CONJUNTOS NUMÉRICOS:

- *Conjunto dos Números Naturais:*

Os números naturais foram o primeiro sistema de números desenvolvido e foram usados primitivamente, para contagem. Esse conjunto infinito, denotado por *N* é dado por :

N = {1, 2, 3,...}. Usualmente encontramos e vamos considerar

N = {0, 1, 2, 3, 4,...} e

*N** = {1, 2, 3, 4,...}.

- *Conjunto dos Números Inteiros:*

Chama-se conjunto dos números inteiros o conjunto *Z* = {..., – 3, – 2, – 1, 0, 1, 2, 3, ...}.

No conjunto dos números inteiros destacamos cinco subconjuntos:

$Z_+ = \{0, 1, 2, 3, ...\} = N$ →Conjunto dos inteiros não negativos.

$Z_- = \{..., -3, -2, -1, 0\}$ →Conjuntos dos inteiros não positivos

$Z^* = \{..., -3, -2, -1, 1, 2, 3, ...\}$ → Conjunto dos inteiros não nulos

$Z_+^* = \{1, 2, 3, ...\}$ → Conjunto dos inteiros positivos.

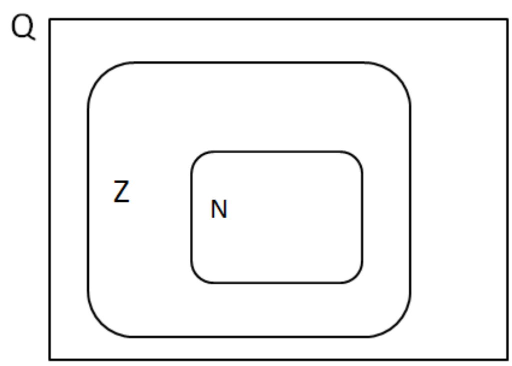
$Z_-^* = \{..., -3, -2, -1\}$ →Conjuntos dos inteiros negativos.

- *Conjunto dos Números Racionais:*

Chama-se conjunto dos números racionais o conjunto $Q = \left\{ x \mid x = \frac{m}{n}, \text{onde } m \in Z \text{ e } n \in Z^* \right\}$.

Logo, podemos dizer que os racionais são todos aqueles números que podem ser escritos na forma de uma fração, onde o numerador é um número inteiro e o denominador é um número inteiro não nulo.

Observe que todo número natural é um número inteiro e todo número inteiro pode ser escrito na forma de uma fração, logo: $N \subset Z \subset$ Q.



Como podemos observar os números decimais exatos e as dízimas periódicas também são números racionais.

Exemplos:

$\text{a) } 7 \in Q, \text{ pois } 7 = \frac{14}{2}$

$\text{b) } 0 \in Q, \text{ pois } 0 = \frac{0}{2}$

$\text{c) } -3 \in Q, \text{ pois } -3 = \frac{-6}{2}$

$\text{d) } 0{,}7 \in Q, \text{ pois } 0{,}7 = \frac{7}{10}$

$\text{e) } 0{,}3333... \in Q, \text{ pois } 0{,}3333... = \frac{1}{3}$

- *Conjunto dos Números Irracionais:*

Os números que não podem ser escritos na forma $\frac{p}{q}$, com $q \neq 0$, *p,q* $\in$ *Z*, isto é, os números que não pertencem a Q, são definidos como números irracionais. O conjunto dos números irracionais pode ser representado por Q', $\overline{Q}$ ou I .Em símbolos podemos escrever: $Q' = \{x \mid x \notin Q\}$.

Por exemplo, são números irracionais, as raízes não exatas, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}, \sqrt[3]{2}$, etc..., e o número π.

- *Conjunto dos Números Reais:*

Da reunião do conjunto dos Números Racionais com o conjunto dos Números Irracionais, resulta o conjunto dos Números Reais (***R***).

IPC$_1$: Há números que inicialmente parecem que não se pode expressá-los em forma de fração, o que nos levaria a dizer que são números irracionais. Entretanto, pode-se expressá-los em forma de uma fração e a estes números dizemos que são as dízimas periódicas que são números racionais.

Dízimas

Nas transformações de frações em números decimais, quando a divisão não for exata, e a partir de certo momento os algarismos começam a se repetir, dizemos que a fração se transforma numa DÍZIMA PERIÓDICA.

Período $\Rightarrow$é a parte que se repete

Parte não periódica $\Rightarrow$ é a parte entre a vírgula e o período.

Representação das dízimas periódica

0,777... = 0,(7) = $0{,}\overline{7}$

0,1333... = 0,1(3) = $0{,}1\overline{3}$

DÍZIMAS PERIÓDICAS SIMPLES

Quando o período vem logo após a vírgula.

Ex:0,777... ; 1,333...

Dízimas periódicas composta

Quando o período não vem logo após a vírgula.

Ex:0,2777... ; 3,122...

Geratriz de uma dízima periódica

É a fração ordinária que dá origem a dízima

GERATRIZES DAS DÍZIMAS PERIÓDICAS SIMPLES

É a fração ordinária que tem para numerador o período e para o denominador tantos NOVES quantos forem os algarismos do período.

