Livro Eletrônico

Aula 01

Matemática I p/ Escola de Sargentos das Armas (EsSA) Com videoaulas - Pós-Edital

Ismael de Paula dos Santos

AULA 01 – Conjuntos Numéricos (Naturais, Inteiros, Racionais e Reais); Propriedades e Operações; Ordenação dos Reais;

Sumário

"Jamais considere seus estudos como uma obrigação, mas como uma oportunidade invejável para aprender a conhecer a influência libertadora da beleza do reino do espírito, para seu próprio prazer pessoal e para proveito da comunidade à qual seu futuro trabalho pertencer."

1 – INTRODUÇÃO

Olá, meu futuro aprovado! Como andam os estudos? Espero que bem!

Nesta aula daremos continuidade no conteúdo de **MAT 1**. Espero que estejam gostando do nível da teoria abordada para o seu certame. Ainda temos muita coisa para ver e exercitar. Sigamos firmes.

Vamos à nossa aula!

O primeiro dos assuntos será: Conjuntos Numéricos Fundamentais. Tema bastante amplo, no qual abordarei muitas definições, propriedades, operações etc. Tudo que veremos nesta aula cairá em sua prova, ainda que de uma forma não tão explícita, mas cai. Então, preste bastante atenção!

Já adianto que não temos questões da prova da ESA. Assim, para que possamos ter um padrão de cobrança, selecionei questões, em sua maioria militares, outras como exercício modelo, para testar de fato o conteúdo adquirido.

Não esqueça do nosso fórum, local onde você poderá retirar possíveis dúvidas sobre seu aprendizado.

@professor_ismaelsantos

profismael.mat@gmail.com

FALE COMIGO

Sem mais, vamos a nossa aula!

2 – Conjuntos Numéricos

1 – Introdução

Vimos na aula anterior o tópico Teoria dos Conjuntos, certo? Pois bem.

Na aula de hoje, também falaremos de conjuntos, no entanto, com uma especialidade: os que possuem só números como elementos.

É de suma importância o entendimento de cada conjunto, bem como de suas operações e propriedades, pois serão facilitadores para a realização de determinados problemas.

Conceitualmente, temos que Conjunto Numérico é uma coleção ou reunião de números. Este conjunto não fica caracterizado somente por seus elementos, mas também, pelas operações fundamentais e suas propriedades.

Fique tranquilo! As definições de cada conjunto serão passadas em ordem mais conveniente, ou seja, do mais simples para o mais complexo.

2 – Conjuntos dos Numéricos Fundamentais

Podemos dizer que existem 6 conjuntos numéricos fundamentais, quais sejam:

$\mathbb{N}$ - **Naturais**

$\mathbb{Z}$ - **Inteiros**

$\mathbb{Q}$ - **Racionais**

$\mathbb{I}$ – **Irracionais**

$\mathbb{R}$ - **Reais**

$\mathbb{C}$ - **Complexos**

Ressalto que este último conjunto não será tratado nesta aula, pois teremos uma aula específica de Complexos, em momento posterior. Assim, vamos à análise de cada um destes subconjuntos fundamentais.

a) Conjunto dos Naturais ($\mathbb{N}$)

Por definição, temos que é todo conjunto formado por números **não negativos** e que **não** possuam **casas decimais**.

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; ...\}$$

__Casas decimais__: São formadas por algarismos após a vírgula, tais como:

1,**2**	3,**14**	7,**283**
1 casa decimal	2 casas decimais	3 casas decimais

Não posso me furtar de passar a você algumas conclusões baseadas nos Axiomas de Peano, matemático italiano.

I- Todo número natural tem um sucessor. ($n \mapsto n'$).
II- Dois números com o mesmo sucessor são iguais.
III- Existe um número que não é sucessor de outro.

IV- O zero (0) é um número natural.
V- $\forall$ x ; x = x (reflexiva).
VI- $\forall$ x e y ; x = y $\longrightarrow$ y = x (simétrica).
VII- $\forall$ x ; y e z ; x = y $\wedge$ y = z $\longrightarrow$ x= z (transitiva).
VIII- $\forall$ a e b ; a = b, sendo a $\in \mathbb{N}$, então b $\in \mathbb{N}$ (a igualdade é fechada nos $\mathbb{N}$).

ESCLARECENDO

Números sucessores e antecessores só são bem definidos (ou seja, só existem) dentro do conjunto dos números $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$. Isso nos leva a fazer a seguinte análise: qual o sucessor de 1,2?

Perceba que 1,2 é um número Racional. Por este motivo te leva a um processo **infinito** de considerações, como: É 1,3? É 1,21? É 1,201? E assim por diante. Perceba que ficamos sem resposta.

Deixo aqui uma dica que irá ajudar no processo de descoberta de um sucessor ou antecessor de um número inteiro ou natural.
Sucessor é o que "vem depois". Basta somar uma unidade ao número original.

-21 (+1) $\Longrightarrow$ **-20 sucessor**

Antecessor é o que "vem antes". Basta subtrair uma unidade do número original.

-21 (-1) $\Longrightarrow$ **-22 antecessor**

a.1) Subconjuntos dos Naturais ($\mathbb{N}$):

Definimos o subconjunto dos números naturais não nulos por:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

a.2) Elementos e Ordenação nos ℕ:

- O menor elemento é o zero.
- Todo natural possui um sucessor
- Todo subconjunto não vazio dos ℕ possui um menor elemento. (Princípio da Boa Ordenação)
- Dados a, b ∈ ℕ quaisquer, vale somente uma das alternativas.

$a > b \qquad a = b \qquad a < b$

(Tricotomia dos Números em ℕ)

a.3) Operações definidas nos ℕ:

São operações bem definidas em ∈ ℕ, adição e multiplicação. Ou seja, ao multiplicarmos ou somarmos dois números ∈ ℕ, o resultado será um 3º número também ∈ ℕ.

Operação Soma:

2 + 4 = 6

- ✓ 2 – 1ª parcela (∈ ℕ)
- ✓ 4 – 2ª parcela (∈ ℕ)
- ✓ 6 – Soma/Total (∈ ℕ)

Operação Multiplicação:

2 x 3 = 6

- ✓ 2 – 1º fator (∈ ℕ)
- ✓ 3 – 2º fator (∈ ℕ)
- ✓ 6 – Regra/Produto (∈ ℕ)

TOME NOTA!

Já as operações subtração e divisão não são fechadas em ℕ.

Operação Subtração:

2 – 3 = -1

2 – Minuendo (∈ ℕ)

3 – Subtraendo ($\in \mathbb{N}$)
1 – Resto ou Diferença ($\notin \mathbb{N}$)

Operação Divisão:
2 : 3 = 0,666...
2 – Dividendo ($\in \mathbb{N}$)
3 – Divisor ($\in \mathbb{N}$)
0,666 – Quociente ($\notin \mathbb{N}$)

a.4) Propriedades das Operações Definidas nos $\mathbb{N}$:

Temos como propriedades das operações: *comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.*

- **Comutativa:** *a ordem das parcelas não altera a SOMA. Bem como a ordem dos fatores não altera o PRODUTO.*

$$(a + b) = (b + a)$$
$$(a.\ b) = (b\ .\ a)$$

- **Associativa:** *é possível associar dois ou mais números, na soma ou no produto, sem que esta operação altere o resultado.*

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$
$$(a.\ b)\ .\ c = a.\ (b\ .\ c)$$

- **Elemento Neutro:** *é o elemento que ao ser somado ou multiplicado não altera o resultado original.*

$$a + 0 = a$$
$$a.\ 1 = a$$

- **Distributiva:** *consiste no processo de multiplicar o elemento que está em evidência com cada elemento dentro dos parênteses, chaves ou colchetes.*

$$a \,.\, (b \pm c) = ab \pm ac$$

> Estas propriedades são definidas somente nas operações **ADIÇÃO** e **MULTIPLICAÇÃO.**

- ✓ **Lei do corte**

$$\cancel{a} + b = \cancel{a} + c \implies b = c$$

$$\cancel{a} . b = \cancel{a} \,.\, c \quad , \quad a \neq 0 \implies b = c$$

- ✓ **Lei da Anulação ou Anulamento do Produto**

$$a \,.\, b \,.\, c = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases}$$

- ✓ **Lei da Equivalência ou Identidade**

$$a \,.\, b = ac + ad$$

$$a \,.\, b = a\,(c + d)$$

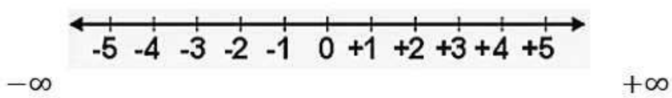
$$\mathbf{b = c + d}$$

ATENÇÃO: O PROCESSO DE COLOCAR EM EVIDÊNCIA DETERMINADO NÚMERO É O INVERSO DA PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA.

b) Conjunto dos Números Inteiros ($\mathbb{Z}$):

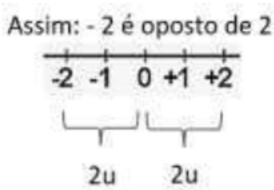
São números que foram criados para representar possíveis dúvidas, temperaturas baixas etc. Por definição, temos: é todo conjunto formado pelos **números $\mathbb{N}$ e seus opostos.**

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$



Reta Numérica

Números opostos ou Simétricos: são números que possuem a mesma distância da origem (definição geométrica) ou cuja soma resulta zero (definição algébrica).



