FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Já sabemos os logaritmos expressam relações para os expoentes e que é um auxílio na resolução de questões envolvendo funções exponenciais. Agora estudaremos as funções logarítmicas, em que como o próprio nome diz, estabelecem uma relação de dependência entre valores envolvendo o logaritmo. A função é da forma:

$$f(x) = \log_b x$$

Como a definição de log nos diz que $\log_b x = y$ é que $y^b = x$, então para que isso ocorra X é obrigatoriamente positivo. Portanto, o domínio é o conjunto dos reais não negativos.

Exemplo:

Qual o domínio da função $f(x) = \log_2 2x - 4$

Sabemos que $2x - 4 \geq 0$

Então:

$2x \geq 4$

$x \leq 2$

Para todo X menor que 2 a função f está definida. Então o domínio nesse caso é $D\{x \in R/x \leq 2\}$

Exemplo:

$f(x) = \log_3 x^2 - 7x + 10$

Nesse caso $x^2 - 7x + 10 \geq 0$

Achando as raízes dessa equação pela fórmula de Bháskara:

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ Sendo a = 1, b = -7 e c = 10 vêm:

$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{7^2-4.1.10}}{2.1}$

$x = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2}$

X = 5 ou X = 2

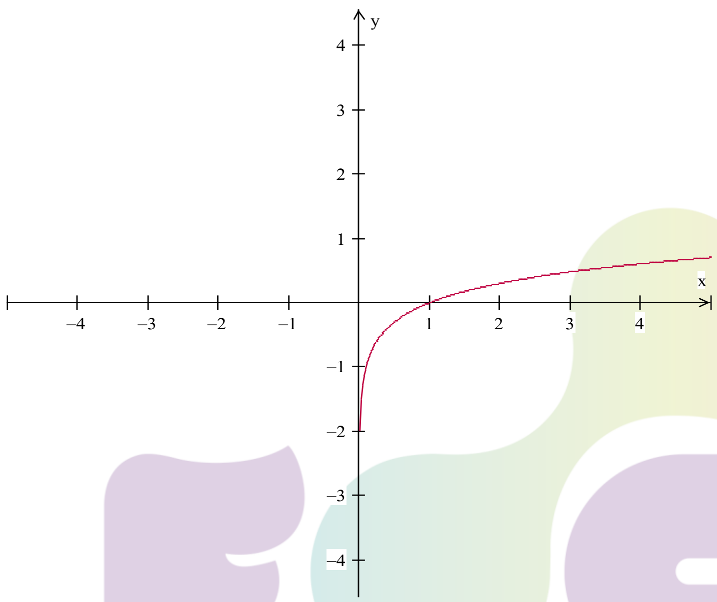
Portanto os zeros da função são x = 5 e x = 2, como o coeficiente “a” é positivo a concavidade é para cima, então os valores entre os zeros são negativos. Como não queremos números negativos, podemos dizer que o domínio da função é uma junção de dois intervalos:

$$D = \,]-\infty, 5]\; U\; [2, \infty[$$

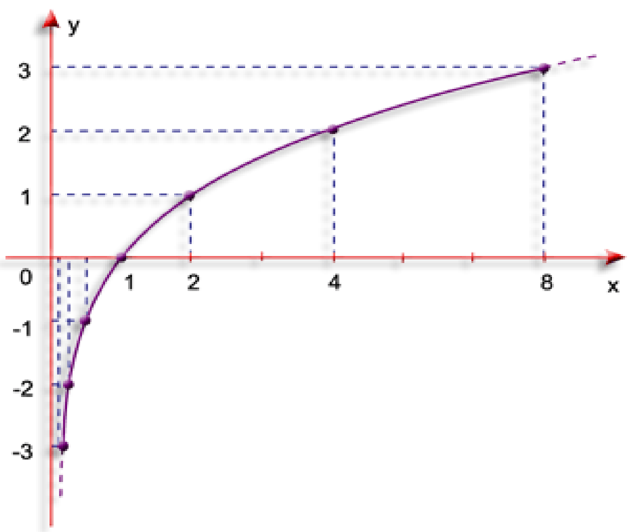
Gráfico da função logarítmica:

Para a função logarítmica, existem dois tipos de gráfico. Quando a base está entre 0 e 1 e quando é maior que 1.

Para b > 1 o gráfico é dessa forma. (CRESCENTE)



Para 0<b<1 o gráfico é DECRESCENTE



Exercício 1:

A altura média do tronco de certa espécie de árvore, que se destina à produção de madeira, evolui desde que é plantada, segundo o seguinte modelo matemático: $h(t) = 1,5 + \log_3(t+1)$, com h(t) em metros e t em anos. Se uma dessas árvores foi cortada quando seu tronco atingiu 3,5 m de altura, o tempo (em anos) transcorrido do momento da plantação até o do corte foi de:

a) 9.

b) 8.

c) 5.

d) 4.

e) 2.

Vamos substituir 3,5 metros na expressão da altura:

$3,5 = 1,5 + \log_3(t+1)$

$2 = \log_3 t + 1$

Então temos pela definição de logaritmo que:

$3^2 = t + 1$

Portanto:

$t = 8\ anos$ (Letra B)

Exercício 2:

Suponha que o total de sapatos produzidos por uma pequena indústria é dado, aproximadamente, pela função S(t) = 1000 $\log_2^{(1+t)}$, onde t é o número de anos e S o número de sapatos produzidos, contados, a partir do início de atividade da indústria. Determine o tempo necessário para que a produção total seja o triplo da produção do primeiro ano.

Primeiro calcularemos a produção no primeiro ano:

$S(1) = 1000 \log_2 1 + 1$

$S(1) = 1000. \log_2 2$

$S(1) = 1000\ sapatos$

O triplo de 1000 é 3000. Portanto:

$3000 = 1000\ \log_2 1 + t$

$3 = \log_2 1 + t$

Portanto:

$2^3 = 1 + t$

$t = 7\ anos$