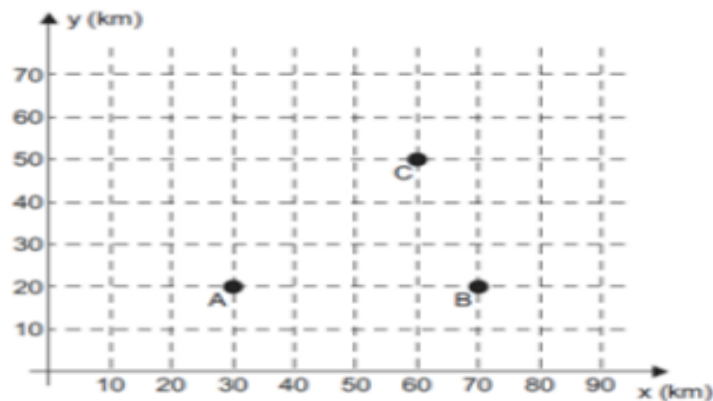


## GEOMETRIA ANALÍTICA

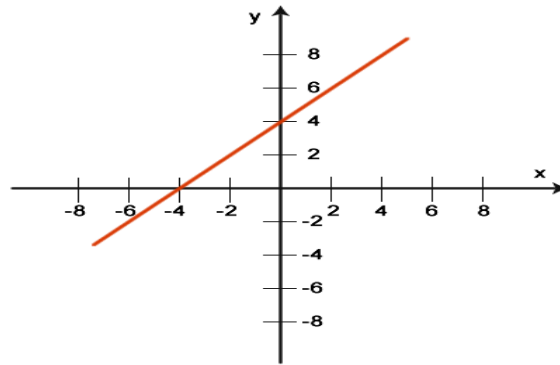
01. (ENEM) Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma verdadeira revolução, em termos de qualidade de imagem, som e interatividade com o telespectador. Essa transformação se deve à conversão do sinal analógico para o sinal digital. Entretanto, muitas cidades ainda não contam com essa nova tecnologia. Buscando levar esses benefícios a três cidades, uma emissora de televisão pretende construir uma nova torre de transmissão, que envie sinal às antenas A, B e C, já existentes nessas cidades. As localizações das cidades estão representadas no plano cartesiano:



A torre deve estar situada em um ponto equidistante das três antenas. O local adequado para a construção dessa torre corresponde ao ponto de coordenadas.

- A) (65 ; 35)
- B) (53 ; 30)
- C) (45 ; 35)
- D) (50 ; 20)
- E) (50 ; 30)

02. (ENEM) Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas ao lado, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros. A reta de equação  $y = x + 4$  representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto  $P = (-5,5)$ , localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km.



Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto

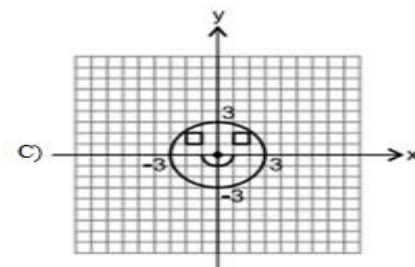
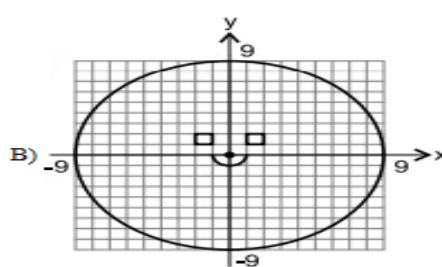
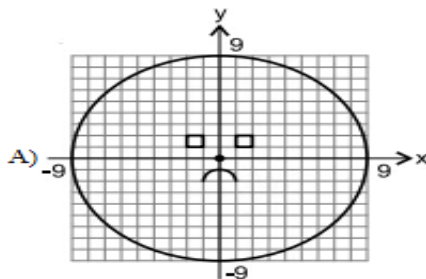
- A) (-5, 0)
- B) (-3, 1)
- C) (-2, 1)
- D) (0, 4)
- E) (2, 6)

