

Competência(s):  
3 e 4

Habilidade(s): 10, 11, 12, 13,  
14, 15, 16, 17 e 18

### AULAS 1 E 2

## VOCÊ DEVE SABER!

- Razão
- Proporção
- Números/seqüências diretamente proporcionais
- Números/seqüências inversamente proporcionais
- Grandezas proporcionais

## MAPEANDO O SABER

# RAZÃO



É O QUOCIENTE ENTRE DUAS GRANDEZAS

EX: O ARTILHEIRO FEZ 45 GOLS EM 9 JOGOS  
HÁ UMA RAZÃO DE 5 GOLS POR JOGO

RAZÃO ENTRE A E B:  $\frac{A}{B}$

# PROPORÇÃO



IGUALDADE ENTRE DUAS RAZÕES

PROPORÇÃO DIRETA:  $\frac{A_1}{B_1} = \frac{A_2}{B_2} = K$

QUANDO UMA GRANDEZA AUMENTA  
A OUTRA TAMBÉM AUMENTA

PROPORÇÃO INVERSA:  $\frac{A_1}{1} = \frac{A_2}{1} = K$

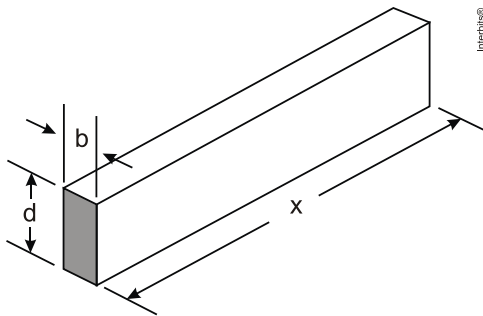
QUANDO UMA GRANDEZA AUMENTA  
A OUTRA DIMINUI

# ANOTAÇÕES



## EXERCÍCIOS DE SALA

1. **(ENEM)** A resistência mecânica  $S$  de uma viga de madeira, em forma de um paralelepípedo retângulo, é diretamente proporcional à sua largura ( $b$ ) e ao quadrado de sua altura ( $d$ ) e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os suportes da viga, que coincide com o seu comprimento ( $x$ ), conforme ilustra a figura. A constante de proporcionalidade  $k$  é chamada de resistência da viga.

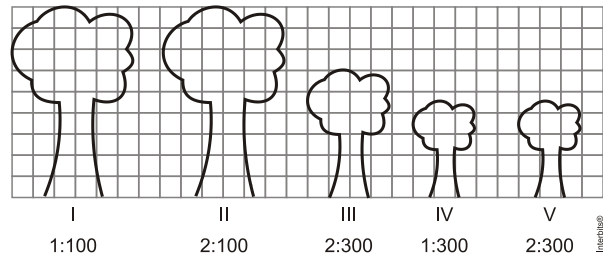


BUSHAW, D. et al. *Aplicações da matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997.

A expressão que traduz a resistência  $S$  dessa viga de madeira é

- a)  $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x^2}$   
 b)  $S = \frac{k \cdot b \cdot d}{x^2}$   
 c)  $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x}$   
 d)  $S = \frac{k \cdot b^2 \cdot d}{x}$   
 e)  $S = \frac{k \cdot b \cdot 2d}{2x}$

2. **(ENEM)** Um biólogo mediu a altura de cinco árvores distintas e representou-as em uma mesma malha quadriculada, utilizando escalas diferentes, conforme indicações na figura a seguir.



Qual é a árvore que apresenta a maior altura real?

- a) I  
 b) II  
 c) III  
 d) IV  
 e) V
3. **(UNICAMP)** Duas impressoras funcionando simultaneamente imprimem certa quantidade de páginas em 36 segundos. Sozinha, uma delas imprime a mesma quantidade de páginas em 90 segundos. Funcionando sozinha, para imprimir a mesma quantidade de páginas, a outra impressora gastaria
- a) 48 segundos.  
 b) 54 segundos.  
 c) 60 segundos.  
 d) 72 segundos.
4. **(ENEM)** Para contratar três máquinas que farão o reparo de vias rurais de um município, a prefeitura elaborou um edital que, entre outras cláusulas, previa:

- Cada empresa interessada só pode cadastrar uma única máquina para concorrer ao edital;
- O total de recursos destinados para contratar o conjunto das três máquinas é de R\$ 31.000,00;
- O valor a ser pago a cada empresa será inversamente proporcional à idade de uso da máquina cadastrada pela empresa para o presente edital.

