Aula 03

Equação do 1º e do 2º Grau

EPCAR - 2020

Prof. Ismael Santos

Sumário

1- Introdução

Chegamos a um ponto muito importante para a sua prova. Não que os outros já estudados não sejam, mas este está presente em quase todas as questões, por se tratar de um desdobramento natural nas resoluções.

Desta forma, solicito que leiam com muita atenção, bem como façam as questões como bastante afinco.

Na sua prova, praticamente em todos os anos, caiu ao menos uma questão que verse sobre esta aula. Já dá para perceber o tamanho da importância de aprender de fato este tema.

O assunto é: EQUAÇÃO DO 1º e 2º GRAU. Temas muito importantes para qualquer concurso militar, ainda mais o seu. Desta forma, peço que preste bastante atenção na teoria, além de praticar bastante cada propriedade. Estes tópicos irão ajudar lá na frente. Não dê mole. Foco total.

Vamos nessa?

"O segredo do sucesso é a constância no objetivo"

2 – Equação do 1º Grau

1 - Introdução

Antes de adentrarmos especificamente no estudo das equações do 1º grau, precisamos bater alguns conceitos importantes para seu aprendizado. Ressalto que, a prova de matemática, como um todo, se resume em resoluções de equações, ainda que de forma indireta. Assim, preste bastante atenção nas propriedades, nas classificações, nas nomenclaturas, nos métodos de solução e nos desdobramentos.

Muitos alunos, confundem alguns conceitos iniciais deste tópico. Bom, para que você fique esperto quanto a estes pontos, vou destacar os principais, pode ser?

CONCEITOS PRÉVIOS		
Sentença	Conjunto de palavras que exprimem um sentido completo.	Ex: O Botafogo foi campeão em 1998.

Sentença Matemática Aberta	Apresenta partes não conhecidas, chamadas de variáveis.	Ex: x + 1= 5
Sentença Matemática Fechada	Apresenta apenas números	Ex: 14+3=17
Conjunto Universo	É o conjunto mais amplo de determinado problema.	Ex: pode ser qualquer um dos conjuntos fundamentais (N, Z, Q, I ou R)
Conjunto Verdade	É o conjunto dos valores do conjunto universo que satisfazem determinado problema.	Ex: {2} é o conjunto verdade do problema x + 1=3
Termos Semelhantes	São aqueles que possuem mesma incógnita como mesmo expoente, ou não possuem incógnita.	Ex: 9x e 4x (são semelhantes) $8y^2$ e $-5y^2$ (são semelhantes) 10 e -16 (são semelhantes)
Redução de Termos Semelhantes	Basta adicionarmos os coeficientes dos termos semelhantes.	Ex: 9x +2x – 5x = 6x 7x + 3y – 2x + 4y= 5x +7y

2 – Conceito de Equação do 1º Grau

Quando nos deparamos com uma equação do 1º grau, precisamos ter em mente sua definição mais simples, qual seja: é toda sentença aberta composta por uma igualdade, cujo grau da variável (incógnita) é igual a um. Veja alguns exemplos:

$$2x+1=10$$

- ✓ 1º membro: $2x+1$
- ✓ 2º membro: 10
- ✓ Parte literal: x
- ✓ Coeficiente da variável: 2

$$-4x+5=21+2$$

- ✓ 1º membro: $-4x+5$
- ✓ 2º membro: $21+2$

- ✓ Parte literal: x
- ✓ Coeficiente da variável: -4

Em outras palavras, equação do 1º grau é toda igualdade entre expressões algébricas, cuja identidade numérica se verifica para **somente um valor** real atribuído a sua variável. Este valor da variável real que torna a identidade numérica verdadeira pode ser chamado de Conjunto Verdade, Conjunto Solução, Raiz ou Zero da equação, todos sinônimos. Perceba ainda que o termo da esquerda da equação constitui o primeiro membro, enquanto os termos da direita da equação constituem o segundo membro.

Tenha em mente que, a parte literal, ou variável real, que compõe as equações do 1º grau, pode assumir quaisquer valores reais, porém, somente um deles fará a identidade (igualdade) ser verdadeira. Veja os exemplos abaixo:

$$2x+1=7$$

a) Tomando $x=0$

$$\begin{aligned} &2.(0)+1=7\\ &0+1=7\\ &1=7 \qquad (falso) \end{aligned}$$

b) Tomando $x=1$

$$\begin{aligned} &2.(1)+1=7\\ &2+1=7\\ &3=7 \qquad (falso) \end{aligned}$$

c) Tomando $x=3$

$$\begin{aligned} &2.(3)+1=7\\ &6+1=7\\ &7=7 \qquad (verdade) \end{aligned}$$

Veja que, dos possíveis valores assumidos pela variável *x*, somente um deles deu uma igualdade verdadeira, qual seja, para *x=3*.

Desta forma, podemos afirmar que o número **{3} é o Conjunto Verdade, Conjunto Solução, Raiz ou Zero da equação.**

É claro que, para encontrar as raízes de cada equação dada, não será preciso fazer do modo acima (tentativa e erro). Nós aprenderemos, nos próximos tópicos, como achar a raiz de uma equação do 1º grau de uma forma bem mais simples, ok?

3 – Forma Normal ou Reduzida de uma Equação do 1º grau

Apresentar uma equação na sua forma reduzida, é o mesmo que colocar os membros que a compõe num mesmo lado da igualdade (geralmente, do lado esquerdo). Em outras palavras, é apresentar a equação da seguinte forma:

$$a.x+b=0 \quad ; \quad a\neq 0$$

- ✓ a: coeficiente da parte literal, ou termo dominante
- ✓ b: constante, ou termo independente
- ✓ x: variável real

Ressalto que, para que a expressão acima seja de fato uma equação do 1º grau, é necessário, em regra, cumprir algumas condições, quais sejam:

$$ax+b=0 \Rightarrow \begin{array}{l} a\neq 0 \\ x\in\mathbb{R} \\ b\in\mathbb{R} \end{array}$$

Caso estas condições não sejam satisfeitas, a equação dada não poderá ser classificada em equação do 1º grau. Terá por sua vez outras possíveis classificações, as quais serão vistas no próximo tópico.

Existem, basicamente, duas formas diferentes de se colocar uma equação em sua forma nominal. A primeira delas é dividida em 3 passos, quais sejam:

1º - isolando, no primeiro membro, os termos que possuam as variáveis e, no segundo membro da equação, os termos que possuam só as constantes.

2º - faça o cálculo algébrico normal dos termos semelhantes.

3º - jogue todo o segundo membro para o lado do primeiro, não esquecendo de trocar o sinal.

Veja um exemplo prático de como se colocar uma equação na sua forma reduzida:

$$7x+4=2x+24$$

$7x-2x=24-4 \rightarrow$ Isolando as variáveis das constantes

$5x=20 \rightarrow$ Cálculo algébrico dos termos semelhantes

$5x-20=0 \rightarrow$ Forma reduzida

A segunda forma (que acredito ser a mais aconselhável), possui, basicamente, dois passos:

1º - é colocar tanto as partes literais quanto os membros que são constantes num mesmo lado da igualdade, que, em regra, fica do lado esquerdo (lado do 1º membro).

2º - fazer o cálculo algébrico dos termos semelhantes.

Veja um exemplo prático de como se colocar uma equação na sua forma reduzida, consoante o exemplo acima:

$$2x+11=x+6$$

$2x+11-x-6=0 \rightarrow$ Colocando o 2º membro do outro lado da igualdade

$(2x-x)+(11-6)=0 \rightarrow$ Cálculo algébrico dos termos semelhantes

$x+5=0 \rightarrow$ Forma reduzida

Você já percebeu que, para que possa apresentar uma equação na sua forma reduzida, ou até mesmo para encontrar as soluções que as satisfazem, faz-se necessário a mudança de lado de alguns termos de forma a isolar a variável das constantes. Desta forma, toda vez que você trocar de lado algum componente, terá que trocar de o sinal do mesmo.

4 – Classificação das Equações

Perceba que, no subtítulo acima, não foi especificado EQUAÇÕES DO 1º GRAU, pois este tema, Classificações das Equações, é genérico, ou seja, trataremos de todas as classificações das equações. Podemos afirmar que a equação do 1º grau é uma das espécies de equações.

Enquanto que na equação do 1º grau apenas um valor faz a igualdade ser verificada, aqui, neste tópico genérico de equações, existe a possibilidade de um ou mais valores satisfazerem a igualdade. Isso se faz verdade pois podemos ter equações de diversos formas e graus.

Basicamente, as equações algébricas podem ser **RACIONAIS** (podendo ser inteiras ou fracionárias) ou **IRRACIONAIS**.

a) **RACIONAIS**: Serão classificadas em equações racionais quando a variável real não estiver sob um expoente fracionário, ou seja, não estiver dentro de um radical.

$$\Rightarrow x+1=0$$

$$\Rightarrow \frac{3x-10}{5}=0$$

$$\Rightarrow 3+\frac{1}{x+1}=\frac{x^2}{x+1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x}=\frac{x+1}{7}$$

- Equação Racional Inteira: se todos os expoentes das incógnitas forem números inteiros positivos. Veja, abaixo, alguns exemplos:

$$\Rightarrow 2x^2+3x-1=0$$

$$\Rightarrow 7x^4+3x^2+x-3=0$$

$$\Rightarrow 2x-1=0$$

- Equação Racional Fracionária: se algum, ou até mesmo todos os expoentes das incógnitas forem números inteiros negativos. Ou ainda, quando a equação apresentar variável no denominador. Veja, abaixo, alguns exemplos:

$$\Rightarrow \frac{3+x}{x}+7=\frac{x}{x+1}$$

$$\Rightarrow x^{-1}-17=2x-3$$

b) **IRACIONAIS**: Serão classificadas em equações irracionais quando a variável real estiver sob um expoente fracionário, ou seja, estiver dentro de um radical.

$$\Rightarrow 2\sqrt{x}+1=\sqrt{x+1}$$

$$\Rightarrow 2x^{-2}+7=\frac{1}{\sqrt{x}}$$

Dentro dessas duas classificações, racionais e irracionais, temos outras subdivisões. Vamos entender e conhecê-las um pouco melhor.

- **EQUAÇÕES EQUIVALENTES:**

Duas ou mais equações são ditas equivalentes quando admitem as mesmas soluções, ou ainda, possuem os mesmos conjuntos verdade

$x+7=0 \rightarrow$ admite -7 como solução

$-2x+1=15 \rightarrow$ admite -7 como solução

Quando dizemos que -7 é solução de determinada equação, significa dizer que este valor, quando substituído na equação resulta uma igualdade verdadeira.

- **EQUAÇÃO IDENTIDADE:**

É toda equação em que quaisquer valores da variável (ou incógnita) a igualdade é verificada.

$$2x+1=\frac{4x+2}{2}$$

Perceba, o exemplo acima, que para qualquer valor de x, a sentença será sempre verdadeira.

- **EQUAÇÃO NUMÉRICA:**

É a equação que não possui nenhuma outra letra, a não ser a própria variável real.

$$x-7=-3x+2\rightarrow \text{variável x}$$

$$4k-11=2(k-1)-7\rightarrow \text{variável k}$$

- **EQUAÇÃO LITERAL:**

É toda equação que contém outra letra (chamada de constante ou parâmetro), além da própria variável.

$$4ax+7=3ax-11\rightarrow \text{variável x , constante a.}$$

$$4bcy+3c=7b-y\rightarrow \text{variável y , constantes b e c.}$$

- **EQUAÇÃO POSSÍVEL E DETERMINADA:**

É toda equação que admite um número **finito de soluções**. Caso se esteja falando de uma equação do primeiro grau, este número finito será, fatalmente, composto por uma única solução. Lembro-vos que determinado valor real seja solução, é necessário que, ao substituí-lo no lugar das variáveis, o resultado, após as devidas operações, seja uma igualdade.

$$3x-4=2(x+6)+3$$

$3x-4=2x+12+3\rightarrow$ Fazendo a distributiva

$3x-4-2x-12-3=0\rightarrow$ Isolando os termos no 1º membro

$x-19=0\rightarrow$ Reduzindo os termos semelhantes

$x=19\rightarrow$ Encontrando a raiz

Note que o exemplo acima, trata-se de uma equação possível e determinada, pois somente o valor de *x=19* faz a expressão ser uma igualdade.

- **EQUAÇÃO POSSÍVEL E INDETERMINADA:**

É toda equação que admite um número **infinito de soluções**. Isso significa que, a equações que são classificadas possíveis e indeterminadas possuem a característica de identidade, pois qualquer valor real que se coloque no lugar da variável, o resultado será uma igualdade.

$$3x-7=3(x-1)-4$$

$3x-7=3x-3-4 \rightarrow$ Fazendo a distributiva

$3x-7-3x+3+4 \rightarrow$ Isolando os termos no 1º membro

$3x-3x-7+7=0 \rightarrow$ Reduzindo termos semelhantes

Note que o exemplo acima, trata-se de uma equação possível e indeterminada, pois independentemente do valor de x, após as devidas operações, o resultado será sempre uma igualdade.

Toda vez que, após a resolução de uma equação, o resultado lhe oferecer a igualdade 0=0, estará você diante de uma equação possível e indeterminada (uma identidade), ou seja, uma equação com infinitas soluções.

Desta forma, o conjunto solução será formado pelo conjunto dos REAIS.

- **EQUAÇÃO IMPOSSÍVEL:**

É toda equação que **não admite solução**. Logo seu conjunto verdade é VAZIO. A grosso modo, podemos dizer que tem a seguinte forma:

$$ax+b=0 \quad ; \quad a=0 \quad e \quad b\neq 0$$

Perceba que se o coeficiente a for igual a zero, restará somente o coeficiente b, o qual estará igualado a zero. Porém, a condição para que seja impossível a equação é justamente o b ser diferente de zero, o que faz a expressão ter uma inconsistência.

Como pode algo ser diferente de zero e ao mesmo tempo igual? Pois é. Por isso este tipo de equação não possui solução, em outras palavras, é impossível.

E aí, meu querido, gostando?

Depois de passearmos um pouco nas diversas classificações das equações, vamos voltar nossas atenções para as EQUAÇÕES DO 1º GRAU, ok??

5 – Resolução das Equações do 1º grau com uma Incógnita

Para que possamos encontrar a solução de uma equação do 1º grau de forma mais eficiente, existem alguns protocolos a serem cumpridos.

Num primeiro momento, saiba que, para que seja encontrada a raiz de uma equação, existe a possibilidade de deixá-la na sua forma reduzida, e após este procedimento, aplicar o seguinte processo prático:

$$ax+b=0$$

- $ax=-b\rightarrow$ Troca de lado, troca de sinal
- $x=\dfrac{-b}{a}\rightarrow$ Quando estiver multiplicando, vai para o outro lado dividindo

Logo: $x=\dfrac{-b}{a}\rightarrow$ **é a raiz da equação**

Preste bastante atenção! A expressão ***x=-b/a*** representa exatamente a solução de uma equação do 1º grau, quando esta estiver na sua forma reduzida.

Por outro lado, faz-se necessário realizar alguns protocolos de simplificação da expressão original para que a mesma fique numa forma mais amigável, ou seja, para uma mais simples resolução.

Dada a equação para sua devida resolução, lembre-se sempre dos seguintes passos:

Aplicaremos os processos práticos para as resoluções das equações do 1º grau, da seguinte forma:

- ✓ Se as equações possuírem termos fracionários eliminam-se os denominadores;
- ✓ Isolam-se num dos membros todos os termos que contêm a variável e, do outro, os valores que independem das variáveis (os números ou coeficientes);
- ✓ Reduzem-se os termos semelhantes;
- ✓ Dividem-se os dois membros pelo coeficiente da variável;
- ✓ Representação da solução.

Vejamos estes procedimentos na prática:

I) $4x + 3 = 2x + 11$

Isolam-se num dos membros todos os termos que contêm a variável e, do outro, os valores que independem das variáveis (os números):

$$4x - 2x = 11 - 3$$

Reduzem-se os termos semelhantes:

$$2x = 8$$

Dividem-se os dois membros pelo coeficiente da variável, qual seja: 2

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2} \Rightarrow x = 4$$

Representação da solução.

S = {4} ou V = {4}, onde: S= conjunto solução e V= conjunto verdade

II) $2ax - (a - 2) = 3 + ax$

É sabido que a expressão acima é exatamente igual a: $2ax - ax = 3 - 2 + a$.

Isolam-se num dos membros todos os termos que contêm a variável e, do outro, os valores que independem das variáveis (os números):

$$2ax - ax = 3 - 2 + a$$

Reduzem-se os termos semelhantes:

$ax = 1 + a$

Dividem-se os dois membros pelo coeficiente da variável, qual seja: *a*

$$x = \frac{1+a}{a}$$

Representação da solução.

$$S = V = \left\{ \frac{1+a}{a} \right\}$$

III) $1 + \frac{1}{2x+1} = \frac{3}{2x+1} - 2$

Elimina-se os denominadores multiplicando-se os membros pelo valor do denominador.

$$2x+1.\left(1+\frac{1}{2x+1}\right) = 2x+1.\left(\frac{3}{2x+1}-2\right) \Rightarrow 2x+1+1 = 3-2(2x+1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x+2 = 3-4x-2 \Rightarrow 2x+2 = -4x+1$$

Isolam-se num dos membros todos os termos que contêm a variável e, do outro, os valores que independem das variáveis (os números).

$$2x+4x = 1-2$$

Reduzem-se os termos semelhantes

$$6x = -1$$

Dividem-se os dois membros pelo coeficiente da variável

$$\frac{6x}{6} = \frac{-1}{6} \Rightarrow x = \frac{-1}{6}$$

Representação da solução.

$S=\left\{-\dfrac{1}{6}\right\}$ ou $V=\left\{-\dfrac{1}{6}\right\}$ ONDE:

S: Conjunto solução

V: Conjunto verdade

3 - Sistemas Lineares do 1º Grau com Duas Variáveis

Muitas das vezes se faz necessário encontrar, a partir de duas ou mais equações do primeiro grau (expressões algébricas), as soluções que satisfazem a todas as equações ao mesmo tempo, ou seja, de forma concomitante. Para esses tipos de questões temos os Sistemas Lineares.

Sistemas lineares do 1º grau com duas variáveis são um conjunto de ***expressões algébricas*** de ***duas variáveis distintas***, geralmente definidas por "***x***" e "***y***", representadas da seguinte forma:

$$\begin{cases} a.x+b.y=c \\ d.x+e.y=f \end{cases}$$ ***(Forma reduzida)***

- ✓ A ***parte literal*** dessas expressões algébricas é representada pelas letras "***x***" e "***y***" (***variáveis*** ou ***incógnitas***) elevadas ao ***expoente* 1** (***um***) e, por isso, denominadas ***lineares*** (seus gráficos são representados, no ***plano cartesiano***, por ***retas*** ou ***linhas***);
- ✓ a ***parte numérica***, nesse caso, os ***coeficientes*** das equações, é representada por "***a***", "***b***", "***c***", "***d***", "***e***" e "***f***".