Todo inteiro possui um oposto em relação a soma, ou seja, a soma = 0

É fácil observar que o conjunto dos Naturais está contido no conjunto dos Inteiros, bem como este contém aquele.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \quad \text{ou} \quad \mathbb{Z} \supset \mathbb{N}$$

TOME NOTA!

Regra dos sinais no produto de números inteiros: sinais iguais o resultado será sempre positivo. No caso de sinais diferentes, o resultado será sempre negativo. Segue um esquema abaixo:

$$-(-a) = +a$$
$$a \cdot (-b) = -a.b$$
$$(-a) \cdot b = -a.b$$
$$(-a)(-b) = +a.b$$

Módulo ou valor absoluto de um inteiro: seja x um nº inteiro qualquer, representado por valor absoluto ou módulo de x por $|x|$

E definimos por $|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$

▪

b.1) Subconjunto dos Inteiros ($\mathbb{Z}$):

$\mathbb{Z}^*$ - Inteiros não nulos (... -1, 1...}

$\mathbb{Z}_+$ - Inteiros não negativos {0, 1, 2,...}

$\mathbb{Z}_-$ - Inteiros não positivos {..., -2, -1, 0}

$\mathbb{Z}^*{}_+$ - Inteiros positivos {1, 2, 3,...}

$\mathbb{Z}^*$ - Inteiros negativos {... -3, -2, -1}

PRESTE MAIS ATENÇÃO!!

Dois conjuntos são ditos iguais quando: para quaisquer elementos pertencente ao primeiro conjunto, estes elementos também pertencerão ao segundo conjunto.

$$A = B \Leftrightarrow \forall\, x\, (x \in A \Leftrightarrow x \in B)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{N} = \mathbb{Z}_{+} \\ \mathbb{N}^{*} = \mathbb{Z}^{*}_{+} \end{array} \right. \qquad \textbf{Conjuntos iguais}$$

b.2) Elementos e Ordenação nos $\mathbb{Z}$:

- Todo elemento $\mathbb{Z}$ possui um sucessor e um antecessor, logo, este conjunto é infinito, não possuindo assim, limite superior ou inferior.
- Dados a, b e $\mathbb{Z}$ quaisquer, vale somente uma das alternativas:

$$a > b \qquad a = b \qquad a < b$$

(Tricotomia dos Números em $\mathbb{Z}$)

b.3) Operações Definidas nos $\mathbb{Z}$.

São operações bem definidas em $\mathbb{Z}$; *adição, subtração e multiplicação*, ou seja, qualquer destas operações com dois inteiros, o resultado será um 3º inteiro também $\in \mathbb{Z}$.

Operação Soma:

2 + 4 = 6

- ✓ 2 – 1ª parcela ($\in \mathbb{Z}$)
- ✓ 4 – 2ª parcela ($\in \mathbb{Z}$)
- ✓ 6 – Soma/Total ($\in \mathbb{Z}$)

Operação Multiplicação:

2 x 3 = 6

- ✓ 2 – 1º fator ($\in \mathbb{Z}$)
- ✓ 3 – 2º fator ($\in \mathbb{Z}$)
- ✓ 6 – Regra/Produto ($\in \mathbb{Z}$)

Operação Subtração:

2 - 4 = -2

- ✓ 2 – Minuendo ($\in \mathbb{Z}$)
- ✓ 4 – Subtraendo ($\in \mathbb{Z}$)
- ✓ -2 – Resto/Diferença ($\in \mathbb{Z}$)

Já a operação divisão não é fechada em $\mathbb{Z}$, pois nem toda divisão de naturais resulta um número natural. Cabe ressaltar que, para fazer esta análise, a divisão deverá ser possível, ou seja, o divisor (denominador) não poderá ser nulo.

Operação Divisão:

2 : 3 = 0,666...

2 – Dividendo ($\in \mathbb{Z}$)

3 – Divisor ($\in \mathbb{Z}$)

0,666 – Quociente ($\notin \mathbb{Z}$)

b.4) Propriedade das Operações nos $\mathbb{Z}$:

Temos como propriedades das operações: *comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.*

- **Comutativa:** *a ordem das parcelas não altera a SOMA. Bem como a ordem dos fatores não altera o PRODUTO.*

$$a + b = b + a$$
$$a \, . \, b = b \, . \, a$$

- **Associativa:** *é possível associar dois ou mais números, na soma ou no produto, sem que esta operação altere o resultado.*

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$
$$a \, . \, (b \, . \, c) = (a \, . \, c) \, . \, c$$

- **Elemento neutro:** *é o elemento que ao ser somado ou multiplicado não altera o resultado original.*

$$a + 0 = a$$
$$a \, . \, 1 = a$$

- **Distributiva:** *consiste no processo de multiplicar o elemento que está em evidência com cada elemento dentro dos parênteses, chaves ou colchetes.*

$$a \, . \, (b \pm c) = ab \pm ac$$

Estas propriedades são definidas somente nas operações **ADIÇÃO** e **MULTIPLICAÇÃO.**

Na operação divisão, temos as seguintes características:

$$\begin{array}{c|c} D & d \\ \hline n & q \end{array}$$

* D = d.q+r
* $0 \leq r < |d|$ ou $0 \leq r \leq |d - 1|$
* Resto máximo $\therefore$ r = d-1
* Resto mínimo $\therefore$ r = o $\Longrightarrow$ Divisão exata

c) Conjunto dos Números Racionais ($\mathbb{Q}$)

É o conjunto formado por todos os números que possam ser escritos sob a forma de fração. Por definição, temos:

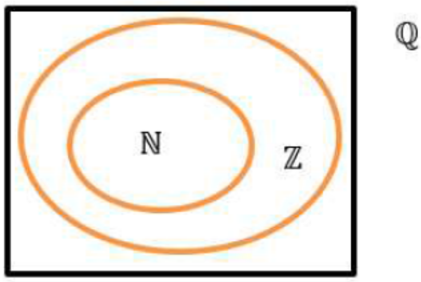
$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \ / \ a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z}^{*}\right\} ; \text{mdc } (a;b) = 1$$

$$\text{Ex.: } \frac{1}{2} ; \frac{-1}{11} ; \underbrace{2 ; 0}_{\text{Frações unitárias}} ; 3{,}15 ; 0{,}\overline{3} ; \ldots$$

Perceba que na escrita da fração, o Máximo Divisor Comum (MDC) entre o numerador e o denominador deverá ser igual a um (1). Isso se dá pelo fato da fração precisar estar na sua forma irredutível, para que possamos classificá-las.

É fácil constatar que o conjunto do Naturais está contido no conjunto dos Inteiros, bem como este está contido no conjunto dos Racionais. Assim:

$$(\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}) \subset \mathbb{Q}$$



Fração ou Razão

Nada mais é que a divisão entre duas grandezas.

Numerador - antecedente

$\frac{a}{b}$ = razão de a para b

Denominador - consequente

c.1) Classificação das frações

a) <u>Fração própria</u>: Numerador menor que o denominador.

$\frac{a}{b}$; a < b   Ex.: $\frac{1}{2}$

b) Fração imprópria: Numerador maior que o denominador.

$\frac{a}{b}$; a > b Ex.: $\frac{3}{2}$

c) Fração decimal: Denominador igual a potências de 10.

$\frac{a}{10^n}$; $n \in \mathbb{N}^*$ Ex.: $\frac{3}{100}$

d) Fração Ordinária: Quando não for fração decimal.

$\frac{a}{b}$; $b \neq 10^n$ Ex.: $\frac{4}{5}$

e) Fração aparente: Quando a fração for redutível a um inteiro qualquer não nulo.

$\frac{a}{b}$; a = b . k sendo $k \in \mathbb{Z}$ Ex.: $\frac{12}{3} = \frac{\cancel{3}.4}{\cancel{3}} = 4$

f) Frações equivalentes: São frações que possuem o mesmo valor.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Ex.: $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{6}$

g) Frações homogêneas: São frações com denominadores iguais.

$\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{b}$ Ex.: $\frac{2}{5}$ e $\frac{7}{5}$

h) Frações heterogêneas: São frações com denominadores diferentes.

$\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ Ex.: $\frac{2}{5}$ e $\frac{8}{9}$

i) <u>Fração mista ou número misto</u>: Quando possui uma parte inteira e outra fracionária, sendo esta, fração própria.

$$a\frac{b}{c}\ ;\ b < c \wedge a \in \mathbb{Z}^* \qquad \text{Ex.: } 2\frac{1}{3}$$

> Cálculo com a fração mista: pega-se o denominador, multiplica-se pela parte inteira, soma-se ao numerador.
>
> $$2\frac{1}{3} \Rightarrow 2 + \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2\,.3+1}{3} \Rightarrow \frac{7}{3}$$

j) <u>Fração irredutível</u>: São frações em que os números que a compõe são primos entre si, ou seja, não possuem fatores em comum, logo seu Máximo Divisor Comum deverá ser igual a um (1).

$$\frac{a}{b}\ ;\ \text{mdc}\,(a\,;\,b) = 1 \qquad \text{Ex.: } \frac{3}{7}$$

> **Segue agora um tópico bastante importante no que tange a números racionais: comparação de frações.**
>
> Com denominadores iguais (aquela com **MAIOR** numerador)
>
> $$\frac{4}{5} > \frac{3}{5}$$
>
> Com numeradores iguais (aquela com **MENOR** denominador)
>
> $$\frac{7}{3} > \frac{7}{5}$$
>
> Com numeradores e denominadores **DIFERENTES**.
>
> $$\text{Ex.: } \underset{\diagup\, 3}{\frac{3}{2}} \ \text{e}\ \underset{\diagup\, 2}{\frac{5}{3}} \Rightarrow \frac{9}{6} < \frac{10}{6} \quad \therefore \frac{5}{3} > \frac{3}{2}$$

c.2) Subconjunto dos $\mathbb{Q}$

[redacted] - Racionais não nulos
[redacted] - Racionais não negativos
[redacted] - Racionais não positivos
[redacted] - Racionais positivos
[redacted] - Racionais negativos

c.3) Operações Definidas nos $\mathbb{Q}$:

São operações definidas nos Racionais: *adição, subtração, multiplicação e divisão (quando possível a divisão).* Ou seja, qualquer destas operações entre dois números $\in \mathbb{Q}$, o resultado será um 3º número também $\in \mathbb{Q}$.