Ex: 0,333 = $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 0,45454545... = $\frac{45}{99} = \frac{5}{11}$

GERATRIZ DAS DÍZIMAS PERIÓDICAS COMPOSTAS

É a fração ordinária que tem para numerador a parte não periódica, seguida do período, menos a parte não periódica, e para denominador um número formado de tantos NOVES quantos forem os algarismos do período, seguidos de tantos ZEROS quantos forem os algarismos da parte não periódica.

Ex: Achar a geratriz das dízimas:

0,1777...⇒ 0,1777... = $\frac{17-1}{90} = \frac{16}{90} = \frac{8}{45}$

0,10333...⇒ 0,10333... = $\frac{103-10}{900} = \frac{93}{900} = \frac{31}{300}$

INTERVALOS REAIS

O conjunto dos números reais possui também subconjuntos, que se denominam *intervalos* e são determinados por meio de desigualdades. Sejam os números reais *a* e *b*, com a < b, temos:

→ Intervalo aberto de extremos *a* e *b* é o conjunto $]a, b[= \{x \in R | a < x < b\}$

→ Intervalo fechado de extremos *a* e *b* é o conjunto $[a, b] = \{x \in R | a \le x \le b\}$

→ Intervalo aberto à direita (ou fechado à esquerda) de extremos *a* e *b* é o conjunto

$[a, b[= \{x \in R | a \le x < b\}$

→ Intervalo aberto à esquerda (ou fechado à direita) de extremos *a* e *b* é o conjunto

$]a, b] = \{x \in R | a < x \le b\}$

Há ainda os intervalos infinitos

$\rightarrow]-\infty, a] = \{x \in R | x \leq a\}$

$\rightarrow]-\infty, a[= \{x \in R | x < a\}$

$\rightarrow [a, +\infty[= \{x \in R | x \geq a\}$

$\rightarrow]a, +\infty[= \{x \in R | x > a\}$

EXERCÍCIOS

1)Sendo N o Conjunto dos Números Naturais, Z o conjunto dos Números Inteiros, Q o Conjunto dos Números Racionais e R o conjunto dos Números Reais, associe V (verdadeiro) ou F (falso) para cada sentença abaixo:

( ) $N \subset Q$ ( ) $Z \subset Q$ ( ) $0 \in Q$

( ) $12 \in R$ ( ) $-3 \in N$ ( ) $0 \in R^*$

( ) $N = Z_+$ ( ) $\sqrt{-25} \notin R$

2) Considerando o conjunto

$U = \left\{-1, 2, 0, \frac{3}{4}, 5, \frac{8}{2}, -5, \sqrt{17}\right\}$, responda:

a) Quais são números naturais?

b) Quais são números inteiros?

c) Quais são números racionais?

d) Quais são números irracionais?

e) Quais são números reais?

3) Sejam os números:

$-6; \sqrt[3]{-8}; 2^{-3}; \sqrt{121}; 5^0; \sqrt{149}; {}^{2}/_{3}$ e 2,55...

Dos números considerados, quantos pertencem, respectivamente, aos conjuntos Z e I?

a)3 e 1 b)3 e 2 c)4 e 1

d)4 e 2 e)2 e 4

4) Observe os seguintes números:

I . 2,212121... II. 3,212223... III. $\frac{\pi}{5}$

IV. 3,1416 V. $\sqrt{-4}$

Assinale a alternativa que indica os números irracionais:

a)I e II b) I e IV c) II e III

d) II e V e) III e V

5) (CN) Um certo professor comentou com seus alunos que as dízimas periódicas podem ser representadas por frações em que o numerador e o denominador são números inteiros e, neste momento, o professor perguntou aos alunos o motivo pelo qual existe a parte periódica. Um dos alunos respondeu justificando corretamente, que em qualquer divisão de inteiros

a) o quociente é sempre inteiro.

b) o resto é sempre inteiro.

c) o dividendo é o quociente multiplicado pelo divisor, adicionado ao resto.

d) os possíveis valores para resto têm uma quantidade limitada de valores.

e) que dá origem a uma dízima , os restos são menores que a metade do divisor.

6) (ITA) Seja o conjunto S = { r ∈ Q: r ≥ 0 e r² ≤ 2}, sobre o qual são feitas as seguintes afirmações:

I) $\frac{5}{4}$ ∈ S e $\frac{7}{5}$ Є S

II) {x ∈ R: 0 ≤ X ≤ √2} ∩ S = Ø

III) √2 ∈ S

É possível dizer, então, que é (são) verdadeira(s) apenas:

a) I e II b) I e III

c) II e III d) I (X) e) II

07) (EsPCEx) - Sendo:

R_+, o conjunto dos números reais não negativos,

Q , o conjunto dos números racionais,

Z , o conjunto do números inteiros,

N , o conjunto do números naturais

A interseção dos conjuntos R_+, Q ∪ (N ∩ Z) e (Z ∩ Q) ∪ N é igual a :

a) ϕ b) R_+* c) Q* d) N e) Z_+