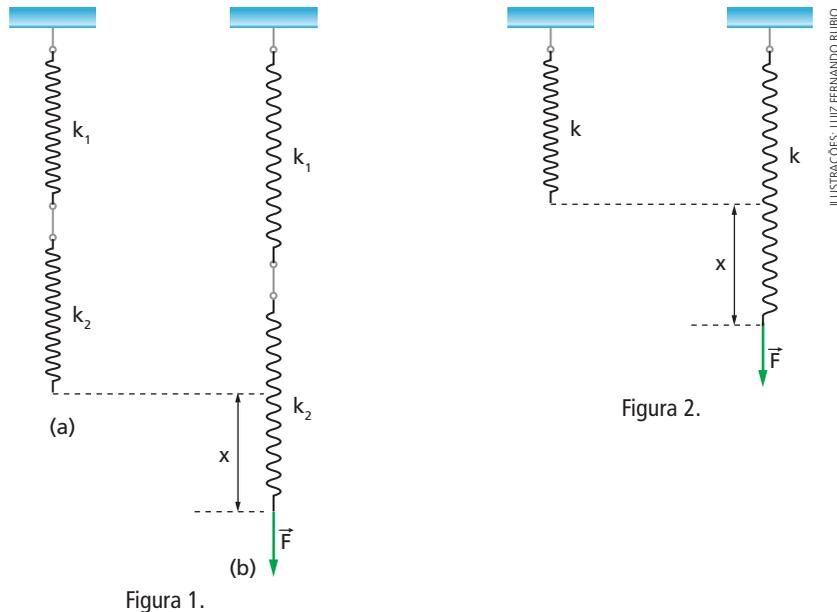


1. Associação de molas em série

Consideremos duas molas ideais, de constantes k_1 e k_2 , associadas em série, como mostra a figura 1a. Se aplicarmos ao conjunto uma força \vec{F} , como indica a figura 1b, a deformação do conjunto será x . Chamamos de **mola equivalente à associação** uma única mola de constante elástica k que, sob a ação da mesma força \vec{F} , sofre a mesma deformação x (fig. 2).



Vamos determinar o valor de k em função de k_1 e k_2 . As molas de constantes k_1 e k_2 sofreram deformações x_1 e x_2 tais que:

$$x = x_1 + x_2 \quad (1)$$

Como as molas são ideais, o esquema de forças é o da figura 3. Aplicando a Lei de Hooke a cada mola, temos:

$$F = k_1 \cdot x_1 \quad \text{e} \quad F = k_2 \cdot x_2$$

ou

$$x_1 = \frac{F}{k_1} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{F}{k_2} \quad (2)$$

Aplicando a Lei de Hooke à mola equivalente (fig. 3), temos:

$$F = k \cdot x \quad \text{ou} \quad x = \frac{F}{k} \quad (3)$$

Substituindo (3) e (2) em (1), obtemos:

$$\frac{F}{k} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad (4)$$

A fórmula (4) pode ser ampliada para um número maior de molas. Se tivermos, por exemplo, associadas em série três molas ideais de constantes elásticas k_1 , k_2 e k_3 , a constante k da mola equivalente será dada por:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}$$



Figura 3.

Exercícios

1. Consideremos duas molas ideais, de constantes elásticas $k_1 = 3,0 \text{ N/m}$ e $k_2 = 6,0 \text{ N/m}$, associadas em série. Determine a constante elástica da mola equivalente.

Resolução:

Sendo k a constante elástica da mola equivalente, temos:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{3,0} + \frac{1}{6,0}$$

$$\frac{1}{k} = \frac{2,0 + 1,0}{6,0}$$

$$k = 2,0 \text{ N/m}$$

2. Três molas ideais, de constantes elásticas $k_1 = 20 \text{ N/m}$, $k_2 = 30 \text{ N/m}$ e $k_3 = 60 \text{ N/m}$, foram associadas em série.
- Determine a constante elástica da mola equivalente à associação.
 - Determine a deformação sofrida pela associação quando submetida a uma força de intensidade $F = 7,0 \text{ N}$.
3. Duas molas ideais, de constantes elásticas iguais a 80 N/m , foram associadas em série. Determine a constante elástica da mola equivalente à associação.
4. Três molas ideais e idênticas foram associadas em série. Sendo k a constante elástica de cada mola, determine a constante elástica da mola equivalente à associação.

2. Associação de molas em paralelo

Quando a associação é em paralelo, só tem interesse prático o caso de molas idênticas, isto é, molas que têm o mesmo comprimento natural e a mesma constante elástica.

