à Elvis (D) locução prepositiva com elementos eleípticos: “à moda de “.
- “às que” (E) preposição + pronome demonstrativo = “àquelas que”.

**Alternativa: a)**

**03.** Assinale a opção em que ocorreu a figura de estilo chamada paradoxo:

- (A) "Flor que se cumpre, sem pergunta."
- (B) "e os soldados já frios."
- (C) "sussurrante de silêncios"
- (D) "sustentando seu demorado destino."
- (E) "ao pássaro que procura o fim do mundo".

**Resolução:**

O paradoxo decorre da aparente conciliação de elementos inconciliáveis, o que gera nítida sensação de absurdo, como em “sussurrante de silêncios”.

**Alternativa: c)**

**04.** Se, em vez de 'camelo', o autor houvesse optado pelo emprego de 'borboleta', como ficaria, respeitando o padrão estilístico da forma original; a oração adjetiva?

- (A) que abana sua obsequiosa inquietude;
- (B) que foge do seu voraz predador;
- (C) que pousa nas flores de nossa praça;
- (D) que bate suas asas azuis;
- (E) que busca o néctar das flores.

**Resolução:**

Na expressão “ao camelo que mastiga a sua longa solidão” temos um verbo que exprime ação pertinente ao sujeito, mas que tem como complemento algo abstrato, não adequado ao sentido literal do verbo: não se mastiga a longa solidão.

Todas as demais alternativas fazem afirmações pertinentes, em que as palavras mantêm seu significado corrente.

Em “borboleta que abana sua obsequiosa inquietude” temos o mesmo padrão estilístico: inquietude (qualidade modificada pelo adjetivo obsequiosa) tomada como algo concreto, completando o verbo “abandar”, que é pertinente à borboleta.

**Alternativa: a)**

Instruções para as questões 5 e 6.

Em cada uma das questões abaixo, apresentam-se três afirmações, as quais podem ser corretas ou incorretas. Após ler atentamente o poema e as afirmações propostas, assinale:

- A Se todas forem corretas.
- B Se todas forem incorretas.
- C Se apenas a I for correta.
- D Se apenas a II for correta.
- E Se apenas a III for correta.

**05.** Supondo correto que

"A organização básica do poema se faz a partir de uma comparação: que 'a' (elemento comparado) seja 'b' (termo ou base da comparação) como 'c' e não como 'd' (elementos comparantes)".

podemos afirmar que:

- I- O elemento comparado ('a'), pessoa com quem se fala, pode ser o próprio leitor.
- II- A pessoa com quem se fala é exortada a ser "qualquer coisa/serena, isenta, fiel." (termo da comparação).
- III- Diversos, os elementos comparantes ( 'c' e 'd') pertencem respectivamente a uma ordem natural idealizada (do verso 3 ao verso 20) e ao universo humano real (verso 23).

- (A) A
- (B) B
- (C) C
- (D) D
- (E) E

**Resolução:**

Temos aqui um exercício de lógica que parte de uma suposição sobre o poema “Sugestão” (in Mar absoluto), de Cecília Meireles. Essa suposição, assumida como correta no enunciado da questão, pode ser assim resumida: que a seja b, assim como c, e não como d.

Montando o raciocínio:

**a**, o “elemento”, é o destinatário do poema, o interlocutor do enunciador;

**b**, o “termo comparação”, é aquilo com que **a** deve se identificar do enunciador: “ – qualquer coisa/serena, isenta, fiel”;

**c** é a série de “elementos comparantes” contidos entre os versos 3 e 20: “flor”, “onda”, “ar da noite”, pedra”, “nuvem”, “cigarra”, “camelo”, “pássaro” e “boi”.

**a** é exortado a imitá-los, uma vez que se identificam com b;

**d** é o “elemento comparante” contido no verso 23 (“o resto dos homens”) do qual a deve se diferenciar.

**Alternativa: a)**

**06.** Baseando-nos no texto, podemos afirmar que:

I- Ao sentimento de desencanto, sugerido pelo verso final, sobrepõe-se o apelo para que o homem volte a se integrar num universo natural idealizado em que se encontram as qualidades 'serenidade, isenção e fidelidade'.