As três empresas vencedoras do edital cadastraram máquinas com 2, 3 e 5 anos de idade de uso.

Quanto receberá a empresa que cadastrou a máquina com maior idade de uso?

- a) R\$ 3.100,00  
 b) R\$ 6.000,00  
 c) R\$ 6.200,00  
 d) R\$ 15.000,00  
 e) R\$ 15.500,00

5. **(ENEM)** Antônio, Joaquim e José são sócios de uma empresa cujo capital é dividido, entre os três, em partes proporcionais a: 4, 6 e 6, respectivamente. Com a intenção de igualar a participação dos três sócios no capital da empresa, Antônio pretende adquirir uma fração do capital de cada um dos outros dois sócios.

A fração do capital de cada sócio que Antônio deverá adquirir é

- a)  $\frac{1}{2}$   
 b)  $\frac{1}{3}$   
 c)  $\frac{1}{9}$   
 d)  $\frac{2}{3}$   
 e)  $\frac{4}{3}$
6. **(FAMEMA)** No início de determinado dia, um laboratório dispõe de várias seringas descartáveis para uso. Ao término desse dia, a razão entre o número de seringas não utilizadas e o de utilizadas era  $\frac{2}{9}$ . Se 15 das seringas utilizadas não tivessem sido usadas nesse dia, a razão entre o número de seringas não utilizadas e o de utilizadas teria sido  $\frac{1}{3}$ . O número de seringas descartáveis disponíveis no início desse dia era
- a) 220.  
 b) 180.  
 c) 190.  
 d) 200.  
 e) 210.

## ESTUDO INDIVIDUALIZADO (E.I.)

1. **(G1 - IFPE)** De cada dez brasileiros, apenas quatro são capazes de arcar com uma despesa inesperada equivalente ao seu ganho mensal, sem fazer empréstimo ou pedir dinheiro a amigos ou parentes. Essa é uma das conclusões da pesquisa "Preparo do brasileiro para o futuro e imprevistos", feita pelo Banco Central, pela Confederação Nacional de Dirigentes Lojistas (CNDL) e pelo Serviço de Proteção ao Crédito (SPC Brasil).

Disponível em: <<https://economia.uol.com.br/noticias/estadao-conteudo/2019/03/19/apenas-4-em-cada-10-sao-capazes-de-arcar-com-despesa-inesperada-diz-pesquisa.htm>>.

Acesso em: 05 maio 2019 (adaptado).

Segundo o texto acima, de cada 200 brasileiros, quantos são capazes de arcar com uma despesa inesperada equivalente ao seu ganho mensal, sem fazer empréstimos?

- a) 20  
 b) 80  
 c) 50  
 d) 70  
 e) 60

2. **(G1 - IFPE)** O treinador do time de futebol de campo do IFPE precisava definir quem seria o batedor oficial de pênaltis do time. Estava em dúvida entre 5 jogadores: André, Bruno, Carlos, Daniel e Eraldo. Durante os treinamentos, decidiu registrar o número de pênaltis cobrados e os convertidos em gol de cada jogador. O resultado está no quadro abaixo.

JOGADOR	NÚMERO DE PÊNALTIS COBRADOS	NÚMERO DE PÊNALTIS CONVERTIDOS
André	7	4
Bruno	13	5
Carlos	14	9
Daniels	15	7
Eraldo	21	10

Observando o quadro, o treinador decidiu que o batedor oficial de pênaltis seria aquele jogador que obteve a maior razão entre o número de pênaltis convertidos e o número de pênaltis cobrados. Dessa forma, quem o treinador escolheu como batedor oficial de pênaltis?

- a) Daniel.  
 b) André.  
 c) Bruno.  
 d) Carlos.  
 e) Eraldo.

3. **(ENEM PPL)** Um técnico gráfico constrói uma nova folha a partir das medidas de uma folha A0. As medidas de uma folha A0 são 595 mm de largura e 840 mm de comprimento. A nova folha foi construída do seguinte modo: acrescenta uma polegada na medida da largura e 16 polegadas na medida do comprimento. Esse técnico precisa saber a razão entre as medidas da largura e do comprimento, respectivamente, dessa nova folha. Considere 2,5 cm como valor aproximado para uma polegada. Qual é a razão entre as medidas da largura e do comprimento da nova folha?