Tenha sempre em mente que ao resolver determinado sistema, a solução encontrada será comum a todas as equações. Outro ponto: quando digo forma reduzida, quero deixar claro que a questão pode trazer o sistema com uma outra cara, não tão simples como essa!!

Os *coeficientes* "*c*" e "*f*" no *sistema linear* já reduzido na forma anterior são chamados *termos independentes* de "*x*" e de "*y*", respectivamente.

Exemplos:

- $\begin{cases} x+5y=13 \\ 2x-6y=-2 \end{cases}$

- $\begin{cases} x+y=27 \\ x-y=11 \end{cases}$
- $\begin{cases} -x+3y=6 \\ x+5y=34 \end{cases}$

Também podemos representar a ***parte literal*** por outras letras, por exemplo, ***variáveis*** por "***m***" e "***n***".

Exemplos:

- $\begin{cases} m+11.n=19 \\ -2.m-7.n=-16 \end{cases}$
- $\begin{cases} m+8.n=33 \\ m-7.n=1 \end{cases}$

Deixo registrado que existem **cinco *métodos de resolução*** de um ***sistema linear*** formado por equações do 1º grau com duas incógnitas: ***adição***, ***subtração***, ***substituição***, ***comparação*** e ***divisão***.

É aconselhável praticar apenas um dos métodos citados (o que lhe for mais conveniente), apesar de que, alguns desenvolvimentos podem inferir na utilização de outro método que não seja aquele com o qual o aluno teve mais afinidade.

Ressalto ainda que a montagem de um ***sistema linear*** através de valores mencionados separadamente no enunciado é o ***ponto crucial*** deste capítulo, portanto, muita atenção quando na montagem (modelagem) das questões.

Vejamos agora quando usar cada ***método resolutivo***.

Método da adição: utiliza-se o método da ***adição*** quando a ***mesma variável***, em ***ambas*** as ***equações***, apresentarem o ***mesmo coeficiente***, porém de ***sinais opostos***.

Exemplo:

$$\begin{cases} 3x+2y=14 \\ 5x-2y=18 \end{cases}$$

Somando-se as duas equações, membro a membro e termo a termo, tem-se que:

$$+\begin{cases} 3x+2y=14 \\ 5x-2y=18 \end{cases}$$

$$3x+5x+2y-2y=14+18$$

$$8x=32 \Rightarrow x=\frac{32}{8} \Rightarrow x=4$$

Substituindo-se o valor de "***x***" encontrado em uma das equações anteriores, teremos:

$$3x+2y=14 \Rightarrow 3.4+2y=14 \Rightarrow 12+2y=14 \Rightarrow 2y=14-12$$

$$y=\frac{2}{2} \Rightarrow y=1$$

$V=S=\{(4;1)\}$, esse é o conjunto verdade ou conjunto solução do sistema linear acima.

O conjunto verdade ou conjunto solução de um sistema linear é representado por um par ordenado de valores: (x ; y), sendo "x" a abscissa do par e "y" a sua respectiva ordenada. Este ponto, ainda que não tenha ficado tão claro, será objeto de explicação de aula posterior. Então, apenas registre este comentário!

<u>Método da subtração</u>: Utiliza-se o método da ***subtração*** quando a ***mesma variável***, em ***ambas*** as ***equações***, apresentarem o ***mesmo coeficiente***, com os ***mesmos sinais***.

Exemplo:

$$\begin{cases} 3x+4y=14 \\ 2x+4y=12 \end{cases}$$

Subtraindo-se a equação de cima pela equação de baixo, tem-se que:

$$-\begin{cases}3x+4y=14\\2x+4y=12\end{cases}$$

$$(3x+4y)-(2x+4y)=14-12$$

$$3x+4y-2x-4y=14-12 \Rightarrow 3x-2y+4y-4y=2 \Rightarrow x=2$$

Substituindo-se o valor de "***x***" encontrado em uma das equações anteriores, teremos:

$$2x+4y=12 \Rightarrow 2.2+4y=12 \Rightarrow 4+4y=12 \Rightarrow 4y=12-4$$

$$y=\frac{8}{4} \Rightarrow y=2$$

$V=S=\{(2;2)\}$, esse é o conjunto verdade ou conjunto solução do sistema linear acima.

<u>Método da substituição</u>: utiliza-se o método da ***substituição*** quando ***uma*** das ***variáveis*** aparece ***isolada*** (ou ***sozinha***) em ***uma*** das ***equações***, por conseguinte, ***substitui-se*** na outra equação o valor em destaque que aparece ***isolado***.
Exemplo:

$$\begin{cases}7x+2y=13\text{............}(1)\\y=3x\text{......................}(2)\end{cases}$$

Substituindo-se o termo "3*x*" (que representa o valor de "***y***" ***isolado***) na equação (1), tem-se:

$$7x+2y=13 \Rightarrow 7x+2.(3x)=13 \Rightarrow 7x+6x=13$$

$$\Rightarrow 13x=13 \Rightarrow x=\frac{13}{13} \Rightarrow x=1$$

Substituindo-se o valor de "***x***" encontrado na equação (2), teremos:

$$y=3x \Rightarrow y=3.1 \Rightarrow y=3$$

$V=S=\{(1;3)\}$, esse é o conjunto verdade ou conjunto solução do sistema linear acima.

<u>Método da comparação</u>: utiliza-se o método da ***comparação*** quando ***uma*** das ***variáveis*** aparece ***isolada*** nas ***duas equações***, por conseguinte, comparam-se (ou igualam-se) os ***valores isolados***.
Exemplo:

$$\begin{cases}y=5x-15\text{............}(1)\\y=x-3\text{................}(2)\end{cases}$$

Comparando-se ou igualando-se os dois valores de "*y*", teremos:

$$5x-15=x-3 \Rightarrow 5x-x=15-3 \Rightarrow 4x=12$$

$$\Rightarrow x=\frac{12}{4} \Rightarrow x=3$$

Substituindo-se o valor de "***x***" encontrado na equação (2), teremos:

$$y=x-3 \Rightarrow y=3-3 \Rightarrow y=0$$

$$V=S=\{(3;0)\},$$

<u>Método da divisão</u>: utiliza-se o método da ***divisão*** em condições equivalentes às do método da ***comparação***, ou seja, quando ***uma*** das ***variáveis*** aparece ***isolada*** (ou ***sozinha***) nas ***duas equações***. Exemplo:

$$\begin{cases} \frac{5}{4}x=4y-75..............(1) \\ \frac{10}{12}x=y-25..............(2) \end{cases}$$

Dividindo-se a equação (1) pela equação (2), teremos:

$$\frac{\frac{5x}{4}}{\frac{10x}{12}}=\frac{4y-75}{y-25} \Rightarrow \frac{5x}{4}.\frac{12}{10x}=\frac{4y-75}{y-25} \Rightarrow \frac{3}{2}=\frac{4y-75}{y-25}$$

$$\Rightarrow 3(y-25)=2(4y-75) \Rightarrow 3y-75=8y-150 \Rightarrow 150-75=8y-3y$$

$$\Rightarrow 75=5y \Rightarrow y=\frac{75}{5} \Rightarrow y=15$$

Substituindo-se o valor de "***y***" encontrado na equação (1), teremos:

$$\frac{5x}{4}=4y-75 \Rightarrow \frac{5x}{4}=4.15-75 \Rightarrow \frac{5x}{4}=60-75 \Rightarrow \frac{5x}{4}=-15$$

$$x=-\frac{15.4}{5} \Rightarrow x=-12$$

$$S=\{(-12;15)\}$$

1- Discussão de Sistemas de duas Equações e duas Variáveis

Os sistemas de duas equações e duas variáveis podem possuir **uma, nenhuma ou infinitas soluções**, conforme seja possível e determinado, impossível ou possível e indeterminado, respectivamente.

A seguir são apresentadas as condições para que o sistema se enquadre em cada uma das categorias, observada ainda a sua interpretação geométrica, onde cada equação do 1º grau em x e y representa uma reta no plano, podendo ter ou não interseções entre si.

Seja o sistema de equações a seguir

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

temos:

- ✓ **Se $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, então o sistema é possível e determinado, possui uma única solução e sua representação geométrica corresponde a duas retas concorrentes, ou seja, interceptam em apenas um ponto.**

- ✓ **Se $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, então o sistema é possível e indeterminado, possui infinitas soluções e sua representação geométrica corresponde a duas retas paralelas coincidentes.**

- ✓ **Se $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, então o sistema é impossível, não possui soluções e a sua representação geométrica corresponde a duas retas paralelas distintas.**

Exemplo1:

Discutir o sistema

$$\begin{cases} 2x + 6y = 7 \\ -2x - 6y = -10 \end{cases}$$

Comentário:

Relacionando os coeficientes das equações, temos:

$$\frac{2}{-2}=\frac{6}{-6}\neq\frac{7}{-10}$$

Logo, o sistema é impossível.

Exemplo 2:

Discutir o sistema

$$\begin{cases}2x-y=4\\-2x+y=-4\end{cases}$$

Comentário:

Relacionando os coeficientes das equações, temos:

$$\frac{2}{-2}=\frac{-1}{1}=\frac{4}{-4}$$

Logo, o sistema é possível indeterminado.

Isso também pode ser observado somando as equações, o que resulta: $0=0$, que é sempre verdadeira. Portanto, o sistema é possível e indeterminado.

---

4. Problemas do 1º Grau

A maior dificuldade do aluno na hora de resolver questões desse tópico é, justamente, alinhas a interpretação para a linguagem matemática. Sabendo disso, segue abaixo uma tabela de forma a facilitar algumas situações.

É claro que é impossível prever todas as situações, no entanto, citamos as principais.

A seguir demonstraremos algumas representações importantes que porventura podem aparecer nos problemas que envolvam formações de equações do 1º grau.

Linguagem Textual	Linguagem Matemática
Um certo número	“x”
O dobro de um número	“2x”

O triplo de um número	“3x”
O quádruplo de um número	“4x”
O quíntuplo de um número	“5x”
O sêxtuplo de um número	“6x”
O sétuplo de um número	“7x”
O óctuplo de um número	“8x”
A metade de um número	“x/2”
A terça parte de um número	“x/3”
A quarta parte de um número	“x/4”
A quinta parte de um número	“x/5”
A sexta parte de um número	“x/6”
A sétima parte de um número	“x/7”
A oitava parte de um número	“x/8”
A nona parte de um número	“x/9”
O quadrado de um número	“x^2”
Linguagem Textual	**Linguagem Matemática**
Sejam dois números	“x” e “y”
O quadrado da soma de dois números	“(x+y)”
A soma dos quadrados de dois números	“x^2+y^2”
O quadrado da soma de dois números	“$(x+y)^2$”
A soma dos inversos de dois números	“1/x+1/y”
Linguagem Textual	**Linguagem Matemática**
Seja um número natural “n” qualquer	n=0,1,2,...
Um número par qualquer...	2n
Números pares consecutivos	“2n”; “2n+2”; “2n+4”...

Um número ímpar qualquer	“2n+1”
Números ímpares consecutivos	“2n+1”; “2n+3”; “2n+5”...
Três números consecutivos	“n”; “n+1” e “n+2”
Um número “x” excede o outro “y” em k unidades	X = y+k

A partir destas modelagens matemáticas, cabe a você praticar muitas questões. Para isso, selecionei algumas sobre este tema, bem como sobre os temas anteriores.

---

5 - Lista de Questões

01. Considerando U = Q, resolva as equações.

a) $6x-8=4x-18$

b) $9x-10-3x=x+10$

c) $\frac{8x}{7}-\frac{x}{14}=2$

---

02. Sendo U = Z, resolva a equação $\frac{x}{6}-\frac{2(x-1)}{9}=1-x$

a) $V=\left\{\frac{22}{17}\right\}$

b) $V=\left\{\frac{14}{17}\right\}$

c) $V=\varnothing$

d) $V=-6$

e) $V=-2$

---

03. As equações $\frac{x}{2}+\frac{3x}{5}=32$ e $kx-x=40$ são equivalentes. Calcule o valor de k.

---

04. As equações $-2ax+x=2$ e $2x-6=x+1$ são equivalentes. Calcule “a”.

---

05. (EsSA) As equações $\frac{2x-1}{3}-\frac{x+1}{2}=\frac{5}{6}$ e $\frac{x}{2}+mx=x+5$ são equivalentes se m for igual a:

a) 10

b) 0

c) -1

d) 1

e) -5

---

06. (EsSA) Se a equação $2ax-3=x+3$ é equivalente a equação $\frac{1}{x-1}-\frac{3}{x-2}=\frac{5}{x^2-3x+2}$

a) a = -2

b) a = 2

c) a = 1

d) a = -1

e) a = -4/5

---

07. Sabendo que -1 é raiz de $-2kx+\frac{x}{2}=3,$ calcule k.

---

08. Verifique se -3 é raiz de $\frac{2x}{6}+\frac{x}{3}=-2$

---

09. (EPSJV-2000) A raiz da equação $\frac{x-2}{5}=\frac{x+1}{2}$ é:

a) 1

b) 0

c) -1

d) -2

e) -3

---

10. (EPCAr-2002)O valor de x que é solução da equação $3x-2(x-5)-\frac{5-3x}{2}=0$ é tal que:

a) -6 < x < 0

b) -12 < x < -8

c) 3 < x < 10

d) 12 < x < 18

---

11. (EsSA) Uma das raízes da equação $3x^2-px-q=0,$ na qual x é a variável, é o elemento -1. O valor de p – q é:

a) -1

b) 0

c) -3

d) 3

e) 1

12. (CEFET) Dada a sentença $y = \frac{x}{3} - 2,$ se você trocar o x pelo y a nova expressão y será:

a) $y = x + 2$

b) $y = 2x - 6$

c) $y = 6x + 3$

d) $y = -2x + 3$

e) $y = 3x + 6$

13. (CEFET) A sentença $\frac{y}{2} - \frac{x-1}{3} = 1$ pode, também ser escrita na forma:

a) $3y + 2x - 4 = 0$

b) $3y - 2x + 4 = 0$

c) $3y - 2x - 4 = 0$

d) $3y + 2x + 4 = 0$

e) $3y - 2x - 8 = 0$

14. (EPCAr-2005) Com base na igualdade $\frac{5x-3}{2} - \frac{4}{5} + \frac{2x}{3} = \frac{20x-8}{3} - \frac{7x}{2}$ podemos afirmar que:

a) Tem apenas uma solução e esta é um número par
b) Tem apenas uma solução e esta é um número ímpar
c) Tem uma infinidade de soluções
d) Não tem nenhuma solução

15. (G1 - ifal 2018) A soma de dois números naturais é 13 e a diferença entre eles é 3. Qual o produto entre esses números?
a) 30.
b) 36.
c) 39.
d) 40.

e) $42.$

---

16. (Ueg 2017) Cinco jovens, que representaremos por $a, b, c, d, e,$ foram a um restaurante e observaram que o consumo de cada um obedecia ao seguinte sistema linear

$$\begin{cases} a + d = 20 \\ b + c - e = 30 \\ a - c = 15 \\ e - a = 10 \\ c + e = 25 \end{cases}$$

O total da conta nesse restaurante foi de

a) R\$ 50,00

b) R\$ 80,00

c) R\$ 100,00

d) R\$ 120,00

e) R\$ 135,00

---

17. (Unioeste 2017) Sobre o sistema de equações lineares $\begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ 3x + \beta y = 7 \end{cases},$ é CORRETO afirmar que

a) possui uma única solução, qualquer que seja $\beta.$

b) possui infinitas soluções, qualquer que seja $\beta.$

c) possui ao menos uma solução, qualquer que seja $\beta.$

d) só tem solução se $\beta = 5.$

e) é impossível se $\beta \neq -5.$

---

18. (Fgv 2016) Sendo k um número real, o sistema linear $\begin{cases} 9x - 6y = 21 \\ 6x - 4y = k \end{cases}$ possui infinitas soluções (x, y) para k igual a

a) $-10,5.$

b) $0.$

c) $7.$

d) $10,5.$

e) $14.$

---

19. (G1 - ifal 2016) Um jogo de cara ou coroa tinha a seguinte regra: quando o lado da moeda era

cara, o jogador ganhava 3 pontos e, quando era coroa, o jogador ganhava apenas 1 ponto. Após lançar a moeda 10 vezes, um determinado jogador obteve 24 pontos. Quantas vezes, nesses 10 lançamentos, saiu o lado cara da moeda para esse jogador?

a) $3.$
b) $4.$
c) $5.$
d) $6.$
e) $7.$

---

20. (G1 - utfpr 2016) Determine os valores de x e y na proporção $\frac{x}{y}=\frac{8}{10},$ sabendo que $x+y=144.$

a) $x=80$ e $y=60.$
b) $x=64$ e $y=80.$
c) $x=73$ e $y=71.$
d) $x=71$ e $y=70.$
e) $x=y=72.$

---

21. (G1 - ifpe 2016) Em um estacionamento, há triciclos e quadriciclos, totalizando 17 veículos e 61 rodas. Quantos triciclos há nesse estacionamento?

a) 10
b) 8
c) 7
d) 17
e) 12

---

22. (Uece 2016) Se um par de meias, duas calças e três camisas juntas custam $R\$\,358,00$ e, desses mesmos artigos, com as mesmas características e especificações, dois pares de meias, cinco calças e oito camisas juntas custam $R\$\,916,00,$ então, é correto afirmar que um par de meias, uma calça e uma camisa juntas custam

a) $R\$\,186,00.$
b) $R\$\,178,00.$
c) $R\$\,169,00.$
d) $R\$\,158,00.$

---

23. (Unicamp 2016) Considere o sistema linear nas variáveis reais $x,$ $y,$ z e $w,$

$$\begin{cases} x - y = 1, \\ y + z = 2, \\ w - z = 3. \end{cases}$$

Logo, a soma $x + y + z + w$ é igual a

a) $-2.$

b) $0.$

c) $6.$

d) $8.$

---

24. (G1 - ifal 2016) Em um restaurante, existem 20 mesas, todas ocupadas, algumas por 4 pessoas e outras por 2 pessoas, num total de 54 fregueses. Qual o número de mesas ocupadas por 4 pessoas?

a) $5.$

b) $7.$

c) $9.$

d) $11.$

e) $13.$

---

25. (G1 - ifal 2016) Resolvendo o sistema abaixo, encontramos os valores para x e y tais que o produto $x \cdot y$ é igual a

$$x + 2y = 4$$
$$2x - y = 3$$

a) $1.$

b) $2.$

c) $3.$

d) $4.$

e) $5.$

---

26. (Fuvest 2019) Em uma família, o número de irmãs de cada filha é igual à metade do número de irmãos. Cada filho tem o mesmo número de irmãos e irmãs.

O número total de filhos e filhas da família é

a) 4

b) 5

c) 7
d) 10
e) 15

---

27. (G1 - ifpe 2018) Um pai percebeu que a soma da sua idade com a idade de seu filho totalizava 52 anos. Sabendo que a idade do pai é 12 vezes a idade do filho, assinale a alternativa que indica quantos anos o pai é mais velho do que o filho.
a) 36 anos.
b) 40 anos.
c) 34 anos.
d) 44 anos.
e) 24 anos.