II- Ao sentimento generalizado de frustração e rebeldia sobrepõe-se, ao final, a ordem - expressa pela forma imperativa do verbo 'ser': deve o homem, para não ser como 'o resto', afastar-se do materialismo das coisas.

III- Não obstante o sentimento de desilusão do verso final, o poeta está convencido de que o homem integrará o universo natural idealizado, visto que são poucos os que não se mantêm fiéis às qualidades de 'serenidade', isenção e fidelidade', as quais estão no princípio de todas as coisas.

- (A) A
- (B) B
- (C) C
- (D) D
- (E) E.

**Resolução:**

As afirmações II e III distorcem o significado do poema.

Em II, é atribuído o sentido de ordem ao imperativo do verbo se, quando, na verdade, ele é empregado como exortação ou apelo, como corretamente interpreta a afirmação I.

Além disso, o poema não propõe o “afastar-se do materialismo das coisas”.

Em III, afirma-se que “o poeta está convencido de que o homem integrará o universo natural idealizado”, o que não é verdade. Em momento algum, o poeta manifesta essa certeza, mas sugere a aspiração de tal integração ocorresse. Por outro lado, o poema não permite a suposição de que a minoria dos homens se mantém fiel às qualidades louvadas.

**Alternativa: c)**

07. Assinale a opção cujos elementos, do poema, melhor representam (metaforicamente) as qualidades "isenção (imparcialidade) e fidelidade (abnegação)":

- (A) Noivos e pétalas
- (B) Onda e morte
- (C) Lua e Pedra
- (D) Ar da noite e soldados
- (E) Flor e nuvem.

**Resolução:**

Os elementos que, metaforicamente, melhor representam as qualidades "isenção(imparcialidade) e fidelidade (abnegação)" estão contidos na alternativa C: Lua e Pedra. A Lua não discrimina "os noivos abraçados/ e os soldados já frios", isto é, o amor e o ódio, bem como a vida e a morte, portanto é isenta (imparcial).

A pedra, "detida, sustenta "seu demorado destino", o que sugere persistência e constância , portanto é fiel (abnegada).

**Alternativa: c)**

Instruções para as questões 8, 9, 10 e 11.

Nas questões 8, 9, 10 e 11 Você deve indicar a opção que melhor preenche as lacunas, observando a propriedade das palavras ou locuções, a correção gramatical, a coerência e a seqüência das idéias.

08. "O repouso é uma das grandes armas \_\_\_\_\_ se utiliza a medicina; \_\_\_\_\_ ele traz, embutidas \_\_\_\_\_, múltiplas respostas nocivas."

- (A) curativas - das quais - p or isso - nele mesmo
- (B) contraditórias - de que - todavia - por si próprias;
- (C) terapêuticas - de que - entretanto - em si próprio;
- (D) tradicionais - do qual - por conseguinte - em si próprias;
- (E) benéficas - com que - não obstante - por si mesmas.

**Resolução:**

Utilizam-se a preposição **de**, por isso "de que se utiliza". A contradição entre "uma das grandes armas terapêuticas" e "múltiplas respostas nocivas", é corretamente expressa pela conjunção entretanto, adversativa. "Em si próprio" refere-se ao 'reposuso".

**Alternativa: c)**

09. "A \_\_\_\_\_ lituana (movimento separatista) veio apenas \_\_\_\_\_ o juízo clássico de que, numa estrutura política marcada pela imobilidade e pelo extremo autoritarismo, os processos de abertura, por mais \_\_\_\_\_ que sejam, tendem a \_\_\_\_\_' um movimento que ultrapassa os limites pretendidos pelos governos."

- (A) secessão - ratificar - incipientes - deflagrar;
- (B) sucessão - robustecer - primitivos - estimular;
- (C) insurreição - retificar - insipientes - sublimar;
- (D) dissidência - corroborar - iminentes - denegrir;
- (E) sublevação - aviltar - fugidios - conter.