- a)  $\frac{1}{16}$   
 b)  $\frac{620}{1240}$   
 c)  $\frac{596}{856}$   
 d)  $\frac{598}{880}$   
 e)  $\frac{845}{4840}$

4. **(G1 - IFPE)** O Sr. Otaviano resgatou R\$ 67.500,00, saldo referente à sua aplicação em títulos de capitalização. Ele decidiu dividir essa quantia em partes diretamente proporcionais às idades de seus netos - Valdson, Mônica, Jansen, Ana e Sônia - , as quais são, respectivamente, 24, 21, 20, 18 e 7. Aplicada essa divisão do dinheiro, é CORRETO afirmar que

- a) Jansen recebeu R\$ 15.000,00.  
 b) Valdson recebeu R\$ 19.000,00.  
 c) Sônia recebeu R\$ 4.250,00.  
 d) Mônica recebeu R\$ 17.500,00.  
 e) Ana recebeu R\$ 13.250,00.

5. **(USCS - MEDICINA)** Em um mapa com escala 1:8 000 000, o trajeto entre duas cidades é de 6 cm. Sabendo que o preço da gasolina era R\$ 5,10 por litro, o custo desta viagem com um carro que faz 12 km/L será em torno de

- a) R\$ 204,00.  
 b) R\$ 320,00.  
 c) R\$ 480,00.  
 d) R\$ 576,00.  
 e) R\$ 800,00.

6. **(FMP)**



O álcool 70% é um produto no qual qualquer quantidade contém 70% de álcool etílico puro e 30% de água. Esse álcool é indicado para uso profissional como, por exemplo, nos hospitais. Para fins domésticos, utiliza-se o álcool 40%, que é eficiente para limpeza e muito mais seguro.

Nesse contexto, considere 1 litro de álcool 70%. Qual a quantidade de água, em mL, que deve ser acrescentada a esse produto para obter álcool 40%?

- a) 450  
 b) 600  
 c) 850  
 d) 500  
 e) 750

7. **(FATEC)** Douglas, aluno do curso de Instalações Elétricas, sabe que a resistência elétrica de um fio é diretamente proporcional ao seu comprimento e inversamente proporcional ao quadrado do diâmetro de sua seção transversal.

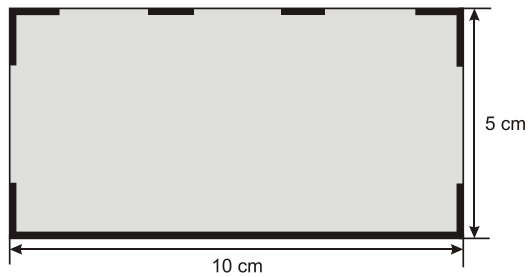
Durante uma atividade prática do curso, Douglas precisou realizar uma melhoria em uma máquina. Para isso um fio deveria ser trocado por outro do mesmo material, mas cujo

- comprimento seria 60% maior; e
- diâmetro seria 20% menor.

Assinale a alternativa que apresenta corretamente a relação entre a resistência do fio retirado ( $R_1$ ) e a resistência do novo fio ( $R_2$ ).

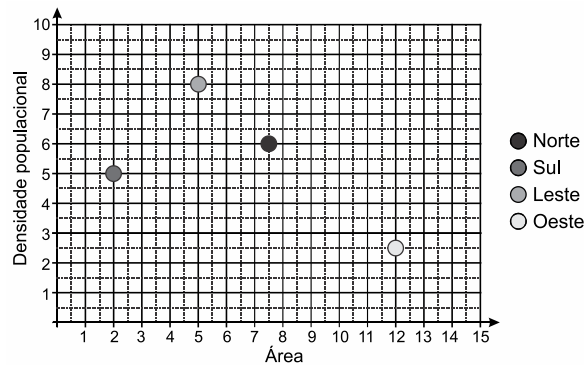
- a)  $R_2 = 0,20 \cdot R_1$   
 b)  $R_2 = 0,30 \cdot R_1$   
 c)  $R_2 = 0,75 \cdot R_1$   
 d)  $R_2 = 1,50 \cdot R_1$   
 e)  $R_2 = 2,50 \cdot R_1$

8. (UNESP) Para divulgar a venda de um galpão retangular de  $5.000 \text{ m}^2$ , uma imobiliária elaborou um anúncio em que constava a planta simplificada do galpão, em escala, conforme mostra a figura.