---

28. (G1 - ifal 2018) Determine o valor da raiz da equação $3x+5=2.$
a) $2.$
b) $1.$
c) $0.$
d) $-1.$
e) $-2.$

---

29. (G1 - ifba 2018) Sendo x a solução da equação $\frac{x+4}{6}+\frac{2x-3}{2}=1,$ então o valor correspondente ao valor de $E,$ na equação $E=49x,$ é?
a) 7
b) 11
c) $11/7$
d) 111
e) 77

---

30. (G1 - utfpr 2018) Quando José estava indo ao ponto de ônibus que fica a 420 m de sua casa, parou para conversar com um amigo. Em seguida, andou o triplo do que já havia caminhado chegando ao ponto de ônibus. Assinale a alternativa que apresenta quanto faltava em metros para ele chegar ao ponto de ônibus.
a) $105.$
b) $125.$
c) $150.$

d) $350.$

e) $315.$

---

31. (Uefs 2018) Um restaurante tem 30 funcionários, sendo que alguns deles são garçons e os demais ocupam outros cargos. Em certo dia, as gorjetas foram divididas de maneira que $R\$\,180,00$ foram distribuídos igualmente entre os garçons e $R\$\,180,00$ foram distribuídos igualmente entre os demais funcionários. Se o valor recebido por cada garçom foi $R\$\,15,00,$ o valor recebido por cada um dos demais funcionários foi

a) $R\$\,5,00.$

b) $R\$\,10,00.$

c) $R\$\,15,00.$

d) $R\$\,20,00.$

e) $R\$\,25,00.$

---

32. (G1 - ifsc 2018) Considere a equação $\frac{3x}{4} = 2x + 5,$ e assinale a alternativa CORRETA.

a) É uma função do primeiro grau, sua solução é $x = -1$ e seu conjunto solução é $S = \{-1\}.$

b) É uma equação racional, sua solução é $x = -4$ e seu conjunto solução é $S = \{-4\}.$

c) É uma equação do primeiro grau, sua solução é $x = +4$ e seu conjunto solução é $S = \varnothing.$

d) É uma equação do segundo grau, sua solução é $x = -4$ e seu conjunto solução é $S = \{-4\}.$

e) É uma equação do primeiro grau, sua solução é $x = -4$ e seu conjunto solução é $S = \{-4\}.$

---

33. (Efomm 2018) Um aluno do 1º ano da EFOMM fez compras em 5 lojas. Em cada loja, gastou metade do que possuía e pagou, após cada compra, $R\$\,2,00$ de estacionamento. Se, após toda essa atividade, ainda ficou com $R\$\,20,00,$ a quantia que ele possuía inicialmente era de

a) $R\$\,814,00.$

b) $R\$\,804,00.$

c) $R\$\,764,00.$

d) $R\$\,714,00.$

e) $R\$\,704,00.$

---

34. (G1 - cmrj 2018) Três irmãos deveriam dividir entre si os biscoitos de uma cesta. Dona Joana, a mãe deles, não lhes disse quantos biscoitos havia na cesta; disse apenas que a divisão seria feita pela manhã, ao acordarem, conforme a seguinte regra: “o primeiro a acordar fica com metade dos biscoitos; o segundo fica com a terça parte do que restar; o último, fica com a quarta parte do que

restar.”

Apesar de acordarem em horários diferentes, cada um dos irmãos acreditou que era o primeiro a acordar e pegou a metade dos biscoitos que achou na cesta. Dessa maneira, o irmão que acordou por último pegou seis biscoitos. Se tivessem seguido a regra de dona Joana corretamente

a) sobraria um único biscoito na cesta.
b) o irmão que acordou por último pegaria três biscoitos.
c) o segundo a acordar pegaria a terça parte do que pegou.
d) o primeiro a acordar pegaria mais biscoitos do que pegou.
e) o último a acordar pegaria menos biscoitos do que pegou.

---

35. (G1 - ifpe 2018) Na turma do primeiro período do curso de Computação Gráfica do IFPE – Olinda há 36 pessoas. O número de meninos dessa turma é o triplo do número de meninas, logo, podemos afirmar, que nessa turma, temos

a) 27 meninas.
b) 18 meninas.
c) 9 meninas.
d) 3 meninas.
e) 12 meninas.

---

36. (Uefs 2018) Gabriela possuía uma quantia, em reais, que correspondia a $\frac{21}{25}$ do que possuía sua irmã Heloísa. No dia das crianças, cada uma dessas irmãs ganhou R\$ 20,00 e, com isso, Gabriela passou a ter o correspondente a $\frac{22}{25}$ da quantia de sua irmã. A diferença entre as quantias que essas irmãs possuem é igual a

a) R\$ 9,30.
b) R\$ 9,60.
c) R\$ 9,90.
d) R\$ 10,20.
e) R\$ 10,50.

---

37. (Espm 2017) Uma senhora foi ao shopping e gastou a metade do dinheiro que tinha na carteira e pagou R\$ 10,00 de estacionamento. Ao voltar para casa parou numa livraria e comprou um livro que custou a quinta parte do que lhe havia sobrado, ficando com R\$ 88,00.

Se ela tivesse ido apenas à livraria e comprado o mesmo livro, ter-lhe-ia restado:

a) R$ 218,00

b) R$ 186,00

c) R$ 154,00

d) R$ 230,00

e) R$ 120,00

---

38. (Pucrs 2017) Um pagamento de R$ 280,00 foi feito usando-se apenas notas de R$ 20,00 e de R$ 5,00. Sabendo que foram utilizadas 20 notas ao todo, o número de notas de R$ 20,00 utilizadas para fazer o pagamento é um número

a) ímpar.

b) primo.

c) múltiplo de 7.

d) múltiplo de 5.

e) múltiplo de 4.

---

39. (G1 - col. naval 2017) Se $\sqrt{2} = 1 + \dfrac{1}{2 + \dfrac{1}{2 + x}}$, é correto afirmar que o valor de x está no intervalo

a) $0,1 < x < 0,2$

b) $0,2 < x < 0,3$

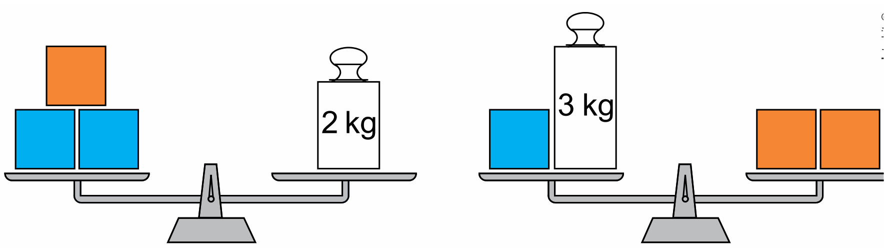
c) $0,3 < x < 0,4$

d) $0,4 < x < 0,5$

e) $0,5 < x < 0,6$

---

40. (Unesp 2017) Três cubos laranjas idênticos e três cubos azuis idênticos estão equilibrados em duas balanças de pratos, também idênticas, conforme indicam as figuras.



A massa de um cubo laranja supera a de um cubo azul em exato

a) 1,3 kg.

b) 1,5 kg.

c) $1{,}2$ kg.

d) $1{,}4$ kg.

e) $1{,}6$ kg.

---

41. (Insper 2016) Na reunião de planejamento estratégico de uma empresa, na qual compareceram 30 pessoas, nem todos os participantes se cumprimentaram. Se cada um dos homens cumprimentou apenas 6 mulheres e cada uma das mulheres cumprimentou apenas 4 homens, podemos concluir que o número de mulheres presentes foi

a) 20

b) 18

c) 16

d) 14

e) 12

---

42. (G1 - ifpe 2016) Em um estacionamento, há motocicletas, triciclos e quadriciclos, num total de 20 veículos e 65 rodas. Sabendo que o número de motocicletas é igual ao de triciclos, quantos quadriciclos há nesse estacionamento?

a) 3

b) 5

c) 7

d) 10

e) 11

---

43. (G1 - ifsp 2016) Em uma sala de aula com 40 alunos, o dobro do número de meninas excede o triplo do número de meninos em 5 unidades. Sendo assim, nessa sala, o número de meninas supera o número de meninos em:

a) 11 unidades.

b) 12 unidades.

c) 10 unidades.

d) 13 unidades.

e) 14 unidades.

6 - Questões Comentadas

(Exercício Modelo)

01. Considerando U = Q, resolva as equações.

a) $6x-8=4x-18$

b) $9x-10-3x=x+10$

c) $\frac{8x}{7}-\frac{x}{14}=2$

Comentário:

a) $6x-8=4x-18 \Rightarrow 6x-4x=-18+8 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x=-10 \Rightarrow x=-\frac{10}{2} \Rightarrow x=-5$$

b) $9x-10=3x=x+10 \Rightarrow 9x-3x-x=10+10 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 5x=20 \Rightarrow x=\frac{20}{4} \Rightarrow x=5$$

c) $\frac{8x}{7}-\frac{x}{14}=2$;Fazendo o MMC (7;14) = 14 , como temos números múltiplos, o MMC será o maior deles. A partir daí, multiplicando-se toda a expressão pelo MMC, temos:

$$14\left(\frac{8x}{7}-\frac{x}{14}\right)=2.(14)$$

$$2.(8x)-x=28\Rightarrow 16x-x=28\Rightarrow 15x=28$$

$$x=\frac{28}{15}$$

(Exercício Modelo)

02. Sendo U = Z, resolva a equação $\frac{x}{6}-\frac{2(x-1)}{9}=1-x$

a) $V=\left\{\frac{22}{17}\right\}$

b) $V=\left\{\frac{14}{17}\right\}$

c) $V=\varnothing$

d) $V=-6$

e) $V=-2$

Comentário:

$\frac{x}{6}-\frac{2(x-1)}{9}=1-x$; MMC (6;9) = 18 , pois é o menor múltiplo comum entre eles. Logo:

$$18.\left[\left(\frac{x}{6}-\frac{2.(x-1)}{9}\right)\right]=(1-x).18$$

$$3x-4(x-1)=18-18x\Rightarrow 3x-4x+4=18-18x\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 21x-4x=14\Rightarrow 17x=14\Rightarrow x=\frac{14}{17}$$

Como o conjunto universo da solução deve ser os inteiros, não temos solução, pois: $\frac{14}{17}\notin\mathbb{Z}$

Gabarito: B

(Exercício Modelo)

03. As equações $\frac{x}{2}+\frac{3x}{5}=32$ e $kx-x=40$ são equivalentes. Calcule o valor de k.

Comentário:

Dizer que duas expressões são equivalentes, é o mesmo que falar que possuem a mesma solução. Temos que nos ater, num primeiro momento no MMC. Já é sabido que quando dois ou mais números são primos entre si, o MMC será sempre o produto entre eles. Assim:

$$\frac{x}{2}+\frac{3x}{5}=32 \text{ ; MMC (2;5)=10 ,}$$

Logo, multiplicando-se toda a equação pelo MMC, temos:

$$10.\left(\frac{x}{2}+\frac{3x}{5}\right)=32.10$$

$$5x+6x=320$$

$$11x=320 \Rightarrow x=\frac{320}{11}$$

Assim, por serem equivalentes, podemos substituir a solução da primeira equação na segunda. Vamos a ela:

$$k.x-x=40 \Rightarrow k.\left(\frac{320}{11}\right)-\frac{320}{11}=40$$

$$\frac{320k}{11}=40+\frac{320}{11} \Rightarrow \frac{320k}{11}=\frac{760}{11} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{760}{320} \Rightarrow k=\frac{76}{32} \Rightarrow k=\frac{38}{16} \Rightarrow k=\frac{19}{8}$$

(Exercício Modelo)

04. As equações $-2ax+x=2$ e $2x-6=x+1$ são equivalentes. Calcule “a”.

Comentário:

Dizer que duas expressões são equivalentes, é o mesmo que falar que possuem a mesma solução. Com isso, podemos iniciar a resolução da forma colocando em evidência a variável e a isolando, ou em outras palavras, encontrando o “x” em função de “a”.

$$-2ax+x=2 \Rightarrow x(1-2a)=2 \Rightarrow x=\frac{2}{1-2a}$$

Temos ainda que: $2x-6=x+1 \Rightarrow 2x-x=1+6 \Rightarrow x=7$

Assim, por serem equivalentes, podemos substituir a solução da segunda equação na primeira. Vamos a ela:

$$x=\frac{2}{1-2a} \Rightarrow 7=\frac{2}{1-2a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7.(1-2a)=2 \Rightarrow 7-14a=2 \Rightarrow$$

$$14a=7-2 \Rightarrow 14a=5 \Rightarrow a=\frac{5}{14}$$

(Exercício Modelo)

05. (EsSA) As equações $\frac{2x-1}{3}-\frac{x+1}{2}=\frac{5}{6}$ e $\frac{x}{2}+mx=x+5$ são equivalentes se m for igual a:

a) 10

b) 0

c) -1

d) 1

e) -5

Comentário:

Dizer que duas expressões são equivalentes, é o mesmo que falar que possuem a mesma solução. Assim, num primeiro momento devemos eliminar os denominadores. Vamos a resolução:

$\frac{2x-1}{3}-\frac{x+1}{2}=\frac{5}{6}$; MMC (3;2;6). Logo:

$$6.\left(\frac{2x-1}{3}-\frac{x+1}{2}\right)=6.\left(\frac{5}{6}\right) \Rightarrow$$

$$2.(2x-1)-3(x+1)=5 \Rightarrow 4x-2-3x-3=5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x-5=5 \Rightarrow x=10$$

Temos ainda:

$$\frac{x}{2}+mx=x+5 \Rightarrow \frac{10}{2}+10.m=10+5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5+10m=15 \Rightarrow 10m=10 \Rightarrow m=1$$

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

06. (EsSA) Se a equação $2ax-3=x+3$ é equivalente a equação $\frac{1}{x-1}-\frac{3}{x-2}=\frac{5}{x^2-3x+2}$

a) a = -2

b) a = 2

c) a = 1

d) a = -1

e) a = -4/5

Comentário:

Nunca esqueça: dizer que duas ou mais equações são equivalente é o mesmo que dizer que as mesmas possuem a mesma solução. Diante disso, basta encontrar a raiz de uma delas, e , após isso, substituir na outra.

$$2ax-3=x+3$$

$$2ax-x=3+3 \Rightarrow x.(2a-1)=6 \Rightarrow x=\frac{6}{2a-1}$$

Temos ainda que:

$$\frac{1}{x-1}-\frac{3}{x-2}=\frac{5}{x^2-3x+2}$$

Usando a fatoração, sabemos que:

$$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$$

Assim, vamos encontrar o MMC:

$$\frac{1}{x-1}-\frac{3}{x-2}=\frac{5}{(x-1)(x-2)} \Rightarrow MMC(x-1;x-2)=(x-1)(x-2)$$

Logo, após multiplicar toda a equação pelo MMC, obtemos o seguinte:

$$(x-2)-3.(x-1)=5$$

Fazendo a distributiva e isolando os termos semelhantes, temos:

$$x-2-3x+3=5 \Rightarrow -2x=5-1 \Rightarrow -2x=4$$
$$2x=-4 \Rightarrow x=-2$$

Desta forma, temos que:

$$x=\frac{6}{2a-1}\Rightarrow -2=\frac{6}{2a-1}\Rightarrow -4a+2=6\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4a=-4\Rightarrow a=-1$$

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

07. Sabendo que -1 é raiz de $-2kx+\frac{x}{2}=3,$ calcule k.

Comentário:

Já é sabido que, se determinado valor é raiz de uma equação, então ao substituir este mesmo valor na equação, temos que obter como resultado uma igualdade, que resulta no valor numérico igual a ZERO. Neste caso em específico, como não se sabe o valor de K, encontraremos então o valor deste. Vamos para a resolução em si:

$-2k.x+\frac{x}{2}=3; \quad x=-1,$ Assim, ao substituir, temos:

$$-2k.(-1)-\frac{1}{2}=3\Rightarrow 2k=3+\frac{1}{2}\Rightarrow 2k=\frac{7}{2}\Rightarrow k=\frac{7}{4}$$

(Exercício Modelo)

08. Verifique se -3 é raiz de $\frac{2x}{6}+\frac{x}{3}=-2$

Comentário:

Já é sabido que, se determinado valor é raiz de uma equação, então ao substituir este mesmo valor na equação, temos que obter como resultado uma igualdade, que resulta no valor numérico igual a ZERO, como dito na questão anterior. Logo:

$\frac{2x}{6}+\frac{x}{3}=-2$; x=-3 ; Assim, ao substituir, temos:

$$\frac{2.(-3)}{6}-\frac{3}{3}=-2\Rightarrow\frac{-6}{6}-\frac{3}{3}=-2$$

$(-1)+(-1)=-2\Rightarrow -2=-2$ (igualdade)

Logo, é raiz.