Operação Soma:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \in \mathbb{Q}$$

Operação Multiplicação:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \in \mathbb{Q}$$

Operação Subtração:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0 \in \mathbb{Q}$$

Operação Divisão:

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 1 \in \mathbb{Q}$$

Todas as operações fundamentais são definidas no conjunto dos números Racionais.

c.4) Propriedades das Operações nos $\mathbb{Q}$.

Temos como propriedades das operações: *comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.*

- ✓ **Comutativa:** *a ordem das parcelas não altera a SOMA. Bem como a ordem dos fatores não altera o PRODUTO.*

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right)=\left(\frac{c}{d}\right)\left(\frac{a}{b}\right)$$

- ✓ **Associativa:** *é possível associar dois ou mais números, na soma ou no produto, sem que esta operação altere o resultado.*

$$\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\left(\frac{e}{f}\right)$$

$$\left(\frac{a}{b}\right).\left(\frac{c}{d}.\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{a}{b}.\frac{c}{d}\right).\left(\frac{e}{f}\right)$$

- ✓ **Elemento neutro:** *é o elemento que ao ser somado ou multiplicado não altera o resultado original.*

$$\frac{a}{b}+0=\frac{a}{b}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right).1=\frac{a}{b}$$

- **Distributiva:** *consiste no processo de multiplicar o elemento que está em evidência com cada elemento dentro dos parênteses, chaves ou colchetes.*

$$\frac{a}{b}\left(\frac{c}{d} \pm \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} . \frac{c}{d}\right) \pm \left(\frac{a}{b} . \frac{e}{f}\right)$$

Elemento inverso ou Inverso multiplicativo $\Longrightarrow a^{-1}$.

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \quad \therefore \quad 2^{-1} = \frac{1}{2} \;\; ; \;\; 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a} \quad \therefore \quad \left(\frac{4}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{4}$$

c.5) Operações com frações (em $\mathbb{Q}$)

- Soma/Subtração

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a.d \pm b.c}{b.d}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{3.5 + 7.2}{10} \Rightarrow \frac{29}{10} = 2{,}9$$

- Multiplicação

$$\frac{a}{b} . \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a.c}{b.d}$$

$$\frac{2}{3} . \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{2.4}{3.5} = \frac{8}{15}$$

- Divisão

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a}{b}.\frac{d}{c}=\frac{a.d}{b.c}$$

$$\frac{1}{2}:\frac{3}{5}\Rightarrow\frac{1}{2}.\frac{5}{3}=\frac{5}{6}$$

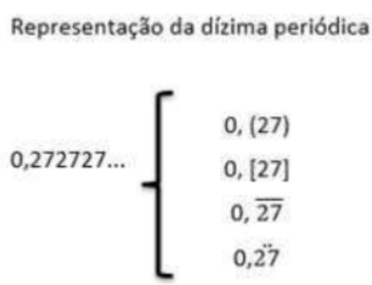
Um tema bastante atual em certames militares é a tal da Soma Telescópica. Esse nome estranho, nada mais é que a unidade que fica dividida pelo produto de dois números naturais consecutivos. Assim, temos que: $\forall x \in \mathbb{N} / x \geq 1$, vale a fórmula:

$$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$$

c.6) Dízimas Periódicas

A palavra dízima possui um caráter amplo, que pode ser subdividida em:

Existem diversas forma de representação da dízima periódica, segue algumas delas:



Temos:

(DPS) – 0, 23 23...

Período (após a vírgula que se repete)

(DPC) – 0, 9 51 51 51...

Período

Antiperíodo (após a vírgula que não se repete)

Passaremos agora a analisar algumas especificidades das frações...

- **Decimais exatos**

Irá ocorrer somente se o denominador da fração aparecer fatores 2 ou 5. A quantidade de casas decimais será igual a quantidade de maior expoente dentre eles.

$$\frac{27}{16} = \frac{27}{2^4} = 1,\underline{6875}$$

$$\frac{23}{20} = \frac{23}{2^2.5^1} = 1,\underline{15}$$

- **Dízimas periódicas Simples (D.P.S)**

Irá ocorrer quando no denominador da fração aparecer fatores primos diferentes de 2 e 5.

$$\frac{5}{33} = \frac{5}{3.11} = 0,1515...$$

- **Dízima periódica composta (D.P.C)**

Irá ocorrer quando o denominador da fração ordinária possuir ao menos um dos fatores 2 ou 5 com mais qualquer fator primo diferente destes. A quantidade de casas do ante período será igual ao maior expoente de um dos fatores 2 ou 5.

$$\frac{18}{55}=\frac{18}{5^1.11^1}=0,\underline{3}2723...$$

$$\frac{7}{12}=\frac{7}{2^2.3}=0,\underline{58}333...$$

- Método Algébrico para encontrar a fração geratriz

Fração geratriz nada mais é que a fração ordinária que gera uma dízima periódica.

1° Exemplo:

$$0,3333=\frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b}=x\therefore\begin{cases} x=0,333...(.10) \\ \underline{10x=3,333.} \\ 9x=3\therefore x=\dfrac{3}{9}\therefore\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

2° Exemplo:

$$0,1555...=\frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b}=x\therefore\begin{cases} x=0,1555...(.10) \\ 10x=1,555...(.10) \\ \underline{100x=15,555...} \\ 90x=14\therefore x=\dfrac{14}{90}\therefore\dfrac{7}{45} \end{cases}$$

3° Exemplo:

$$1,5222... = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} = x \therefore \begin{cases} x = 1,5222...(.10) \\ 10x = 15,222...(.10) \\ 100x = 152,222... \\ \hline 90x = 137 \therefore x = \dfrac{137}{90} \end{cases}$$

Vamos aprender agora um método alternativo ao algébrico para que possamos encontrar a fração algébrica.

Esse método faz a conta ser bem mais simples e rápida, porém, ressalto a importância de aprender o método anterior.

Assim, vamos a um exemplo de cada espécie das dízimas periódicas.

- **Dízima periódica simples (DPS)**

$$\frac{N - parte\ inteira}{\underbrace{99...9}_{\text{Quantidade número período}}} = \frac{a}{b}$$

$$0,1111... = \frac{01-0}{9} = \frac{1}{9}$$

$$10,3434... = \frac{1034-10}{99} = \frac{1024}{99}$$

- **Dízima periódica simples (DPC)**

$$\frac{N - parte\ inteira + aperíodo}{\underbrace{99...9}_{\text{Período}}\ \underbrace{00...0}_{\text{aperíodo}}} = \frac{a}{b}$$

$$0,\underline{8}3636... = \frac{0836 - 08}{990} = \frac{828}{99\underline{0}}$$

$$3,\underline{407}666... = \frac{34076 - 3407}{90000} = \frac{30669}{9\underline{000}}$$

ARREDONDAMENTO DE NÚMEROS DECIMAIS

a) Se o algarismo a ser arredondado for > 5, soma-se 1 ao algarismo da esquerda.

7,138 ≅ 7,14

b) Se o algarismo a ser arredondado for < 5, soma-se o algarismo da esquerda.

4,177 ≅ 4,18

c) Caso seja igual a 5;

- Se par, o número da esquerda mantém.

7,165 ≅ 7,16

- Se ímpar, o número da esquerda aumenta uma unidade.

7,175 ≅ 7,18

TOME NOTA!

É importante destacar o resultado do Produto de Fatores Racionais entre 0 e 1.

Imaginemos dois números racionais a e b entre 0 e 1: $0 < a < 1$ e $0 < b < 1$.

A partir destes dados, podemos afirmar que:

$$a \,.\, b < a \;\wedge\; a \,.\, b < b$$

Exemplo:

$$0{,}2 \times 0{,}3 = 0{,}06 < 0{,}2 \;\wedge\; 0{,}06 < 0{,}3$$

d) Conjunto dos Números Irracionais (𝕀)

São números que não podem ser expressos por meio de fração, ou seja, por divisão de dois números inteiros, sendo o denominador diferente de zero. Estes números irracionais são representados por dízimas periódicas (não possuem geratriz).

$\sqrt{2} - 1{,}4142...$

$\Pi - 3{,}1415...$ ⟶ Razão entre perímetro e diâmetro de qualquer circunferência

$-\sqrt{3} - 1{,}7320...$

$\varnothing - 1{,}6180$ ⟶ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ – Razão áurea ou número de ouro

$e - 2{,}718...$ ⟶ Número de Euller

PRESTE MAIS ATENÇÃO!!