O maior lado do galpão mede, em metros,

- a) 200.  
 b) 25.  
 c) 50.  
 d) 80.  
 e) 100.
9. (UNESP) Uma cidade tem sua área territorial dividida em quatro regiões. O esquema apresenta, de modo simplificado, a área territorial e a densidade populacional dessas quatro regiões:



A participação das populações dessas regiões na população total da cidade é:

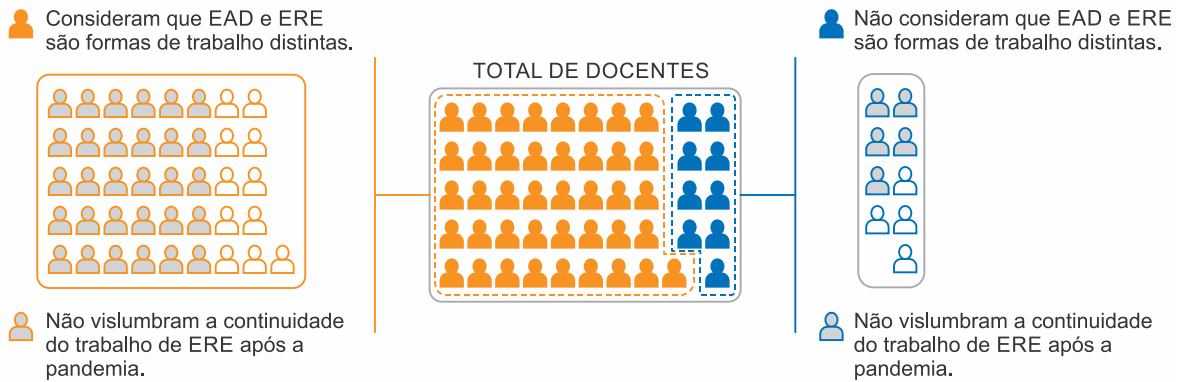
a) b) c) d) e)

10. (EFOMM) As artesãs Mayara e Madalena ganham a vida vendendo miniaturas de navios da Marinha Mercante. O modelo mais procurado é do famoso navio Alegrete, afundado em 1942 pelo submarino alemão U-156, durante a Segunda Guerra Mundial. São vendidos modelos de ferro com 10 cm e 15 cm de comprimento. Considere a densidade constante.

Se o menor deles pesa 120 g, o maior deles pesará

- a) 135 g  
 b) 180 g  
 c) 200 g  
 d) 405 g  
 e) 425 g

11. (UERJ) Durante a atual pandemia da covid-19, uma universidade realizou um estudo com 400 docentes sobre o Ensino a Distância (EAD) e o Ensino Remoto Emergencial (ERE). Parte dos resultados desse estudo está representada a seguir:



Adaptado de adunicamp.org.br.

Entre os docentes que consideram que o EAD e o ERE são formas de trabalho distintas, a quantidade daqueles que não vislumbram a continuidade do trabalho de ERE após a pandemia é igual a:

- a) 200  
 b) 220  
 c) 240  
 d) 260
12. (ENEM) O resultado de uma pesquisa eleitoral, sobre a preferência dos eleitores em relação a dois candidatos, foi representado por meio do Gráfico 1.

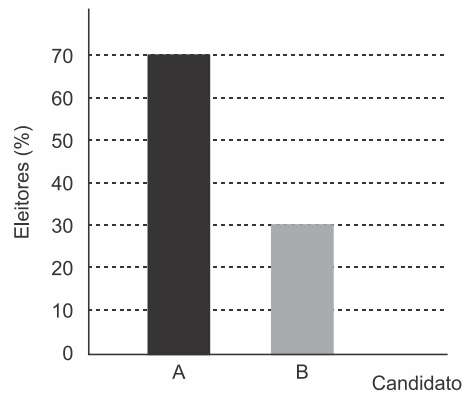


Gráfico 1

Ao ser divulgado esse resultado em jornal, o Gráfico 1 foi cortado durante a diagramação, como mostra o Gráfico 2.