(Exercício Modelo)

09. (EPSJV-2000) A raiz da equação $\frac{x-2}{5}=\frac{x+1}{2}$ é:

a) 1

b) 0

c) -1

d) -2

e) -3

Comentário:

Basta isolar a incógnita, ou seja, encontrar o valor que zera a nossa equação.

$$\frac{x-2}{5}=\frac{x+1}{2}\Rightarrow 2.(x-2)=5.(x+1)\Rightarrow$$

$$2x-4=5x+5\Rightarrow 5x-2x=-4-5\Rightarrow$$

$$3x=-9\Rightarrow x=-\frac{9}{3}\Rightarrow x=-3$$

Gabarito: E

(Exercício Modelo)

10. (EPCAr-2002) O valor de x que é solução da equação $3x-2(x-5)-\frac{5-3x}{2}=0$ é tal que:

a) -6 < x < 0

b) -12 < x < -8

c) 3 < x < 10

d) 12 < x < 18

Comentário:

Basta isolar a incógnita, ou seja, encontrar o valor que zera a nossa equação. Após isso, verificar em que intervalo este número pertence. Vamos a sua resolução:

$$3x-2.(x-5)-\frac{5-3x}{2}=0\Rightarrow$$

$\Rightarrow 3x-2x+10=\dfrac{5-3x}{2}$; Multiplicando toda a equação por 2, temos:

$$2.(x+10)=5-3x\Rightarrow 2x+20=5-3x\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x+3x=5-20\Rightarrow 5x=-15\Rightarrow x=-3$$

Logo: $-6<-3<0\Rightarrow -6<x<0$

Gabarito: A

(Exercício Modelo)

11. (EsSA) Uma das raízes da equação $3x^2-px-q=0,$ na qual x é a variável, é o elemento -1. O valor de p – q é:

a) -1

b) 0

c) -3

d) 3

e) 1

Comentário:

$3x^2-px-q=0,$ se x = -1 é raiz, substituindo, temos:

$$3.(-1)^2-p.(-1)-q=0\Rightarrow 3+p-q=0$$

$$p-q=-3$$

Gabarito: C

(Exercício Modelo)

12. (CEFET) Dada a sentença $y=\dfrac{x}{3}-2,$ se você trocar o x pelo y a nova expressão y será:

a) $y=x+2$

b) $y=2x-6$

c) $y = 6x + 3$

d) $y = -2x + 3$

e) $y = 3x + 6$

Comentário:

$y = \frac{x}{3} - 2$, Trocando x por y e vice-versa, temos:

$$x = \frac{y}{3} - 2 \Rightarrow x + 2 = \frac{y}{3} \Rightarrow 3x + 6 = y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 3x + 6$$

Gabarito: E

(Exercício Modelo)

13. (CEFET) A sentença $\frac{y}{2} - \frac{x-1}{3} = 1$ pode, também ser escrita na forma:

a) $3y + 2x - 4 = 0$

b) $3y - 2x + 4 = 0$

c) $3y - 2x - 4 = 0$

d) $3y + 2x + 4 = 0$

e) $3y - 2x - 8 = 0$

Comentário:

$\frac{y}{2} - \frac{x-1}{3} = 1$, MMC (2;3) = 6. Logo, ao multiplicar toda a equação por 6, temos:

$$6.\left(\frac{y}{2} - \frac{x-1}{3}\right) = 1.(16) \Rightarrow$$

$$3y - 2(x-1) = 6 \Rightarrow 3y - 2x + 2 = 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3y - 2x - 4 = 0$$

Gabarito: C

(Exercício Modelo)

14. (EPCAr-2005) Com base na igualdade $\frac{5x-3}{2}-\frac{4}{5}+\frac{2x}{3}=\frac{20x-8}{3}-\frac{7x}{2}$ podemos afirmar que:

a) Tem apenas uma solução e esta é um número par
b) Tem apenas uma solução e esta é um número ímpar
c) Tem uma infinidade de soluções
d) Não tem nenhuma solução

Comentário:

Do enunciado temos: $\frac{5x-3}{2}-\frac{4}{5}+\frac{2x}{3}=\frac{20x-8}{3}-\frac{7x}{2}$; Sabemos que o MMC (2;5;3) = 30, pois são primos entre si, logo, MMC será o produto entre eles. Assim, ao multiplicar toda a expressão pelo MMC, obtemos:

$$30.\left(\frac{5x-3}{2}-\frac{4}{5}+\frac{2x}{3}\right)=30.\left(\frac{20x-8}{3}-\frac{7x}{2}\right)$$

$$15.(5x-3)-6.4+10.(2x)=10(20x-8)-15(7x)$$

$$75x-45-24+20x=200x-80-105x$$

$$95x-69=95x-80$$

$-69=-80$ (Não é verdade)

Assim, não possui solução.

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

15. (ifal 2018) A soma de dois números naturais é 13 e a diferença entre eles é 3. Qual o produto entre esses números?

a) 30.
b) 36.
c) 39.
d) 40.
e) 42.

Comentário:

Considere o sistema, montado a partir dos dados do enunciado:

$$\begin{cases} x+y=13 \\ x-y=3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x-y=3 \Rightarrow x=y+3 \text{ ,assim:}$$

$$(3+y)+y=13 \Rightarrow y=5$$

$$x-y=3 \Rightarrow x-5=3 \Rightarrow x=8$$

Multiplicando x por y, temos:

$$5 \times 8 = 40$$

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

16. (Ueg 2017) Cinco jovens, que representaremos por $a, b, c, d, e,$ foram a um restaurante e observaram que o consumo de cada um obedecia ao seguinte sistema linear

$$\begin{cases} a+d=20 \\ b+c-e=30 \\ a-c=15 \\ e-a=10 \\ c+e=25 \end{cases}$$

O total da conta nesse restaurante foi de

a) R\$ 50,00

b) R\$ 80,00

c) R\$ 100,00

d) R\$ 120,00

e) R\$ 135,00

Comentário:

Somando todas as equações, simplificando os termos simétricos (opostos), resta exatamente:

$$a+b+c+d+e=\text{R\$ }100{,}00.$$

Gabarito: C

(Exercício Modelo)

17. (Unioeste 2017) Sobre o sistema de equações lineares $\begin{cases}3x+5y=7\\3x+\beta y=7\end{cases}$, é CORRETO afirmar que

a) possui uma única solução, qualquer que seja β.

b) possui infinitas soluções, qualquer que seja β.

c) possui ao menos uma solução, qualquer que seja β.

d) só tem solução se $\beta=5$.

e) é impossível se $\beta\neq-5$.

Comentário:

O sistema possui uma única solução se, e somente se, $\frac{3}{3}\neq\frac{5}{\beta}\Leftrightarrow\beta\neq5.$

Ademais, o sistema possui infinitas soluções se, e somente se, $\frac{3}{3}=\frac{5}{\beta}\Leftrightarrow\beta=5.$

Finalmente, como os termos independentes das duas equações são iguais, podemos concluir que o sistema possui ao menos uma solução, qualquer que seja o real β.

Gabarito: C

(Exercício Modelo)

18. (Fgv 2016) Sendo k um número real, o sistema linear $\begin{cases}9x-6y=21\\6x-4y=k\end{cases}$ possui infinitas soluções (x,y) para k igual a

a) $-10{,}5.$

b) $0.$

c) $7.$

d) $10{,}5.$

e) $14.$

Comentário:

É sabido que, para um sistema possuir infinitas soluções é necessário ocorrer a seguinte relação:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Ou seja, os termos de posições respectivas deverão ser iguais, ou até mesmo, guardarem a mesma proporção.

$$\begin{cases} 9x - 6y = 21 \\ 6x - 4y = k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 3x - 3y = k/2 \end{cases}$$

$$\frac{k}{2} = 7 \Rightarrow k = 14$$

Gabarito: E

(Exercício Modelo)

19**.** (ifal 2016) Um jogo de cara ou coroa tinha a seguinte regra: quando o lado da moeda era cara, o jogador ganhava 3 pontos e, quando era coroa, o jogador ganhava apenas 1 ponto. Após lançar a moeda 10 vezes, um determinado jogador obteve 24 pontos. Quantas vezes, nesses 10 lançamentos, saiu o lado cara da moeda para esse jogador?

a) 3.
b) 4.
c) 5.
d) 6.
e) 7.

Comentário:

Calculando:

$$x = \text{nº de lançamentos de cara}$$
$$y = \text{nº de lançamentos de coroa}$$
$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 3x + y = 24 \end{cases} \to \begin{cases} -x - y = -10 \\ 3x + y = 24 \end{cases} \to 2x = 14 \to \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}$$

Como o valor de x é 7, e a sua soma com y deverá dar 10, concluímos que o y deve ser igual a 3.

Gabarito: E

(Exercício Modelo)

20. (utfpr 2016) Determine os valores de x e y na proporção $\frac{x}{y} = \frac{8}{10}$, sabendo que $x + y = 144$.

a) $x = 80$ e $y = 60$.

b) $x = 64$ e $y = 80$.

c) $x = 73$ e $y = 71$.

d) $x = 71$ e $y = 70$.

e) $x = y = 72$.

Comentário:

Fazendo os cálculos, com base nos dados do enunciado, temos:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{8}{10} \\ x + y = 144 \end{cases}$$

$$10x = 8y \rightarrow x = \frac{4y}{5}$$

$$\frac{4y}{5} + \frac{5y}{5} = 144 \rightarrow \frac{9y}{5} = 144 \rightarrow y = 80$$

$$x + 80 = 144 \rightarrow x = 64$$

Gabarito: B

(Exercício Modelo)

21. (ifpe 2016) Em um estacionamento, há triciclos e quadriciclos, totalizando 17 veículos e 61 rodas. Quantos triciclos há nesse estacionamento?

a) 10

b) 8

c) 7

d) 17

e) 12

Comentário:

Considere $\begin{cases} t \Rightarrow \text{triciclo} \\ q \Rightarrow \text{quadriciclo} \end{cases}$, logo $\begin{cases} t+q=17 \\ 3t+4q=61 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=7 \\ q=10 \end{cases}$

Portanto, temos 7 triciclos.

Gabarito: C

(Exercício Modelo)

22. (Uece 2016) Se um par de meias, duas calças e três camisas juntas custam $\text{R\$}\,358{,}00$ e, desses mesmos artigos, com as mesmas características e especificações, dois pares de meias, cinco calças e oito camisas juntas custam $\text{R\$}\,916{,}00,$ então, é correto afirmar que um par de meias, uma calça e uma camisa juntas custam

a) $\text{R\$}\,186{,}00.$

b) $\text{R\$}\,178{,}00.$

c) $\text{R\$}\,169{,}00.$

d) $\text{R\$}\,158{,}00.$

Comentário:

Sejam x, y e $z,$ respectivamente, o preço de um par de meias, o preço de uma calça e o preço de uma camisa. Logo, vem

$$\begin{cases} x+2y+3z=358 \\ 2x+5y+8z=916 \end{cases} \sim \begin{cases} x+2y+3z=358 \\ y+2z=200 \end{cases}.$$

Portanto, sendo $x+2y+3z=x+y+z+(y+2z),$ temos $x+y+z=358-200=\text{R\$}\,158{,}00.$

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

23. (Unicamp 2016) Considere o sistema linear nas variáveis reais $x,$ $y,$ z e $w,$

$$\begin{cases} x-y=1, \\ y+z=2, \\ w-z=3. \end{cases}$$

Logo, a soma $x+y+z+w$ é igual a

a) $-2.$

b) $0.$

c) $6.$

d) $8.$

Comentário:

Somando todas as equações do sistema, vem $x+w=6.$ Logo, somando essa equação à segunda, obtemos:

$$x+y+z+w=6+2=8.$$

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

24**.** (ifal 2016) Em um restaurante, existem 20 mesas, todas ocupadas, algumas por 4 pessoas e outras por 2 pessoas, num total de 54 fregueses. Qual o número de mesas ocupadas por 4 pessoas?

a) $5.$

b) $7.$

c) $9.$

d) $11.$

e) $13.$

Comentário:

Sendo x o número de mesas ocupadas por 4 pessoas e y o número de mesas ocupadas por 2 pessoas, pode-se escrever:

$$\begin{cases} 4x+2y=54 \\ x+y=20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x+2y=54 \\ -2x-2y=-40 \end{cases} \rightarrow 2x=14 \rightarrow x=7$$

Gabarito: B

---

25. (ifal 2016) Resolvendo o sistema abaixo, encontramos os valores para x e y tais que o produto $x \cdot y$ é igual a:

$$\begin{aligned} x + 2y &= 4 \\ 2x - y &= 3 \end{aligned}$$

a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

Comentário:

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \to \begin{cases} -2x - 4y = -8 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \to -5y = -5 \to \left\langle \begin{matrix} y = 1 \\ x = 2 \end{matrix} \right. \to x \cdot y = 2$$

Gabarito: B

(Exercício Modelo)

26. (Fuvest 2019) Em uma família, o número de irmãs de cada filha é igual à metade do número de irmãos. Cada filho tem o mesmo número de irmãos e irmãs.

O número total de filhos e filhas da família é

a) 4
b) 5
c) 7
d) 10
e) 15

Comentário:

Sejam x e y, respectivamente, o número de filhos e o número de filhas.

Preste bastante atenção neste ponto: o número de irmãs de uma determinada filha é sempre igual ao total de filhas menos uma unidade, pois não se conta ela mesma. Assim, como o número de irmãs de uma determinada filha é iguala metade do número de irmãos, podemos escrever da seguinte forma:

$y-1=\frac{x}{2}$ e $x-1=y$, temos $x=4$ e $y=3$.

Assim, a resposta é $4+3=7$.

Gabarito: C

(Exercício Modelo)

27. (ifpe 2018) Um pai percebeu que a soma da sua idade com a idade de seu filho totalizava 52 anos. Sabendo que a idade do pai é 12 vezes a idade do filho, assinale a alternativa que indica quantos anos o pai é mais velho do que o filho.

a) 36 anos.
b) 40 anos.
c) 34 anos.
d) 44 anos.
e) 24 anos.

Comentário:

Admitindo que a idade do filho é x anos, temos que a idade do pai é $12x$. Logo:

$$12x+x=52 \Rightarrow 13x=52 \Rightarrow x=4$$

Portanto, a diferença entre as idades será:

$$12x-x=11x=11\cdot 4=44.$$

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

28. (ifal 2018) Determine o valor da raiz da equação $3x+5=2$.

a) 2.
b) 1.
c) 0.
d) -1.
e) -2.

Comentário:

Resolvendo a equação, que nada mais é que achar a raiz da equação dada. Em outras palavras, isolar a variável.

$$\begin{aligned}&3x+5=2\\&3x=2-5\\&3x=-3\\&x=\frac{-3}{3}=-1\end{aligned}$$

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

29. (ifba 2018) Sendo x a solução da equação $\frac{x+4}{6}+\frac{2x-3}{2}=1$, então o valor correspondente ao valor de E, na equação $E=49x$, é?

a) 7
b) 11
c) $11/7$
d) 111
e) 77

Comentário:

Desenvolvendo a expressão do 1º grau, temos:

$$\frac{x+4}{6}+\frac{2x-3}{2}=1 \Rightarrow \frac{x+4}{6}+\frac{3(2x-3)}{6}=\frac{6}{6}$$

$$x+4+6x-9=6 \Rightarrow 7x=11 \Rightarrow x=\frac{11}{7}$$

Logo,

$E=49x=49\times\frac{11}{7}=77$

Gabarito: E

(Exercício Modelo)

30**.** (utfpr 2018) Quando José estava indo ao ponto de ônibus que fica a $420\,\text{m}$ de sua casa, parou para conversar com um amigo. Em seguida, andou o triplo do que já havia caminhado chegando ao ponto de ônibus. Assinale a alternativa que apresenta quanto faltava em metros para ele chegar ao ponto de ônibus.

a) 105.

b) 125.

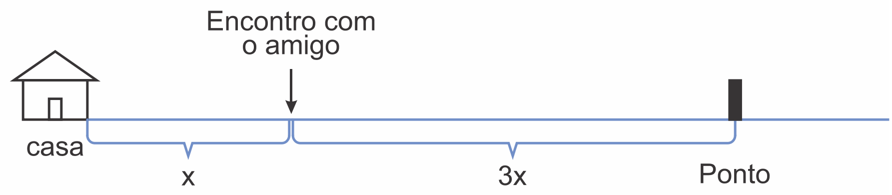
c) 150.

d) 350.

e) 315.

Comentário:

Observe o esquema ilustrativo abaixo.



$$3x+x=420 \Rightarrow 4x=420 \Rightarrow x=105\text{ m}$$

Portanto, a distância que ainda falta para chegar até o ponto é: $d=3\cdot 105=315\text{ m}$

Gabarito: E

(Exercício Modelo)

31. (Uefs 2018) Um restaurante tem 30 funcionários, sendo que alguns deles são garçons e os demais ocupam outros cargos. Em certo dia, as gorjetas foram divididas de maneira que $R\$\,180{,}00$ foram distribuídos igualmente entre os garçons e $R\$\,180{,}00$ foram distribuídos igualmente entre os demais funcionários. Se o valor recebido por cada garçom foi $R\$\,15{,}00,$ o valor recebido por cada um dos demais funcionários foi

a) $R\$\,5{,}00.$

b) $R\$\,10{,}00.$

c) $R\$\,15{,}00.$

d) $R\$\,20{,}00.$

e) $R\$\,25{,}00.$

Comentário:

Dos 30 funcionários, x são garçons e $(30-x)$ ocupam outros cargos. Daí,

$$\frac{180}{x}=15$$
$$x=12$$

Logo, há 12 garçons e 18 pessoas (o que falta para 30) ocupando outros cargos.

Então, o valor recebido por cada um dos demais funcionários foi $\frac{180}{18}=10$ reais.

Gabarito: B

(Exercício Modelo)

32. (ifsc 2018) Considere a equação $\frac{3x}{4}=2x+5,$ e assinale a alternativa CORRETA.

a) É uma função do primeiro grau, sua solução é $x=-1$ e seu conjunto solução é $S=\{-1\}.$

b) É uma equação racional, sua solução é $x=-4$ e seu conjunto solução é $S=\{-4\}.$

c) É uma equação do primeiro grau, sua solução é $x=+4$ e seu conjunto solução é $S=\varnothing.$

d) É uma equação do segundo grau, sua solução é $x=-4$ e seu conjunto solução é $S=\{-4\}.$

e) É uma equação do primeiro grau, sua solução é $x=-4$ e seu conjunto solução é $S=\{-4\}.$

Comentário:

$$\frac{3x}{4}=2x+5\Rightarrow 3x=8x+20\Rightarrow -5x=20\Rightarrow x=-4$$

É uma equação do primeiro grau, sua solução é $x=-4$ e seu conjunto solução é $S=\{-4\}$.

Gabarito: E

(Exercício Modelo)

33. (Efomm 2018) Um aluno do 1º ano da EFOMM fez compras em 5 lojas. Em cada loja, gastou metade do que possuía e pagou, após cada compra, R\$ 2,00 de estacionamento. Se, após toda essa atividade, ainda ficou com R\$ 20,00, a quantia que ele possuía inicialmente era de

a) R\$ 814,00.

b) R\$ 804,00.

c) R\$ 764,00.

d) R\$ 714,00.

e) R\$ 704,00.

Comentário:

Para chegar ao resultado, basta fazer as operações na ordem inversa. Deve-se somar 2 reais ao valor que o aluno tinha antes de cada compra em cada loja e, em seguida, dobrar o resultado. Repetindo o processo 5 vezes fica:

$$\begin{aligned}
&(20+2)\times 2=44\\
&(44+2)\times 2=92\\
&(92+2)\times 2=188\\
&(188+2)\times 2=380\\
&(380+2)\times 2=764
\end{aligned}$$

Gabarito: C

(Exercício Modelo)

34. (cmrj 2018) Três irmãos deveriam dividir entre si os biscoitos de uma cesta. Dona Joana, a mãe deles, não lhes disse quantos biscoitos havia na cesta; disse apenas que a divisão seria feita pela manhã, ao acordarem, conforme a seguinte regra: "o primeiro a acordar fica com metade dos biscoitos; o segundo fica com a terça parte do que restar; o último, fica com a quarta parte do que restar."

Apesar de acordarem em horários diferentes, cada um dos irmãos acreditou que era o primeiro a acordar e pegou a metade dos biscoitos que achou na cesta. Dessa maneira, o irmão que acordou por último pegou seis biscoitos. Se tivessem seguido a regra de dona Joana corretamente

a) sobraria um único biscoito na cesta.
b) o irmão que acordou por último pegaria três biscoitos.
c) o segundo a acordar pegaria a terça parte do que pegou.
d) o primeiro a acordar pegaria mais biscoitos do que pegou.
e) o último a acordar pegaria menos biscoitos do que pegou.

Comentário:

Seja x o total de biscoitos.Do enunciado, temos:

- ✓ Primeiro a pegar, pegou $\frac{x}{2}$
- ✓ Segundo a pegar, pegou $\frac{1}{2}\cdot\left(x-\frac{x}{2}\right)=\frac{x}{4}$
- ✓ Terceiro a pegar, pegou $\frac{1}{2}\cdot\left(x-\left(\frac{x}{2}+\frac{x}{4}\right)\right)=6$

Daí,

$$x-\frac{3x}{4}=12$$
$$x=48$$

Se tivessem seguido a regra da Dona Joana, teríamos a seguinte distribuição:

- ✓ Primeiro a pegar, pegaria $\frac{48}{2}=24$
- ✓ Segundo a pegar, pegaria $\frac{1}{3}\cdot(48-24)=8$
- ✓ Terceiro a pegar, pegaria $\frac{1}{4}\cdot(48-(24+8))=4$

Assim, o último a acordar pegaria menos biscoitos do que pegou.

