Estratégia Militares

Aula 03

POTENCIAÇÃO, RADICIAÇÃO, PRODUTOS NOTÁVEIS E FATORAÇÃO

EsPCEx - 2020

Prof. Ismael Santos

Sumário

1 – Introdução

Olá, querido aluno!

Como andam os estudos? Espero que bem!!

Vamos à nossa aula!

O primeiro dos assuntos é: **Potenciação**. Tema muito importante para qualquer concurso militar, ainda mais o seu. Desta forma, peço que preste bastante atenção na teoria, além de praticar bastante cada propriedade. Este tópico irá ajudar lá na frente. Não dê mole. Foco total.

Simbora?

2 – Potenciação

1 - Introdução

Iniciaremos nossa aula falando da importância de entender este tema inicial: Potenciação.

Quando pensamos num produto de dois fatores iguais, fica fácil a sua representação, por exemplo:

$$2 \times 2 = 4$$

Quando pensamos num produto de três fatores iguais, também fica fácil a sua representação, veja:

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

Agora, quando se faz necessário a escrita (ou representação) de um produto de 100 fatores iguais, ou até mesmo diversas operações entre produtos diferentes uns dos outros, concorda que fica um pouco inviável? Pois bem, por este motivo a Potenciação cresce de importância.

2 - Conceito

Potência nada mais é que uma forma matemática alternativa de exprimir um produto de fatores iguais (bases de potência). Assim, toda vez que tivermos uma multiplicação de um mesmo fator, a representação mais recomendada será por meio de uma potência. Observe o exemplo abaixo, no qual fiz um produto de 100 fatores iguais a dois:

$$2 \text{ x} \dots \text{ x } 2 \text{ x } 2 \text{ x } 2 = 2^{100}$$

Perceba que, no resultado, a base permaneceu igual ao fator 2, no entanto, o expoente dessa base é exatamente igual a quantidade de vezes que se multiplicou o mesmo fator, ou ainda, igual à soma dos 100 expoentes iguais a 1. Deste exemplo, podemos concluir que um produto de "n" fatores iguais a ***a*** será:

$$a.a.a.....a = a^n$$
$$"n" \quad vezes$$

- *a* – base da potência
- n – expoente (número de vezes que apareceu o fator ***a***)
- a^n - potência

Preciso deixar claro que a definição acima é muito genérica, pois, a base da potência pode ser também negativa ou fracionária e o expoente pode, além de ser positivo, ser negativo, nulo ou fracionário. Desta forma, em sua prova, tome muito cuidado com essas possibilidades!

Segue abaixo um quadro de como fazer uma leitura correta de potências.

QUADRO SINÓPTICO

POTÊNCIA	FORMA CORRETA DE LEITURA	RESULTADO
3^0	Três elevado a zero	1
3^1	Três elevado a um	3
3^2	Três elevado a dois, ou três elevado a segunda potência	9

3^3	Três elevado a três, ou três elevado a terceira potência	27
3^4	Três elevado a quarta potência	81
. . .	. . .	. . .
3^n	Três elevado a "n-ésima" potência	Depende do valor de "n"

Para que fique didaticamente melhor, faremos a análise em separada de cada possibilidade, ok?

3 – Definições Prévias – Casos Especiais

Vamos, a partir de agora, analisar cada possibilidade da potência.

- **Potência com Expoente Natural:** é toda potência que possui em seu expoente um número inteiro e positivo (n ∈ N*). Este expoente indica exatamente a quantidade de vezes que uma expressão (base) se repete como fator.

  Assim:

$$a^n = a.a.a.a...a$$

Como exemplos da regra geral, podemos citar:

- ✓ $2^3 = 2.2.2 = 8$;
- ✓ $-2^3 = -(2).(2).(2) = -8$;
- ✓ $(-2)^2 = (-2).(-2) = 4$;
- ✓ $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right).\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{9}\right)$;
- ✓ $\left(\frac{-2}{3}\right)^3 = \left(\frac{-2}{3}\right).\left(\frac{-2}{3}\right).\left(\frac{-2}{3}\right) = -\left(\frac{8}{27}\right)$;
- ✓ $(2ab)^3 = (2ab).(2ab).(2ab) = 8a^3b^3$;

Preste bastante atenção quando a base da potência não estiver entre parênteses, pois isso poderá implicar numa diferença de resultado, qual seja:

- ***Base da potência entre parênteses:*** neste caso temos duas observações, a primeira é que se o expoente for par, o resultado será sempre não negativo, ou seja, maior que ou igual a zero. Porém, se o expoente for ímpar, o resultado terá o mesmo sinal da base. Veja exemplos do que acabamos de aprender.

$$(-2)^2 = (-2).(-2) = 4$$
$$(-3)^3 = (-3).(-3).(-3) = -27$$

- *Base da potência sem parênteses:* já neste caso, o sinal do resultado será sempre o mesmo que estiver em frente à base, ou seja, independe de o expoente ser par ou ímpar.

$$-2^2 = -(2).(2) = -4$$
$$+3^3 = +(3).(3).(3) = +27$$

Para recordarmos, segue abaixo um quadro de sinais das operações Multiplicação e Divisão.

REGRA DOS SINAIS

MULTIPLICAÇÃO / DIVISÃO		RESULTADO
+	**+**	Positivo
+	**-**	Negativo

-	+	Negativo
-	-	Positivo

Perceba nos casos da regra de sinais que, sempre que os sinais forem iguais, a multiplicação e a divisão terão como resultado um valor positivo. Porém, quando os sinais forem diferentes, o resultado será negativo.

