DIVISÃO PROPORCIONAL

Números Diretamente Proporcionais

Duas sucessões de números são diretamente proporcionais, quando formam razões iguais.

Exemplo:

As sucessões 2, 3, 5, 6, 1, 0 e 6, 9, 15, 18 e 30

São diretamente proporcionais, ou simplesmente proporcionais, pois $\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\frac{5}{15}=\frac{6}{18}=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$

OBS: O número 1/3 é chamado de constante de proporcionalidade direta (K)

Obs: Se uma grandeza A for diretamente proporcional à outra B, podemos escrever:

$\frac{A}{B}=K$ ou simplesmente A = K.B

Exemplo:

Uma grandeza x é diretamente proporcional à grandeza y e assume o valor 40 quando y for 8. Ache o valor para x para y igual a 12.

Resolução:

1º) x = k.y ⇒ 40 = k.8 ⇒ k = 5

2º) x = 5x12⇒ x= 60

Números Inversamente Proporcionais

Duas sucessões de números são inversamente proporcionais quando os termos de uma são diretamente proporcionais aos inversos dos termos da outra.

Exemplo: 2, 3, 5, 6 e 45, 30, 18, 1 5

São inversamente proporcionais, pois

$$\frac{2}{\frac{1}{45}}=\frac{3}{\frac{1}{30}}=\frac{5}{\frac{1}{18}}=\frac{6}{\frac{1}{15}}$$

2 x 45 = 3 x 30 = 5 x 18 = 6 x 15 = 90

O nº 90 é chamado constante de proporcionalidade inversa.(K)

Obs: Se uma grandeza A for inversamente proporcional à outra B, podemos escrever:

A.B = K

Exemplo:

Uma grandeza y é inversamente proporcional à grandeza x, e quando x for 4 o valor de y é 48. Determine y para x igual a 10.

Resolução:

1º) y = $\frac{k}{x}$ ⇒ 48 = $\frac{k}{4}$ ⇒ k = 192

2º) y = $\frac{192}{10}$ ⇒ y = 19,2

IPC: Quando duas grandezas A e B forem proporcionais a a e a’ e b e b’, ao mesmo tempo, elas serão proporcionais aos produtos a×b e a’× b’

Exemplo:

Uma grandeza x varia diretamente proporcional em relação à grandeza y é inversamente proporcional à grandeza z. Quando y for 15 e z for 6,x assume o valor de 10. Determine o valor de x para z igual a 2.

Resolução:

1º) x = k. $\frac{y}{z} \Rightarrow 10 = \frac{k\ x\ 15}{6} \Rightarrow$ k = 4

2º) x = $\frac{4\ x\ 8}{2} \Rightarrow$ x = 16

EXERCÍCIOS

1) Para cada sentença, escreva a equação empregando a constante K de proporcionalidade:

a)O comprimento C de uma circunferência varia diretamente proporcional ao seu diâmetro d;

b) Uma força constante $\vec{F}$ atuando sobre um corpo, produz uma aceleração a que é diretamente proporcional a sua força e inversamente proporcional à massa m do corpo.

c)O período T de vibração de um pêndulo é diretamente proporcional à raiz quadrada de seu comprimento L;

d)A intensidade I de uma onda sonora, varia proporcional ao quadrado da frequência n, ao quadrado de amplitude r, à velocidade v do som e à densidade d de um meio sem interferência.

2)Uma grandeza M é inversamente proporcional a N. sabe-se que quando n=9, o valor de M é 28.Quanto valerá N, se M for 42?

3)A pressão do vento sobre um veleiro varia diretamente proporcional a área da vela, assim como ao quadrado da velocidade do vento. A pressão em 1m² é igual a 1 libra quando a velocidade for 16 milhas por hora. Qual será a velocidade do vento, quando a pressão numa "vela" de 9m² for 36 libras?

Observação: O gabarito das demais questões que não foram resolvidas na videoaula encontram-se no fim desse material.

DIVISÃO EM PARTES DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

$$\begin{cases} x + y + Z = N....(I) \\ \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}....(II) \end{cases}$$

Cálculo de x, y, z,...

Aplicando a propriedade fundamental de proporção em (II), podemos escrever que:

$\frac{x+y+z+\cdots}{a+b+c+\cdots} = \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \cdots$ *e fazendo x + y + z = N, teremos:*

$$\frac{N}{a+b+c+\cdots} = \frac{x}{a}\ ou\ x = \frac{N}{a+b+c+\cdots} x\ a$$

$$\frac{N}{a+b+c+\cdots} = \frac{y}{b}\ ou\ y = \frac{N}{a+b+c+\cdots} x\ b$$

$$\frac{N}{a+b+c+\cdots} = \frac{z}{c}\ ou\ z = \frac{N}{a+b+c+\cdots} x\ c$$

Fazendo $\frac{N}{a+b+c+\cdots} = k$, *teremos:*

$$x = k.a$$

$$y = k.b$$

$$z = k.c$$

$$\vdots$$

Ex: Desejando dividir R$117,00 entre os três artilheiros de um time de futebol de salão, um técnico definiu que a mesma fosse diretamente proporcional ao número de gols. Sabendo-se que os artilheiros fizeram 2, 3 e 4 gols, respectivamente, calcule a parte que recebeu cada um.