Gabarito: E

(Exercício Modelo)

35. (ifpe 2018) Na turma do primeiro período do curso de Computação Gráfica do IFPE – Olinda há 36 pessoas. O número de meninos dessa turma é o triplo do número de meninas, logo, podemos afirmar, que nessa turma, temos

a) 27 meninas.

b) 18 meninas.

c) 9 meninas.

d) 3 meninas.

e) 12 meninas.

Comentário:

- ✓ Número de meninas: x
- ✓ Número de meninos: $3x$

Portanto:

$$3x + x = 36$$
$$4x = 36$$
$$x = 9$$

Então, nesta turma há 9 meninas.

Gabarito: C

(Exercício Modelo)

36. (Uefs 2018) Gabriela possuía uma quantia, em reais, que correspondia a $\frac{21}{25}$ do que possuía sua irmã Heloísa. No dia das crianças, cada uma dessas irmãs ganhou $R\$\ 20,00$ e, com isso, Gabriela passou a ter o correspondente a $\frac{22}{25}$ da quantia de sua irmã. A diferença entre as quantias que essas irmãs possuem é igual a

a) $R\$\ 9,30.$

b) $R\$\ 9,60.$

c) $R\$\ 9,90.$

d) $R\$\ 10,20.$

e) $R\$\ 10,50.$

Comentário:

Do enunciado, temos:

- ✓ Quantia que Heloísa possuía: x
- ✓ Quantia que Gabriela possuía: $\frac{21}{25}x$

No dia das crianças:

- ✓ Quantia que Heloísa passou a ter: $x+20$
- ✓ Quantia que Gabriela passou a ter: $\frac{21}{25}x+20$

Daí,

$$\frac{21}{25}x+20=\frac{22}{25}\cdot(x+20)$$
$$\frac{21x+20\cdot 25}{25}=\frac{22}{25}\cdot(x+20)$$
$$21x+20\cdot 25=22x+22\cdot 20$$
$$20\cdot 25-22\cdot 20=22x-21x$$
$$20\cdot(25-22)=x$$
$$x=60$$

Assim, antes do dia das crianças, Heloísa possuía $R\$\ 60,00$ e Gabriela possuía $R\$\ 50,40$, logo, a diferença entre tais quantias era $R\$\ 9,60$.

Gabarito: B

(Exercício Modelo)

37**.** (Espm 2017) Uma senhora foi ao shopping e gastou a metade do dinheiro que tinha na carteira e pagou $R\$\ 10,00$ de estacionamento. Ao voltar para casa parou numa livraria e comprou um livro que custou a quinta parte do que lhe havia sobrado, ficando com $R\$\ 88,00$.

Se ela tivesse ido apenas à livraria e comprado o mesmo livro, ter-lhe-ia restado:

a) $R\$\ 218,00$
b) $R\$\ 186,00$

c) $R\$ 154,00$

d) $R\$ 230,00$

e) $R\$ 120,00$

Comentário:

Seja x a quantia que a senhora dispunha ao sair de casa. Logo, sabendo que a quantia que restou após as despesas é igual a $R\$ 88,00$, temos:

$$\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{x}{2}-10\right)=88 \Leftrightarrow x=R\$ 240,00.$$

Portanto, como o livro custava $\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{240}{2}-10\right)=R\$ 22,00$, se ela tivesse ido apenas à livraria e comprado o mesmo livro, ter-lhe-ia restado $240-22=R\$ 218,00.$

Gabarito: A

(Exercício Modelo)

38. (Pucrs 2017) Um pagamento de $R\$ 280,00$ foi feito usando-se apenas notas de $R\$ 20,00$ e de $R\$ 5,00$. Sabendo que foram utilizadas 20 notas ao todo, o número de notas de $R\$ 20,00$ utilizadas para fazer o pagamento é um número

a) ímpar.

b) primo.

c) múltiplo de 7.

d) múltiplo de 5.

e) múltiplo de 4.

Comentário:

Do enunciado, temos:

$$20 \text{ notas} \begin{cases} x \text{ notas de R\$ } 20{,}00 \\ (20-x) \text{ notas de R\$ } 5{,}00 \end{cases}$$

$$20x + 5\cdot(20-x) = 280$$
$$20x + 100 - 5x = 280$$
$$15x = 180$$
$$x = 12$$

Logo, o número de notas de R\$ 20,00 utilizadas para fazer o pagamento é um número múltiplo de 4, pois $12 = 4 \cdot 3$.

Gabarito: E

(Exercício Modelo)

39. (col. naval 2017) Se $\sqrt{2} = 1 + \dfrac{1}{2 + \dfrac{1}{2+x}}$, é correto afirmar que o valor de x está no intervalo

a) $0{,}1 < x < 0{,}2$

b) $0{,}2 < x < 0{,}3$

c) $0{,}3 < x < 0{,}4$

d) $0{,}4 < x < 0{,}5$

e) $0{,}5 < x < 0{,}6$

Comentário:

Questão de fração contínua limitada que recai numa equação do primeiro grau. Vamos a sua resolução.

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2+x}} \Rightarrow \sqrt{2} - 1 = \frac{1}{\frac{5+2x}{2+x}} \Rightarrow 5\sqrt{2} + 2x\sqrt{2} - 5 - 2x = 2 + x \Rightarrow$$
$$2x\sqrt{2} - 3x = 7 - 5\sqrt{2} \Rightarrow x\cdot\left(2\sqrt{2} - 3\right) = 7 - 5\sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{7-5\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-3} \Rightarrow$$
$$x = \frac{7-5\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-3} \cdot \frac{2\sqrt{2}+3}{2\sqrt{2}+3} \Rightarrow x = \frac{-\sqrt{2}+1}{-1} \Rightarrow x \simeq 0{,}41$$

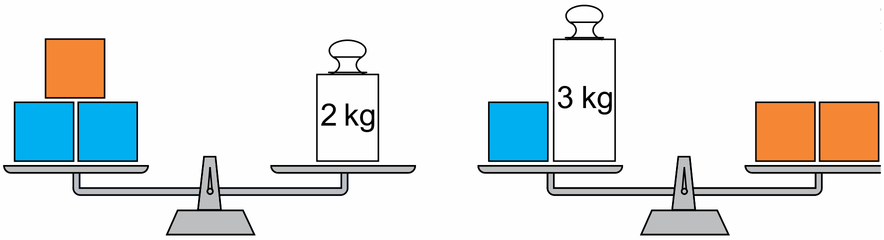
Perceba que a raiz quadrada de 2 é aproximadamente 1,41, por isso o resultado.

Portanto, $0{,}4 < x < 0{,}5$.

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

40**.** (Unesp 2017) Três cubos laranjas idênticos e três cubos azuis idênticos estão equilibrados em duas balanças de pratos, também idênticas, conforme indicam as figuras.



A massa de um cubo laranja supera a de um cubo azul em exato

a) $1{,}3$ kg.

b) $1{,}5$ kg.

c) $1{,}2$ kg.

d) $1{,}4$ kg.

e) $1{,}6$ kg.

Comentário:

Questão clássica de pesos e balanças que sempre recaem num Sistema de Equações. Vamos a sua resolução**.**

Sejam a e ℓ, respectivamente, a massa de um cubo azul e a massa de um cubo laranja. Assim, temos

$$\begin{cases} 2a + \ell = 2 \\ a + 3 = 2\ell \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a = 2 - \ell \\ a + 3 = 2\ell \Rightarrow a = 2\ell - 3 \quad .(2) \Rightarrow 2a = 4\ell - 6 \end{cases} \Rightarrow \text{temos}: 2a = 2a \ \text{,asssim}:$$

$$\Rightarrow 2 - \ell = 4\ell - 6 \Rightarrow 5\ell = 8 \Rightarrow \ell = 1{,}6 \text{ kg}$$

$$\text{Assim}: 2a = 2 - \ell \Rightarrow 2a = 2 - 1{,}6 \Rightarrow a = \frac{0{,}4}{2} \Rightarrow a = 0{,}2 \ \text{ kg}$$

Portanto, a resposta é $\ell - a = 1{,}4$ kg.

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

41. (Insper 2016) Na reunião de planejamento estratégico de uma empresa, na qual compareceram 30 pessoas, nem todos os participantes se cumprimentaram. Se cada um dos homens cumprimentou apenas 6 mulheres e cada uma das mulheres cumprimentou apenas 4 homens, podemos concluir que o número de mulheres presentes foi

a) 20

b) 18

c) 16

d) 14

e) 12

Comentário:

Das 30 pessoas, se x forem mulheres, então $30-x$ serão homens. Como cada homem cumprimentou apenas 6 mulheres, houve um total de $(30-x)\cdot 6$ apertos de mão.Por outro lado, cada mulher cumprimentou apenas 4 homens, gerando um total de $x\cdot 4$ apertos de mão.

Dessa forma,

$$
\begin{aligned}
&(30-x)\cdot 6 = x\cdot 4\\
&180-6x = 4x\\
&180 = 10x\\
&x = 18
\end{aligned}
$$

Gabarito: B

(Exercício Modelo)

42. (ifpe 2016) Em um estacionamento, há motocicletas, triciclos e quadriciclos, num total de 20 veículos e 65 rodas. Sabendo que o número de motocicletas é igual ao de triciclos, quantos quadriciclos há nesse estacionamento?

a) 3

b) 5

c) 7

d) 10

e) 11

Comentário:

No estacionamento há:

- ✓ x motocicletas $(2$ rodas).
- ✓ x triciclos $(3$ rodas)
- ✓ $20-2x$ quadriciclos $(4$ rodas)

Temos então a seguinte equação:

$$\begin{aligned}&2x+3x+4\cdot(20-2x)=65\\&5x+80-8x=65\\&-3x=-15\\&x=5\end{aligned}$$

Portanto, o número de quadriciclos é: $20-2\cdot 5=10.$

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

43**.** (ifsp 2016) Em uma sala de aula com 40 alunos, o dobro do número de meninas excede o triplo do número de meninos em 5 unidades. Sendo assim, nessa sala, o número de meninas supera o número de meninos em:

a) 11 unidades.
b) 12 unidades.
c) 10 unidades.
d) 13 unidades.
e) 14 unidades.

Comentário:

Seja x o número de meninas. Tem-se que:

$$2x=3(40-x)+5\Leftrightarrow x=25.$$

Logo, existem $40-25=15$ meninos na sala e, portanto, a resposta é $10.$

Gabarito: C

Ufaaaaaa....quanta coisa, né meu querido??

Espero que tenha tido uma excelente aula. Revise bastante os pontos e faça todos os exercícios.

Não se esqueça de utilizar o fórum de dúvidas, sem moderação. Estarei à disposição para quaisquer dúvidas sobre o conteúdo lecionado!

Vamos passar agora para nosso próximo tópico: Equação do 2º Grau.

7 – Equação do 2º grau

1 - Conceito

É uma espécie de trinômio do 2º grau, em que sua expressão é igual a zero, ou seja, é apresentada da forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Cabe ressaltar algumas nomenclaturas importantes:

$a \rightarrow$ Coeficiente do termo dominante (do 2º grau)

$b \rightarrow$ Coeficiente do termo do 1º grau

$c \rightarrow$ Termo independente

$x \rightarrow$ Incógnita ou variável a ser procurada na equação

2 – Condição de Existência da Equação do 2º grau

Para que uma expressão algébrica seja uma equação do 2º grau, são necessárias algumas condições, quais sejam:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ b \in \mathbb{R} \\ c \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Perceba que, se o "a" não for diferente de zero, não estaremos diante de uma equação do 2º grau, mas sim, de uma equação do 1º grau.

Observe, abaixo, alguns exemplos de equação do 2º grau:

- ✓ $2x^2+3x-1=0$
- ✓ $-7x^2-4x+10=0$
- ✓ $4x^2-1=0$
- ✓ $x^2+3x=0$

3 – Equação do 2º Grau Incompletas

Você pode perceber que, nos dois últimos exemplos, não estamos diante de equações do 2º grau completas, isto se faz verdade pelo fato de $"b"$ ou "c" assumir o valor nulo, ou seja, zero.

Assim, temos que:

$$\left.\begin{array}{l} \text{I) } ax^2+bx=0 \\ \text{II) } ax^2+c=0 \end{array}\right\} \text{Equações do 2º grau incompletas}$$

Observe que, na equação I - ax^2+bx - temos como zero o termo independente, ou seja, o $"c"$.

Por outro lado, na equação II - ax^2+c - temos como zero o coeficiente do termo do 1º grau, ou seja, o $"b"$.

Cabe ressaltar que, essas formas de representação implicam diretamente na resolução das equações. Vejamos alguns exemplos:

$$x^2-3x=0$$

1º passo: Colocar o elemento em comum em evidência. Assim:

$$x.(x-3)=0$$

2º passo: Para um produto de dois termos dar zero, ao menos um deles deverá ser zero. Assim:

$$x.(x-3)=0$$

$x=0$
ou
$x-3=0$
$x=3$

Desta forma, temos como raízes da equação do 2º grau

$$x^2 - 3x = 0$$
$$x_1 = 0$$
$$x_2 = 3$$

Raiz de uma equação é toda a variável que, ao ser substituída na equação original, retorna um valor igual a ZERO. Perceba no exemplo abaixo:

$$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow (0)^2 - 3.(0) = 0 - 0 = 0$$

$$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow (3)^2 - 3.(3) = 9 - 9 = 0$$

Logo, 0 e 3 são raízes.

$$4x^2 - 1 = 0$$

1º passo: Isolar o termo dominante x^2

$$4x^2 - 1 = 0$$
$$4x^2 = 1$$
$$x^2 = \frac{1}{4}$$

2º passo: Extrair a raiz quadrada do termo da direita da igualdade

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{2}$$

Ao extrair a raiz quadrada de qualquer termo positivo, o resultado sempre será da forma **+ ou –**

Exemplo:

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \Rightarrow x = \pm 2$$
$$x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} \Rightarrow x = \pm 3$$
$$x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm\sqrt{7}$$

Observe que precisamos ter sempre uma incógnita elevado ao expoente par.

Pensando numa outra forma de demostrar a resolução de uma equação incompleta, na qual o "c" é zero, porém de forma genérica, podemos dizer que:

$$ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x.(ax + b) = 0$$

$$x = 0 \quad ou \quad ax + b = 0$$
$$ax = -b \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

Assim, o conjunto solução é $S = \{0; -\frac{b}{a}\}$

Exemplos:

a) $2x^2 - 9x = 0$

Comentário:

$$2x^2 - 9x = 0$$
$$x = 0$$
$$x = -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{(-9)}{2} = \frac{9}{2}$$

Logo: $S = \{0; \frac{9}{2}\}$

b) $-x^2 + 4x = 0$

Comentário:

$$
\begin{aligned}
&-x^2+4x=0\\
&x=0\\
&x=-\frac{b}{a}\Rightarrow-\frac{(-4)}{-1}=4
\end{aligned}
$$

Logo: $S=\{0;4\}$

c) $x^2-7x=0$

Comentário:

$$
\begin{aligned}
&x^2-7x=0\\
&x=0\\
&x=-\frac{b}{a}\Rightarrow-\frac{(-7)}{1}=7
\end{aligned}
$$

Logo: $S=\{0;7\}$

Nas equações acima, podemos perceber que, sempre que $"c"$ for igual a ZERO, umas das raízes da equação será também **ZERO**.

Também de forma algébrica, podemos dizer que, nas equações incompletas:

$$ax^2 + c = 0$$
$$ax^2 = -c$$
$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

$$x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Assim, o conjunto solução é $S = \left\{-\sqrt{-\frac{c}{a}}; +\sqrt{-\frac{c}{a}}\right\}$

Exemplos:

a) $x^2 - 9 = 0$

Comentário:

$$x^2 - 9 = 0$$
$$x_1 = -\sqrt{\frac{9}{1}} = -\sqrt{9} = -3$$

$$x_2 = +\sqrt{\frac{9}{1}} = +\sqrt{9} = +3$$

Logo: $S = \{-3; 3\}$

b) $x^2 - 7 = 0$

Comentário:

$$x^2 - 7 = 0$$
$$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}} \Rightarrow -\sqrt{-\frac{(-7)}{1}} = -\sqrt{7}$$

$$x_2 = +\sqrt{-\frac{c}{a}} \Rightarrow +\sqrt{-\frac{(-7)}{1}} = +\sqrt{7}$$

Logo: $S = \{-\sqrt{7}; \sqrt{7}\}$

As equações do 2º grau desse tipo $(ax^2 + c = 0)$ só terão raízes reais se, somente se, o termo, após ser isolado à direita da igualdade, for positivo, ou seja:

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}} \Rightarrow -\frac{c}{a} > 0$$

Exemplo:

$x^2 + 3 = 0$

Perceba que:

$-\frac{c}{a} \Rightarrow -\frac{(3)}{1} = -3,$ que não é maior que zero, logo, podemos afirmar que a equação

$(x^2 + 3 = 0)$ não possui raízes reais.

Dizer que uma equação não possui raízes reais é diferente de dizer que tal equação não possui raízes, ok? Não confunda!

Podemos ter ainda uma equação do 2° grau incompleta da forma:

$$ax^2 = 0$$

Neste caso, os coeficientes **b** e **c** valem zero. Ressalto ainda que isso implica em raízes duplas (iguais) a zero.

Assim:

$$\begin{aligned} &2x^2 = 0 \\ &x_1 = 0 \\ &x_2 = 0 \\ &S = \{0\} \end{aligned}$$

4 – Resolução da Equação do 2º Grau

Toda e qualquer equação do 2º grau, pode ser resolvida, ou seja, encontrada as raízes pela fórmula geral de Báskara:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \end{aligned}\right. \quad \Rightarrow \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

Ressalto que o valor de Δ **(delta)** pode ser chamado também de discriminante. Mia a frente vermos a análise de sinal do discriminante, que nos ajuda a saber quantas raízes reais determinada raiz possui!

Vejamos alguns exemplos de resolução da equação do 2º grau por meio de báskara.

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

Comentário:

$a = 1$
$b = -5$
$c = 6$

Utilizando a fórmula, temos:

$$\frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.(1).(6)}}{2.1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} \Rightarrow \frac{5 \pm 1}{2} \Rightarrow$$

$$x_1 = \frac{5 - 1}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

$$Logo:$$
$$S = \{2, 3\}$$

b) $x^2 + 7x + 12 = 0$

Comentário:

$a = 1$
$b = 7$
$c = 12$

Utilizando Báskara, temos:

$$\frac{-7 \pm \sqrt{(7)^2 - 4.(1).(12)}}{2.(1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4.12}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{-7 \pm \sqrt{1}}{2} \Rightarrow \frac{-7 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{-7 - 1}{2} = -4$$

$$x_2 = \frac{-7 + 1}{2} = -3$$

$$S = \{-4, -3\}$$

TOME NOTA!