- **Potência com Expoente Nulo (zero):** todo número **diferente de zero**, elevado ao expoente zero, será igual a um. Assim:

$$a^0 = 1 \quad ; \quad a \neq 0$$

Como exemplos da regra, podemos citar:

- ✓ $1^0 = 1$
- ✓ $(2018)^0 = 1$
- ✓ $(3{,}14)^0 = 1$
- ✓ $\left[\left(\dfrac{2018}{2019}\right)^{2018}\right]^0 = 1$
- ✓ $\left[\left(\dfrac{3x+7y}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{2x-y}{7}\right)^3 \cdot \dfrac{2}{5}\right]^0 = 1$

Guarde sempre em mente que existe um número que nunca pode ser a base de um expoente nulo, qual seja, o ZERO!!!

Assim:

0^0 - Indeterminado

- **Potência com Expoente Negativo:** indica-nos uma inversão da base que, necessariamente, **deve ser diferente de zero**. Pois, se assim não for, teremos uma possível formação de fração cujo denominador seja igual a zero, o que já sabemos que não é possível. Assim:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad ; \quad a \neq 0$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = a^n \quad ; \quad a \neq 0$$

Como exemplos da regra, podemos citar:

- ✓ $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$
- ✓ $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = 2^3 = 8$
- ✓ $0^{-2} = \frac{1}{0^2} = \frac{1}{0} \Rightarrow$ Perceba que esta operação é impossível.

Muitos alunos devem ficar se perguntando o motivo pelo qual o expoente negativo retorna uma inversão da base. Na curiosidade abaixo, eu passo uma das explicações por meio de exemplos, ok?

Apenas a título de conhecimento, vamos tentar entender o motivo pelo qual todo expoente negativo gera o inverso multiplicativo da base! Veja pelos exemplos a seguir:

$2^3 = 2.2.2 = 8$ **; vamos partir deste exemplo, ok?**

$2^2 = 2.2 = 4$**; ao diminuir uma unidade do expoente, o resultado é dividido por 2.**

$2^1 = 2$**; diminui-se mais uma unidade, logo, o resultado será a metade de 4.**

$2^0 = 1$**; diminui-se mais uma unidade, logo, o resultado será a metade de 2.**

$2^{-1} = \left(\frac{1}{2^1}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)$**; diminui-se mais uma unidade, logo, o resultado será a metade de 1.**

$2^{-2} = \left(\frac{1}{2^2}\right) = \left(\frac{1}{4}\right)$**; diminui-se mais uma unidade, logo, o resultado será a metade de 1/2.**

.

.

.

Assim, podemos entender o motivo pelo qual os expoentes negativos trazem como resultado a inversão da base. Ressalto que essa inversão tem um nome específico, qual seja: INVERSO MULTIPLICATIVO.

- **Potência com Expoente Fracionário:** é exatamente o expoente fracionário que origina os radicais, ou seja, as raízes. Saiba ainda que o numerador do expoente fracionário será o expoente do radicando e o denominador, por sua vez, será o índice do radical gerado.

Assim:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Como exemplos da regra, podemos citar:

- ✓ $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{2} = \sqrt{2}$
- ✓ $3^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{9}$
- ✓ $x^{\frac{2k}{7}} = \sqrt[7]{x^{2k}}$

Perceba, nos exemplos acima que, os numeradores viram de fato os expoentes dos radicandos, enquanto o denominador do expoente fracionário torna o índice do radical criado. Costumo dizer aos meus alunos que essa propriedade pode ser ensinada imaginando um "SOL", logo em cima do expoente fracionário. Com isso, tenha em mente sempre que: o numerador (que está no sol) precisará ir para a sombra, enquanto o denominador do expoente fracionário (que está na sombra) deverá ir para o sol. Pois é....rsrsrs. Uma técnica infalível para tentar decorar esta propriedade.

Vejamos agora algumas questões de fixação, para simples aplicação do conhecimento adquirido:

Encontrar o valor de:

a) $3^5 =$

---

b) $\left(\frac{-1}{2}\right)^4 =$

---

c) $(2018)^1 =$

---

d) $(-13)^1 =$

---

e) $\left(\frac{2018}{2019}\right)^0 =$

---

f) $\left(\frac{-1}{7}\right)^0 =$

---

g) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} =$

---

h) $\left(\frac{a^2+7b^2}{9k}\right)^0 =$

---

i) $6^{-2} =$

---

j) $2^{\frac{2}{3}} =$

---

k) $-2^4 =$

---

l) $-3^3 =$

---

m) $(-5)^2 =$

---

n) $(-7)^3 =$

Comentários:

Vamos seguir com as resoluções dos exercícios de fixação para que você possa comparar as respostas, bem como perceber algum erro ou dica extra. OK?

a) $3^5 = 3.3.3.3.3 = 243 \Rightarrow$ Basta multiplicar a base 3 cinco vezes.

b) $\left(\frac{-1}{2}\right)^4 = \left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2^4}\right) = \left(\frac{1}{16}\right) \Rightarrow$ Como a base está entre parênteses e o seu expoente é par, o resultado será sempre positivo.

c) $(2018)^1 = 2018 \Rightarrow$ Toda base elevada ao expoente 1 será igual a ela mesma.

d) $(-13)^1 = -13 \Rightarrow$ Toda base elevada ao expoente 1 será igual a ela mesma.

e) $\left(\frac{2018}{2019}\right)^0 = 1 \Rightarrow$ Toda base, diferente de zero, elevada ao expoente nulo, será igual a 1.

f) $\left(\frac{-1}{7}\right)^0 = 1 \Rightarrow$ Toda base, diferente de zero, elevada ao expoente nulo, será igual a 1.

g) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{\left(\frac{a}{a}\right)^1}\right) = \left(\frac{b}{a}\right) \Rightarrow$ Toda base, diferente de zero, elevada a expoente negativo, deve ser invertida.