Resolução:

$$x = \frac{117}{2+3+4} x\ 2;\ \ k = \frac{117}{9} = 13$$

$$x = k.2 \Rightarrow x = 13\,.\,2 = R\$26{,}00$$

$$y = k.3 \Rightarrow y = 13\,.\,3 = R\$39{,}00$$

$$z = k.4 \Rightarrow z = 13\,.\,4 = R\$52{,}00$$

Resolução (método prático)

$$k.2 + k.3 + k.4 = 117 \Rightarrow k = 13$$

$$x = k.2 \Rightarrow x = 13\,.\,2 = R\$26{,}00$$

$$y = k.3 \Rightarrow y = 13\,.\,3 = R\$39{,}00$$

$$z = k.4 \Rightarrow z = 13\,.\,4 = R\$52{,}00$$

EXERCÍCIOS (Continuação)

4) Desejando dividir R$117,00 entre os três artilheiros de um time de futebol de salão, um técnico definiu que a mesma fosse diretamente proporcional ao número de gols. Sabendo-se que os artilheiros fizeram 2, 3 e 4 gols, respectivamente, calcule a parte que recebeu cada um.

5) Ao dividir R$ 234,00 entre seus três filhos, um pai o fez inversamente proporcional às idades de cada um. O Sabendo-se que as idades eram 2,3 e 4 anos, calcule a parte de cada um.

6) Repartiram R$ 300,00 de gratificações pelos empregados em partes inversamente proporcionais aos dias que faltaram ao trabalho. Quanto recebeu cada um, se faltaram ao trabalho 2, 3 e 6 dias, respectivamente?

7) Dividindo 22 em partes inversamente proporcionais a 1, 2 e 3, encontramos:

a) 12, 6 e 4　　b) 10, 8 e 4

c) 14, 5 e 3　　d) 14, 4 e 4

8) Para incentivar com a quantia de R$600,00 três jogadores A,B e C, o presidente de um Clube determinou que a mesma fosse diretamente proporcional ao número de gols e inversamente proporcional ao número de faltas. Sabendo-se que A,B e C fizeram, 2,3 e 4 gols, e 4,2 e 3 faltas, respectivamente, calcule, em reais, quanto receberá cada um deles.

9) Dividindo 300 em partes diretamente proporcionais a 5, 6 e 14 e inversamente proporcionais a 5, 3 e 7, encontramos:

a) 60, 100 e 140 b) 80, 110 e 110

c) 50, 125 e 125 d) 60, 120 e 120

10)Divide-se R$ 105,00 em três partes a, b e c que são ao mesmo tempo, diretamente proporcionais a 3, 2 e 5 e inversamente proporcionais a 5, 3 e 6, respectivamente. Qual é a menor dessas partes?

11)Uma firma é constituída por dois sócios, A e B, cujos capitais investidos são 200 milhões e 350 milhões de moedas, respectivamente. Todo lucro, ou prejuízo, da firma é dividido,entre os dois proporcionalmente ao capital investido. A firma acusou um prejuízo de 121 milhões de moedas. As parcelas do prejuízo, em milhões de moedas, correspondentes a cada sócio são, respectivamente:

a)20 e 101 b)40 e 70 c)44 e 77 d)79 e 72 e)100 e 21

12) Uma herança de R$33.000,00 deve ser repartida entre Antônio, Benedito e Carlos. Cada um dever receber partes diretamente proporcionais a 3, 5 e 6, respectivamente, e, inversamente proporcionais às idades. Antônio tem 12 anos, Benedito tem 15 anos e Carlos, 24 anos. Quanto receberá Benedito?

a)R$9.000,00 b)R$12.000,00
c)R$15.000,00 d)R$24.000,00

13) O conjunto P é formado por três elementos respectivamente proporcionais a 2,3 e 7. Sabendo que o menor mais o triplo do maior menos o dobro do outro é igual a 34, a soma destes três elementos é igual a:

a)20 b)21 c)22 d)23 e)24

GABARITO

1)a) C = k×d

b) a = k× $\frac{\vec{F}}{m}$

c) T = k$\sqrt{l}$

d)I = kn^2r^2vd

2)6 3)32m.p.h