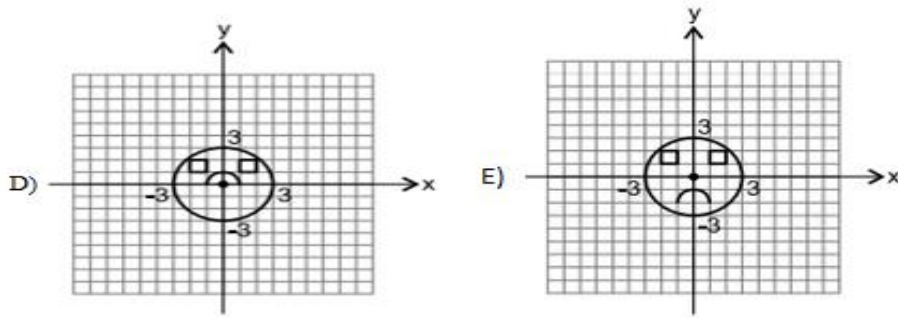
03. (ENEM) Durante uma aula de Matemática, o professor sugere aos alunos que seja fixado um sistema de coordenadas cartesianas  $(x, y)$  e representa na lousa a descrição de cinco conjuntos algébricos, I, II, III, IV e V, como se segue:

- I – é a circunferência de equação  $x^2 + y^2 = 9$ ;
- II – é a parábola de equação  $y = -x^2 - 1$ , com  $x$  variando de  $-1$  a  $1$ ;
- III – é o quadrado formado pelos vértices  $(-2, 1)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(-1, 2)$  e  $(-2, 2)$ ;
- IV – é o quadrado formado pelos vértices  $(1, 1)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(2, 2)$  e  $(1, 2)$ ;
- V – é o ponto  $(0, 0)$ .

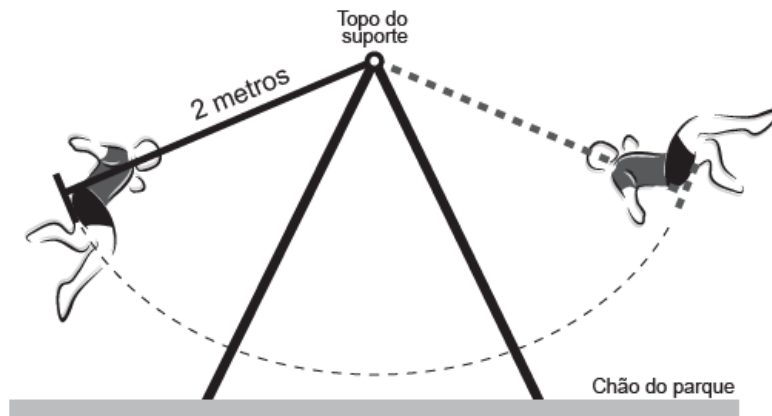
A seguir, o professor representa corretamente os cinco conjuntos sobre uma mesma malha quadriculada, composta de quadrados com lados medindo uma unidade de comprimento, cada, obtendo uma figura.

Qual destas figuras foi desenhada pelo professor?





04. (ENEM) A figura mostra uma criança brincando em um balanço no parque. A corda que prende o assento do balanço ao topo do suporte mede 2 metros. A criança toma cuidado para não sofrer um acidente, então se balança de modo que a corda não chegue a alcançar a posição horizontal.



Na figura, considere o plano cartesiano que contém a trajetória do assento do balanço, no qual a origem está localizada no topo do suporte do balanço, o eixo  $X$  é paralelo ao chão do parque, e o eixo  $Y$  tem orientação positiva para cima.

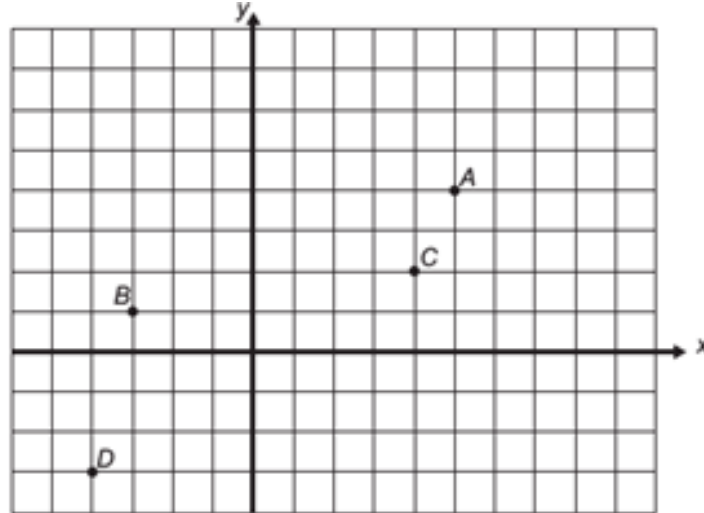
A curva determinada pela trajetória do assento do balanço é parte do gráfico da função

- A)  $f(x) = -\sqrt{2 - x^2}$
- B)  $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$
- C)  $f(x) = x^2 - 2$
- D)  $f(x) = -\sqrt{4 - x^2}$
- E)  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

05. (ENEM) Considere que os quarteirões de um bairro tenham sido desenhados no sistema cartesiano, sendo a origem o cruzamento das duas ruas mais movimentadas desse bairro. Nesse desenho, as ruas têm suas larguras desconsideradas e todos os

quarteirões são quadrados de mesma área e a medida de seu lado é a unidade do sistema.