h) $\left(\frac{a^2 + 7b^2}{9k}\right)^0 = 1 \Rightarrow$ Toda base, diferente de zero, elevada ao expoente nulo, será igual a 1.

i) $6^{-2} = \left(\frac{1}{6^2}\right) = \frac{1}{36} \Rightarrow$ Toda base, diferente de zero, elevada a expoente negativo, deve ser invertida

j) $2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4} \Rightarrow$ Quem está no sol vai para a sombra e que está na sombra vai para o sol.

k) $-2^4 = -(2)(2)(2)(2) = -16 \Rightarrow$ Como a base não está entre parênteses e o seu expoente é par, o resultado terá sempre o mesmo sinal da base.

l) $-3^3 = -(3)(3)(3) = -27 \Rightarrow$ Como a base não está entre parênteses e o seu expoente é ímpar, o resultado terá sempre o mesmo sinal que está à frente da base.

m) $(-5)^2 = (-5)(-5) = 25 \Rightarrow$ Como a base está entre parênteses e o seu expoente é par, o resultado será sempre positivo.

n) $(-7)^3 = (-7)(-7)(-7) = -343 \Rightarrow$ Como a base está entre parênteses e o seu expoente é ímpar, o resultado terá sempre o mesmo sinal da base.

E aí, meu querido, até aqui, tranquilo? Vamos seguir então para alguns teoremas!

Tenha em mente que potenciação nada mais é que uma operação matemática que consiste em achar uma expressão (chamada potência), partindo de outras chamadas de base e expoente, respectivamente.

Segue agora alguns teoremas de suma importância para sua prova. Você precisar entender e decorá-los. Isso irá salvar sua aprovação, ok? Simbora, então!

4 – Propriedades da Potência

As propriedades a seguir são de suma importância. São elas que farão você ter um norte de como começar a fazer uma determinada questão de expressões algébricas, numéricas ou até mesmo questões puras de potenciação/radiciação, bem como questões de produtos notáveis.

Percebeu o quão é necessário um bom estudo deste tema, não? Vamos, então, a algumas propriedades, as quais devem ser decoradas a partir de muitos exercícios. Vamos nessa!

- **TEOREMA 1**: multiplicação de potências de mesma base, repete-se a base e somam-se os expoentes.

$$a^x.a^y = a^{x+y}$$

Exemplos:

$$2^3.2^5 = 2^{3+5} = 2^8$$

$$x^{-2}.x^6 = x^{(-2)+6} = x^4$$

$$(a+b)^{1009}.(\mathrm{b}+a)^{1009} = (a+b)^{2018}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2.2+1.3}{3.2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{7}{6}}$$

- **TEOREMA 2**: divisão de potências de mesma base, repete-se a base e subtraem-se os expoentes.

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

Exemplos:

$$\frac{3^7}{3^2} = 3^{7-2} = 3^5$$

$$\frac{(a+b)^3}{(a+b)^1} = (a+b)^{3-1} = (a+b)^2 \quad ; \quad \text{somente} \quad \text{se} \quad (a+b) \neq 0$$

$$\frac{(x+7)^3}{(x+7)^{-1}} = (x+7)^{3-(-1)} = (x+7)^4 \quad ; \quad somente \quad se \quad x \neq -7$$

- **TEOREMA 3**: potência de uma potência, neste caso, basta repetir a base e multiplicar os expoentes.

$$(a^x)^y = a^{x.y}$$

Exemplos

$(3^2)^3 = 3^{2.3} = 3^6$

$(x^2)^{-1} = x^{2.(-1)} = x^{-2} \quad ; \quad somente \quad se \quad x \neq 0$

$\left(\frac{1}{2^3}\right)^3 = \frac{1}{2^{3.3}} = \frac{1}{2^9}$

$\left[\left(x^{-3}\right)^4\right]^5 = (x^{-3})^{4.5} = (x^{-3})^{20} = x^{(-3).20} = x^{-60} \quad ; \quad somente \quad se \quad x \neq 0$

$\left(4^{\frac{2}{3}}\right)^5 = 4^{\left(\frac{2}{3}\right).5} = 4^{\frac{10}{3}}$

Tome muito cuidado com a propriedade acima. Ela é uma das mais perigosas em sua prova! Vamos a algumas observações.

Em regra, são diferentes:

$$(a^m)^n \neq a^{m^n}$$

Pois:

$(2^4)^3 = 2^{4.3} = 2^{12} \rightarrow$ Potência de potência

$2^{4^3} = 2^{4.4.4} = 2^{64} \rightarrow$ Neste caso, o expoente 4 que está elevado ao cubo.

- **TEOREMA 4**: potência de um produto ou de um quociente, neste caso basta fazer a multiplicação a potência por cada expoente dos fatores.

$$(a^x.b^y)^k = a^{x.k}.b^{y.k}$$
$$\left(\frac{a^x}{b^y}\right)^k = \frac{a^{x.k}}{b^{y.k}}$$

Exemplos

$$(x^3.y^2)^4 = x^{3.4}.y^{2.4} = x^{12}.y^8$$

$$(\mathrm{a}^{-3}.b^3)^{-2} = a^{(-3).(-2)}.b^{3.(-2)} = a^6.b^{-6} \quad ; \quad somente \quad se \quad a \neq 0 \;\; ; \;\; b \neq 0$$

$$\left(\frac{a}{b^2}\right)^{-1} = \frac{a^{-1}}{b^{-2}}; \quad somente \quad se \quad a \neq 0 \;\; ; \;\; b \neq 0$$

- **TEOREMA 5**: produto de bases diferentes, porém com expoentes iguais, neste caso basta fazer a multiplicação das bases e repetir os expoentes.

$$a^x.b^x = (a.b)^x$$

Exemplos :

$x^3.y^3 = (x.y)^3$

$\left(\frac{a}{b^2}\right)^{-1}.\left(\frac{c}{d}\right)^{-1} = \left(\frac{a.c}{b^2.d}\right)^{-1}$

$2^2.3^2 = (2.3)^2 = 6^2 = 36$

5 - Potenciação de base 10 com expoente positivo

Neste momento veremos um ponto bastante frequente em provas militares, que são as potências de 10. Essas potências de 10 resultam nada mais que o número 1 **seguido** de tantos zeros quantos forem as unidades do expoente. Perceba, nos exemplos abaixo, como é simples este tema!