Consideremos duas molas idênticas de constante elástica k_1 cada uma, associadas em paralelo, como indica a figura 4. As molas são presas a um mesmo suporte S e a uma barra de massa desprezível, no centro da qual é aplicada a força \vec{F} . Ao aplicarmos a força \vec{F} no centro da barra, o sistema sofrerá uma deformação x (fig. 5), isto é, cada mola sofrerá a mesma deformação x . Seja k a constante elástica da mola equivalente. Sob a ação da mesma força \vec{F} , deverá sofrer a mesma deformação x (fig. 6).

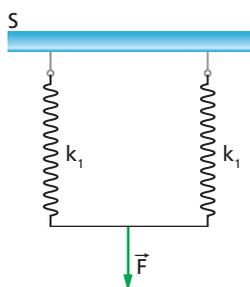


Figura 4.

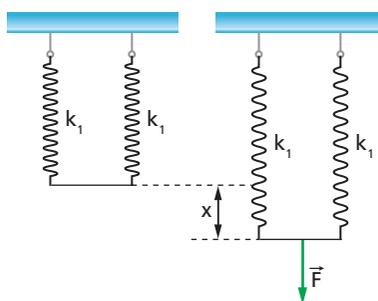


Figura 5.

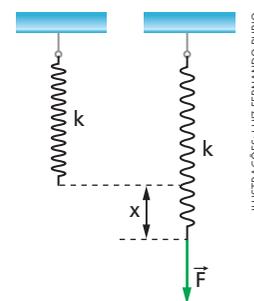


Figura 6.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ FERNANDO RUBIO

Cada uma das duas molas da associação receberá uma força de intensidade $\frac{F}{2}$ (fig. 7). Aplicando a Lei de Hooke a uma delas, temos:

$$\frac{F}{2} = k_1 \cdot x \quad \text{ou} \quad F = 2k_1 \cdot x \quad \textcircled{1}$$

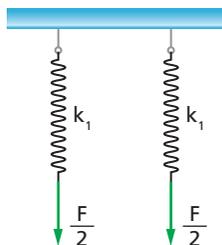


Figura 7.

Aplicando a Lei de Hooke à mola equivalente, temos:

$$F = k \cdot x \quad (2)$$

Comparando (1) e (2), obtemos:

$$k \cdot x = 2k_1 \cdot x \quad \text{ou} \quad k = 2k_1 \quad (3)$$

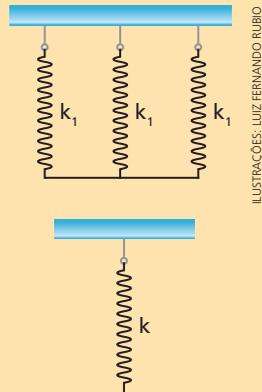
A fórmula (3) pode ser ampliada para um número maior de molas idênticas, associadas em paralelo. De modo geral, se tivermos n molas idênticas associadas em paralelo, sendo k_1 a constante elástica de cada uma, a constante elástica da mola equivalente é dada por:

$$k = nk_1$$

Exercícios

5. Três molas idênticas, de constante elástica $k_1 = 20 \text{ N/m}$ cada uma, foram associadas em paralelo. Determine a constante elástica da mola equivalente à associação.

Resolução:

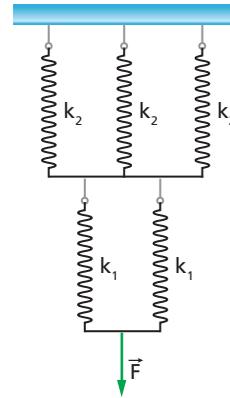


$$k = 3k_1 = 3 \cdot 20$$

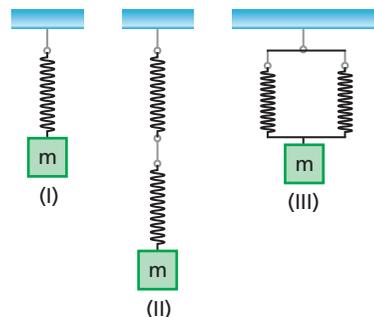
$$k = 60 \text{ N/m}$$

6. Cinco molas idênticas foram associadas em paralelo. Sabendo que a constante elástica de cada uma é 80 N/m , determine a constante elástica da mola equivalente à associação.
7. Duas molas idênticas foram associadas em paralelo. Determine a constante elástica de cada uma delas, sabendo que a constante elástica da mola equivalente é igual a 300 N/m .
8. Uma mola ideal tem constante elástica 30 N/m . Cortamos essa mola ao meio e com as duas metades fazemos uma associação em paralelo. Determine a constante elástica da mola equivalente a essa associação.