Perceba que, resolver uma equação do 2º grau, nada mais é que achar as raízes, ou seja, encontrar os valores de "x" para os quais a equação resulta zero. Assim, fica fácil perceber que ao substituir casa solução na equação original, encontramos a igualdade 0 = 0

Exemplo:

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow S = \{2; 3\}$$
$$Logo:$$
$$x = 2 \Rightarrow (2)^2 - 5.(2) + 6 = 0$$
$$4 - 10 + 6 = 0$$
$$10 - 10 = 0$$
$$0 = 0$$

5 – Discussão da Equação do 2º Grau

Pelo simples fato do discriminante estar dentro de uma raiz quadrada, já nos obriga a pensar no seguinte quadro:

Valor de Δ	Número de raízes reais
$\Delta > 0$	Duas raízes reais e distintas
$\Delta = 0$	Duas raízes reais iguais raiz /raiz dupla/raiz identidade
$\Delta < 0$	Nenhuma raiz real (ou duas raízes não reais)

Exemplo:

a) $x^2 + 7x + 12 = 0$

Calculando o Δ:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = (7)^2 - 4.1.12$$
$$\Delta = 49 - 48$$
$$\Delta = 1$$

$$Logo:$$
$$\Delta > 0$$

Assim:

$x^2 + 7x + 12 = 0 \Rightarrow$ 2 raízes reais e distintas

b) $9x^2 + 12x + 4 = 0$

Calculando o Δ:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = (12)^2 - 4.(9).4$$
$$\Delta = 144 - 144$$
$$\Delta = 0$$

Assim,

$9x^2 + 12x + 4 \Rightarrow$ duas raízes iguais

c) $2x^2 + 5x + 9 = 0$

Calculando o Δ, temos:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = (5)^2 - 4.(2).9$$
$$\Delta = 25 - 72$$
$$\Delta = -47$$

$$Logo:$$
$$\Delta < 0$$

Assim, $2x^2 + 5x + 9 = 0 \Rightarrow$ duas raízes não reais ou nenhuma raiz real

d) $x^2 + 8x + m = 0$

Calculando o Δ, temos:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = (8)^2 - 4.(1).m$$
$$\Delta = 64 - 4m$$

Assim,

$\Delta > 0 \Rightarrow 64 - 4m > 0 \Rightarrow 40 < 64 \Rightarrow m < 16$

$\Delta = 0 \Rightarrow 64 - 4m = 0 \Rightarrow 4m = 64 \Rightarrow m = 16$

$\Delta < 0 \Rightarrow 64 - 4m < 0 \Rightarrow 4m > 64 \Rightarrow m > 16$

Podemos concluir que, para que $x^2+8x+m=0$ tenha:

2 raízes reais distintas $\Rightarrow m<16$

2 raízes reais iguais $\Rightarrow m=16$

2 raízes não reais $\Rightarrow m>16$

6 – Relação entre Coeficientes e Raízes

Existem algumas relações entre raízes que podem ser achadas utilizando os coeficientes da equação do 2º grau. Este tema cai muito em sua prova, então, **DECORE!!!**

Dada a equação do 2º grau $ax^2+bx+c=0$, temos que:

- ✓ **Soma das raízes** (x_1+x_2)

$$S=\frac{-b}{a}$$

Exemplo:

$x^2-5x+6=0$, possui como soma de raízes:

$$S=\frac{-b}{a}\Rightarrow -\frac{-5}{1}=5$$

Logo:

$x_1+x_2=5$

- ✓ **Produto das raízes** $(x_1.x_2)$

$$P=\frac{c}{a}$$

Exemplo:

$x^2-5x+6=0$, possui como produto das raízes:

$$P=\frac{c}{a}\Rightarrow\frac{6}{1}=6$$

Logo:

$x_1.x_2 = 6$

- **Diferença das raízes** $(x_1 - x_2)$

$$D = \left|\frac{\sqrt{\Delta}}{a}\right|$$

O resultado estando em módulo significa que a diferença é sempre positiva, ou seja, da maior raiz para a menor raiz.

Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$, possui como diferença entre as raízes:

$$D = \left|\frac{\sqrt{\Delta}}{a}\right| \Rightarrow \left|\frac{\sqrt{(-5)^2 - 4.(1).(6)}}{1}\right| \Rightarrow \left|\frac{\sqrt{25-24}}{1}\right| \Rightarrow \frac{1}{1} = 1$$

Logo: $|x_1 - x_2| = 1$

- **Média aritmética das raízes** $\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}\right)$

$$M_A = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow \frac{-b}{2a}$$

Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$, possui como média das raízes:

$$M_A = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-(-5)}{2.(1)} \Rightarrow \frac{5}{2} = 2,5$$

Logo:

$M_A = 2,5$

- **Média geométrica das raízes** $(\sqrt{x_1.x_2})$

$M_G = \sqrt{x_1.x_2} \Rightarrow \sqrt{P}$, sendo $"P"$ o produto das raízes, ou seja, $P = \dfrac{c}{a}$

Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$, possui como média geométrica das raízes:

$$M_G = \sqrt{P} \Rightarrow \sqrt{\frac{c}{a}} = \sqrt{\frac{6}{1}} = \sqrt{6}$$

Logo:

$$M_G = \sqrt{6}$$

✓ Soma dos inversos das raízes $\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right)$

$$S_i = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 . x_2} \Rightarrow \frac{S}{P}$$

Onde:

"S" é a soma e "P" é produto das raízes

Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0,$ possui como soma dos inversos das raízes:

$$S_i = \frac{S}{P} \Rightarrow \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{-b}{a} . \frac{a}{c} = \frac{-b}{c} = \frac{-(-5)}{6} = \frac{5}{6}$$

Logo:

$$S_i = \frac{5}{6}$$

Soma dos inversos é DIFERENTE do inverso das somas, pois:

Inverso da soma:

$$\frac{1}{x_1 + x_2} \Rightarrow \frac{1}{\frac{-b}{a}} \Rightarrow \frac{-a}{b}$$

Desta forma, temos como exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$, **possui como inverso da soma:**

$$I_s = \frac{1}{x_1 + x_2} = \frac{-a}{b} = \frac{-(1)}{-5} = \frac{1}{5}$$

É impossível descrever todas as possibilidades de cobrança de prova, no entanto, para quaisquer outras você já poderá intuitivamente encontrar a fórmula, a partir das operações soma / subtração / produto, combinadas com produtos notáveis e fatoração.

7 – Determinação das Raízes a partir da Soma ou Produto

É possível, conhecidas as raízes, fazer a composição de uma equação do 2° grau. Esta determinação é obtida por meio de uma fórmula resolvente, conhecida como Equação de Stiven.

Segue abaixo a equação:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

Onde:

$S = x_1 + x_2 \rightarrow$ Soma das Raízes

$P = x_1.x_2 \rightarrow$ Produto das Raízes

Exemplo 1:

Qual a equação do 2° grau completa cuja soma e produto valem, respectivamente, 5 e 6?

Comentário:

$$S = 5$$
$$P = 6$$

Logo:

$$x^2 - Sx + P = 0$$
$$x^2 - (5)x + (6) = 0$$
$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Exemplo 2:

Qual a equação do 2° grau completa cujas raízes são 2 e -3?

Comentário:

$$S = 2 + (-3) \Rightarrow S = -1$$
$$P = 2.(-3) \Rightarrow P = -6$$

Logo:

$$x^2 - 5x + P = 0$$
$$x^2 - (-1)x + (-6) = 0$$
$$x^2 + x - 6 = 0$$

Para utilizar a Equação de Stiven, faz-se necessário o coeficiente do termo dominante. ("a") ser igual a 1. Caso não seja, não será possível o cálculo da equação por soma e produto.

8 – Forma fatorada da Equação do 2° Grau Completa

Toda equação completa do 2° grau pode ser escrita sob a forma fatorada, dada por:

$$a.(x-x_1)(x-x_2)=0 \Rightarrow a \neq 0$$

Com:

$a \rightarrow$ coeficiente do termo dominante

$x \rightarrow$ variável real

$x_1 \rightarrow$ raiz

$x_2 \rightarrow$ raiz

Exemplo:

Encontre a equação do 2° grau na sua forma fatorada, sabendo-se que $a=6,\ x_1=\frac{1}{2},\ x_2=\frac{1}{6}$

Comentário:

$$a.(x-x_1)(x-x_2)=0$$

$$6.(x-\frac{1}{2})(x-\frac{1}{6})=0$$

A equação acima está na forma fatorada. Esta equação produz a seguinte equação após o devido processo de distributiva

$$6(x-\frac{1}{2})(x-\frac{1}{6})=0$$
$$6.(x^2-\frac{x}{6}-\frac{x}{2}+\frac{1}{12})=0$$
$$6.(x^2-\frac{4x}{6}+\frac{1}{12})=0$$

$$6x^2-4x+\frac{1}{2}=0$$

8 – Lista de Questões

01. (EAM - 2004) A soma das raízes reais da equação $\sqrt{2}x^2-(2\sqrt{2}+2)x+4=0$ é:

a) 0

b) $2-\sqrt{2}$

c) $\sqrt{2}$

d) $2+\sqrt{2}$

e) $4\sqrt{2}$

---

02. (EAM – 2006) Qual o valor de $m+n$ para que $(x^2+mx).(x^2-x)+nx^2$ seja igual a $x^4-3x^3+7x^2$? (Lembre-se, coeficientes de termos com o mesmo grau são iguais)

a) 5

b) 3

c) 2

d) -3

e) -7

---

03. (EAM – 2006) Assinale a opção que representa a equação que possui raízes reais distintas.

a) $2x^2+6x=20$

b) $3x^2-12x=-12$

c) $-x^2+5x=10$

d) $-2x^2-12x=18$

e) $x^2+4=0$

04. (EAM – 2007) A raiz da equação $3x^2 - 13x - 10 = 0$ representa a medida em centímetros do lado de um quadrado. Quanto mede, em centímetros quadrados, a área desse quadrado?

a) 20

b) 25

c) 30

d) 36

e) 225

---

05. (EAM – 2008) O triplo da raiz quadrada de um número real positivo x, diminuído de duas unidades, é igual ao próprio número x. A soma das raízes dessa equação é:

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 6

---

06. (EAM – 2009) O valor de K na equação $(k-1)x^2 - (k+6)x + 7 = 0,$ de modo que a soma de suas raízes seja 8, é:

a) -2

b) -1

c) 0

d) 1

e) 2

---

07. (EAM – 2010) Sejam “S” e “P” a soma e o produto, respectivamente, das raízes da equação $x^2 - 5x + 6$. O valor do produto “S P” é:

a) 30

b) 40

c) 50

d) 60

e) 70

---

08. (EAM – 2010) Se o produto $(x-3).(x+1)$ tem o mesmo resultado de $5x-13$, então o valor de x é sempre:

a) par

b) primo

c) múltiplo de 5

d) múltiplo de 13

e) ímpar

---

09. (EAM – 2012) Sendo a e b raízes reais da equação $x^2-4x+2=0$, o valor numérico de (ab^2+a^2b) é:

a) 1

b) 4

c) 5

d) 6

e) 8

---

10. (EAM – 2012) A solução da equação irracional $\sqrt{1+4x}+x-1=0$ é:

a) {0}

b) {6}

c) {0,4}

d) {0,5}

e) {0,6}

---

11. (EAM – 2012) O valor de $k>0$ na equação $x^2+2kx+16=0$, de modo que a diferença entre as suas raízes seja 6, é:

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 7

---

12. (EAM – 2013) Qual é o valor de k, para que a equação $3x^2 - 2x + k = 0$ possua raízes reais e iguais?

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{3}$

c) 3

d) $-\frac{1}{3}$

e) -3

---

13. (EAM – 2014) Assinale a opção que corresponde ao maior número que é solução da equação $x^2 - 3x + 2 = 0$

a) 5

b) 4

c) 3

d) 2

e) 1

---

14. (EAM – 2015) A soma das raízes da equação $4x^2 - 11x + 6 = 0$ é:

a) $\frac{11}{4}$

b) 11

c) 6

d) $\frac{3}{2}$

e) 4

15. (EAM – 2016) A média das raízes da equação $2x^2 - 22x + 56 = 0$ é:

a) 1,5

b) 2,5

c) 3,5

d) 4,5

e) 5,5

16. (EAM – 2017) Considerando $n(P)$ como notação que determina o número de elementos de um conjunto P, A x B como o produto cartesiano entre dois conjuntos finitos A e B e sabendo-se ainda que $n(A) = 2x - 3;\ n(B) = x - 5;\ n(A.B) = x^2 + 10x - 27,$ é correto afirmar que o valor numérico de X é:

a) um número primo

b) um múltiplo de 5

c) um múltiplo de 7

d) um múltiplo de 11

e) um múltiplo de 13

17. (FN – 2008) A soma dos possíveis valores de x que verificam a igualdade $x^2 = 5x$ é um:

a) número par

b) divisor de 8

c) número primo

d) múltiplo de 8

e) número negativo

18. (FN – 2012) Determine o valor real de **x** para que se tenha $\sqrt{x + \sqrt{x - 1}} = \sqrt{2x - 3}$

a) 10

b) (2, 5)

c) 5

d) 7, 5)

e) 1

---

19. (FN – 2013) Calcule, em **R**, o valor de **x** que satisfaz a equação $\frac{10}{x^2-9}+\frac{x+4}{x+3}=\frac{x+2}{x-3}$

a) – 2

b) $5\sqrt{2}$

c) $3\sqrt{2}$

d) 2

e) 5

---

20. (FN – 2015) Indique qual da equação abaixo tem 2 e -3 como raízes.

a) $y^2-5y+6=0$

b) $x^2+x-5=0$

c) $x^2+x-6=0$

d) $x^2+x-7=0$

e) $m^2+2m-12=0$

---

21. (FN – 2017) Em um triângulo retângulo, as medidas dos catetos são expressas, em centímetros, pelas raízes da equação $x^2-10x+16=0$. Nessas condições, determine a medida da hipotenusa.

a) 2cm

b) 8cm

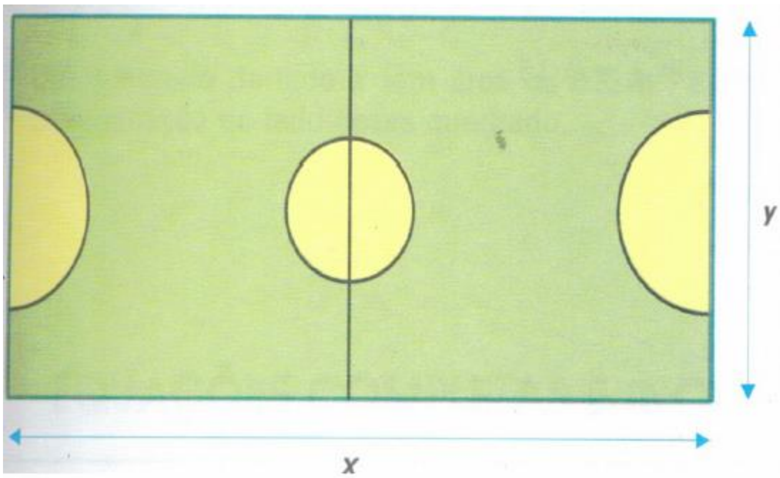
c) $8\sqrt{17}$ cm

d) $6\sqrt{8}$ cm

e) $2\sqrt{17}$ cm

---

22. (FN – 2017) Paulo descobriu que a quadra do salão de seu colégio tem área de 384 m^2 e perímetro 80 m.



X = comprimento da quadra

Y = largura da quadra

Com base nas informações acima, qual a equação que determina as dimensões dessa quadra?

a) $y^2+40y-384=0$

b) $y^2-35y+397=4$

c) $y^2+47y-574=66$

d) $y^2-40y+384=0$

e) $y^2+50y-277=0$

---

23. (FN – 2018) Em um triângulo retângulo, as medidas dos catetos são expressas, em centímetros, pelas raízes da equação $x^2-8x+12=0$. Nessas condições, determine a medida da hipotenusa.

a) 20 cm

b) 40 cm

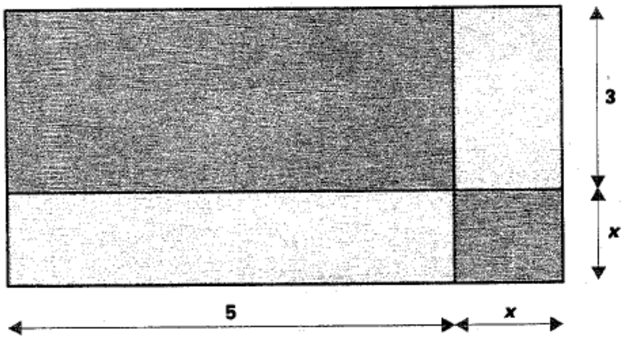
c) $2\sqrt{10}$ cm

d) $5\sqrt{4}$ cm

e) $2\sqrt{17}$ cm

---

24. (FN – 2018) Determine a função quadrática que expressa a área y do triângulo em função de x.



a) $x^2 + 8x + 15 = 0$

b) $x^2 + 8x + 8 = 0$

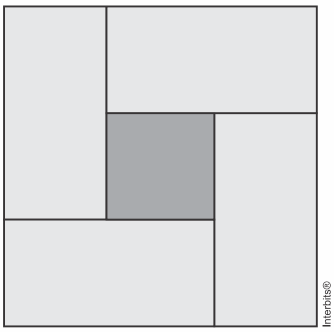
c) $x^2 + 5x + 3 = 0$

d) $5x^2 - 5x + 8 = 0$

e) $x^2 - 8x + 12 = 0$

---

25. (cp2 2019) Nas salas de aula do Colégio Pedro II serão colocados pisos conforme a figura a seguir:



Cada piso é formado por quatro retângulos iguais de lados 10 cm e $(x+10)\text{ cm}$, respectivamente, e um quadrado de lado igual a $x\text{ cm}$.

Sabendo-se que a área de cada piso equivale a 900 cm^2, o valor de x, em centímetros, é

a) 10.

b) 23.

c) 24.

d) 50.

---

26. (ifal 2018) Sendo x_1 e x_2 as raízes da equação $x^2 - x - 12 = 0$, o resultado da soma $x_1 + x_2$ é

a) 1.

b) 3.

c) $4.$

d) $7.$

e) $12.$

---

27. (epcar (Cpcar) 2018) Numa doceria comprei dois tipos de doce. Do primeiro tipo, 6 unidades de determinado valor unitário. Do segundo tipo, cujo valor unitário é 3 reais mais caro que o primeiro tipo, comprei uma quantidade que equivale ao dobro do valor unitário do primeiro tipo. Entreguei seis notas de 50 reais para pagar tal compra e recebi 30 reais de troco.