Exemplos:

a) $10^0 = 1$ **; expoente zero, reflete, no resultado, nenhum zero após o algarismo um.**

b) $10^1 = 10$**; expoente um, reflete, no resultado, um zero após o algarismo um.**

c) $10^2 = 100$**; expoente dois, reflete, no resultado, dois zeros após o algarismo um.**

d) $10^3 = 1000$**; expoente três, reflete, no resultado, três zeros após o algarismo um.**

.

.

Assim, podemos concluir que: $10^n = 1000...0$**; tantos zeros quantos forem o algarismo representante do expoente.**

6 - Potenciação de base 10 com expoente negativo

É o número 1 **posposto** de tantos zeros quantos forem as unidades do expoente acrescido de uma vírgula após o primeiro zero.

Exemplo:

a) $10^{-1} = 0,1$**; um zero seguido de vírgula.**

b) $10^{-2} = 0,01$**; dois zeros, com uma vírgula após o primeiro.**

c) $10^{-3} = 0,001$**; três zeros, com uma vírgula após o primeiro.**

d) $10^{-4} = 0,0001$**; quatro zeros, com uma vírgula após o primeiro.**

.

.

.

Assim, podemos concluir que: $10^{-n} = 0,00...01$**; tantos zeros quantos forem o algarismo representante do expoente, com uma vírgula após o primeiro deles.**

7 - Caso especial de adição e subtração de potência de expoentes diferentes

Muitos alunos sentem dificuldade quando se deparam com questões deste tipo. Para isso, passo duas possibilidades de resolução deste caso especial de operações entre potências.

Para encontrar o resultado correto, devemos igualar os expoentes das bases, utilizando a técnica da decomposição, e, em seguida, adicionar ou subtrair as mesmas. Veja alguns exemplos para que fique mais claro!

Exemplos:

a) $6^7 + 6^9 = 1.6^7 + 6^2.6^7 = 1.6^7 + 36.6^7 = 37.6^7$

b) $9^{12}-9^9=9^3.9^9-1.9^9=729.9^9-1.9^9=728.9^9$

Nos exemplos acima, poderíamos também colocar em evidência a potência de menor expoente dividindo todos os termos pela mesma e em seguida fazer as operações necessárias.

Exemplo:

a) $6^7+6^9=6^7.(1+6^2)=6^7.(1+36)=37.6^7$

b) $9^{12}-9^9=9^9(9^3-1)=9^9(9^3-1)=9^9(729-1)=728.9^9$

8 - Notação Científica

Tema bastante importante. Não só para a nossa querida matemática, mas também para a Física. Neste tópico, saber trabalhar de forma correta com as potências de 10 será o diferencial. Segue abaixo algumas considerações deste tema:

- Tem a finalidade de representar números muito grandes ou extremamente pequenos.
- São números que são colocados na forma do produto de dois fatores.

1º fator: É um número real *x*, sendo $1 \le x < 10$

2º fator: É uma potência de 10, com expoente positivo, negativo ou até nulo.

Exemplos:

a) $2,4.10^{-3} \rightarrow perceba \quad que: \ 1 \le 2,4 \le 10$

b) $8,7.10^{-4} \rightarrow perceba \quad que: \ 1 \leq 8,7 < 10$

c) $3,6.10^{15} \rightarrow perceba \quad que: \ 1 \leq 3,6 < 10$

Você deve estar pensando: "NOSSA!! QUANTO DETALHE!! COMO IREI FAZER PARA APRENDER TUDO ISSO??". Eu respondo: revisando e praticando muito...muito...muito.

Sabendo disso, vamos partir para aplicações do que acabamos de ver? Simbora!

(Exercício Modelo)

01. O número 250 000 000 é o mesmo que:

a) $2,5.10^{6}$

b) $2,5.10^{7}$

c) $2,5.10^{8}$

d) $2,5.10^{9}$

Comentário:

Simples questão de potência de base 10. Lembro-vos que a quantidade de zeros corresponde ao expoente da base 10. Assim:

$$250.000.000 \Rightarrow (25).(10.000.000) \Rightarrow (25).(10)^{7} \Rightarrow$$

Agora, perceba que 25 =2,5 .10, logo:

$$\Rightarrow (2,5).(10).(10)^{7} \Rightarrow 2,5.10^{8}$$

Gabarito: C

(Exercício Modelo)

02. Dados os números $m = 9,84.10^{15}$ e $n = 1,23.10^{16}$, pode-se afirmar que:

a) $m < n$

b) $m = n$

c) $m+n=1,07.10^{16}$

d) $m.n=1,21.10^{31}$

Comentário:

O enunciado nos traz que: $m=(9,84).10^{15}$ e $n=(1,23).10^{16}$.

