FRENTE A, FUNÇÃO: aula 16

FUNÇÃO INVERSA

01. CLASSIFICAÇÃO DAS FUNÇÕES:

FUNÇÃO INJETORA:

Uma função $f: A \to B$ é *injetora* quando, para todos x_1 e x_2 pertencente a A, se $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.

FUNÇÃO SOBREJETORA:

Uma função $f: A \to B$ é *sobrejetora* quando, para todo *y* pertencente a B, existe um x pertencente a A tal que $f(x) = y$.

FUNÇÃO BIJETORA:

Uma função $f: A \to B$ é *bijetora* quando f é **sobrejetora** e **injetora**.

Observações:

(1) Em lugar de dizermos "f é uma função bijetora de A em B" poderemos dizer "f é uma *bijeção* de A em B".

(2) Existem funções que não são nem sobrejetoras nem injetoras.

Análise gráfica

Através da representação cartesiana da função f podemos verificar se f é injetora ou sobrejetora ou bijetora. Para isso, basta analisarmos o número de pontos de intersecção das retas paralelas ao eixo Ox.

Para a função ser...

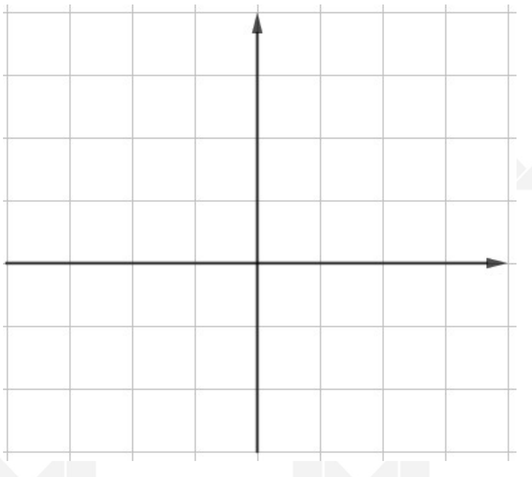
(1) INJETORA: cada uma das retas horizontais deve cortar o gráfico em um **único** ponto ou não cortar o gráfico.

(2) SOBREJETORA: a reta horizontal pode cortar o gráfico em mais de um ponto, desde que utilizemos todos os valores do contradomínio da função.

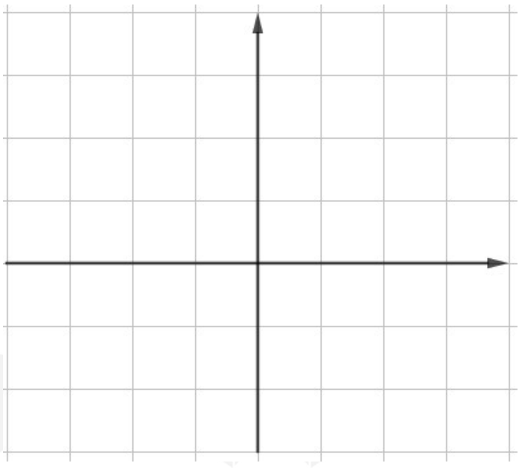
(3) BIJETORA: deve satisfazer as propriedades de injetora e sobrejetora, isto é, as retas horizontais devem cortar o gráfico em um único ponto e todo o contradomínio deve ser utilizado.

(EX):

(01)



(02)



02. FUNÇÃO INVERSA:

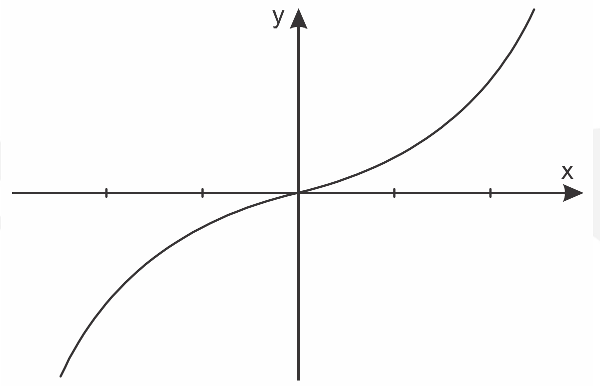
Seja f uma função bijetora de A em B, a relação inversa de f é uma função de B em A que denominamos *função inversa* e indicamos por f^{-1}.