Simbologia Equivalente: $\overline{\mathrm{Q}} \equiv \mathrm{Q}' \equiv \mathrm{Q}^c \equiv \sim \mathrm{Q} \equiv \mathrm{I} \equiv \neg \mathrm{Q}$

TOME NOTA!

Qualquer raiz de um número inteiro, que retorne num valor inexato, será classificada como número irracional.

d.1) Subconjunto dos $\mathbb{I}$

- $\mathbb{I}$ * Não faz sentido, pois o ZERO já não faz parte.
- $\mathbb{I}_-$ Irracionais Negativos
- $\mathbb{I}_+$ Irracionais Positivos

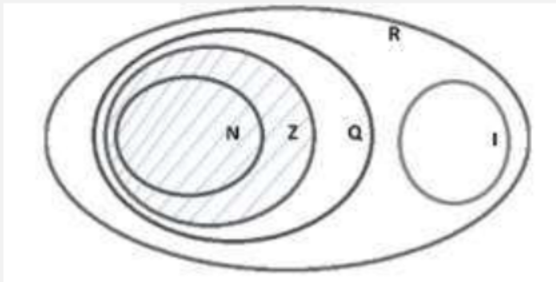
d.2) Operações definidas nos $\mathbb{I}$

No universo dos Irracionais, **nenhuma operação é fechada**, pois, qualquer uma delas, ainda que operada por números Irracionais, o resultado poderá ser um número Racional. Vejamos alguns exemplos:

$$\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$$
$$2\sqrt{2}-2\sqrt{2}=0$$
$$\sqrt{2}.\sqrt{2}=2$$
$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=1$$

e) Conjunto dos Números Reais ($\mathbb{R}$)

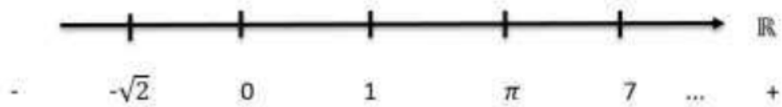
É a reunião entre os $\mathbb{Q} \cup \bar{Q} = \mathbb{R}$, ou seja, reúne os racionais e os irracionais



$$\begin{cases} \mathbb{R} \supset \mathbb{Q} \supset \mathbb{Z} \supset \mathbb{N} \\ \mathbb{R} \supset \mathrm{I} \end{cases}$$

e.1) Reta Real

Cada número real pode ser representado por um ponto na reta, que é um eixo orientado onde os números mais à direita são maiores que os números mais à esquerda.



e.2) Subconjunto dos $\mathbb{R}$

- $\mathbb{R}^*$ Reais não nulos
- $\mathbb{R}_+$ Reais não negativos
- $\mathbb{R}_-$ Reais não positivos
- $\mathbb{R}_+^*$ Reais positivos
- $\mathbb{R}_-^*$ Reais negativos

e.3) Propriedades nos $\mathbb{R}$:

Temos como propriedades das operações: *comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.*

- **Comutativa:** *a ordem das parcelas não altera a SOMA. Bem como a ordem dos fatores não altera o PRODUTO.*

$$a + b = b + a$$
$$(a.\ b) = (b\ .\ a)$$

- **Associativa:** *é possível associar dois ou mais números, na soma ou no produto, sem que esta operação altere o resultado.*

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$
$$(a.\ b)\ .\ c = a.\ (b\ .\ c)$$

- **Elemento Neutro:** *é o elemento que ao ser somado ou multiplicado não altera o resultado original.*

$$a + 0 = a$$
$$a.\ 1 = a$$

- **Distributiva:** *consiste no processo de multiplicar o elemento que está em evidência com cada elemento dentro dos parênteses, chaves ou colchetes.*

$$a\ .\ (b \pm c) = ab \pm ac$$

e.4) Operações definidas nos $\mathbb{R}$

Todas as operações são definidas nos $\mathbb{R}$. É claro que a divisão $\frac{a}{b}$ deve ser possível, ou seja, $b \neq 0$.

Vejamos exemplos destas operações.

$$\sqrt{2}+1=\sqrt{2}+1$$
$$\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$$
$$3.5=15$$
$$\frac{3}{5}=0,6$$

Oposto aditivo é a mesma coisa que simétrico. Assim, temos como exemplo:

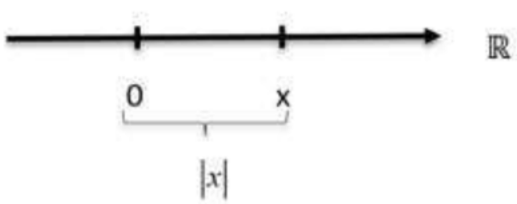
- 2 → 2 (são opostos aditivos)

Podemos dizer ainda que Números Opostos são números que ao serem somados resultam o valor ZERO.

e.5) Módulo de um número real

- <u>Definição geométrica</u>

Para $\forall x \in$ [redacted], o módulo de x ($|x|$) é a distância de x até a origem da reta real.



$$|3| = 3$$
$$|-3| = 3$$

- <u>Definição algébrica:</u>

O módulo de um número será igual a ele mesmo, se este número for positivo ou nulo. No entanto, será igual ao seu simétrico se for negativo. Segue um esquema abaixo para facilitar o entendimento.

$$|x| \begin{cases} x;\ \text{se} \quad x > 0 \\ 0;\ p/\ x = 0 \\ -x;\ \text{se} \quad x < 0 \end{cases}$$

$$|7| = 7$$
$$|-8| = 8$$
$$|0| = 0$$

Segue agora dois pontos muito importante: Operações com Módulo e Ordenação de Reais.

Estamos chegando ao fim de nossa aula. Não desanime! Fé na missão, AUDAZ!

PRESTE MAIS ATENÇÃO!!

Segue abaixo algumas propriedades de Operações com Módulo de um Número Real.

$$|x| \geq 0$$

$$-|x| \leq x \leq |x|$$

$$|x|.|y| = |x|.|y|$$

$$\sqrt{x^2} = |x| \text{cuidado!}$$

$$|x|^2 = x^2$$

$$|x+y| \leq |x| + |y|$$

$$|x| - |y| \leq |x+y|$$

$$|x| - |y| \leq |x-y|$$

$$|x| = k \Leftrightarrow x = k \vee x = -k$$

$$|x| = |y| \Leftrightarrow x = y \vee x = -y$$

$$|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a \rightarrow \forall a > 0$$

$$|x| > a \Leftrightarrow x < -a \vee x > a \rightarrow \forall a > 0$$

Segue abaixo algumas Propriedades de Ordem no conjunto dos $\mathbb{R}$.

P1. $\forall a \in \mathbb{R}; a \leq a$ Reflexiva

P2. $\forall a; b \in \mathbb{R}; a \leq b \wedge b \leq a \Rightarrow a = b$ Antissimétrica

P3. $\forall a; b; c \in \mathbb{R}; a \leq b \wedge b \leq c \Rightarrow a \leq c$ Transitiva

P4. $\forall a; b \in \mathbb{R}; a > b \vee a = b \vee a < b$ Tricotomia

P5. $\forall a; b; c \in \mathbb{R}; a \leq b \rightarrow a + c \leq b + c$

P6. $\forall a; b \in \mathbb{R} \wedge c \geq 0 \in \mathbb{R}$ temos $a < b \rightarrow a.c \leq b.c$

P7. $\forall a \in \mathbb{R} \begin{cases} a \geq 0 \rightarrow -a \leq 0 \\ a \leq 0 \rightarrow -a \geq 0 \\ a^2 \geq 0 \quad \text{(sempre)} \end{cases}$

P8. $\forall a;b \in \mathbb{R} \wedge c \leq 0$ temos $a \leq b \Rightarrow a.c \geq b.c$

P9. $0 < a < b \wedge 0 < c < d \rightarrow a.c < b.d$

P10. $a < 0 \rightarrow \dfrac{1}{a} < 0 \wedge \dfrac{1}{a} < 0 \rightarrow a < 0$

P11. $a > 0 \rightarrow \dfrac{1}{a} > 0 \wedge \dfrac{1}{a} > 0 \rightarrow a > 0$

P12. $a > 0 \wedge b > 0 \rightarrow \begin{cases} a+b > 0 \\ a.b > 0 \end{cases}$

P13. $a > b \geq 0 \rightarrow a^2 > b^2$

P14. $0 < a < 1 \rightarrow \dfrac{1}{a} > 1$

Bom! Chegamos ao fim da nossa Aula 01. Guarde cada informação passada neste livro eletrônico. Toda teoria vista até aqui será de grande valia em momento posterior.

Sem mais, vamos observar como este tema cai em prova? Vamos nessa!