A seguir há uma representação dessa situação, em que os pontos A, B, C e D representam estabelecimentos comerciais desse bairro.



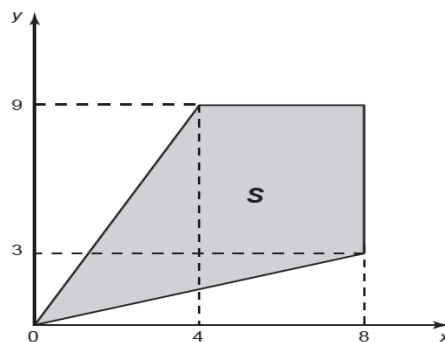
Suponha que uma rádio comunitária, de fraco sinal, garanta área de cobertura para todo estabelecimento que se encontre num ponto cujas coordenadas satisfaçam à inequação:  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 31 \leq 0$ .

A fim de avaliar a qualidade do sinal, o proporcionar uma futura melhora, a assistência técnica da rádio realizou uma inspeção para saber quais estabelecimentos estavam dentro da área de cobertura, pois estes conseguem ouvir a rádio enquanto os outros não.

Os estabelecimentos que conseguem ouvir a rádio são apenas

- A) A e C.
- B) B e C.
- C) B e D.
- D) A, B e C.
- E) B, C e D.

06. (ENEM) Uma região de uma fábrica deve ser isolada, pois nela os empregados ficam expostos a riscos de acidentes. Essa região está representada pela porção de cor cinza (quadrilátero de área S) na figura.

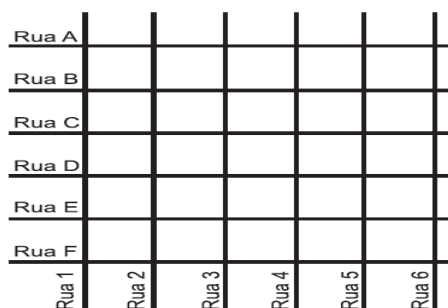


Para que os funcionários sejam orientados sobre a localização da área isolada, cartazes informativos serão afixados por toda a fábrica. Para confeccioná-los, um programador utilizará um *software* que permite desenhar essa região a partir de um conjunto de desigualdades algébricas.

As desigualdades que devem ser utilizadas no referido *software*, para o desenho da região de isolamento, são

- A)  $3y - x \leq 0$ ;  $2y - x \geq 0$ ;  $y \leq 8$ ;  $x \leq 9$
- B)  $3y - x \leq 0$ ;  $2y - x \geq 0$ ;  $y \leq 9$ ;  $x \leq 8$
- C)  $3y - x \geq 0$ ;  $2y - x \leq 0$ ;  $y \leq 9$ ;  $x \leq 8$
- D)  $4y - 9x \leq 0$ ;  $8y - 3x \geq 0$ ;  $y \leq 8$ ;  $x \leq 9$
- E)  $4y - 9x \leq 0$ ;  $8y - 3x \geq 0$ ;  $y \leq 9$ ;  $x \leq 8$

07. (ENEM)



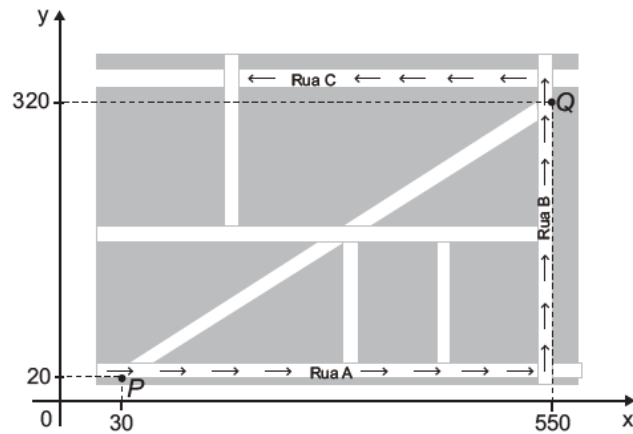
Uma família resolveu comprar um imóvel num bairro cujas ruas estão representadas na figura. As ruas com nomes de letras são paralelas entre si e perpendiculares às ruas identificadas com números. Todos os quarteirões são quadrados, com as mesmas medidas, e todas as ruas têm a mesma largura, permitindo caminhar somente nas direções vertical e horizontal. Desconsidere a largura das ruas.