Propriedades:

(1) Os pares ordenados que formam f^{-1} podem ser obtidos dos pares de f, permutando-se os elementos de cada par, isto é

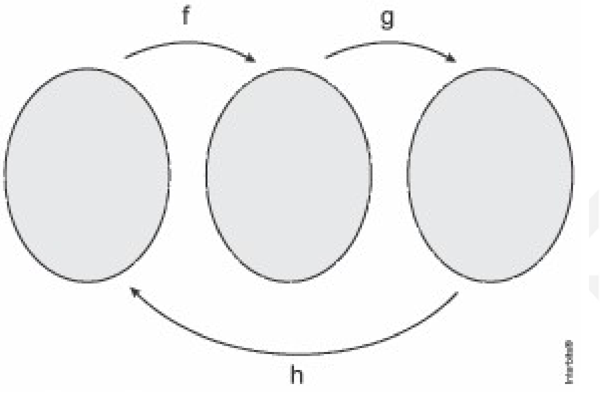
(2) Para a construção de gráficos é importante notarmos que se *f* é inversível e um par (a, b) está na tabela de *f*, então o par (b, a) do gráfico f^{-1} é simétrico de um ponto (a, b) do gráfico de *f* em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares. Portanto, o gráfico de f^{-1} é simétrico do gráfico de *f* em relação à mesma bissetriz.

(EX):



EXERCÍCIOS

01. (ESPM 2018) Se $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = 3 - x$, a função $h(x)$ representada no diagrama abaixo é:



(a) $h(x) = \dfrac{2 - x}{2}$

(b) $h(x) = \dfrac{2 - x}{x}$

(c) $h(x) = \dfrac{x}{2 - x}$

(d) $h(x) = \dfrac{x}{x - 2}$

(e) $h(x) = \dfrac{x - 2}{2x}$

02. (MACKENZIE 2017) Se a função $f:\mathbb{R}-\{2\}\to\mathbb{R}^*$ é definida por $f(x)=\dfrac{5}{2-x}$ e f^{-1} a sua inversa, então $f^{-1}(-2)$ é igual a

(a) $-\dfrac{1}{2}$

(b) $\dfrac{9}{2}$

(c) $-\dfrac{9}{2}$

(d) $\dfrac{1}{2}$

(e) $\dfrac{5}{4}$

03. (UNICAMP 2023) Uma transformação de Möbius é um quociente de polinômios de grau 1. Essas transformações são muito importantes em computação gráfica e também na área da engenharia conhecida como "processamento de sinais".

Considere a função $y=f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$, definida para $x\in\mathbb{R}, x\neq 1$, que é uma versão simplificada de uma transformação de Möbius.

Sobre a função inversa de f(x), é correto afirmar que

(a) $f^{-1}(x)=f(x)$, para $x\neq 1$.

(b) $f^{-1}(x)=1/f(x)$, para $x\neq \pm 1$.

(c) $f^{-1}(x)=-f(x)$, para $x\neq 1$.

(d) $f^{-1}(x)=f(-x)$, para $x\neq 1$.

04. (UECE 2021) Sejam f e g funções reais de variável real definidas por $f(x)=2^x$ e $g(x)=x^3$. Se $h=g\circ f$ é a função composta de g com f (isto é, $h(x)=g(f(x))$), então, a expressão que define a função h^{-1}, inversa da função h, é $h^{-1}(x)$ igual a

(a) $2\cdot\log_2\left(\dfrac{x}{3}\right)$.

(b) $3\cdot\log_3\left(\dfrac{x}{2}\right)$.

(c) $\dfrac{1}{2}\cdot\log_3(x)$.

(d) $\dfrac{1}{3}\cdot\log_2(x)$.