Sabemos que:

$$(1,23).10^{16} \Rightarrow (1,23).10.10^{15} \Rightarrow 12,3.10^{15}$$

Assim:

$$(12,3).10^{15} > (9,84).10^{15} \Rightarrow n > m$$

Gabarito: A

(Exercício Modelo)

03. Se $a=2^3, b=a^2, c=2^a$, o valor de $2abc$ é:

a) 2^{15}

b) 8^{18}

c) 2^{18}

d) 4^{15}

e) 2^{12}

Comentário:

Questão de simples troca de dados do enunciado com o que se pede. A partir daí, basta utilizar as regras de potenciação.

$$2.a.b.c \Rightarrow 2.(2^3).(a^2).(2^a) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2.(2^3).(2^3)^2.(2)^{2^3} \Rightarrow 2.2^3.2^6.2^8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{1+3+6+8} \Rightarrow 2^{18}$$

Gabarito: C

---

3 - RADICIAÇÃO

Chegamos a um tema crítico. Não pela sua dificuldade, mas sim, pela necessidade de atenção devida no momento de fazer questões atinentes a este ponto. Ressalto que esta operação (radiciação) pode ser trabalhada como se potenciação fosse, bastando para isso, transformar o radical existente em um expoente fracionário. Fique ligado nesta dica. Ela pode salvar sua aprovação! Feita esta pequena introdução, vamos ao conteúdo propriamente dito.

1 - Conceito

Nada mais é que uma operação matemática, na qual seus elementos são raízes. Cabe ressaltar que toda raiz possui um índice que, em regra, é natural maior que 1 e um radicando, cujo número é pertencente aos reais.

Sua representação é da forma:

$$\sqrt[n]{a} \rightarrow \textit{raiz “n ésima” de } a$$

$n \rightarrow$ Índice da raiz

$a \rightarrow$ Radicando

Lembro-vos que:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}};$$

Ou seja, toda raiz pode ser transformada em uma potência de expoente fracionário, de forma a facilitar as operações.

A radiciação é uma alternativa à potenciação. Assim, para fins de conta, basta utilizar aquela que mais for conveniente.

Vejamos algumas propriedades da radiciação.

2 - Propriedades da Radiciação

- **Propriedade 1:**

Nas raízes de mesmo índice, para efetuar a multiplicação, basta repetir os índices e multiplicar os radicandos.

$$\sqrt[m]{a}.\sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a.b}$$

Exemplos:

- ✓ $\sqrt{2}.\sqrt{3} = 2\sqrt{6}$
- ✓ $\sqrt[3]{4}.\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{12}$

Veja uma solução alternativa, utilizando potenciação:

$\sqrt{2} = 2^{1/2}$; $\sqrt{3} = 3^{1/2} \rightarrow 2^{1/2}.3^{1/2} = (2.3)^{1/2} = \sqrt{6}$

$\sqrt[3]{4} = 4^{1/3}$; $\sqrt[3]{3} = 3^{1/3} \rightarrow 4^{1/3}.3^{1/3} = (4.3)^{1/3} = \sqrt[3]{12}$

- **Propriedade 2:**

A soma de radicais, ou até mesmo subtração, só será possível se os índices forem iguais e os radicandos também. Neste caso, basta colocar a raiz em evidência, somando ou subtraindo, conforme o caso, os coeficientes.

$$x\sqrt[m]{a} - y\sqrt[m]{a} = (x-y).\sqrt[m]{a}$$

Exemplos:

- ✓ $2\sqrt{3}-\sqrt{3}=(2-1).\sqrt{3}=\sqrt{3}$
- ✓ $7\sqrt[3]{2}-4\sqrt[3]{2}=(7-4).\sqrt[3]{2}=3\sqrt[3]{2}$
- ✓ $\sqrt{3}+11\sqrt{3}=(1+11).\sqrt{3}=12\sqrt{3}$

- **Propriedade 3:**

Na divisão de radicais, devemos repetir os índices e dividir os radicandos, colocando assim, tudo sob a mesma raiz.

$$\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\frac{a}{b}}$$

Exemplos:

- ✓ $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{8}{2}}=\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2^{2/2}=2$
- ✓ $\dfrac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{9}}=\sqrt[3]{\dfrac{7}{9}}$

- **Propriedade 4:**

Quando tiramos a raiz de uma outra raiz, basta multiplicar os índices e repetir o radicando.

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a}$$

Exemplos:

- ✓ $\sqrt{\sqrt{2}}=\sqrt[2.2]{2}=\sqrt[4]{2}$

- ✓ $\sqrt[3]{\sqrt[5]{\sqrt{5}}} = \sqrt[3.5.2]{5} = \sqrt[30]{5}$

- **Propriedade 5:**

Quando se tem uma potência de uma raiz, basta fazer a raiz da potência. Assim:

$$(\sqrt[m]{a})^n = \sqrt[m]{a^n}$$

Exemplo:

- ✓ $(\sqrt[3]{2})^2 = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$

- ✓ $(\sqrt[5]{7})^2 = \sqrt[5]{7^2} = \sqrt[5]{49}$

- **Propriedade 6:**

Alterar o índice sem mudar o resultado, é necessário que façamos uma divisão ou multiplicação dos índices e do expoente do radicando pelo mesmo inteiro. Veja abaixo a regra geral.

$$\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m.p]{a^{n.p}}$$

$$\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m:p]{a^{m:p}}$$

Exemplos:

- ✓ $\sqrt[3]{4} = \sqrt[3.2]{4^2} = \sqrt[6]{16}$

- ✓ $\sqrt[6]{4} = \sqrt[3.2]{2^2} = \sqrt[3]{2^1} = \sqrt[3]{2}$

- ✓ $\sqrt[4]{2^{16}} = 2^{16/4} = 2^4 = 16$

- **Propriedade 7:**

Na simplificação de raízes de racionais a ideia desta operação é "retirar" da raiz o maior número de fatores possível. Para isso, faz-se necessário saber fatorar o radicando, bem como simplificar os seus expoentes com os índices das raízes.

Veja o exemplo abaixo.