**Resolução:**

- secessão significa separação.
- Ratificar significa confirmar.
- Incipientes significa inexperiente, iniciantes
- Deflagar significa provocar, excitar.

**Alternativa: a)**

10. " \_\_\_\_\_ intromissões e insinuações de última hora, o Rio, por ter melhor \_\_\_\_\_, deverá sediar a 2<sup>a</sup>. Conferência Internacional sobre o Meio Ambiente, \_\_\_\_\_ mais de cem Chefes de Estado."

- (A) Salvas as - infra-estrutura - aonde comparecerão.
- (B) Mesmo que haja - infra-estrutura - à qual deverão comparecer.
- (C) Salvo - infra-estrutura - à que haverá de comparecer.
- (D) Apesar das - infra-estrutura - onde poderão comparecer.
- (E) A despeito das - infra-estrutura - em que haverão de comparecer.

**Resolução:**

A oposição existente entre “intromissões e insinuações” e “sediar a 2º Conferencia” é expressa pela locução conjuntiva mesmo que, concessiva.

O prefixo infra exige hífen diante de palavra iniciada por vogal h, r e s.

O verbo comparecer rege a preposição a, que funde com o a do relativo a qual (à qual).

**Alternativa: b)**

11. “Mesmo nas economias mais influenciadas pelo ideário liberal, o poder público dispõe de instrumentos legais para \_\_\_\_\_ a cartelização da oferta de certos itens, prática que se torna particularmente \_\_\_\_\_ no caso \_\_\_\_\_ controles grupais \_\_\_\_\_ produtos que não podem ser substituídos facilmente, ainda que tenham seus preços majorados.”

- (A) promover - benéfica - desses comercializarem;
- (B) fomentar - vantajosa - destes - comerciarem;
- (C) coibir - nefasta - de esses - incidirem sobre;
- (D) impedir - suscetível - de os - sobrevierem em;
- (E) moderar - benigna - dos - traficarem com.

**Resolução**

- coibir sinônimo de impedir, refrear, proibir;
- nefasta sinônimo de prejudicial, pernicioso;
- de esses, preposição e pronome separados, uma vez que o pronome integra um sujeito, termo que não pode ser preposicionado. Esses controles grupais é sujeito de incidirem.
- Incidirem sobre, verbo cuja regência está corretamente indicada.

**Alternativa: c)**

12. Assinale a opção correta quanto à pontuação:

- (A) Dos andares mais altos do Banco Central onde está instalada, a equipe do FMI pode avistar o prédio do Congresso Nacional - um mundo à parte, na Brasília - que sente os primeiros efeitos da recessão.
- (B) Dos andares mais altos do Banco Central onde está instalada a equipe do FMI, pode avistar o prédio do Congresso Nacional um mundo à parte na Brasília que sente os primeiros efeitos da recessão.
- (C) Dos andares mais altos do Banco Central, onde está instalada a equipe do FMI, pode avistar o prédio do Congresso Nacional um mundo à parte na Brasília, que sente os primeiros efeitos da recessão.
- (D) Dos andares mais altos do Banco Central, onde está instalada, a equipe do FMI pode avistar o prédio do Congresso Nacional, um mundo à parte na Brasília que sente os primeiros efeitos da recessão.
- (E) Dos andares mais altos do Banco Central onde está instalada, a equipe do FMI pode avistar o prédio do Congresso Nacional; um mundo à parte na Brasília, que sente os primeiros efeitos da recessão.

**Resposta:**

- “onde está instalada”: oração subordinada adjetiva explicativa deve vir entre vírgulas.
- “a equipe do FMI” é sujeito de pode avistar...”. Não se separa o sujeito do predicado por meio de vírgula.
- “na Brasília que se sente os primeiro...”. A determinação de Brasília pelo artigo indica que a adjetivo que segue é restritiva. Não cabe, pois, a vírgula.
- Não há por que separar o apostro “um mundo à parte...” por ponto-e-vírgula.

**Alternativa: d)**

Instruções para as questões 13 e 14.