Dos dois tipos de doce que comprei, gastei com o mais caro, em reais, um total de

a) 216

b) 198

c) 162

d) 146

---

28. (ifsul 2016) Os valores da soma e do produto das raízes da função quadrática $f(x) = -x^2 + 9x - 18$ são, respectivamente,

a) -1 e 3

b) 3 e 6

c) -3 e -6

d) 9 e 18

---

28. (Ifsul 2016) Problemas que recaem numa equação do segundo grau já apareciam em textos escritos pelos babilônios, nas tábuas cuneiformes. Observe a equação abaixo:

$x^2 - 12x + p = 0.$

Determine o valor de $p,$ para que uma das raízes seja o dobro da outra.

a) 25

b) 30

c) 32

d) 35

---

29. (utfpr 2016) A equação $3x^2 - 5x + c = 0$ admite o número 2 como raiz, então o valor de c é igual a:

a) $26.$

b) $-22.$

c) $-2.$

d) 6.

e) 1.

---

30. (utfpr 2016) Bárbara tem 6 anos e Ligia tem 5. Assinale daqui a quantos anos o produto de suas idades será igual a 42.

a) 1.

b) 2.

c) 10.

d) 12.

e) 30.

---

31. (Espm 2014) Se as raízes da equação $2x^2 - 5x - 4 = 0$ são m e n, o valor de $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ é igual a:

a) $-\frac{5}{4}$

b) $-\frac{3}{2}$

c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{7}{4}$

e) $\frac{5}{2}$

---

32. (Unifor 2014) Uma indústria de cimento contrata uma transportadora de caminhões para fazer a entrega de 60 toneladas de cimento por dia em Fortaleza. Devido a problemas operacionais diversos, em certo dia, cada caminhão foi carregado com 500 kg a menos que o usual, fazendo com que a transportadora nesse dia contratasse mais 4 caminhões para cumprir o contrato. Baseado nos dados acima se pode afirmar que o número de caminhões usado naquele dia foi:

a) 24

b) 25

c) 26

d) 27

e) 28

---

33. (cftmg 2013) As raízes da equação $x^2 + mx + n = 0$ são reais e simétricas. Nessas condições, m e n são números reais de modo que

a) m = 0 e n > 0.

b) $m = 0$ e $n < 0$.

c) $m < 0$ e $n > 0$.

d) $m > 0$ e $n > 0$.

---

34. (cftmg 2013) Se o produto de dois números naturais pares consecutivos é igual a 360, então a soma deles é

a) 32.

b) 34.

c) 36.

d) 38.

---

35. (ifsc 2011) Quanto à equação $x^2 - 4x + 3 = 0$ é correto afirmar que:

a) a soma de suas raízes é igual a – 4.

b) tem duas raízes reais e iguais.

c) tem duas raízes reais e distintas.

d) não tem raízes reais.

e) o produto de suas raízes é nulo.

---

36. (ifsp 2011) Considere a equação do 2º grau, em x, dada por $2x^2 + bx + c = 0$. Se as raízes dessa equação são $r_1 = 2$ e $r_2 = -3$, então a diferença $b - c$ é igual a

a) 8.

b) 14.

c) 19.

d) 23.

e) 27.

---

37. (Ueg 2011) O dono de uma lanchonete comprou uma certa quantidade de sanduíches naturais por R$ 180,00 e vendeu todos, exceto seis, com um lucro de R$ 2,00 por sanduíche. Com o total recebido, ele comprou 30 sanduíches a mais que na compra anterior, pagando o mesmo preço por sanduíche. Nessas condições, o preço de custo de cada sanduíche foi de:

a) R$ 6,00

b) R$ 5,00

c) R$ 3,00

d) R$ 2,00

---

38. (Unicamp 2011) Quarenta pessoas em excursão pernoitam em um hotel.
Somados, os homens despendem R$ 2.400,00. O grupo de mulheres gasta a mesma quantia, embora cada uma tenha pago R$ 64,00 a menos que cada homem.
Denotando por x o número de homens do grupo, uma expressão que modela esse problema e permite encontrar tal valor é

a) $2400x = (2400 + 64x)(40 - x)$.

b) $2400(40 - x) = (2400 - 64x)x$.

c) $2400x = (2400 - 64x)(40 - x)$.

d) $2400(40 - x) = (2400 + 64x)x$.

---

39. (Pucrj 2010) Se A e B são as raízes de $x^2 + 3x - 10 = 0$, então $\frac{1}{(A-B)^2}$ vale:

a) $-\frac{1}{10}$

b) $-\frac{1}{49}$

c) $\frac{1}{49}$

d) $\frac{1}{10}$

e) $\frac{1}{7}$

---

40. (G1 1996) A equação de 2º grau $ax^2 - 4x - 16 = 0$ tem uma raiz cujo valor é 4. A outra raiz é:

a) 1

b) 2

c) -1

d) -2

e) 0

9 – Questões Comentadas

01. (EAM - 2004) A soma das raízes reais da equação $\sqrt{2}x^2-(2\sqrt{2}+2)x+4=0$ é:

a) 0

b) $2-\sqrt{2}$

c) $\sqrt{2}$

d) $2+\sqrt{2}$

e) $4\sqrt{2}$

Comentário:

Soma das raízes: ax^2+bx+c

$$S=\frac{-b}{a}$$

Logo:

$$S=\frac{-[-(2\sqrt{2}+2)]}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}},$$ racionalizando temos:

$$\frac{(2\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\Rightarrow\frac{2\sqrt{2}.\sqrt{2}+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{4}+2\sqrt{2}}{\sqrt{4}}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{4+2\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\frac{2.(2+\sqrt{2})}{2}=2+\sqrt{2}$$

Gabarito: D

02. (EAM – 2006) Qual o valor de $m+n$ para que $(x^2+mx).(x^2-x)+nx^2$ seja igual a $x^4-3x^3+7x^2$? (Lembre-se, coeficientes de termos com o mesmo grau são iguais)

a) 5

b) 3

c) 2

d) -3

e) -7

Comentário:

Fazendo a distributiva:

$$(x^2+mx).(x^2-x)+nx^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^2.x^2-x^2.x+mx.x^2-mx.x+nx^2 \Rightarrow$$
$$x^4-x^3+mx^3-mx^2+nx^2 \Rightarrow x^4-x^3(1-m)+x^2(n-m)$$

Assim:

$x^4-(1-m)x^3+(n-m)x^2=x^4-3x^3+7x^2$, temos

$$\begin{cases} 1-m=3 \Rightarrow m=-2 \\ n-m=7 \Rightarrow n-(-2)=7 \Rightarrow n+2=7 \Rightarrow n=7-2=5 \\ m+n=-2+5=3 \end{cases}$$

Gabarito: B

---

03. (EAM – 2006) Assinale a opção que representa a equação que possui raízes reais distintas.

a) $2x^2+6x=20$

b) $3x^2-12x=-12$

c) $-x^2+5x=10$

d) $-2x^2-12x=18$

e) $x^2+4=0$

Comentário:

Raízes reais distintas: $\Delta>0$

Logo: $\Delta=b^2-4ac>0$

a)

$$2x^2 + 6x - 20 = 0$$
$$x^2 + 3x - 10 = 0$$
$$\Delta = (3)^2 - 4.(1).(-10)$$
$$\Delta = 9 + 40$$
$$\Delta = 49 > 0$$

Resolver por sinal de a e c (contrários)

Gabarito: A

---

04. (EAM – 2007) A raiz da equação $3x^2 - 13x - 10 = 0$ representa a medida em centímetros do lado de um quadrado. Quanto mede, em centímetros quadrados, a área desse quadrado?

a) 20

b) 25

c) 30

d) 36

e) 225

Comentário:

Vamos achar as raízes utilizando "Báskara":

$$3x^2 - 13x - 10 = 0$$

$$\frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4.(3).(-10)}}{2.3}$$

$$\frac{13 \pm \sqrt{169 + 120}}{6} \Rightarrow \frac{13 \pm \sqrt{289}}{6} \Rightarrow \frac{13 \pm 17}{6}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{13 + 17}{6}$$

$$x_2 = \frac{13 - 17}{6}$$

$$x_1 = \frac{30}{6} = 5$$

$$x_2 = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3} (não\ convém)$$

Logo, o quadrado possui lado 5 e área 25.

Gabarito: B

---

05. (EAM – 2008) O triplo da raiz quadrada de um número real positivo x, diminuído de duas unidades, é igual ao próprio número x. A soma das raízes dessa equação é:

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 6

Comentário:

$$3.\sqrt{x} - 2 = x$$
$$3\sqrt{x} = x + 2 \ (elevando\ ao\ quadrado)$$

$$(3\sqrt{x})^2 = (x+2)^2$$
$$9.x = x^2 + 4x + 4$$
$$x^2 + 4x - 9x + 4 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

Soma = $\frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{-(-5)}{1} = 5$

Gabarito: D

---

06. (EAM – 2009) O valor de K na equação $(k-1)x^2 - (k+6)x + 7 = 0$, de modo que a soma de suas raízes seja 8, é:

a) -2

b) -1

c) 0

d) 1

e) 2

Comentário:

Já sabemos que a soma das raízes é dada por $\frac{-b}{a}$. Logo:

$$(k-1)x^2-(k+6)x+7=0$$

$$S=\frac{-[.(k+6)]}{k-1}=8 \Rightarrow \frac{k+6}{k-1}=8 \Rightarrow k+6=8(k-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k+6=8k-8 \Rightarrow 8k-k=6+8 \Rightarrow 7k=14$$
$$k=2$$

Gabarito: E

---

07. (EAM – 2010) Sejam “S” e “P” a soma e o produto, respectivamente, das raízes da equação x^2-5x+6. O valor do produto “S P” é:

a) 30

b) 40

c) 50

d) 60

e) 70

Comentário:

Já sabem que:

$$S=\frac{-b}{a}$$

$$P=\frac{c}{a}$$

Logo:

$$S.P = \frac{-b}{a}.\frac{c}{a} = \frac{-b.c}{a^2}$$

Dada a equação: $x^2 - 5x + 6,$ temos:

$$S.P = \frac{-(-5).6}{1.1} \Rightarrow S.P = 30$$

Gabarito: A

---

08. (EAM – 2010) Se o produto $(x-3).(x+1)$ tem o mesmo resultado de $5x-13,$ então o valor de x é sempre:

a) par

b) primo

c) múltiplo de 5

d) múltiplo de 13

e) ímpar

Comentário:

Temos que:

$$(x-3).(x+1) = 5x-13$$
$$x^2 + x - 3x - 3 = 5x - 13$$
$$x^2 - 2x - 5x - 3 + 13 = 0$$
$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

Resolvendo a equação por soma e produto, temos:

Soma: 7

Produto: 10

$$x_1 = 2$$
$$x_2 = 5$$

Podemos afirmar que x é sempre primo.

Gabarito: B

---

09. (EAM – 2012) Sendo a e b raízes reais da equação $x^2-4x+2=0$, o valor numérico de (ab^2+a^2b) é:

a) 1

b) 4

c) 5

d) 6

e) 8

Comentário:

Temos que:

$$x^2-4x+2=0$$

Sabemos que:

$$S=\frac{-b}{a}\Rightarrow\frac{-(-4)}{1}=4$$

$$P=\frac{c}{a}\Rightarrow\frac{2}{1}=2$$

Temos ainda que, após a evidenciação:

$$(ab^2+a^2b)\rightarrow ab(b+a)\rightarrow ab(a+b)$$

Assim:

$$a.b=P$$
$$(a+b)=S$$

$$P.S=2.4=8$$

Gabarito: E

---

10. (EAM – 2012) A solução da equação irracional $\sqrt{1+4x}+x-1=0$ é:

a) {0}

b) {6}

c) {0,4}

d) {0,5}

e) {0,6}

Comentário:

Isolando o radical e elevando ao quadrado, temos que:

$$\sqrt{1+4x}+x-1=0 \Rightarrow \sqrt{1+4x}=1-x$$
$$(\sqrt{1+4x})^2=(1-x)^2 \Rightarrow 1+4x=1-2x+x^2 \Rightarrow x^2-2x+1-1-4x$$
$$x^2-6x=0$$
$$x.(x-6)=0$$

Produto de dois números dando zero, logo um deles será zero.

$$x=0$$
$$x-6=0$$
$$x=6$$

Por fim, temos que testar as raízes encontradas na equação original.

$$\sqrt{1+4x}+x-1=0;\ para\ \ x=0$$
$$\sqrt{1+4.(0)}+0-1=0$$
$$\sqrt{1+0}+0-1=0$$
$$1-1=0$$
$$0=0\ \ (x=0\ \ é\ \ raiz)$$

$$\sqrt{1+4x}+x-1=0;\ para\ \ x=6$$
$$\sqrt{1+4.(6)}+6-1=0$$
$$\sqrt{1+24}+6-1=0$$
$$\sqrt{25}+5=0$$
$$5+5=10$$
$$10\neq 0\ \ (x=6\ \ não\ \ é\ \ raiz)$$

Gabarito: A

---

11. (EAM – 2012) O valor de $k>0$ na equação $x^2+2kx+16=0$, de modo que a diferença entre as suas raízes seja 6, é:

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 7

Comentário:

Sabemos que a diferença das raízes é dada por:

$$D = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right|$$

Logo:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = (2k)^2 - 4.1.16$$
$$\Delta = 4k^2 - 64$$

Temos então:

$$\frac{\sqrt{4k^2 - 64}}{1} = 6$$
$$\sqrt{4k^2 - 64} = 6$$
$$4k^2 - 64 = 36 \ (dividindo \ por \ 4)$$
$$k^2 - 16 = 9$$
$$k^2 = 25$$
$$k = \pm 5$$

Como $k > 0$, temos que $k = 5$

Gabarito: D

---

12. (EAM – 2013) Qual é o valor de k, para que a equação $3x^2 - 2x + k = 0$ possua raízes reais e iguais?

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{3}$

c) 3

d) $-\frac{1}{3}$

e) -3

Comentário:

Para termos raízes reais e iguais, $\Delta = 0$

Assim:

$$3x^2 - 2x + k = 0$$
$$\Delta = (-2)^2 - 4.3.k$$
$$\Delta = 4 - 12k = 0$$
$$12k = 4$$
$$k = \frac{4}{12}$$
$$k = \frac{1}{3}$$

Gabarito: A

---

13. (EAM – 2014) Assinale a opção que corresponde ao maior número que é solução da equação $x^2 - 3x + 2 = 0$

a) 5

b) 4

c) 3

d) 2

e) 1

Comentário:

Achando a solução, temos:

$x^2 3x + 2 = 0,$ fazendo por soma e produto, temos:

Soma: 3

Produto: 2

$$x_1 = 1$$
$$x_2 = 2$$

Logo a maior raiz é 2.

Gabarito: D

---

14. (EAM – 2015) A soma das raízes da equação $4x^2 - 11x + 6 = 0$ é:

a) $\frac{11}{4}$

b) 11

c) 6

d) $\frac{3}{2}$

e) 4

Comentário:

Sabemos que a soma das raízes é $\frac{-b}{a}$

Assim:

$$4x^2 - 11x + 6 = 0$$
$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-11)}{4} = \frac{11}{4}$$

Gabarito: A

---

15. (EAM – 2016) A média das raízes da equação $2x^2 - 22x + 56 = 0$ é:

a) 1,5

b) 2,5

c) 3,5

d) 4,5

e) 5,5

Comentário:

Média aritmética é igual a metade da soma.

Logo:

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{S}{2} = \frac{\frac{-b}{a}}{2} = \frac{-b}{2a}$$

Assim:

$$2x^2 - 22x + 56 = 0$$

$$MA = \frac{-(-22)}{2.(2)} = \frac{22}{4} = \frac{11}{2}$$

Gabarito: E

---

16. (EAM – 2017) Considerando $n(P)$ como notação que determina o número de elementos de um conjunto P, A x B como o produto cartesiano entre dois conjuntos finitos A e B e sabendo-se ainda que $n(A) = 2x - 3;\ n(B) = x - 5;\ n(A.B) = x^2 + 10x - 27,$ é correto afirmar que o valor numérico de X é:

a) um número primo

b) um múltiplo de 5

c) um múltiplo de 7

d) um múltiplo de 11

e) um múltiplo de 13

Comentário:

Sabemos da Teoria dos Conjuntos que:

$n(\text{AxB}) = n(A).n(B),$ logo:

$$\begin{aligned}
&(2x-3)(x-5) = x^2 + 10x - 27 \\
&2x^2 - 10x - 3x + 15 = x^2 + 10x - 27 \\
&2x^2 - x^2 - 10x - 3x - 10x + 15 + 27 = 0 \\
&x^2 - 23x + 42 = 0
\end{aligned}$$

Fazendo soma e produto, temos:

$x^2 - 23x + 42 = 0$

Soma: 23

Produto: 42

$x_1 = 2$
$x_2 = 21$

É fácil notar que $x \neq 2$, pois, se assim não for o conjunto B, por exemplo, terá uma quantidade de elementos negativo.

Assim, $x = 21$, que é múltiplo de 7.

Gabarito: C

---

17. (FN – 2008) A soma dos possíveis valores de x que verificam a igualdade $x^2 = 5x$ é um:

a) número par

b) divisor de 8

c) número primo

d) múltiplo de 8

e) número negativo

Comentário:

$x^2 = 5x$ $(equação\ incompleta)$

$x^2 - 5x = 0$ (colocando x em evidência)

$$x(x-5) = 0$$
$$x = 0$$
$$ou$$
$$x = 5$$

Assim:

$$0 + 5 = 5$$
$$Número\ \ primo$$

Gabarito: C

---

18. (FN – 2012) Determine o valor real de **x** para que se tenha $\sqrt{x + \sqrt{x-1}} = \sqrt{2x-3}$

a) 10

b) (2, 5)

c) 5

d) 7, 5)

e) 1

Comentário:

Elevando ao quadrado a expressão, temos:

$$(\sqrt{x+\sqrt{x-1}})^2 = (\sqrt{2x-3})^2$$
$$x+\sqrt{x-1} = 2x-3$$
$$(\sqrt{x-1})^2 = (x-3)^2 \ (elevando\ ao\ quadrado)$$

$$x-1 = x^2-6x+9$$
$$x^2-6x-x+9+1=0$$
$$x^2-7x+10=0$$

Soma: 7

Produto: 10

$$x_1 = 2$$
$$x_2 = 5$$

Gabarito: B

---

19. (FN – 2013) Calcule, em **R**, o valor de **x** que satisfaz a equação $\frac{10}{x^2-9}+\frac{x+4}{x+3}=\frac{x+2}{x-3}$

a) – 2

b) $5\sqrt{2}$

c) $3\sqrt{2}$

d) 2

e) 5

Comentário:

Abrindo o denominador da primeira fração:

$$\frac{10}{(x-3)(x+3)}+\frac{x+4}{(x+3)}=\frac{x+2}{x-3} \ (tirando\ o\ mmc)$$

$$10+(x+4)(x-3)=(x+2)(x+3)$$
$$10+x^2-3x+4x-12=x^2+3x+2x+6$$
$$-2+x=5x+6$$
$$5x-x=-2-6$$
$$4x=-8$$
$$x=-2$$

Gabarito: A

---

20. (FN – 2015) Indique qual da equação abaixo tem 2 e -3 como raízes.

a) $y^2-5y+6=0$

b) $x^2+x-5=0$

c) $x^2+x-6=0$

d) $x^2+x-7=0$

e) $m^2+2m-12=0$

Comentário:

$$x_1=2$$
$$x_2=-3$$

Soma = -1

Produto = -6

Logo:

$$x^2+x-6=0$$

Gabarito: C

---

21. (FN – 2017) Em um triângulo retângulo, as medidas dos catetos são expressas, em centímetros, pelas raízes da equação $x^2-10x+16=0$. Nessas condições, determine a medida da hipotenusa.

a) 2cm

b) 8cm

c) $8\sqrt{17}$ cm

d) $6\sqrt{8}$ cm

e) $2\sqrt{17}$ cm

Comentário:

Fazendo por soma e produto

Soma = 10

Produto = 16

$$x_1 = 2$$
$$x_2 = 8$$

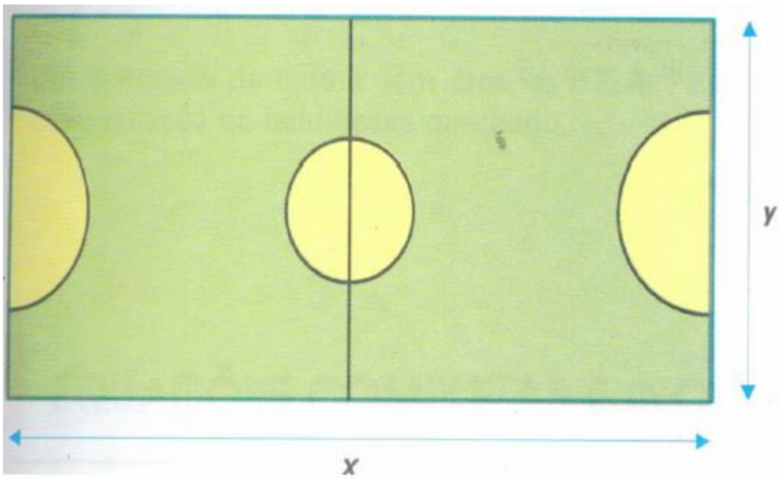
Logo:

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$
$$h^2 = 2^2 + 8^2$$
$$h^2 = 4 + 64$$
$$h^2 = 68$$
$$h = \sqrt{68}$$
$$h = \sqrt{4.17}$$
$$h = 2\sqrt{17}$$

Gabarito: E

---

22. (FN – 2017) Paulo descobriu que a quadra do salão de seu colégio tem área de 384 m^2 e perímetro 80 m.