QUESTÕES
COMENTADAS

(Exercício Modelo) Questão 01

Assinalando V ou F se as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas

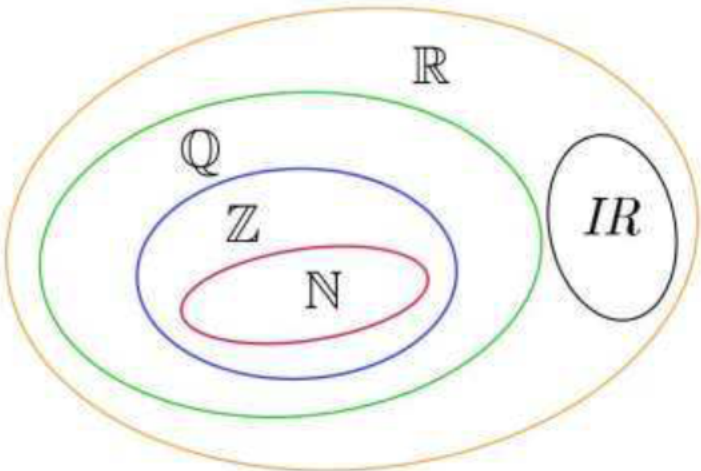
( ) $N \supset Q$
( ) $Q \cap IR = Q$
( ) $N \cup Z = N$
( ) $Q \cap R \supset Q$

obtemos:

a) FVFV
b) VVVV
c) FVVF
d) FVVV
e) VVVF

Comentário:

Como a questão aborda relação de inclusão de Conjuntos Numéricos, nada melhor que analisar cada afirmativa tendo por base um Diagrama geral destes conjuntos.



Podemos extrair algumas conclusões a partir deste modelo de diagrama:

- O conjunto dos Naturais está dentro (está contido) no conjunto dos Racionais. Ou seja, a primeira afirmativa (N ⊃ Q) está **errada**, tendo em vista que diz: o conjunto dos Naturais CONTÉM o conjunto dos Racionais.

- O conjunto dos Racionais está dentro (está contido) no conjunto dos Reais, desta forma, a interseção entre eles será o menor conjunto: RACIONAIS. Logo, afirmativa **certa**

- O conjunto dos Naturais está dentro (está contido) no conjunto dos Inteiros, desta forma, a união entre eles será o maior conjunto: INTEIROS. Logo, afirmativa errada.

- O conjunto dos Racionais está dentro (está contido) no conjunto dos Reais, desta forma, a interseção entre eles será o menor conjunto: RACIONAIS, que está contido nele mesmo. Logo, afirmativa **certa**.

Gabarito: A

(Exercício Modelo) Questão 02

Se A = {4, 9, 16, 25, 36}, então A é equivalente a:

a) $\{x^2; x \in Z^*\}$
b) $\{x^2; x \in N\}$
c) $\{x^2; x \in N \text{ e } 1 < x < 7\}$
d) $\{x^2; x \in N \text{ e } 2 < x < 6\}$
e) {x / x é quadrado perfeito}

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual deles coincide com o conjunto A (finito) do enunciado da questão.

- a) $\{x^2; x \in Z^*\}$ – este conjunto reflete o seguinte : para x=1, x=2, x=3, x=4,... o conjunto formado será: {1, 4, 9, 16, ...}. Perceba que este conjunto além de ser infinito, possui o primeiro elemento, por exemplo, diferente do primeiro do conjunto A. Logo, assertiva **errada**.
- b) $\{x^2; x \in N\}$ – este conjunto reflete o seguinte : para x=0, x=1, x=2, x=3, x=4,... o conjunto formado será: {0, 1, 4, 9, ...}. Perceba que este conjunto além de ser infinito, possui o primeiro e o segundo elemento, por exemplo, diferentes do primeiro e do segundo elemento do conjunto A. Logo, assertiva **errada**.
- c) $\{x^2; x \in N \text{ e } 1 < x < 7\}$ – este conjunto reflete o seguinte : para x=2, x=3, x=4, x=5 e x=6, o conjunto formado será: {4, 9, 16, 25, 36}. Perceba que este conjunto além de ser finito, possui todos os elementos iguais ao conjunto A. Logo, assertiva **certa**.
- d) $\{x^2; x \in N \text{ e } 2 < x < 6\}$ – este conjunto reflete o seguinte : para x=3, x=4 e x=5, o conjunto formado será: {9, 16, 25}. Perceba que este conjunto apesar de ser finito, não possui todos elementos que o conjunto A possui. Logo, assertiva **certa**.
- e) {x / x é quadrado perfeito} – percebe que nesta assertiva a banca não especificou a que conjunto x pertence, logo, poderá assumir tanto valores inteiros quanto fracionário, o que não condiz com o conjunto A do enunciado. Logo, assertiva **errada**.

Gabarito: C

(Exercício Modelo) Questão 03

Sabe-se que o produto de dois números irracionais pode ser um número racional. Um exemplo é:

a) $\sqrt{12}.\sqrt{3}=\sqrt{36}$
b) $\sqrt{4}.\sqrt{9}=6$
c) $\sqrt{3}.1=\sqrt{3}$
d) $\sqrt{2}\,.\,2=\sqrt{8}$
e) $\sqrt{2}.\sqrt{3}=\sqrt{6}$

Comentário:

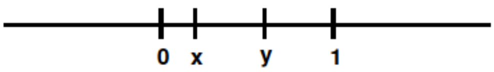
Questão maldosa. Muitos candidatos desatentos acabam caindo na pegadinha, qual seja, achar que possui duas respostas. Porém, isto não é verdade. Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Blz?

- a) Raiz quadrado de 12 e raiz quadrada de 3, ambos os números são IRRACIONAIS, e o produto deles resulta um número RACIONAL, qual seja, raiz quadrada de 36 que é igual a 6. Logo, esta assertiva está **correta**.
- b) Raiz quadrado de 4 e raiz quadrada de 9, ambos os números são RACIONAIS, e o produto deles resulta um número RACIONAL, qual seja, raiz quadrada de 36 que é igual a 6. Logo, esta assertiva está **errada**. Perceba que a questão te pede um produto de irracionais, e nesta alternativa, temos o produto de dois racionais.
- c) Raiz quadrado de 3 e o número 1. O primeiro deles é irracional, porém o segundo é racional, o que faz a assertiva ficar **errada**.
- d) Raiz quadrado de 2 e o número 2. O primeiro deles é irracional, porém o segundo é racional, o que faz a assertiva ficar **errada**.
- e) Raiz quadrado de 2 e raiz quadrada de 3, ambos os números são IRRACIONAIS, e o produto deles resulta um número IRRACIONAL, o que contraria o enunciado da questão. Logo esta assertiva está **errada**.

Gabarito: A

(Exercício Modelo) Questão 04

Na figura estão representados geometricamente os números reais 0, x, y e 1. Qual a posição do número xy?



a) À esquerda de 0.
b) Entre 0 e x.
c) Entre x e y.
d) Entre y e 1.
e) À direita de 1

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz.

Pelo simples fato de os números x e y estarem entre os números 0 e 1, já me dá a certeza de que x e y são positivos. Isso ajuda sobremaneira, pois o produto de dois números positivos resulta sempre um número positivo, o que nos faz **excluir a assertiva da letra a.**

Agora, vamos analisar as próximas a partir de contraexemplos (que nada mais é que tentar encontrar fatos que contrariam a hipótese geral), ok? Para isso, imaginemos x=0,2 e y=0,7. Assim:

$$x.y = 0{,}2 \,.\, 0{,}7 = 0{,}14$$

Agora sim, fica fácil perceber que o produto de dois números compreendidos entre 0 e 1, sempre resultará num valor inferior ao menor deles.

Desta forma, podemos afirmar que o produto x.y estará sempre entre 0 e x.

Gabarito: B

(Exercício Modelo) Questão 05

Assinale a afirmação verdadeira entre as seguintes:

a) No conjunto dos números inteiros relativos, existe um elemento que é menor do que todos os outros.
b) O número real $\sqrt{2}$ pode ser representado sob a forma P/q, onde p e q são inteiros, $q \neq 0$.
c) O número real representado por 0,37222... é um número racional.
d) Toda raiz de uma equação algébrica do 2^0 grau é um número real.
e) O quadrado de qualquer número real é um número racional

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz.

- a) - Alternativa **errada**, pois esta definição ocorre no conjunto dos números Naturais. Podemos destacar que este número no caso é ZERO.
- b) - Alternativa **errada**, pois raiz quadrada de 2 é um número irracional, logo não pode ser posto na forma de fração.
- c) - Alternativa **certa**, pois o número em questão é uma espécie de dízima periódica composta, que é um exemplo de número racional.
- d) - Alternativa **errada**, pois caso a equação algébrica possua um valor negativo, esta raiz quadrada não pertencerá ao conjunto dos reais, mas sim, dos Complexos.
- e) - Alternativa **errada**, pois o quadrado da raiz cúbica de dois, é igual a raiz cúbica de quatro, não eliminado assim a raiz.

Gabarito: C

(Exercício Modelo) Questão 06

Os números x e y são tais que $5 \leq x \leq 10$ e $20 \leq y \leq 30$. O maior valor possível de x/y é:

a) 1/2

b) 1/4

c) 1/3

d) 1/2

e) 1

Comentário:

Para o maior valor de x/y, o x tem que ter seu valor máximo e o y seu valor mínimo, e de acordo com os intervalos, temos: x = 10 e y = 20. Assim, o maior valor de x/y será:

10/20 = 1/2 = 0,5.