As quatro frases de cada uma das questões abaixo podem ser corretas ou incorretas. Verifique quais apresentam, ou não, infração de regras gramaticais e/ou restrições estilísticas e, observando cuidadosamente o número de cada questão, assinale:

- A) Se for correta somente a frase 1.
- B) Se for correta somente a frase 2.
- C) Se for correta somente a frase 3.
- D) Se for correta somente a frase 4.
- E) Se todas forem incorretas.

13.

- 1- O arroz parboilizado, o agulhinha com coloração amarela, segundo o proprietário da arrozeira, contém mais vitaminas do que o agulhinha branco.
- 2- O médico, que defendia a descriminação do aborto, havia dito: "Sou a favor de que o aborto saia já do Código Penal!"
- 3- Um agente de segurança daquele "shopping" surpreendeu, há uns dias atrás, um caixa fraudando a empresa em cumplicidade com uma amiga.
- 4- Previsão: céu nublado, com períodos de chuva forte todo dia em lugares isolados.

- (A) A
- (B) B
- (C) C
- (D) D
- (E) E

**Resolução:**

- Na frase 2 faltou o ponto final após as aspas. Também ficaria melhor “disse” em lugar de ‘havia dito’.
- Na frase 3 existe o pleonasma “há uns dias atrás”.
- Na frase 4 a expressão correta seria “todo o dia”.

**Alternativa: a)**

14.

- 1- Muitos são, ao mesmo tempo, portadores de doenças cardíacas e reumatológicas.
- 2- Você pode ir ao Banco para mim? Inclusive, vai chover, e eu tenho que passar pelo colégio para apanhar a Marina;, antes das 4:30 hs.
- 3- O Governo quer saber porque insumos e tratores custam menos ao exportar do que no mercado interno.
- 4- As forças policiais não interviam apesar de já haver ocorrido três choques entre os grevistas.

- (A) A
- (B) B
- (C) C
- (D) D
- (E) E

**Resolução:**

- A forma convencional para indicação de horário é 4h 30 min;
- “inclusive” não tem o valor de “além disso”;
- “...quer saber por que...” (por que = por qual razão);
- As forças policiais não intervieraam... (intervir segue o modelo de vir)

**Alternativa: a)**

15. Assinale o texto que estilística e gramaticalmente expressa, com a necessária clareza, ênfase e correção, a indicação de cada frase, dada nos parênteses.

- I- A Igreja viveu verdadeira 'Via Crucis' no México. (Oração Principal)
- II- Noventa por cento da população do México ser católica. (Oposição)
- III- A essa 'Via Crucis' não faltou uma cruenta perseguição religiosa. (Atributo de I)

- (A) Dado que 90% da população no México seja católica, a Igreja mexicana viveu verdadeira 'Via Crucis' à qual não faltou cruenta perseguição religiosa.

- (B) A Igreja viveu verdadeira 'Via Crucis' no México, mas 90% de sua população são de católicos, e a isso não faltou cruenta perseguição religiosa.
- (C) Sendo 90% da população católica, a Igreja viveu no México uma verdadeira 'Via Crucis', onde não faltou uma cruenta perseguição religiosa.
- (D) Não obstante 90% da população seja católica, a Igreja viveu no México verdadeira 'Via Crucis', a que não faltou cruenta perseguição religiosa.
- (E) Apesar de que uma cruenta perseguição religiosa não haja faltado, a Igreja viveu uma verdadeira 'Via Crucis' no México, cujo 90% por cento de sua população é católica.

**Resolução:**

A oração subordinada adverbial concessiva “ não obstante 90% da população seja católica”, anteposta à oração principal, deve ser separada por vírgula. Nas alternativas A e C, não se caracteriza expressamente a idéia de oposição, nas alternativas B e E o atributo não está vinculado à “Via Crucis”.

**Alternativa: d)****16.** Assinale a opção que melhor reestrutura gramatical e estilisticamente - o seguinte grupo de frases.

