Obtenha os pontos de interseção das circunferências:

1. $x^2+y^2+4x+2y=0$ e $x^2+y^2+6x+6y+8=0$

$\cancel{x^2}+\cancel{y^2}+4x+2y=\cancel{x^2}+\cancel{y^2}+6x+6y+8$

$-2x=4y+8$

$-x=2y+4$ ou $x=-2y-4$

$(-2y-4)^2+y^2+4.(-2y-4)+2y=0$

$4y^2+16y+16+y^2-8y-16+2y=0$

$5y^2+10y+0=0$

$5y^2+10y=0$

$5y^2=10y$

$y_1=-1$ e $y_2=-2$

Com $y_1=0 \longrightarrow x=-2.0-4 \longrightarrow x=-4$

Com $y_2=0 \longrightarrow x=-2.-2-4 \longrightarrow x=0$

Intersecção em $P(0,-2)$ e $P(-4,0)$

2. $x^2+y^2-2x-2y=0$ e $x^2+y^2+2x+2y=0$

$x^2+y^2-2x-2y=0$ e $x^2+y^2+2x+2y=0$

Intersecção $\rightarrow C_1=C_2$

$x^2+y^2-2x-2y=x^2+y^2+2x+2y$

$-4x=4y$

$-x=y$

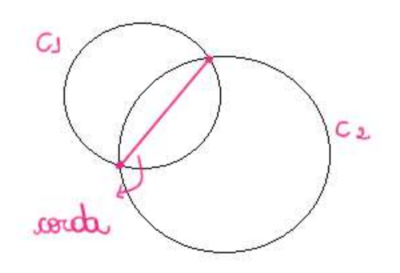
Intersecção em $(0,0)$

3. Calcule o comprimento da corda comum às circunferências

$$x^2+y^2-4x+2y=0 \text{ e } x^2+y^2-x-y=0.$$

O comprimento da corda comum as duas circunferências é a distância entre os pontos de intersecção das 2 circunferências.

Intersecção



$x^2+y^2-4x+2y=0=x^2+y^2-x-y$

$\hookrightarrow -3x=-3y$

$\rightarrow x=y$

$y^2+y^2-4y-2y=0$

$2y^2-2y=0$

$2y^2=2y$

$y=1 \rightarrow x=1 \longrightarrow (1,1)$

$y=0 \rightarrow x=0 \longrightarrow (0,0)$

$d_{AB}=\sqrt{(0-1)^2+(0-1)^2}$

$\boxed{d_{AB}=\sqrt{2}\ u.c}$

4. Em que pontos a circunferência de centro $C_1(1,0)$ e o raio $r_1=1$ intersecta a de centro $C_2(5,3)$ e raio $r_2=4$?

$C_1: (x-1)^2+(y-0)^2=1^2$

$x^2-2x+1+y^2=1$

$x^2-2x+y^2=0$

$C_2: (x-5)^2+(y-3)^2=4^2$

$x^2-10x+25+y^2-6y+9=16$

$x^2+y^2-10x-6y+18=0$

intersecção: $\begin{cases} x^2+y^2-2x=0 & x(-1) \\ x^2+y^2-10x-6y+18=0 \end{cases}$ +

$8x-6y+18=0$

$y=\dfrac{18-8x}{6}$

$x^2-2x+\left(\dfrac{18}{6}-\dfrac{8x}{6}\right)^2=0$

$x^2-2x+9-8x+\dfrac{16x^2}{9}=0$

$\dfrac{25x^2}{9}-10x+9=0$

$\Delta=(-10)^2-4.\dfrac{25}{9}\cdot 9$

$\Delta=0$

$x_{1,2}=\dfrac{-(-10)\pm\sqrt{0}}{2.\frac{25}{9}}$ $\boxed{x_1=x_2=\dfrac{9}{5}}$

$y=\dfrac{18}{6}-\dfrac{9}{5}.\dfrac{8}{6}$ $\boxed{y=\dfrac{3}{5}}$

Estabeleça a posição relativa entre ℓ_1 e ℓ_2 nos casos:

5. $\ell_1: x^2+y^2=1$ e $\ell_2: x^2+y^2-6y+5=0$

$C_1: x^2+y^2=1$

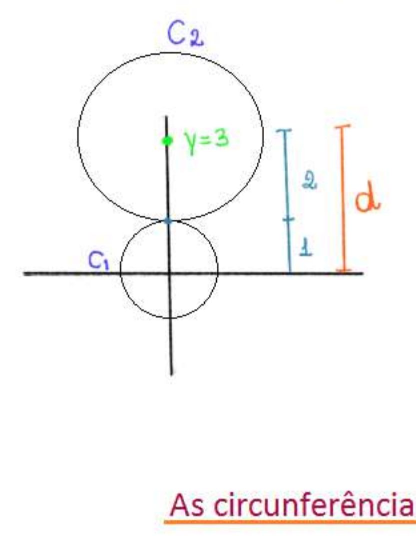
$(x-0)^2+(y-0)^2=1^2 \rightarrow C(0,0)$ e $r=1$

$C_2: x^2+y^2-\dfrac{6y}{2}+5=0$

$(x-0)^2+(y-3)^2=r_2^2$

$5=3^2+r^2$ $r^2=4$ $r=\pm 2$

$C_2(0,3)$ e $r_2=2$



$d_{AB}=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}$

$d_{C_1C_2}=\sqrt{(0-0)^2+(0-3)^2}$

$d_{C_1C_2}=\sqrt{3^2}=3$

$R_2+R_1=d$

$2+1=3$

As circunferências são tangentes exteriormente

6. $\ell_1: x^2+y^2-2x-3=0$ e $\ell_2: x^2+y^2-2y-3=0$

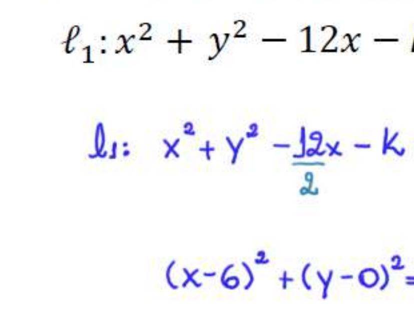
$\ell_1: x^2+y^2-\dfrac{2x}{2}-3=0$ $\ell_2: x^2+y^2-\dfrac{2y}{2}-3=0$

$(x-1)^2+(y-0)^2=R_1^2$ $(x-0)^2+(y-1)^2=R_2^2$

$R_1^2=1^2+3$ $R_2^2=1^2+3$

$R_1=\sqrt{4}$ $R_2=\sqrt{4}$

$R_1=2$ $R_2=2$



$d_{\ell_1\ell_2}=\sqrt{(1-0)^2+(0-1)^2}$

$d_{\ell_1\ell_2}=\sqrt{2}$

$R_1+R_2>\sqrt{2}>R_1-R_2$

As circunferências são secantes

7. Para que valor de k as circunferências são tangentes exteriormente?

$\ell_1: x^2+y^2-12x-k=0$ e $\ell_2: x^2+y^2=4$

$\ell_1: x^2+y^2-\dfrac{12x}{2}-k=0$ $\ell_2: x^2+y^2=4$

$C(0,0)$

$(x-6)^2+(y-0)^2=R_1^2$ $R=2$

$C(6,0)$

$R=?$

Tangentes exteriormente $R_1+R_2=d_{C_1C_2}$

$R_1+2=\sqrt{(6-0)^2+(0-0)^2}$

$R_1+2=\sqrt{6^2}$

$R_1+2=6$ $R_1=4$

$-k=6^2-R_1^2$

$-k=36-16$

$-k=20 \longrightarrow k=-20$