✓ $\sqrt{4} = \sqrt{2.2} = \sqrt{2^2} = 2$

✓ $\sqrt{18} = \sqrt{9.2} = \sqrt{3^2.2^1} \quad \rightarrow \quad \sqrt{3^2}.\sqrt{2} = 3.\sqrt{2}$

✓ $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3.3.3} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

✓ $\sqrt[5]{a^{17}} = \sqrt[5]{a^{15}.a^2} = \sqrt[5]{a^{15}}.\sqrt[5]{a^2} = a^3.\sqrt[5]{a^2}$

Você deve ter percebido que há uma maneira mais simples de se realizar esta simplificação.

Neste método alternativo, devemos utilizar uma das propriedades da divisão, que diz: o dividendo é igual ao quociente vezes o divisor somado ao resto. Esta técnica é muito útil para resolução de problemas.

Vamos a ela:

$\sqrt[5]{a^{17}} \rightarrow 17:5 = 5.3 + 2 \Rightarrow$ **3 (que representa o quociente da divisão) será o expoente do termo que sai e 2 (que é o resto da divisão) será o expoente do termo que fica no radical.**

Vamos praticar um pouco...

(Exercício Modelo)

04. O quociente de $\dfrac{\sqrt[7]{3^5}.\sqrt[6]{3^5}}{\sqrt[21]{3^8}}$ é igual a:

a) $\sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt[3]{6}$

c) $3\sqrt[3]{3}$

d) $3\sqrt[6]{3}$

e) $5\sqrt[3]{3}$

Comentário:

$$\sqrt[7]{3^5} = 3^{5/7}; \sqrt[6]{3^5} = 3^{5/6}; \sqrt[21]{3^8} = 3^{8/21}$$

Assim:

- Numerador: $3^{5/7}.3^{5/6} \Rightarrow 3^{5/7+5/6} \Rightarrow 3^{5.6+5.7/42} \Rightarrow 3^{65/42}$

- Denominador: $3^{8/21} \Rightarrow 3^{8.2/21.2} \Rightarrow 3^{16/42}$

Logo:

$$\frac{3^{65/42}}{3^{16/42}} \Rightarrow 3^{\frac{65}{42}-\frac{16}{42}} \Rightarrow 3^{49/47} \Rightarrow 3^{7/6} = \sqrt[6]{3^7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt[6]{3^6.3^1} \Rightarrow \sqrt[6]{3^6}.\sqrt[6]{3} \Rightarrow 3\sqrt[6]{3}$$

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

05. O valor da expressão $\left(\sqrt{\dfrac{1}{5}} - \dfrac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999}$ é:

a) 0

b) 1

c) $\left(\sqrt{\frac{5}{5}}\right)^{1999}$

d) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

e) 10

Comentário:

Questão para simples racionalização e simplificação dos termos semelhantes.

$$\left(\sqrt{\frac{1}{5}}-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999} \Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{5}}.\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{5}}{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999} \Rightarrow 0^{1999}=0$$

Gabarito: A

(Exercício Modelo)

06. Calculando-se o valor da expressão $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}$ obtemos:

a) a^{16}

b) a^{-16}

c) a^{-15}

d) $a^{-\frac{16}{15}}$

e) $a^{\frac{15}{16}}$

Comentário:

Questão de sucessão de radicais finitos. Bem interessantes sua construção. Neste tipo de questão, caso venha em sua prova, a ideia é fazer com calma e de dentro para fora...passo a passo. OK?

Veja abaixo como ficou a construção de sua resolução.

$$\sqrt{\underbrace{a\sqrt{\underbrace{a\sqrt{\underbrace{a\sqrt{a}}_{\text{I}}}}_{\text{II}}}}_{\text{III}}}$$

I- $\sqrt{a\sqrt{a}} \rightarrow \sqrt{\sqrt{a^2.a}} \rightarrow \sqrt{\sqrt{a^3}} \rightarrow \sqrt[4]{a^3}$

II- $\sqrt{a\sqrt[4]{a^3}} \rightarrow \sqrt{\sqrt[4]{a^4.a^3}} \rightarrow \sqrt[8]{a^7}$

III- $\sqrt{a\sqrt[8]{a^7}} \rightarrow \sqrt[16]{a^8.a^7} \rightarrow \sqrt[16]{a^{15}} \Rightarrow a^{15/16}$

Gabarito: E

---

4 - Produtos Notáveis

1 - Conceito

Existem alguns produtos que aparecem frequentemente na álgebra, aritmética e geometria, que, por esta razão, foram criadas regras especiais para os mesmos de forma a facilitar o cálculo.

A grosso modo, calcular produtos notáveis é transformar um produto de dois ou mais fatores em uma adição de parcelas.

2 – Produtos Notáveis em Espécie

Veremos agora, cada possível caso de cobrança na sua prova, no que tange ao tema: produtos notáveis.

Ressalto a importância de não só decorar, mas também de entender cada desdobramento desse. Isso fará toda diferença na sua prova.

Informo ainda que, para quaisquer dos casos apresentado a seguir, há a possibilidade se utilizar a propriedade da distributiva para encontrar a expressão correspondente. É claro que nem sempre ela será a melhor alternativa. Por este motivo, faz-se necessário decorar o desenvolvimento.

Vamos aos principais casos!!

1º Caso:

O quadrado da soma de dois termos $(a+b)^2$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: o quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

Exemplos:

a) $(a+b)^2 = a^2 + 2.a.b + b^2$

b) $(x+6)^2 = x^2 + 2.x.6 + 6^2 = x^2 + 12x + 36$

2º Caso:

O quadrado da diferença de dois termos $(a-b)^2$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: o quadrado do primeiro termo menos duas vezes o produto do primeiro pelo segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

Exemplos:

a) $(a-b)^2 = a^2 - 2.a.b + b^2$

b) $(3x-5)^2 = (3x)^2 - 23x.5 + 5^2 = 9x^2 - 30x + 25$

3º Caso:

O quadrado da soma ou diferença de três termos $(a+b+c)^2$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: separar os três termos em dois; em seguida aplicar regra do 1º ou 2º caso duas vezes.