"Os Estados Unidos e a União Soviética se revezam no primeiro lugar no quadro geral de medalhas. Isso desde os Jogos de Londres, acontecidos 1948. Para esses países a hipótese da formação de uma única equipe olímpica alemã surge como uma ameaça. É que no esporte, área onde as negociações tendem a ser mais amenas, essa hipótese também surge como uma possibilidade factível."

(A) Os Estados Unidos e União Soviética se revezam no primeiro lugar no quadro geral de medalhas desde os Jogos de Londres em 1948, e a hipótese da formação de uma única equipe olímpica alemã surge para os mesmos como possibilidade factível e como uma ameaça, pois o esporte é área em que as negociações tendem a ser mais amenas.

(B) A hipótese da formação de uma única equipe alemã surge como uma possibilidade factível e como uma clara ameaça para os Estados Unidos e a União Soviética, no esporte, área onde as negociações tendem a ser mais amenas, embora aqueles países se revezem no primeiro lugar no quadro geral de medalhas, desde os Jogos de Londres, em 1948.

(C) Desde 1948, nos Jogos de Londres, Estados Unidos e União Soviética se revezam no primeiro lugar no quadro geral de medalhas, mas a hipótese da formação de uma única equipe olímpica alemã surge como forte possibilidade factível e ameaça também para eles no esporte, área na qual as negociações tendem a ser mais amenas.

(D) No esporte, área em que as negociações tendem a ser mais amenas, a hipótese da formação de uma única equipe olímpica alemã surge como forte possibilidade e clara ameaça para os Estados Unidos e União Soviética, países que se revezam no primeiro lugar no quadro geral de medalhas, desde os Jogos de Londres, em 1948.

(E) Apesar dos Estados Unidos e União Soviética se revezarem no primeiro lugar no quadro geral de medalhas, desde os Jogos de Londres, em 1948, a hipótese para eles da formação de uma única equipe alemã surge como uma ameaça, pois é no esporte, área onde as negociações alemãs tendem a ser as mais amenas, que essa hipótese surge como uma possibilidade fortemente factível.

**Resolução:**

- As demais alternativas apresentam o deselegante pleonasma “possibilitando factível”.
- Na alternativa A, faltou a vírgula depois de Londres e o acento na palavra “hipótese”.
- A preposição não se combina com artigos que determinam sujeito de infinitivo. Assim, ao invés de “apesar dos Estados Unidos... se revezarem”, deve-se escrever “apesar de os Estados Unidos...se revezarem.”

**Alternativa :d)****17.** Assinale a opção em que todas as formas verbais estão corretas:

- (A) águo, coubéssemos, ceiemos, descreu, confieis;
- (B) revir, possui, provêem, reouve, precaveu;

- (C) benquisesse, valho, caibo, cri, trouxesse;
- (D) lêem, crêem, dêem, vêem, eles retém;
- (E) ides, vades, frijo, entreviu, riais.

**Resolução:**

Há registro do verbo interver, equivalente a entrever. Assim, teoricamente, a alternativa E também estaria correta. É correta a forma “entreviu”. Não há contexto que obrigue a pensar no verbo intervir.

**Alternativa b) e também e)**

18. Assinale a opção cujas palavras eruditas correspondem respectivamente, quanto ao significado, às expressões "inflamação de um músculo, governo de poucos, relativo ao ferro e derramamento de pus".

- (A) nevralgia, oligofrenia, sideral purulento;
- (B) nevralgia, plutocracia, estelar, menorria;
- (C) miite, oligarquia, sidérico, piorria;
- (D) pericardite, anarquia, êneo, seminífero;
- (E) mielite, monarquia, férreo, pustulento. ,

**Resolução:**

Os elementos formadores das palavras e questão são todos de origem grega:

- miite: de mi(o), músculo + ite, inflamação. Existe também a forma miosite.
- Oligarquia: de olig(o), pouco + arquia, referente a quem comanda.
- Sidérico: de sider(o), ferro, aço + iço, sufixo formador de vocábulos eruditos.
- Piorria: de pi(o), pus § re(o), fluxo, corrente.