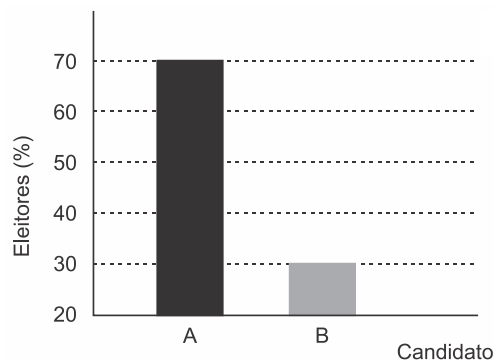


Gráfico 2

Apesar de os valores apresentados estarem corretos e a largura das colunas ser a mesma, muitos leitores criticaram o formato do Gráfico 2 impresso no jornal, alegando que houve prejuízo visual para o candidato B.

A diferença entre as razões da altura da coluna B pela coluna A nos gráficos 1 e 2 é

- a) 0
- b)  $\frac{1}{2}$
- c)  $\frac{1}{5}$
- d)  $\frac{2}{15}$
- e)  $\frac{8}{35}$

13. (FCMMG) Determinada clínica oferece atendimento de diversas especialidades médicas: pediatria, ginecologia e urologia. As quantidades de atendimentos mensais ocorridos por essas especialidades são diretamente proporcionais a 7, 6 e 5, respectivamente. Considerando-se que no último mês a diferença entre o número de atendimentos pediátricos e urológicos tenha sido de 68, é possível concluir que o número de pacientes nesse período está compreendido entre:

- a) 500 e 550.
- b) 600 e 650.
- c) 650 e 700.
- d) 750 e 800.

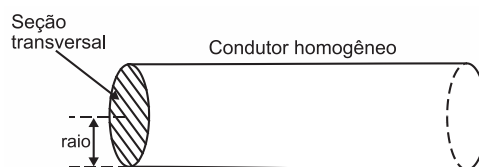
14. (G1 - IFPE) Karla, Luisa e Raquel são as funcionárias que mais venderam no último ano na empresa em que trabalham. Ao final do ano, a chefia liberou um bônus de R\$ 6.000,00 para ser dividido entre as três de modo diretamente proporcional ao total de vendas de cada uma e inversamente proporcional à quantidade de faltas que cada uma teve, conforme a tabela abaixo.

Funcionária	Karla	Luisa	Raquel
Vendas (em reais)	220.000	210.000	180.000
Faltas (em dias)	2	3	3

Com base nas informações, assinale a alternativa CORRETA.

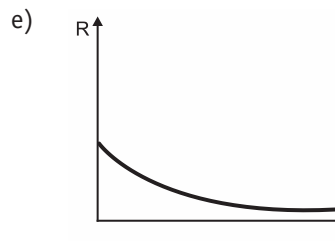
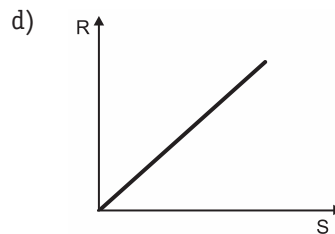
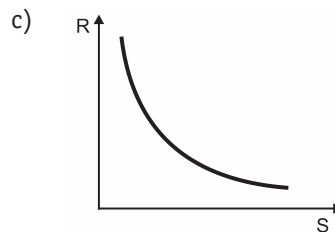
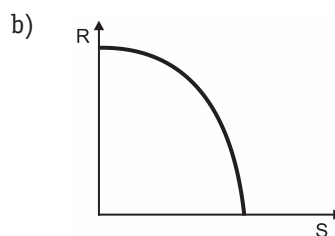
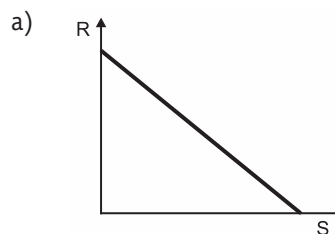
- a) Raquel receberá 250 reais a menos que Karla.
- b) Luisa receberá 500 reais a mais que Raquel.
- c) Karla receberá 1.000 reais a mais que Luisa.
- d) Raquel receberá 1.000 reais a menos que Luisa.
- e) Karla receberá mais que Luisa e Raquel juntas.

15. (ENEM PPL) A resistência elétrica  $R$  de um condutor homogêneo é inversamente proporcional à área  $S$  de sua seção transversal.



Disponível em: <http://efisica.if.usp.br>. Acesso em: 2 ago. 2012.