A família pretende que esse imóvel tenha a mesma distância de percurso até o local de trabalho da mãe, localizado na rua 6 com a rua E, o consultório do pai, na rua 2 com a rua E, e a escola das crianças, na rua 4 com a rua A.

Com base nesses dados, o imóvel que atende as pretensões da família deverá ser localizado no encontro das ruas

- A) 3 e C.
- B) 4 e C.
- C) 4 e D.
- D) 4 e E.
- E) 5 e C.

08. (ENEM) Devido ao aumento do fluxo de passageiros, uma empresa de transporte coletivo urbano está fazendo estudos para a implantação de um novo ponto de parada em uma determinada rota. A figura mostra o percurso, indicado pelas setas, realizado por um ônibus nessa rota e a localização de dois de seus atuais pontos de parada, representados por P e Q.

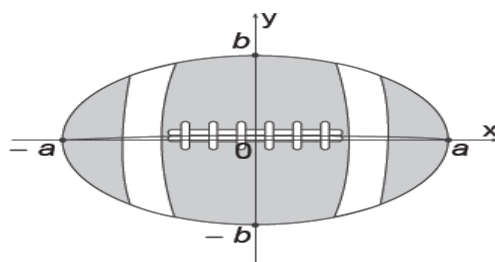


Os estudos indicam que o novo ponto T deverá ser instalado, nesse percurso, entre as paradas já existentes P e Q, de modo que as distâncias percorridas pelo ônibus entre os pontos P e T e entre os pontos T e Q sejam iguais.

De acordo com os dados, as coordenadas do novo ponto de parada são

- A) (290 ; 20).
- B) (410 ; 0).
- C) (410 ; 20).
- D) (440 ; 0).
- E) (440 ; 20).

09. (ENEM) A figura representa a vista superior de uma bola de futebol americano, cuja forma é um elipsoide obtido pela rotação de uma elipse em torno do eixo das abscissas. Os valores  $a$  e  $b$  são, respectivamente, a metade do seu comprimento horizontal e a metade do seu comprimento vertical. Para essa bola, a diferença entre os comprimentos horizontal e vertical é igual à metade do comprimento vertical.



Considere que o volume aproximado dessa bola é dado por  $V = 4ab^2$ . O volume dessa bola, em função apenas de  $b$ , é dado por

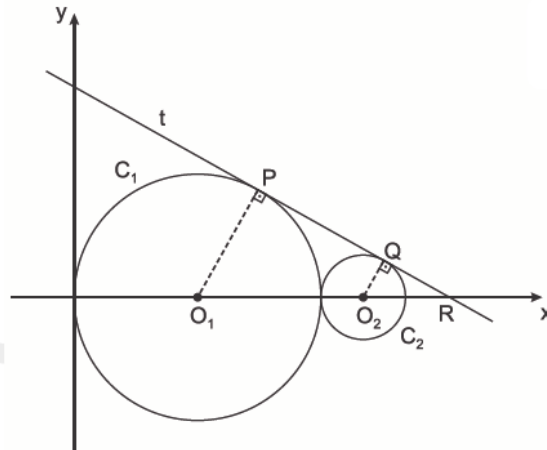
- A)  $8b^3$
- B)  $6b^3$
- C)  $5b^3$
- D)  $4b^3$
- E)  $2b^3$

10. (ENEM) Observou-se que todas as formigas de um formigueiro trabalham de maneira ordeira e organizada. Foi feito um experimento com duas formigas e os resultados obtidos foram esboçados em um plano cartesiano no qual os eixos estão graduados em quilômetros. As duas formigas partiram juntas do ponto O, origem do plano cartesiano  $xOy$ . Uma delas caminhou horizontalmente para o lado direito, a uma velocidade de 4 km/h. A outra caminhou verticalmente para cima, à velocidade de 3 km/h.

Após 2 horas de movimento, quais as coordenadas cartesianas das posições de cada formiga?

- A) (8; 0) e (0; 6).
- B) (4; 0) e (0; 6).
- C) (4; 0) e (0; 3).
- D) (0; 8) e (6; 0).
- E) (0; 4) e (3; 0).