**Alternativa: c)**

19. Em "Assim que viu que já eram sete horas, lembrou-se Ana Rita num sobressalto, que fez com que suas pernas bambeassem, de que se esquecera do encontro que ela combinara para as seis." temos, do ponto de vista sintático:

- (A) um período composto por coordenação e subordinação;
- (B) seis orações subordinadas, sendo as duas iniciais respectivamente oração adverbial temporal e oração adjetiva;
- (C) um período composto por subordinação, cujas orações são todas subordinadas substantivas e subordinadas adjetivas;
- (D) um período composto por subordinação, cuja oração principal é “lembrou-se Ana Rita um sobressalto”.
- (E) um período composto por coordenação e subordinação, cuja oração principal é "Assim que viu que já eram sete horas".

**Resolução:**

Assim que viu (1) que já eram sete horas (2) lembrou-se Ana Rita num sobressalto (3) que fez (4) com que suas pernas bambeassem (5) de que esquecera do encontro (6) que ela combina para as seis (7)

1 – 2

1 – 3 – 4

1 – 3 – 4 – 5

1 – 3

1 – 3 – 6

1 – 3 – 6 – 7

- (1) Oração subordinada adverbial temporal
- (2) Oração substantiva objetiva direta
- (3) Oração principal
- (4) Oração subordinada adjetiva explicativa
- (5) Oração subordinada objetiva direta
- (6) Oração subordinada substantiva objetiva indireta
- (7) Oração subordinada adjetiva restritiva.

**Alternativa: d)**

20. Assinale o texto que, pela linguagem e pelas idéias, pode ser considerado como representante da corrente Naturalista.

- (A) "... essa noite estava de veia para a coisa; estava inspirada; divinal Nunca dançara com tanta graça e tamanha lubricidade! Também cantou. E cada verso que vinha de sua boca [...] era um arrulhar choroso de pomba no cio. E [...], bêbado de volúpia, enroscava-se todo ao violão; e o violão e ele gemiam com o mesmo gosto, grunhindo, ganindo, miando, com todas as vozes de bichos sensuais, num desespero de luxúria que penetrava até ao tutano com línguas finíssimas de cobra."
- (B) "Na planície avermelhada dos juazeiros alargavam duas manchas verdes. Os infelizes tinham caminhado o dia inteiro, estavam cansados e famintos, [...]"
- (C) Fazia horas que procuravam uma sombra.
- (D) A folhagem dos juazeiros apareceu longe, através dos galhos pelados da catinga raia."
- (E) "Vivia longe dos homens, só se dava bem com animais. Os seus pés duros quebravam espinhos e não sentiam a quentura da terra. Montado, confundia-se com o cavalo, grudava-se a ele. E falava uma linguagem cantada, monossilábica e gutural, que o companheiro entendia."
- (F) "Do seu rosto irradiava singela expressão de encantadora ingenuidade, realça da pela meiguice do olhar sereno [...] Ao erguer a cabeça para tirar o braço de sob o lençol, descera um nada a camisinha de crivo que vestia, deixando nu um colo de fascinadora alvura, em que ressaltava um ou outro sinal de nascença."
- (G) "Hércules-Quasímodo, reflete no aspecto a fealdade típica dos fracos. A pé, quando parado, recosta-se invariavelmente ao primeiro umbral ou parede que encontra; a cavalo, se sofria o animal para trocar duas palavras com um conhecido, cai logo sobre um dos estribos, descansando sobre a esplenda da sela."

**Resolução:**

O naturalismo é a vertente estilística do Período Realista que estuda a fisiologia das personalidades como se fosse a projeção mais relevante da Natureza. Assim os homens são freqüentemente alinhados com os animais. Por essa razão, o Naturalismo destaca nos homens suas propriedades mais instintivas, como o sexo, a fome e outros desejos. O texto da alternativa A, extraído de O cortiço (1890), de Aluísio de Azevedo, apresenta duas personagens dominadas por impulsos incontroláveis do instinto Rita Baiana e firmo. Ela dominada pela "lubricidade", é comparada a uma "pomba no cio", ele, "bêbado de volúpia", é equiparado a diversos "bichos sensuais".