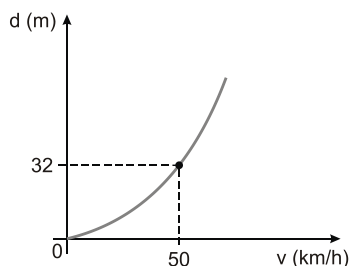
O gráfico que representa a variação da resistência  $R$  do condutor em função da área  $S$  de sua seção transversal é



Inenbits®

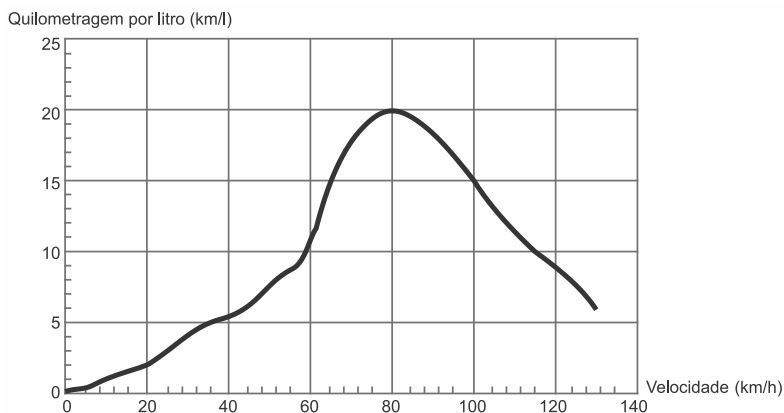


16. (UERJ) Distância de frenagem é aquela percorrida por um carro do instante em que seu freio é acionado até o momento em que ele para. Essa distância é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade que o carro está desenvolvendo no instante em que o freio é acionado. O gráfico abaixo indica a distância de frenagem  $d$ , em metros, percorrida por um carro, em função de sua velocidade  $v$ , em quilômetros por hora.



Admita que o freio desse carro seja acionado quando ele alcançar a velocidade de 100 km/h. Calcule sua distância de frenagem, em metros.

17. (UNICAMP) A eficiência de um veículo pode ser avaliada pela quantidade de quilômetros que ele é capaz de percorrer com um litro de combustível. Tal eficiência depende de vários fatores, entre eles a velocidade adotada. O gráfico abaixo exhibe o número de quilômetros percorridos por litro de combustível, para um determinado veículo, em função da velocidade.



- a) Supondo que o veículo trafegue com velocidade constante de 100 km/h, determine quantos litros de combustível ele consome para percorrer 60 km.
- b) Considere que o veículo tenha 50 litros de combustível em seu tanque. Determine a sua autonomia máxima, isto é, a maior distância que ele pode percorrer, supondo que ele trafegue a uma velocidade constante.
18. (UNIFESP) A heparina é um medicamento de ação anticoagulante prescrito em diversas patologias. De acordo com indicação médica, um paciente de 72 kg deverá receber 100 unidades de heparina por quilograma por hora (via intravenosa). No rótulo da solução de heparina a ser ministrada consta a informação 10.000 unidades/50 mL.
- a) Calcule a quantidade de heparina, em mL, que esse paciente deverá receber por hora.
- b) Sabendo que 20 gotas equivalem a 1 mL, esse paciente deverá receber 1 gota a cada  $x$  segundos. Calcule  $x$ .

19. (UNIFESP) Um gato tem cerca de 100 vezes a massa de um rato, porém, sua taxa metabólica é, aproximadamente, 31 vezes a de um rato. Observações experimentais permitiram que, em 1932, Max Kleiber formulasse empiricamente uma lei relacionando a taxa metabólica basal  $B$  de um animal, em quilocalorias por dia (kcal por dia), e sua massa  $M$ , em quilogramas (kg). Tal lei é dada pela fórmula  $B = k \cdot M^{\frac{3}{4}}$ , sendo  $k$  uma constante real.

- a) Determine o valor de  $k$ , sabendo que a lei de Kleiber se aplica a um animal de massa igual a 16 kg e taxa metabólica basal de 600 kcal por dia.
- b) Considere que a lei de Kleiber se aplique para um animal pequeno  $P$  e para um animal grande  $G$ , com a mesma constante real  $k$ . Sabendo que a massa de  $G$ , em kg, é  $10^6$  vezes a massa de  $P$ , calcule a razão entre as taxas metabólicas basais de  $G$  e de  $P$ , ou seja,  $\frac{B_G}{B_P}$  utilizando os dados da tabela no cálculo final.