9. Calcule a constante elástica equivalente da associação abaixo, sabendo que $k_1 = 15 \text{ N/m}$ e $k_2 = 20 \text{ N/m}$.

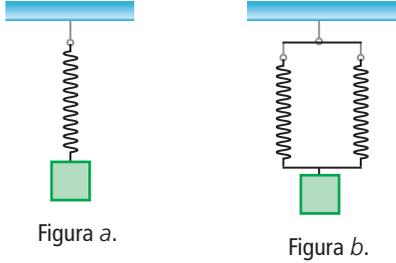


10. Duas molas de constantes elásticas 14 N/m e $6,0 \text{ N/m}$ foram associadas em série. Calcule a constante elástica da mola equivalente à associação.
11. Quatro molas idênticas, de constante elástica 60 N/m cada uma, foram associadas em paralelo. Calcule a constante elástica da mola equivalente à associação.
12. (Fatec-SP) Dispõe-se de duas molas idênticas e de um objeto de massa m . O objeto pode ser pendurado em apenas uma das molas ou numa associação delas mesmas, conforme a figura. O objeto provocará uma deformação total:



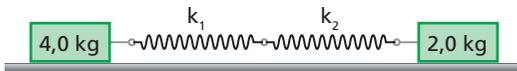
- a) igual nos três arranjos.
- b) maior no arranjo I.
- c) maior no arranjo II.
- d) maior no arranjo III.

13. (Cesgranrio-RJ) Um corpo suspenso a uma mola ideal alonga-se de 12 cm (fig. a). Corta-se a mola no meio e suspende-se o mesmo corpo ao conjunto das duas metades, como na figura b. Cada uma dessas metades se acha alongada de:



- a) 3,0 cm
- b) 9,5 cm
- c) 24 cm
- d) 6,0 cm
- e) 12 cm

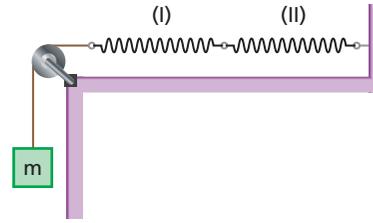
14. (UF-MT) Dois corpos, A e B, estão ligados, conforme esquema abaixo, por duas molas, k_1 e k_2 , idênticas e de massas desprezíveis. Sabe-se que os atritos com a superfície horizontal são desprezíveis e que o sistema está oscilando, sendo, num dado instante, Δx_1 a distensão não nula de k_1 e Δx_2 a distensão não nula de k_2 . Então $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ vale, em módulo:



- a) $\frac{1}{2}$
- b) 1
- c) $\sqrt{2}$
- d) 2
- e) $2\sqrt{2}$

15. (Vunesp-SP) Dinamômetros são instrumentos destinados a medir forças. O tipo mais usual é constituído por uma mola cuja deformação varia linearmente com a intensidade da força que a produz (Lei de Hooke).

Dois dinamômetros estão montados sobre uma mesa horizontal perfeitamente lisa, conforme mostra a figura. Quando o corpo de massa m é suspenso por um fio de massa desprezível à extremidade do dinamômetro, a força que este indica é 5 N. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.



- a) Que força indicará o dinamômetro II?
 - b) Qual a massa do corpo suspenso?
16. (Vunesp-SP) O gráfico da figura I mostra as elongações sofridas por duas molas, M_1 e M_2 , em função da força aplicada a elas. Quando essas molas são distendidas, como mostra a figura II, sobre uma superfície horizontal perfeitamente lisa, a elongação sofrida por M_2 é igual a 3,0 cm.

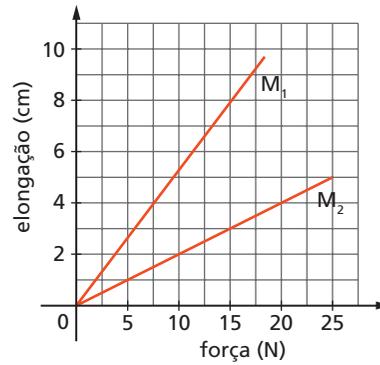


Figura I.

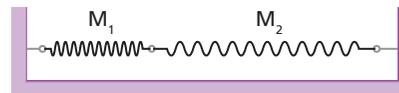


Figura II.

- a) Qual é a intensidade da força que está distendendo a mola M_2 ?
- b) Qual a elongação sofrida por M_1 ?