Gabarito: A

(Exercício Modelo) Questão 07

Considere os conjuntos N, Z, Q e R e as afirmativas:

I. Zero pertence aos quatro conjuntos ( )
II. 1/2 não pertence aos conjuntos N e Z ( )
III. -1 somente não pertence a N ( )
IV. 0,333... não pertence somente a Q ( )
V. $\sqrt{2}$ pertence somente a R ( )

Colocando V nas afirmativas verdadeiras e F nas falsas, na ordem certa, a resposta é:

a) F, F, V, V, F

b) F, V, V, F, F

c) V, V, V, V, F

d) V, V, V, F, V

e) F, F, F, V, V

Comentário:

Vamos analisar cada uma das assertivas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado pede. Ressalto ainda que os conjuntos N, Z, Q e R, são, respectivamente, conjunto dos Naturais, Inteiros, Racionais e Reais.

- I- Assertiva **certa**, pois o ZERO é um número natural, logo, também será Inteiro, Racional e Real.

- II- Assertiva **certa**, pois 1/2 (0,5) é um número racional, não inteiro nem natural, pelo simples fato de possuir casas decimais após a vírgula.
- III- Assertiva **certa**, pois o número -1, por ser negativo, não pertence ao conjunto dos números Naturais, que são elementos não negativos e que não possuam casas decimais.
- IV- Assertiva **errada**, pois 0,333... por ser uma dízima periódica, pertence sim ao conjunto dos Racionais.
- V- Assertiva **certa**, pois raiz quadrada de dois é um número Irracional, ou seja, pertence também ao conjunto do Reais.

Gabarito: D

(Exercício Modelo) Questão 08

Classificando-se as afirmativas abaixo em V (Verdadeira) ou F (Falsa),

I. Todo número natural é inteiro.
II. Todo número racional é inteiro
III. Todo número racional é real.
IV. Todo número irracional é real.
V. Todo número real é racional.

Qual sequência abaixo é correta?

a) V,V,F,V,F

b) V,F,V,F,F

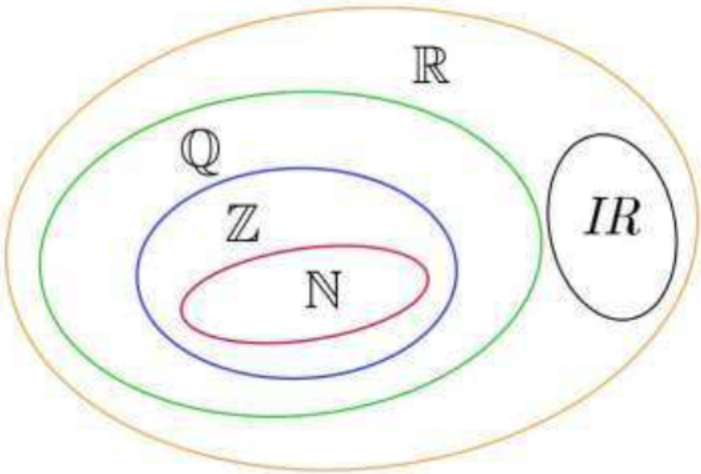
c) V,V,V,F,F

d) V,F,F,V,V

e) V,F,V,V,F

Comentário:

Como a questão aborda relação de inclusão de Conjuntos Numéricos, nada melhor que analisar cada afirmativa tendo por base um Diagrama geral destes conjuntos.



Podemos extrair algumas conclusões a partir deste modelo de diagrama:

- I- Assertiva **certa**, pois o conjunto dos naturais está contido no conjunto dos inteiros
- II - Assertiva **errada**, pois o conjunto dos racionais não está contido no conjunto dos inteiros
- III - Assertiva **certa**, pois o conjunto dos racionais não está contido no conjunto dos reais.
- IV - Assertiva **certa**, pois o conjunto dos irracionais está contido no conjunto dos reais.
- V - Assertiva **errada**, pois o conjunto dos reais não está contido no conjunto dos racionais.

Gabarito: E

(Exercício Modelo) Questão 9

Sejam p e q números reais. A esse respeito, assinale a opção correta.
a) $p < 0 => \sqrt{p^2} = p$
b) p e q são pares = > p . q é ímpar
c) $p . q = 0 > p \neq 0$ e $q \neq 0$
d) p . q > 0 = > p e q têm sinais contrários
e) $p^2 = q^2 =>p = q$ ou $p = -q$

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz.

- a) - Alternativa **errada**, pois se p for negativo, isso implica o resultado da sua raiz quadrada ser em módulo, ou seja, igual ao simétrico de p. Assim, $p < 0 => \sqrt{p^2} = - p = | p |$.

- b) - Alternativa **errada**, pois o produto de pares sempre resulta um número par.

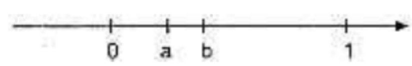
- c) - Alternativa **errada**, pois quando o produto de dois números resulta zero, é possível afirmar que ao menos um deles será zero. Esta conclusão surge do Princípio da Anulação.

- d) - Alternativa **errada**, pois para o produto de dois números resultarem um valor positivo isso implica dizer que estes números precisam ter sinais iguais.
- e) - Alternativa **certa**, pois quando estivermos diante de uma igualdade, em que os números estão elevados a uma potência de índice par, é necessário ter no resultado o valor do próprio número e do seu oposto. Isso se explica pelo simples fato de qualquer número positivo ou negativo elevados a um expoente par, o resultado será um valor positivo.

Gabarito: E

(EEAr) Questão 10

Na figura abaixo estão representados os números reais 0, a, b e 1.



É falso afirmar que:

a) 1/a > 1/b

b) a . b < a

c) b/a < 1

d) a – b < 0

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de mais uma questão sobre números reais compreendidos entre 0 e 1.

Para resolver esta questão utilizaremos a técnica do contraexemplo. Assim, imaginemos a=0,2 e b=0,5. Agora, vamos testar cada assertiva.

- a) - Alternativa **certa**, pois 1/0,2 = 10/2 = 5 e 1/0,5 = 10/5 = 2. Desta forma temos como verdade que 5 > 2. Por consequência, 1/a > 1/b.

- b) - Alternativa **certa**. Já sabemos que sempre será verdade, pois: 0,2.0,5 = 0,01 , que é menor que 0,2.

- c) - Alternativa **errada**, pois: 0,5/0,2 = 5/2 = 2,5 , que é maior que 1 e não menor como a questão nos apresenta.

- d) - Alternativa **certa**, pois pelo simples fato do elemento ***a*** estar mais próximo do zero, já implica ele ser menor que ***b***, e por consequência, a diferença ***(a – b)*** ser também menor que zero.

Gabarito: C

(EsPCEx) Questão 11

É correto afirmar que:
a) A soma e a diferença de dois números naturais é sempre um número natural.
b) O produto e o quociente de dois números inteiros é sempre um número inteiro.
c) A soma de dois números racionais é sempre um número racional.
d) A soma de dois números irracionais é sempre um número irracional.
e) O produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução.

- a) - Alternativa **errada**, pois a diferença não é fechada no conjunto dos números naturais.

- b) - Alternativa **errada**, pois o quociente não é fechado no conjunto dos naturais.

- c) - Alternativa **certa**, pois a soma é fechada no conjunto dos números racionais.

- d) - Alternativa **errada**, pois nenhuma operação é fechada no conjunto dos irracionais.

- e) - Alternativa errada, pois nenhuma operação é fechada no conjunto dos irracionais.

Gabarito: C

(Exercício Modelo) Questão 12

Marque a alternativa INCORRETA:
a) se x e y são números racionais, então $x+y$ é um número racional;
b) se x e y são números irracionais, então $x+y$ é um número irracional;
c) se x e y são números racionais, então $x \cdot y$ é um número racional;
d) se x é um número racional e y é um número irracional, então $x+y$ é um número irracional.

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução.

- a) - Alternativa **certa**, pois a soma é fechada no conjunto dos números racionais.

- b) - Alternativa **errada**, pois nenhuma operação é fechada no conjunto dos irracionais. Tendo como contraexemplo $x = \sqrt{2} + 1 \in I$ e $y = 1 - \sqrt{2} \in I$, porém $x + y = 2 \in$ [redacted].
- c) - Alternativa **certa**, pois o produto é fechado no conjunto dos racionais.

- d) - Alternativa **certa**, pois a operação soma de racionais com irracionais, resultará sempre um número irracional. Vamos a um exemplo: $(\sqrt{2}) - (1) = (\sqrt{2} - 1) \notin Q$.

Gabarito: B

(Exercício Modelo) Questão 13

Na reta numérica abaixo, estão representados os números reais 0, a, b e 1.

Representando o produto $a \cdot b$ nesta reta numérica, ele ficará:

a) à direita de 1.

b) entre b e 1.

c) entre a e b.

d) entre 0 e a.

e) à esquerda de 0.

Comentário:

Ressalto que se trata de mais uma questão sobre números reais compreendidos entre 0 e 1.

Segue uma das formas de solução:

$$0 < a < 1 \wedge 0 < b < 1 \Rightarrow 0 \cdot a < b \cdot a < 1 \cdot a \Leftrightarrow 0 < ab < a$$

Note que como $a > 0$ o sinal da desigualdade não muda ao multiplicarmos todos os termos por a.

Gabarito: D

(Exercício Modelo) Questão 14

Atribuindo a cada enunciado os valores V ou F temos
I) (   ) Todo número irracional é um número decimal ilimitado.
II) (   ) Todo número racional é um número decimal ilimitado.
III) (   ) Todo número decimal ilimitado é um número real.
IV) (   ) Todo número decimal limitado é um número racional.
V) (   ) Todo número decimal ilimitado aperiódico é um número irracional.