Exemplos:

a) $(a+b+c)^2=\left[(a+b)+c\right]^2 \rightarrow (a+b+c)^2=[(a+b)]^2+2.(a+b).c+c^2]=[a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2]$

Logo: $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$

b) $(x+2y-3)^2=x^2+(2y)^2+(-3)^2+2.[x.2y+x.(-3)+2y.(-3)]=x^2+4y^2+9+4xy-6x-12y$

Logo: $(x+2y-3)^2=x^2+4y^2+9+4xy-6x-12y$

4º Caso:

O produto da soma pela diferença de dois termos ou vice-versa $(a+b).(a-b)$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: o quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo termo.

Exemplos:

a) $(a-b).(a+b)=a^2-b^2$

b) $(6x^3+3y).(6x^3-3y)=(6x^3)^2-(3y)^2=36x^6-9y^2$

5º Caso:

Produto tipo $(a+b)^m.(a-b)^m$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: o quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo elevado ao expoente comum “m”.

Exemplo:

a) $(a+b)^m.(a-b)^m = (a^2 - b^2)^m$

b) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{800}.(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{800} = [(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2]^{800} = (3-2)^{800} = 1^{800} = 1$

6º Caso:

Produto tipo $(x^n + p).(x^n + q)$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir o exemplo abaixo:

$$(x^n + p).(x^n + q) = x^{2n} + (p+q)x^n + p.q$$

Exemplos:

a) $(x-4).(x+1) = x^2 + (-4+1)x + (-4).(+1) = x^2 - 3x - 4$

b) $(x^3+8).(x^3-5) = x^{2.3} + (8-5)x^3 + (+8).(-5) = x^6 + 3x^3 - 40$

7º Caso:

Produto tipo $(a+b).(a^2 - a.b + b^2)$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: cubo do primeiro mais o cubo do segundo. Perceba que, a operação que rege o primeiro fator do produto notável será a mesma do resultado. Ou seja, se começa com soma (a+b), o resultado será uma soma de cubos. Ressalto ainda que, se o produto notável começa com soma, o segundo fator terá sinais de soma e subtração intercalados ($a^2 - a.b + b^2$)

$$(a+b).(a^2-a.b+b^2)=a^3+b^3$$

Exemplos:

a) $(a+1).(a^2-a.(1)+1^2)=a^3+1$

b) $(x+3).(x^2-x.(3)+3^2)=x^3+27$

8º Caso:

Produto tipo $(a-b).(a^2+a.b+b^2)$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: cubo do primeiro menos o cubo do segundo. Perceba que, a operação que rege o primeiro fator do produto notável será a mesma do resultado. Ou seja, se começa com subtração, o resultado será uma subtração de cubos. Ressalto ainda que, se o produto notável começa com uma subtração (a-b), o segundo fator terá somente sinal de soma (a^2 + a.b + b^2).

$$(a-b).(a^2+a.b+b^2)=a^3-b^3$$

Exemplos:

a) $(a-2).(a^2+a.(2)+2^2)=a^3-8$

b) $(x-3).(x^2+x.(3)+3^2)=a^3-27$

9º Caso:

O cubo da soma de dois termos $(a+b)^3$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: o cubo do primeiro termo mais o triplo do quadrado do primeiro pelo segundo termo mais o triplo do primeiro pelo quadrado do segundo termo, mais o cubo do segundo termo.

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

Exemplos:

a) $(a+2)^3=a^3+3a^2.(2)+3a(2)^2+2^3=a^3+6a^2+12a+8$

b) $(3x+4)^3=(3x)^3+3.(3x)^2.4+3.3x.4^2+4^3=27x^3+108x^2+144x+64$

<u>10º Caso:</u>

O cubo da diferença de dois termos $(a-b)^3$

Para desenvolver o produto notável acima, basta seguir a seguinte regra: o cubo do primeiro termo menos o triplo do quadrado do primeiro pelo segundo termo mais o triplo do primeiro pelo quadrado do segundo termo menos o cubo do segundo termo.

$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3a.b^2-b^3$$

Exemplos:

a) $(a-1)^3=a^3-3a^2(1)+3a.(1)^2-1^3=a^3-3a^2+3a-1$

b) $(2x-1)^3=(2x)^3-3.(2x)^2.1+3.2x.1^2-1^3=8x^3-12x^2+6x-1$

E aí, meu guerreiro!! Tá acompanhando? Esses foram alguns casos possíveis de cair na sua prova. Que tal parar um pouco com a teoria e partir para uns exercícios de fixação? Bora? Showw!!

(Exercício de Fixação)

07. Desenvolva os produtos notáveis:

a) $(x+3)^2=$

b) $(3x+5)^2=$

Comentário:

Nesta questão, temos dois casos simples de quadrado da soma de dois termos. Já é sabido que para questões deste tipo basta aplicarmos o seguinte desenvolvimento: o quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

Assim:

a) $(x+3)^2 = x^2 + 2.(x).(3) + 3^2 \Rightarrow x^2 + 6x + 9$

b) $(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2.(3x).(5) + 5^2 \Rightarrow 9x^2 + 30x + 25$

Ressalto que, como estamos diante de produtos notáveis da soma de dois termos, o resultado terá em todos os seus termos o sinal positivo (sinal de +).