11. (ENEM) Na figura estão representadas, em um plano cartesiano, duas circunferências:  $C_1$  (de raio 3 e centro  $O_1$ ) e  $C_2$  (de raio 1 e centro  $O_2$ ), tangentes entre si, e uma reta  $t$  tangente às duas circunferências nos pontos P e Q.

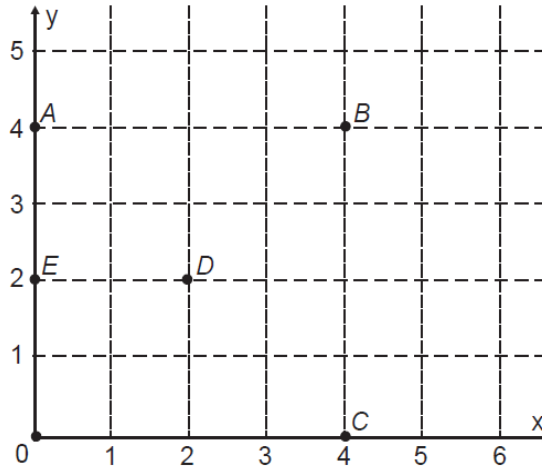


Nessas condições, a equação da reta  $t$  é

- A)  $y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$
- B)  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 3\sqrt{3}$
- C)  $y = -x + 4$
- D)  $y = -\frac{2}{3}x + 4$
- E)  $y = -\frac{4}{5}x + 4$

12. (ENEM) Um jogo pedagógico utiliza-se de uma interface algébrico-geométrica do seguinte modo: os alunos devem eliminar os pontos do plano cartesiano dando "tiros", seguindo trajetórias que devem passar pelos pontos escolhidos. Para dar os tiros, o

aluno deve escrever em uma janela do programa a equação cartesiana de uma reta ou de uma circunferência que passa pelos pontos e pela origem do sistema de coordenadas. Se o tiro for dado por meio da equação da circunferência, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 2 pontos. Se o tiro for dado por meio da equação de uma reta, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 1 ponto. Em uma situação de jogo, ainda restam os seguintes pontos para serem eliminados: A(0 ; 4), B(4 ; 4), C(4 ; 0), D(2 ; 2) e E(0 ; 2).

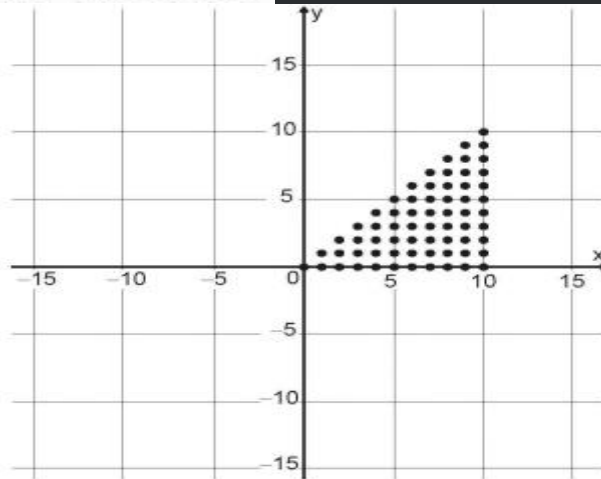


Passando pelo ponto A, qual equação forneceria a maior pontuação?

- A)  $x = 0$
- B)  $y = 0$
- C)  $x^2 + y^2 = 16$
- D)  $x^2 + (y - 2)^2 = 4$
- E)  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$

13. (ENEM) Para criar um logotipo, um profissional da área de design gráfico deseja construí-lo utilizando o conjunto de pontos do plano na forma de um triângulo, exatamente como mostra a imagem.



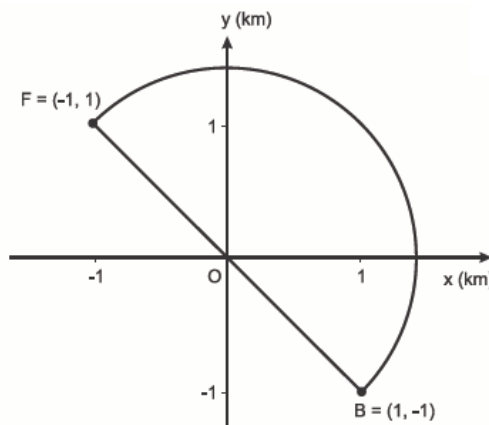


Para construir tal imagem utilizando uma ferramenta gráfica, será necessário escrever algebricamente o conjunto que representa os pontos desse gráfico.