Conclui-se que:
a) o segundo é verdadeiro e o quinto é falso.
b) os três últimos são verdadeiros.
c) somente o quinto é verdadeiro.
d) o segundo e o terceiro são verdadeiros.

Comentário:

I) V – Todo irracional é representado por uma dízima não periódica, logo é um decimal ilimitado.

II) F – Há números racionais que possuem representações decimais exatas.

III) V – Os números decimais ilimitados podem ser racionais, quando periódicos, ou irracionais, quando não periódicos, em ambos os casos serão sempre reais.

IV) V – Todo decimal limitado pode ser representado como uma fração cujo denominador é uma potência de 10 (fração decimal), logo são números racionais.

V) V – As dízimas não periódicas são números irracionais, como visto em nossa teoria.

Gabarito: B

(CMRJ – 2011) Questão 15

Dentre as afirmativas abaixo, assinale a FALSA.

a) Seja a um número real não nulo. Então, $a^{-1} \in$ [redacted].

b) Para qualquer número inteiro, a raiz quadrada desse número elevado ao quadrado é igual ao próprio número.

c) Para qualquer inteiro, o sucessor do antecessor do número é o próprio número.

d) A média aritmética simples de dois inteiros negativos não é necessariamente um inteiro negativo.

e) Todo número real negativo possui inverso.

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz.

a) Alternativa **verdadeira**, pois: o inverso de um número real não nulo também é um número real, pois o conjunto dos reais é fechado em relação à divisão.

b) Alternativa **falsa**, pois: utilizando como forma de resolução o contraexemplo, temos: $\left(\sqrt{-2}\right)^2 \notin \mathbb{R} \Rightarrow \left(\sqrt{-2}\right)^2 \neq -2$. Lembro-vos que a raiz quadrada de qualquer número o seu resultado deverá sair em módulo.

c) Alternativa **verdadeira**, pois: Seja o número k, seu antecessor é $(k-1)$ e o sucessor desse número é $(k-1)+1=k$.

d) Alternativa **verdadeira**, pois: $\frac{(-1)+(-2)}{2} = -1,5 \notin$ [redacted]

e) Alternativa verdadeira, pois: o inverso de um número real negativo (e, por conseguinte, não nulo) também é um número real, pois o conjunto dos reais é fechado em relação à operação divisão.

Gabarito: B

(CN – 1999) Questão 16

Dos números:

I) $0,4333...$

II) $0,101101110...$

III) $\sqrt{2}$

IV) O quociente entre o comprimento e o diâmetro de uma mesma circunferência.

São racionais:

a) Todos

b) Nenhum

c) Apenas 1 deles

d) Apenas 2 deles

e) Apenas 3 deles

Comentário:

Vamos analisar cada uma das assertivas para descobrir qual delas expressa com exatidão a resposta correta dada nas alternativas.

I) $0,4333... = \frac{43-4}{90} = \frac{39}{90} \in$ [redacted]

II) $0,101101110... \notin$ [redacted], pois trata-se de uma dízima não periódica, ou seja, não possui o período.

III) $\sqrt{2} \notin$ [redacted]

IV) $\frac{2\pi R}{2R} = \pi \notin$ [redacted]

Gabarito: C

(Exercício Modelo) Questão 17

Assinale a afirmativa verdadeira.

a) A soma de dois números irracionais positivos é um número irracional.

b) O produto de dois números irracionais distintos é um número irracional.

c) O quadrado de um número irracional é um número racional.

d) A raiz quadrada de um número racional é um número irracional.

e) A diferença entre um número racional e um número irracional é um número irracional.

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução.

- a) - Alternativa **errada**, pois a soma não é fechada no conjunto dos números irracionais. Temos como contraexemplo: $(\sqrt{2}+1)+(4-\sqrt{2})=5 \in Q$

- b) - Alternativa **errada**, pois nenhuma operação é fechada no conjunto dos irracionais. Tendo como contraexemplo $\sqrt{8}.\sqrt{8}=\sqrt{64}=8 \in Q$
- c) - Alternativa **errada**, pois raiz quadrada de 1 é igual a 1, logo, racional e não irracional como diz a questão.

- d) - Alternativa **certa**, pois a operação diferença de racionais com irracionais, resultará sempre um número irracional. Vamos a um exemplo: $(1)-(\sqrt{3})=(1-\sqrt{3}) \notin Q$.

Gabarito: D

(Exercício Modelo) Questão 18

Quaisquer que sejam o racional x e o irracional y, pode-se dizer que:

a) $x \cdot y$ é irracional

b) $y \cdot y$ é irracional

c) $x+y$ é racional

d) $x-y+\sqrt{2}$ é irracional

e) $x+2y$ é irracional

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução. Utilizaremos alguns contraexemplos para acharmos a resposta correta.

- a) - Alternativa **errada**, pois temos como contraexemplo: $0.\sqrt{2}=0 \in Q$
- b) - Alternativa **errada**, pois temos como contraexemplo $\sqrt{8}.\sqrt{8}=\sqrt{64}=8 \in Q$
- c) - Alternativa **errada**, pois temos como contraexemplo $(1)+(\sqrt{2})=(1+\sqrt{2}) \notin Q$
- d) - Alternativa **errada**, pois temos contraexemplo: $(1+\sqrt{2})-\sqrt{2}=1 \in Q$.
- e) - Alternativa **certa**, pois temos como contraexemplo $(1)+(\sqrt{2})=(1+\sqrt{2}) \notin Q$

Gabarito: E

(CMRJ – 2010) Questão 19

Se x, y e Z são números racionais e $z=\dfrac{2+x\sqrt{3}}{y-\sqrt{3}}$, então

a) $x=y^2$

b) $x+y=3$

c) $\dfrac{x}{y}=2$

d) $x-y=1$

e) $xy=-2$

Comentário:

Vamos à resolução desta questão bastante interessante.

$$z=\frac{2+x\sqrt{3}}{y-\sqrt{3}} \Leftrightarrow yz-z\sqrt{3}=2+x\sqrt{3} \Leftrightarrow (yz-2)-(x+z)\sqrt{3}=0$$

$$x, y, z \in \mathbb{Q} \Rightarrow x + z = 0 \wedge yz - 2 = 0$$

$$\begin{cases} x + z = 0 \Leftrightarrow z = -x \\ yz - 2 = 0 \Rightarrow y \cdot (-x) - 2 = 0 \Leftrightarrow xy = -2 \end{cases}$$

Perceba que o “pulo do gato” é saber que a diferença de um número racional com outro número, só será racional se este último também for racional. Logo, o valor que está multiplicando a raiz quadrada de 3 deverá ser igual a zero.

Gabarito: E

(EPCAr – 1999) Questão 20

Seja x um número racional qualquer e y um irracional qualquer. Analise as proposições abaixo e marque a alternativa correta.

I) $(\sqrt{2} \cdot x)$ pode ser racional.

II) y^2 é sempre irracional.

III) y^3 nem sempre é irracional.

IV) $\sqrt{x}$ é sempre um número real.

São verdadeiras somente as proposições

a) I e IV

b) II e III

c) I e III

d) II e IV

Comentário

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução. Utilizaremos alguns contraexemplos para acharmos a resposta correta.

I) Assertiva **verdadeira**: se $x = 0$ então $\sqrt{2} \cdot x = 0$ é racional.

II) Assertiva **falsa**: se $y = \sqrt{2}$ então $y^2 = 2 \in$ [redacted]

III) Assertiva **verdadeira**: se $y = \sqrt[3]{2}$ então $y^3 = 2 \in$ [redacted]

IV) Assertiva **falsa**: se $x < 0$ então $\sqrt{x} \notin$ [redacted]

Gabarito: C

(AFA – 2002) Questão 21

Assinale a alternativa que contém a afirmação correta.

a) $\forall x, y,\ x \text{ e } y \in$ [redacted], $\sqrt{(x+y)^2} = x + y$

b) $\forall x, y,\ x \text{ e } y \in$ [redacted], se $\frac{x}{y}$ é inteiro, então $\frac{y}{x}$ é inteiro

c) $\forall x, y,\ x \text{ e } y \in$ [redacted], $\frac{x+y}{1+x}$ é um número racional

d) $\forall x, y,\ x \text{ e } y \in$ [redacted], $\frac{x+y}{1+x^2}$ é um número racional

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução. Utilizaremos alguns contraexemplos para acharmos a resposta correta.

a) Assertiva **falsa**, pois : $\sqrt{(x+y)^2} = |x+y|$. Contraexemplo: $\sqrt{((-1)+(-2))^2} = 3 \neq -3 = (-1)+(-2)$

b) Assertiva **falsa**. Contraexemplo: $x = 4 \text{ e } y = 2 \Rightarrow \frac{x}{y} \in \mathbb{Z} \text{ e } \frac{y}{x} \notin \mathbb{Z}$

c) Assertiva **falsa**. Contraexemplo: $x = -1 \Rightarrow \frac{x+y}{1+x} \notin$ [redacted]

d) Assertiva **verdadeira**. $x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x + y \in \mathbb{Z} \text{ e } 1 + x^2 \in \mathbb{Z}^* \Rightarrow \frac{x+y}{1+x^2} \in \mathbb{Q}$