$x$	0,5	0,5625	0,75	4,5	5	10	10,25	10,75	31,623
$\sqrt{x}$	0,7071	0,75	0,8660	2,1213	2,2361	3,1623	3,2016	3,2787	5,6234

20. (UFPR) A velocidade de impressão de uma impressora é calculada em páginas por minuto (ppm). Suponha que determinada impressora tem velocidade de impressão de 15 ppm em preto-e-branco e de 8 ppm em cores.

- a) Quanto tempo essa impressora gasta para imprimir 230 páginas em preto-e-branco? Dê sua resposta no formato  $\square\square$  min  $\square\square$  seg.
- b) Trabalhando ininterruptamente durante 30 minutos, essa impressora imprimiu 366 páginas entre preto-e-branco e colorida. Quantas dessas páginas eram coloridas?

## GABARITO

1. B      2. D      3. B      4. A      5. A  
 6. E      7. E      8. E      9. D      10. D  
 11. C     12. E     13. B     14. C     15. C

16.

Como  $d$  é diretamente proporcional ao quadrado de  $v$  e  $100 = 2 \cdot 50$ , segue que a distância de frenagem para a velocidade de 100km/h é igual ao quádruplo da distância de frenagem para a velocidade de 50km/h, ou seja,  $4 \cdot 32 = 128$  m.

17.

a) Do gráfico, quando a velocidade do veículo é igual a 100km/h, sua quilometragem por litro é 15km/l.

Daí, temos:

$$\frac{15 \text{ km}}{1 \text{ l}} = \frac{60 \text{ km}}{x}$$

$$x = 4 \text{ l}$$

b) Do gráfico, a autonomia máxima será obtida se o veículo estiver a uma velocidade constante e igual a 80 km/h.

Nesse caso, sua quilometragem por litro é 20 km/l. Portanto, temos:

$$\frac{20 \text{ km}}{1 \text{ l}} = \frac{d}{50 \text{ l}}$$

$$d = 1000 \text{ km}$$

Resposta:

- a) 4 litros;  
 b) 1.000 km.

18.

a) O paciente deverá receber 7.200 unidades de heparina em uma hora. Sabendo que existem 10.000 unidades de heparina a cada 50 mL da solução, pode-se escrever:

$$\frac{7200 \cdot 50}{10000} = 36 \text{ mL}$$

Esse paciente deverá receber 36 mL de heparina por hora.

b) Transformando mililitros em gotas, pode-se escrever:

$$36 \cdot 20 = 720 \text{ gotas}$$

Sabendo que uma hora corresponde a 3600 segundos, pode-se escrever:

$$\frac{720}{3600} = \frac{1 \text{ gota}}{5 \text{ segundos}}$$

Ou seja, esse paciente deverá receber uma gota a cada 5 segundos.

19.

a) Tem-se que

$$600 = k \cdot 16^{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow 600 = k \cdot (2^4)^{\frac{3}{4}}$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{600}{8}$$

$$\Leftrightarrow k = 75 \frac{\text{kcal}}{\text{dia} \cdot \sqrt[4]{\text{kg}^3}}$$

b) Se  $M_G = 10^6 \cdot M_P$  e  $\sqrt{10} \cong 3,1623$  pela tabela, então

$$\frac{B_G}{B_P} = \frac{k \cdot M_G^{\frac{3}{4}}}{k \cdot M_P^{\frac{3}{4}}}$$

$$= \left( \frac{10^6 \cdot M_P}{M_P} \right)^{\frac{3}{4}}$$

$$= 10^{\frac{9}{2}}$$

$$= 10^4 \cdot \sqrt{10}$$

$$\cong 31623.$$

20.

Tempo gasto para imprimir cada página em preto e branco:  $\frac{1}{15}$  min

Tempo gasto para imprimir cada página colorida:  $\frac{1}{8}$  min

a)  $230 \cdot \frac{1}{15} = 15,3333\dots$  minutos = 15 minutos e 20 segundos.

b) Admitindo que  $x$  é a quantidade de páginas coloridas e  $366 - x$  a quantidade de páginas em preto e branco, podemos escrever:

$$x \cdot \frac{1}{8} + (366 - x) \cdot \frac{1}{15} = 30 \Rightarrow 15x + 8 \cdot (366 - x) = 3600 \Rightarrow$$

$$15x + 2928 - 8x = 3600 \Rightarrow 7x = 672 \Rightarrow x = 96$$

Portanto, o número de páginas coloridas é 96.