**Alternativa: a)**

21. Marque a opção que identifica autor, obra e escola a que pertence o seguinte excerto:

"São mulheres desgraçadas  
Como Agar o foi também,  
Que sedentas, alquebradas,  
De longe... bem longe vêm...  
Trazendo com túbios passos,  
Filhos e algemas nos braços,  
Nalma - lágrimas e fel."

- (A) Faquendes Varela - Vozes da América - Romantismo.  
(B) Basílio da Gama - O Uruguai - Neoclassicismo.  
(C) Castro Alves - Ò Navio Negreiro - Romantismo.  
(D) Jorge de Lima - Poemas Negros - Modernismo.  
(E) Manuel Bandeira - Cinza das Horas - Modernismo.

**Resolução:**

O trecho transcrito faz parte do Canto V de "Navio Negreiro" de Castro Alves. Conhecido como "poeta dos escravos", o bardo baiano é o expoente máximo da terceira fase do romantismo brasileiro, ou seja, do condoreirismo. Tal corrente está ligada aos ideários abolicionistas da época; poesia de vertente revolucionária, sua marca é a rebeldia que explode na luta contra as injustiças de seu tempo (séc XIX). Castro Alves coloca-se como porta-voz das ânsias coletivas e procura denunciar a escravidão como mal social

inaaceitável. A adesão ao abolicionismo evidencia-se em expressões como: ‘mulheres desgraçadas ‘ e “Filhos e algemas nos braços”.

**Alternativa: c)**

22. Marque a opção que identifica autor e obra a que pertence o seguinte excerto:

"... a verdade é que Marcela não possuía inocência rústica, e mal chegava a entender moral do código.

Era boa moça, lépida, sem escrúpulos, um pouco tolhida pela austeridade do tempo, que lhe não permitia arrastar pelas ruas os seus estouvamentos e berlindas; luxuosa, impaciente, amiga de dinheiro é de rapazes. Naquele ano, morria de amores por um certo Xavier, sujeito abastado e tísico, - uma pérola."

- (A) José de Alencar - Senhora.
- (B) Raul Pompéia - O Ateneu.
- (C) Joaquim Manuel de Macedo - A Moreninha
- (D) Jorge Amado - Jubiabá.
- (E) Machado de Assis - Memórias Póstuma de Brás Cubas.

**Resposta:**

O autor do texto, Machado de Assis, pode ser reconhecido pela frase perfeita, pelo estilo irônico e pela visão crítica. O romance em referência, Memórias Póstumas de Brás Cuba, é facilmente identificado pelas personagens, principalmente por Marcela, primeira paixão do jovem Brás cubas.

**Alternativa: e)**

23. As informações abaixo referem-se ao autor (ou autora) 'do poema "Sugestão".

"Não seguiu rigidamente nenhuma corrente do Modernismo brasileiro. Produziu uma poesia lírica, caracterizada por certo misticismo e por um tom melancólico. Estreou com obra de tendência nitidamente simbolista. Alguns de seus livros mostram sua ligação com o grupo espiritualista de revista "Festa". Muitas de suas obras podem ser caracterizadas pela musicalidade, abordando temas como a fugacidade do tempo, a transitoriedade das coisas, a inutilidade da existência, a solidão ou o sonho."

- (A) Cecília Meireles
- (B) Adélia Prado.
- (C) João Cabral de Melo Neto
- (D) Jorge de Lima.
- (E) Murilo Mendes.

**Resolução:**

O texto “Sugestão”, que abre a prova de Português traz índices inequívocos da poesia de Cecília Meireles, retomados no enunciado da questão. Sua filiação à vertente simbolista de nosso Modernismo poderia ser identificada a partir do próprio título do poema, que contém a idéia de espiritualidade e insinuação. Além da informação de a poetisa ter participado da Revista Festa, o enunciado realça suas características mais populares, como musicalidade e culto do sonho e da solidão. Cecília Meireles pertence à segunda fase do Modernismo, geração 1930.

Obs: Cecília Meireles estreou em 1919, com o volume Espectros, coleção e sonetos mais parnasianos que simbolistas. Neste sentido, o enunciado contém uma informação ligeiramente incorreta.