X = comprimento da quadra

Y = largura da quadra

Com base nas informações acima, qual a equação que determina as dimensões dessa quadra?

a) $y^2 + 40y - 384 = 0$

b) $y^2 - 35y + 397 = 4$

c) $y^2 + 47y - 574 = 66$

d) $y^2 - 40y + 384 = 0$

e) $y^2 + 50y - 277 = 0$

Comentário:

Temos que:

Perímetro = $x + x + y + y = 80 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2(x+y) = 80 \Rightarrow$
$\Rightarrow (x+y) = 40$

Área = $x.y = 384$

Assim:

$y^2 - Sy + P = 0,$ sendo S (soma) e P (produto)

Então:

$y^2 - 40y + 384 = 0$

Gabarito: D

---

23. (FN – 2018) Em um triângulo retângulo, as medidas dos catetos são expressas, em centímetros, pelas raízes da equação $x^2 - 8x + 12 = 0$. Nessas condições, determine a medida da hipotenusa.

a) 20 cm

b) 40 cm

c) $2\sqrt{10}$ cm

d) $5\sqrt{4}$ cm

e) $2\sqrt{17}$ cm

Comentário:

Fazendo por soma e produto, temos:

Soma: 8

Produto: 12

$$x_1 = 2$$
$$x_2 = 6$$

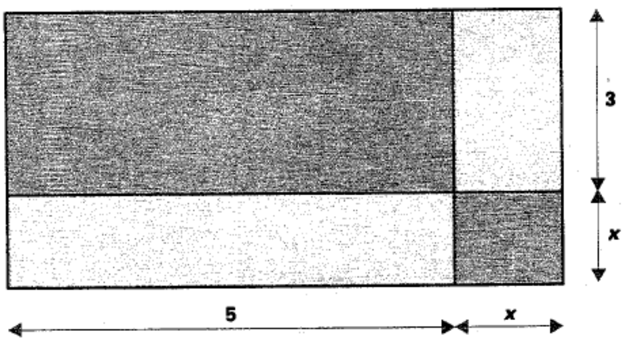
Assim:

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$
$$h^2 = 2^2 + 6^2$$
$$h^2 = 4 + 36$$
$$h^2 = 40$$
$$h = \sqrt{40}$$
$$h = 2\sqrt{10}$$

Gabarito: C

---

24. (FN – 2018) Determine a função quadrática que expressa a área y do triângulo em função de x.



a) $x^2 + 8x + 15 = 0$

b) $x^2 + 8x + 8 = 0$

c) $x^2 + 5x + 3 = 0$

d) $5x^2 - 5x + 8 = 0$

e) $x^2 - 8x + 12 = 0$

Comentário:

Área do retângulo: base x altura

Temos que:

Base: $x+5$

Altura: $x+3$

Assim:

$$(x+5).(x+3)=Área$$

Área:

$$x^2+5x+5x+15$$
$$x^2+8x+15$$

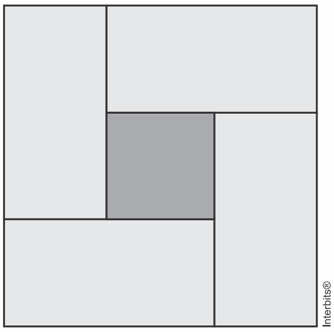
Logo:

$$x^2+8x+15$$

Gabarito: A

---

25. (cp2 2019) Nas salas de aula do Colégio Pedro II serão colocados pisos conforme a figura a seguir:



Cada piso é formado por quatro retângulos iguais de lados 10 cm e $(x+10)\text{ cm}$, respectivamente, e um quadrado de lado igual a $x\text{ cm}$.

Sabendo-se que a área de cada piso equivale a 900 cm^2, o valor de x, em centímetros, é

a) 10.

b) 23.

c) 24.

d) 50.

Comentário:

Calculando:

$4\cdot 10\cdot (x+10)+x^2=900 \Rightarrow 40x+400+x^2=900 \Rightarrow x^2+40x-500=0$

$\Delta = 40^2 - 4\cdot 1\cdot -500 = 3600$

$$x=\frac{-40\pm\sqrt{3600}}{2\cdot 1} \Rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x=-50 \text{ (não convém)} \\ \text{ou} \\ x=10 \end{array}\right.$$

Gabarito: A

---

26. (ifal 2018) Sendo x_1 e x_2 as raízes da equação $x^2-x-12=0,$ o resultado da soma x_1+x_2 é

a) 1.

b) 3.

c) 4.

d) 7.

e) 12.

Comentário:

Utilizando a técnica de soma e produto, temos que a soma das raízes deve ser

$$\frac{-b}{a}=\frac{x_1+x_2}{1}=\frac{-(-1)}{1}=1$$

Gabarito: A

---

27. (epcar (Cpcar) 2018) Numa doceria comprei dois tipos de doce. Do primeiro tipo, 6 unidades de determinado valor unitário. Do segundo tipo, cujo valor unitário é 3 reais mais caro que o primeiro tipo, comprei uma quantidade que equivale ao dobro do valor unitário do primeiro tipo. Entreguei seis notas de 50 reais para pagar tal compra e recebi 30 reais de troco.

Dos dois tipos de doce que comprei, gastei com o mais caro, em reais, um total de

a) 216

b) 198

c) 162

d) 146

Comentário:

Calculando:

$x = \text{valor tipo } 1$

$x + 3 = \text{valor tipo } 2$

$y = \text{quantidade comprada tipo } 2 = 2x$

$6x + 2x \cdot (x+3) = 6 \cdot 50 - 30$

$6x + 2x^2 + 6x = 270 \Rightarrow 2x^2 + 12x - 270 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x - 135 = 0$

$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-135) = 576$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{576}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ \text{ou} \\ x = -15 \text{ (não convém)} \end{cases}$$

$\text{Doce tipo } 1 = 9 \text{ reais/unidade} \Rightarrow \text{total gasto} = 6 \cdot 9 = 54 \text{ reais}$

$\text{Doce tipo } 2 = 12 \text{ reais/unidade} \Rightarrow \text{total gasto} = 18 \cdot 12 = 216 \text{ reais}$

Gabarito: A

---

28. (ifsul 2016) Os valores da soma e do produto das raízes da função quadrática $f(x) = -x^2 + 9x - 18$ são, respectivamente,

a) -1 e 3

b) 3 e 6

c) -3 e -6

d) 9 e 18

Comentário:

Pelas Relações de Girard:

$f(x) = -x^2 + 9x - 18$

$$x_1 + x_2 = -\frac{9}{-1} = 9$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-18}{-1} = 18$$

Gabarito: D

---

28. (Ifsul 2016) Problemas que recaem numa equação do segundo grau já apareciam em textos escritos pelos babilônios, nas tábuas cuneiformes. Observe a equação abaixo:

$x^2 - 12x + p = 0.$

Determine o valor de $p,$ para que uma das raízes seja o dobro da outra.

a) 25

b) 30

c) 32

d) 35

Comentário:

Pelas Relações de Girard, pode-se escrever:

$$x^2 - 12x + p = 0$$
$$x' = x$$
$$x'' = 2x$$
$$x' + x'' = 3x = 12 \rightarrow x = 4$$
$$p = x' \cdot x'' = x \cdot 2x = 2x^2 = 2 \cdot 4^2 \rightarrow p = 32$$

Gabarito: C

---

29. (utfpr 2016) A equação $3x^2 - 5x + c = 0$ admite o número 2 como raiz, então o valor de c é igual a:

a) 26.

b) -22.

c) -2.

d) 6.

e) 1.

Comentário:

Substituindo o valor da raiz dada na equação, tem-se:

$$3x^2 - 5x + c = 0$$
$$3 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + c = 0 \rightarrow 12 - 10 + c \rightarrow c = -2$$

Gabarito: C

---

30. (utfpr 2016) Bárbara tem 6 anos e Ligia tem 5. Assinale daqui a quantos anos o produto de suas idades será igual a 42.

a) 1.

b) 2.

c) 10.

d) 12.

e) 30.

Comentário:

Os algarismos que podem resultar em produto igual a 42 são 6 e 7 (ou 21 e 2, por exemplo - porém a diferença de idades entre as irmãs teria que ser de 19 anos, o que não ocorre). Portanto, daqui a 1 ano o produto de suas idades será igual a 42. Ou ainda:

$$(6 + x) \cdot (5 + x) = 42 \rightarrow 30 + 6x + 5x + x^2 = 42$$

$$x^2 + 11x - 12 = 0 \rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x = 1 \\ \text{ou} \\ x = -12 \;\; \text{(não convém)} \end{array} \right.$$

Gabarito: A

---

31. (Espm 2014) Se as raízes da equação $2x^2 - 5x - 4 = 0$ são m e n, o valor de $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ é igual a:

a) $-\frac{5}{4}$

b) $-\frac{3}{2}$

c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{7}{4}$

e) $\frac{5}{2}$

Comentário:

Sendo $a = 2, b = -5$ e $c = -4$, das relações entre coeficientes e raízes, vem

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{n+m}{mn} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c} = -\frac{(-5)}{-4} = -\frac{5}{4}.$$

Gabarito: A

---

32. (Unifor 2014) Uma indústria de cimento contrata uma transportadora de caminhões para fazer a entrega de 60 toneladas de cimento por dia em Fortaleza. Devido a problemas operacionais diversos, em certo dia, cada caminhão foi carregado com 500 kg a menos que o usual, fazendo com que a transportadora nesse dia contratasse mais 4 caminhões para cumprir o contrato. Baseado nos dados acima se pode afirmar que o número de caminhões usado naquele dia foi:

a) 24

b) 25

c) 26

d) 27

e) 28

Comentário:

Sejam n e q, respectivamente, o número de caminhões utilizados e a capacidade de cada caminhão. Tem-se que

$$n \cdot q = (n+4) \cdot (q - 500) \Leftrightarrow q = 125 \cdot n + 500.$$

Desse modo, vem

$$n \cdot q = 60000 \Leftrightarrow n \cdot (125 \cdot n + 500) = 60000$$
$$\Leftrightarrow n^2 + 4n - 480 = 0$$
$$\Rightarrow n = 20.$$

Portanto, o resultado pedido é $20 + 4 = 24.$

Gabarito: A

---

33. (cftmg 2013) As raízes da equação $x^2 + mx + n = 0$ são reais e simétricas. Nessas condições, m e n são números reais de modo que

a) m = 0 e n > 0.

b) m = 0 e n < 0.

c) m < 0 e n > 0.

d) m > 0 e n > 0.

Comentário:

Se as raízes são simétricas, então sua soma é igual a zero, isto é, $-\frac{m}{1} = 0 \Leftrightarrow m = 0.$ Além disso, como as raízes são reais, deve-se ter $-4 \cdot 1 \cdot n > 0 \Leftrightarrow n < 0.$

Gabarito: B

---

34. (cftmg 2013) Se o produto de dois números naturais pares consecutivos é igual a 360, então a soma deles é

a) 32.

b) 34.

c) 36.

d) 38.

Comentário:

Sejam n e $n + 2$ dois números naturais pares consecutivos cujo produto é $360.$ É fácil ver que $n = 18.$ Logo, a soma pedida é $2n + 2 = 38.$

Gabarito: D

---

35. (ifsc 2011) Quanto à equação $x^2 - 4x + 3 = 0$ é correto afirmar que:

a) a soma de suas raízes é igual a – 4.

b) tem duas raízes reais e iguais.

c) tem duas raízes reais e distintas.

d) não tem raízes reais.

e) o produto de suas raízes é nulo.

Comentário:

Resolvendo a equação $x^2 - 4x + 3 = 0$, obtemos as raízes x = 3 ou x = 1.
Portanto, possui duas raízes reais e distintas.

Observação: Originalmente a questão possuía duas alternativas corretas, [A] e [C]. Porém, para que haja somente uma resposta, a alternativa [A] foi adaptada de "*a soma de suas raízes é igual a 4*" para "*a soma de suas raízes é igual a – 4*".

Gabarito: C

---

36. (ifsp 2011) Considere a equação do 2º grau, em x, dada por $2x^2 + bx + c = 0$. Se as raízes dessa equação são $r_1 = 2$ e $r_2 = -3$, então a diferença $b - c$ é igual a

a) 8.
b) 14.
c) 19.
d) 23.
e) 27.

Comentário:

$$\begin{aligned} 2x^2 + bx + c &= 2 \cdot [x^2 - (r_1 + r_2)x + r_1 r_2] \\ &= 2 \cdot [x^2 - (2-3)x + 2 \cdot (-3)] \\ &= 2 \cdot (x^2 + x - 6) \\ &= 2x^2 + 2x - 12. \end{aligned}$$

Portanto,

$b = 2$ e $c = -12 \Rightarrow b - c = 2 - (-12) = 14.$

Gabarito: B

---

37. (Ueg 2011) O dono de uma lanchonete comprou uma certa quantidade de sanduíches naturais por R\$ 180,00 e vendeu todos, exceto seis, com um lucro de R\$ 2,00 por sanduíche. Com o total recebido, ele comprou 30 sanduíches a mais que na compra anterior, pagando o mesmo preço por sanduíche. Nessas condições, o preço de custo de cada sanduíche foi de:

a) R\$ 6,00
b) R\$ 5,00
c) R\$ 3,00
d) R\$ 2,00

Comentário:

Sejam n e p, respectivamente, o número de sanduíches comprados inicialmente e o preço de custo unitário.
Logo, segue que:

$$\begin{vmatrix} n \cdot p = 180 \\ (n-6)\cdot(p+2) = (n+30)\cdot p \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} n \cdot p = 180 \\ n = 18p + 6 \end{vmatrix} \Leftrightarrow 3p^2 + p - 30 = 0$$
$$\Rightarrow p = 3.$$

Portanto, o preço de custo de cada sanduíche foi de R\$ 3,00.

Gabarito: C

---

38. (Unicamp 2011) Quarenta pessoas em excursão pernoitam em um hotel.
Somados, os homens despendem R\$ 2.400,00. O grupo de mulheres gasta a mesma quantia, embora cada uma tenha pago R\$ 64,00 a menos que cada homem.
Denotando por x o número de homens do grupo, uma expressão que modela esse problema e permite encontrar tal valor é
a) 2400x = (2400 + 64x)(40 − x).
b) 2400(40 − x) = (2400 - 64x)x.
c) 2400x = (2400 − 64x)(40 − x).
d) 2400(40 − x) = (2400 + 64x)x.

Comentário:
Se o número de homens no grupo é x, então o número de mulheres é $40-x$. Além disso, o valor pago por cada homem é $\frac{2400}{x}$ reais. Como cada mulher pagou R\$ 64,00 a menos que cada homem, temos que cada uma pagou $\frac{2400}{x}-64$ reais. Portanto, sabendo que a despesa das mulheres também foi de R\$ 2.400,00, segue que:

$$(40-x)\left(\frac{2400}{x}-64\right) = 2400 \Rightarrow (40-x)\left(\frac{2400-64x}{x}\right) = 2400$$
$$\Rightarrow (40-x)(2400-64x) = 2400x.$$

Gabarito: C

---

39. (Pucrj 2010) Se A e B são as raízes de $x^2 + 3x - 10 = 0$, então $\frac{1}{(A-B)^2}$ vale:

a) $-\frac{1}{10}$

b) $-\frac{1}{49}$

c) $\frac{1}{49}$

d) $\frac{1}{10}$

e) $\frac{1}{7}$

Comentário:

Resolvendo a equação $x^2 + 3x - 10 = 0$, temos x= 2 ou x = - 5, logo:

$$\frac{1}{(A-B)^2}=\frac{1}{(2-(-5))^2}=\frac{1}{7^2}=\frac{1}{49}$$

Gabarito: C

---

40. (G1 1996) A equação de 2º grau $ax^2 - 4x - 16 = 0$ tem uma raiz cujo valor é $4.$ A outra raiz é:

a) 1

b) 2

c) -1

d) -2

e) 0

Comentário:

Consideremos $x_1 = 4$ e x_2 as raízes da equação, temos:

$$a\cdot 4^2 - 4\cdot 4 - 16 = 0 \Rightarrow 16a - 16 - 16 = 0 \Rightarrow 16a = 32 \Rightarrow a = 2$$

A soma das raízes de uma equação de segundo grau é dada por:

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a},$ considerando que $b = -4,$ temos:

$$4 + x_2 = -\frac{(-4)}{2} \Rightarrow x_2 = -2$$

Portanto a opção correta é a da letra [D].

Gabarito: D

É meu querido!!! Chegamos ao fim!

Espero que tenahngostado.

Qualquer dúvida, crítica ou sugestão, entre em contato comigo pelo fórum de dúvidas, na sua área de aluno, ou, se preferir:

Fale comigo!

@profismael_santos	***Ismael Santos***	***@IsmaelSantos***