Esse conjunto é dado pelos pares ordenados  $(x ; y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ , tais que

- A)  $0 \leq x \leq y \leq 10$
- B)  $0 \leq y \leq x \leq 10$
- C)  $0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 10$
- D)  $0 \leq x + y \leq 10$
- E)  $0 \leq x + y \leq 20$

14. (ENEM) Em uma cidade será construída uma galeria subterrânea que receberá uma rede de canos para o transporte de água de uma fonte (F) até o reservatório de um novo bairro (B). Após avaliações, foram apresentados dois projetos para o trajeto de construção da galeria: um segmento de reta que atravessaria outros bairros ou uma semicircunferência que contornaria esses bairros, conforme ilustrado no sistema de coordenadas  $xOy$  da figura, em que a unidade de medida nos eixos é o quilômetro.



Estudos de viabilidade técnica mostraram que, pelas características do solo, a construção de 1m de galeria via segmento de reta demora 1,0 h, enquanto que 1m de construção de galeria via semicircunferência demora 0,6 h. Há urgência em disponibilizar água para esse bairro.

Use 3 como aproximação para  $\pi$  e 1,4 como aproximação para raiz de 2.

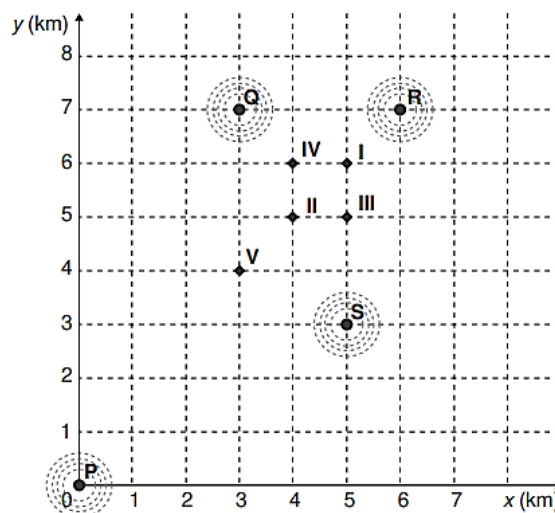
O menor tempo possível, em hora, para conclusão da construção da galeria, para atender às necessidades de água do bairro, é de

- A) 1.260.
- B) 2.520.
- C) 2.800.
- D) 3.600.
- E) 4.000.

15. (ENEM) Foi utilizado o plano cartesiano para a representação do pavimento de lojas. A loja A está localizada no ponto A(1, 2). No ponto médio entre a loja A e a loja B está o sanitário S, localizado no ponto S(5, 10). As coordenadas do ponto de localização da loja B será

- A) (-3, -6)
- B) (-6, -3)
- C) (3, 6)
- D) (9, 18)
- E) (18, 9)

16. (ENEM) Um aplicativo de relacionamentos funciona da seguinte forma: o usuário cria um perfil com foto e informações pessoais, indica as características dos usuários com quem deseja estabelecer contato e determina um raio de abrangência a partir de sua localização. O aplicativo identifica as pessoas que se encaixam no perfil desejado e que estão a uma distância do usuário menor ou igual ao raio de abrangência. Caso dois usuários tenham perfis compatíveis e estejam numa região de abrangência comum a ambos, o aplicativo promove o contato entre os usuários, o que é chamado de *match*. O usuário P define um raio de abrangência com medida de 3 km e busca ampliar a possibilidade de obter um *match* se deslocando para a região central da cidade, que concentra um maior número de usuários. O gráfico ilustra alguns bares que o usuário P costuma frequentar para ativar o aplicativo, indicados por I, II, III, IV e V. Sabe-se que os usuários Q, R e S, cujas posições estão descritas pelo gráfico, são compatíveis com o usuário P, e que estes definiram raios de abrangência respectivamente iguais a 3 km, 2 km e 5 km.



Com base no gráfico e nas afirmações anteriores, em qual bar o usuário P teria a possibilidade de um *match* com os usuários Q, R e S, simultaneamente?

- A) I.



- B) II.
- C) III.
- D) IV.
- E) V.

**GABARITO**

- 01. E
- 02. B
- 03. E
- 04. D
- 05. D
- 06. E
- 07. C
- 08. E
- 09. B
- 10. A
- 11. B
- 12. E
- 13. B
- 14. B
- 15. D
- 16. A