Gabarito: D

LISTA DE QUESTÕES

(Exercício Modelo) Questão 01

Assinalando V ou F se as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas

( ) $N \supset Q$
( ) $Q \cap IR = Q$
( ) $N \cup Z = N$
( ) $Q \cap R \supset Q$
obtemos:

a) FVFV
b) VVVV
c) FVVF
d) FVVV
e) VVVF

(Exercício Modelo) Questão 02

Se A = {4, 9, 16, 25, 36}, então A é equivalente a:

a) $\{x^2; x \in Z^*\}$
b) $\{x^2; x \in N\}$
c) $\{x^2; x \in N \text{ e } 1 < x < 7\}$
d) $\{x^2; x \in N \text{ e } 2 < x < 6\}$
e) {x / x é quadrado perfeito}

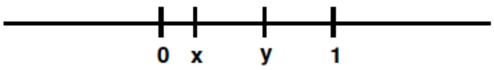
(Exercício Modelo) Questão 03

Sabe-se que o produto de dois números irracionais pode ser um número racional. Um exemplo é:

a) $\sqrt{12}.\sqrt{3} = \sqrt{36}$
b) $\sqrt{4}.\sqrt{9} = 6$
c) $\sqrt{3}.1 = \sqrt{3}$
d) $\sqrt{2}\,.\,2 = \sqrt{8}$
e) $\sqrt{2}.\sqrt{3} = \sqrt{6}$

(Exercício Modelo) Questão 04

Na figura estão representados geometricamente os números reais 0, x, y e 1. Qual a posição do número xy?



a) À esquerda de 0.
b) Entre 0 e x.
c) Entre x e y.
d) Entre y e 1.
e) À direita de 1

(Exercício Modelo) Questão 05

Assinale a afirmação verdadeira entre as seguintes:

f) No conjunto dos números inteiros relativos, existe um elemento que é menor do que todos os outros.
g) O número real $\sqrt{2}$ pode ser representado sob a forma P/q, onde p e q são inteiros, $q \neq 0$.
h) O número real representado por 0,37222... é um número racional.
i) Toda raiz de uma equação algébrica do 2^0 grau é um número real.
j) O quadrado de qualquer número real é um número racional

(Exercício Modelo) Questão 06

Os números x e y são tais que $5 \leq x \leq 10$ e $20 \leq y \leq 30$. O maior valor possível de x/y é:

a) 1/2

b) 1/4

c) 1/3

d) 1/2

e) 1

(Exercício Modelo) Questão 07

Considere os conjuntos N, Z, Q e R e as afirmativas:

I-	Zero pertence aos quatro conjuntos	( )
II-	1/2 não pertence aos conjuntos N e Z	( )
III-	-1 somente não pertence a N	( )
IV-	0,333... não pertence somente a Q	( )
V-	$\sqrt{2}$ pertence somente a R	( )

Colocando V nas afirmativas verdadeiras e F nas falsas, na ordem certa, a resposta é:

a) F, F, V, V, F

b) F, V, V, F, F

c) V, V, V, V, F

d) V, V, V, F, V

e) F, F, F, V, V

(Exercício Modelo) Questão 08

Classificando-se as afirmativas abaixo em V (Verdadeira) ou F (Falsa),

I- Todo número natural é inteiro.
II-Todo número racional é inteiro
III-Todo número racional é real.
IV-Todo número irracional é real.
V-Todo número real é racional.

Qual sequência abaixo é correta?

a) V,V,F,V,F

b) V,F,V,F,F

c) V,V,V,F,F

d) V,F,F,V,V

e) V,F,V,V,F

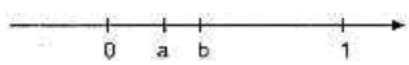
(Exercício Modelo) Questão 9

Sejam p e q números reais. A esse respeito, assinale a opção correta.

f) $p < 0 => \sqrt{p^2} = p$
g) p e q são pares = > p . q é ímpar
h) $p \cdot q = 0 > p \neq 0$ e $q \neq 0$
i) $p \cdot q > 0 =>$ p e q têm sinais contrários
j) $p^2 = q^2 => p = q$ ou $p = -q$

(EEAr) Questão 10

Na figura abaixo estão representados os números reais 0, a, b e 1.



É falso afirmar que:

a) $1/a > 1/b$

b) $a \cdot b < a$

c) $b/a < 1$

d) $a - b < 0$

(EsPCEx) Questão 11

É correto afirmar que:

f) A soma e a diferença de dois números naturais é sempre um número natural.
g) O produto e o quociente de dois números inteiros é sempre um número inteiro.
h) A soma de dois números racionais é sempre um número racional.
i) A soma de dois números irracionais é sempre um número irracional.
j) O produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

(Exercício Modelo) Questão 12

Marque a alternativa INCORRETA:

a) se x e y são números racionais, então $x+y$ é um número racional;

b) se x e y são números irracionais, então $x+y$ é um número irracional;

c) se x e y são números racionais, então $x \cdot y$ é um número racional;

d) se x é um número racional e y é um número irracional, então $x+y$ é um número irracional.

(Exercício Modelo) Questão 13

Na reta numérica abaixo, estão representados os números reais 0, a, b e 1.

Representando o produto $a \cdot b$ nesta reta numérica, ele ficará:

a) à direita de 1.

b) entre b e 1.

c) entre a e b.

d) entre 0 e a.

e) à esquerda de 0.

(Exercício Modelo) Questão 14

Atribuindo a cada enunciado os valores V ou F temos

I) (   ) Todo número irracional é um número decimal ilimitado.

II) (   ) Todo número racional é um número decimal ilimitado.

III) (   ) Todo número decimal ilimitado é um número real.

IV) (   ) Todo número decimal limitado é um número racional.

V) (   ) Todo número decimal ilimitado aperiódico é um número irracional.

Conclui-se que:

a) o segundo é verdadeiro e o quinto é falso.

b) os três últimos são verdadeiros.

c) somente o quinto é verdadeiro.

d) o segundo e o terceiro são verdadeiros.

(CMRJ – 2011) Questão 15

Dentre as afirmativas abaixo, assinale a FALSA.

a) Seja a um número real não nulo. Então, $a^{-1} \in$ [redacted].

b) Para qualquer número inteiro, a raiz quadrada desse número elevado ao quadrado é igual ao próprio número.

c) Para qualquer inteiro, o sucessor do antecessor do número é o próprio número.

d) A média aritmética simples de dois inteiros negativos não é necessariamente um inteiro negativo.

e) Todo número real negativo possui inverso.

(CN – 1999) Questão 16

Dos números:

I) $0,4333...$

II) $0,101101110...$

III) $\sqrt{2}$

IV) O quociente entre o comprimento e o diâmetro de uma mesma circunferência.

São racionais:

a) Todos

b) Nenhum

c) Apenas 1 deles

d) Apenas 2 deles

e) Apenas 3 deles

(Exercício Modelo) Questão 17

Assinale a afirmativa verdadeira.

a) A soma de dois números irracionais positivos é um número irracional.

b) O produto de dois números irracionais distintos é um número irracional.

c) O quadrado de um número irracional é um número racional.

d) A raiz quadrada de um número racional é um número irracional.

e) A diferença entre um número racional e um número irracional é um número irracional.

(Exercício Modelo) Questão 18

Quaisquer que sejam o racional x e o irracional y, pode-se dizer que:

a) $x \cdot y$ é irracional

b) $y \cdot y$ é irracional

c) $x + y$ é racional

d) $x - y + \sqrt{2}$ é irracional

e) $x + 2y$ é irracional

(CMRJ – 2010) Questão 19

Se x, y e z são números racionais e $z = \dfrac{2 + x\sqrt{3}}{y - \sqrt{3}}$, então

a) $x = y^2$

b) $x + y = 3$

c) $\dfrac{x}{y} = 2$

d) $x - y = 1$

e) $xy = -2$

(EPCAr – 1999) Questão 20

Seja x um número racional qualquer e y um irracional qualquer. Analise as proposições abaixo e marque a alternativa correta.

I) $(\sqrt{2} \cdot x)$ pode ser racional.

II) y^2 é sempre irracional.

III) y^3 nem sempre é irracional.

IV) $\sqrt{x}$ é sempre um número real.

São verdadeiras somente as proposições

a) I e IV

b) II e III

c) I e III

d) II e IV

(AFA – 2002) Questão 21

Assinale a alternativa que contém a afirmação correta.

a) $\forall x, y,\ x \text{ e } y \in$ [redacted], $\sqrt{(x+y)^2} = x + y$

b) $\forall x, y,\ x \text{ e } y \in$ [redacted], se $\frac{x}{y}$ é inteiro, então $\frac{y}{x}$ é inteiro

c) $\forall x, y,\ x \text{ e } y \in$ [redacted], $\frac{x+y}{1+x}$ é um número racional

d) $\forall x, y,\ x \text{ e } y \in$ [redacted], $\frac{x+y}{1+x^2}$ é um número racional

Ufaaa...

Chegamos ao fim da nossa aula! Espero que tenha gostado!

Não esqueça de acessar o nosso fórum para dirimir quaisquer dúvidas.

@professor_ismaelsantos

profismael.mat@gmail.com

GABARITO

01. A

02. C

03. A

04. B

05. C

06. A

07. D

08. E

09. E

10. C

11. C

12. B

13. D

14. B

15. B

16. C

17. D

18. E

19. E

20. C

21. D