**Alternativa: a)**

24. O tema do excerto abaixo relaciona-se à representativa tendência de um determinado estilo literário. Assinale, então, a opção cujos autores pertencem à tendência e ao estilo em questão:

“Amei-te sempre: - e pertencer-te quero  
Para sempre também, amiga morte.  
Quero o chão, quero a terra, - esse elemento  
Que não se sente dos vaivéns da sorte.”

- (A) Casimiro de Abreu, Visconde de Taunay, José de Alencar.
- (B) Álvares de Azevedo, Fagundes Varela, Junqueira Freire.
- (C) Tomás Antônio Gonzaga, Cláudio Manuel da Costa, Basílio da Gama.
- (D) Castro Alves, Gonçalves Dias, Manuel Antônio de Almeida.

(E) Gregório de Matos, Padre Vieira, Bernardo Guimarães.

**Resolução**

A preposição pedia para identificar uma tendência de determinado estilo literário a partir de uma estrofe característica. Os versos do fragmento indicam Romantismo, tanto pela presença da emoção quanto pelo subjetivismo. Na poesia romântica brasileira, encontramos três tendências, relacionando-se o referido texto com a segunda geração daquele movimento, também denominada byroniana ou ultra-romântica.

A estrofe transcrita foi extraída do poema “Morte” de Junqueira Freire.

**Alternativa: b)**

25. Marque a opção que identifica autor e período literário a que pertence o seguinte excerto:

“Esta foi a origem do pecado original, e esta é a causa original das doenças do Brasil - tomar o alheio, cobiças, interesses, ganhos e conveniências particulares, por onde a justiça se não guarda e o Estado se perde. Perde-se o Brasil, Senhor (digamo-lo em uma palavra), porque alguns ministros [...] não vêm cá buscar o nosso bem, vêm cá buscar nossos bens. Assim como dissemos que se perdeu o mundo, porque Adão fez só a metade do que Deus lhe mandou, em sentido averso - guardar sim, trabalhar não, assim podemos dizer, que se perde também o Brasil, porque alguns dos seus ministros não fazem mais que a metade do que [...] lhes manda.”

- (A) Lima Barreto , Pré-Modernismo
- (B) Padre Bernardes , Neoclassicismo
- (C) Rui Barbosa , Modernismo
- (D) Padre Vieira , Barroco
- (E) Frei José Santa Rita Durão , Arcadismo

**Resolução**

A marca mais evidente do estilo Barroco no texto são os trocadilhos, operados em repetições surpreendentes, como: “pecado original” – “causa original”, “nosso bem” (=bem estar) – “nossos bens” (= propriedade, “fez só a metade” – “não fazem mais que a metade”. Todos esses trocadilhos trazem, implícitas, outras tantas antíteses, figura fundamental do estilo barroco. A antítese manifesta-se mais claramente na passagem “guardar sim, trabalhar não”. Enfim, o texto estrutura-se a partir de um esforço retórico próprio o Conceptismo, modalidade barroca que contém uma dissertação argumentativa ou a defesa de uma idéia ou conceito. Tais propriedades estilísticas caracterizam a obra sermônica e epistolar do Pe. Antônio Vieira.

**Alternativa: d)**

## REDAÇÃO

### Instruções para a Redação

**Redija, em prosa, um texto sobre a afirmação abaixo:**

“No Brasil já se fez anúncio de escravos. Hoje, servida por meios poderosos de comunicação e persuasão, a propaganda faz escravos. (Orígenes Lessa)

Importante

Crie um título coerente com seu texto.  
O texto final não pode ser a lápis

E... Boa sorte!

Comentários:

O ITA com sua proposta de redação, proporcionou aos candidatos um amplo espaço para a criação, que se inicia com a possibilidade de escolher um tipo de discurso que mais se adapte à competência lingüística de cada um: narrativo ou dissertativo.

O tema extraído de um texto de Orígenes Lessa é instigante e faz parte do cotidiano de reflexões de qualquer candidato.