(Exercício de Fixação)

08. Calcular os produtos notáveis:

a) $(x-1)^2 =$

b) $(3x^3-1)^2 =$

c) $(3x-2)^2 =$

d) $(2ab-a)^2 =$

Comentário:

Nesta questão, temos quatro casos simples de quadrado da diferença de dois termos. Já é sabido que para questões deste tipo basta aplicarmos o seguinte desenvolvimento: o quadrado do primeiro termo, menos duas vezes o produto do primeiro pelo segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

Assim:

a) $(x-1)^2 = x^2 - 2.(x).(1) + (1)^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1$

b) $(3x^3-1)^2 = (3x^3)^2 - 2.(3x^3).(1) + (1)^2 \Rightarrow 9x^6 - 6x^3 + 1$

c) $(3x-2)^2=(3x)^2-2.(3x).(2)+(2)^2 \Rightarrow 9x^2-12x+4$

d) $(2ab-a)^2=(2ab)^2-2.(2ab).(a)+(a)^2 \Rightarrow 4a^2b^2-4a^2b+a^2$

Ressalto que, como estamos diante de produtos notáveis da diferença de dois termos, o resultado terá sinais intercalados entre os da adição e subtração.

Perceba que, no exemplo da letra d), aparece o fator ***a*** em ambos os termos, isso implica os termos centrais do resultado ter aparecido com o ***a*** elevado ao quadrado.

(Exercício de Fixação)

09. Desenvolva o produto notável:

a) $(3x+2y+z)^2=$

Comentário:

Nesta questão, temos um caso não tão simples de quadrado da soma de três termos. Já é sabido que para questões deste tipo basta aplicarmos o seguinte desenvolvimento: separar os três termos em dois; em seguida aplicar regra do quadrado da soma duas vezes.

Assim:

a) $(3x+2y+z)^2=$

$$(3x+2y+z)^2=\left[(3x+2y)+z\right]^2=(3x+2y)^2+2.(3x+2y).(z)+(z)^2\rightarrow$$

$$\rightarrow\left[(3x)^2+2.(3x).(2y)+(2y)^2\right]+2.z.(3x)+2.z(2y)+z^2\rightarrow$$

$$\rightarrow 9x^2+12xy+4y^2+6xz+4yz+z^2\rightarrow$$

$$\rightarrow 9x^2+4y^2+z^2+12xy+6xz+4yz\rightarrow$$

$$Logo:(3x+2y+z)^2\Rightarrow 9x^2+4y^2+z^2+2(6xy+3xz+2yz)$$

(Exercício de Fixação)

10. Calcular os produtos notáveis:

a) $(2ab-x).(2ab+x)=$

b) $(3a+1).(3a-1)=$

c) $(4ab-2).(4ab+2)=$

d) $(5a^2x^3-4).(5a^2x^3+4)=$

Comentário:

Essa questão traz exercícios de pura aplicação do produto da soma pela diferença, que resulta sempre no quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo termo.

a) $(2ab-x).(2ab+x)=(2ab)^2-(x)^2\Rightarrow 4a^2b^2-x^2$

b) $(3a+1).(3a-1)=(3a)^2-(1)^2\Rightarrow 9a^2-1$

c) $(4ab-2).(4ab+2)=(4ab)^2-(2)^2\Rightarrow 16a^2b^2-4$

d) $(a^2x^3-4).(a^2x^3+4)=(a^2x^3)^2-(4)^2 \Rightarrow a^4x^6-16$

Este tópico é muito comum na sua prova. Desta forma, toda vez que perceber um produto da soma com a diferença, sempre lembre da DIFERENÇA DE QUADRADOS.

(Exercício de Fixação)

11. Resolva os produtos notáveis:

a) $(\sqrt{5}+2)^{13}.(\sqrt{5}-2)^{13}=$

b) $(x^2-y^2)^3.(x^2+y^2)^3=$

Comentário:

Essa questão traz exercícios de pura aplicação do produto da soma pela diferença, que resulta sempre no quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo termo, REPETINDO O EXPOENTE INICIAL.

a) $(\sqrt{5}+2)^{13}.(\sqrt{5}-2)^{13}=\left[(\sqrt{5})^2-2^2\right]^{13}=(5-4)^{13}=1^{13}\Rightarrow 1$

b) $(x^2-y^2)^3.(x^2+y^2)^3=\left[(x^2)^2-(y^2)^2\right]^3=(x^4-y^4)^3$

(Exercício de Fixação)

12. Desenvolva os produtos notáveis:

a) $(x-6).(x+9)=$

b) $(y+5).(y-4)=$

c) $(x+3).(x+1)=$

d) $(y-6).(y+5)=$

Comentário:

Essa questão traz exercícios de pura aplicação do seguinte desenvolvimento: $(x^n+p).(x^n+q)=x^{2n}+(p+q)x^n+p.q$.

a) $(x-6).(x+9)=x^2+(-6+9)x+(-6)(+9)\Rightarrow x^2+3x-54$

b) $(y+5).(y-4)=y^2+(5-4)y+(5).(-4)\Rightarrow y^2+y-20$

c) $(x+3).(x+1)=x^2+(3+1)x+(3).(1)\Rightarrow x^2+4x+3$

Perceba que neste desenvolvimento, o termo central será sempre a soma dos termos constantes, porém, o termo independente do resultado será sempre o produto deles.

(Exercício de Fixação)

13. Desenvolva os produtos notáveis:

a) $(x+a)(x^2-ax+a^2)=$

b) $(x+5)(x^2-5x+25)=$

c) $(x-6)(x^2+6x+36)=$

Comentário:

Essa questão traz exercícios de pura aplicação do seguinte desenvolvimento: cubo do primeiro menos o cubo do segundo, para produtos da forma $(a-b).(a^2+a.b+b^2)=a^3-b^3$ e cubo do primeiro mais o cubo do segundo, para produtos da forma $(a+b).(a^2-a.b+b^2)=a^3+b^3$.

Assim,

a) $(x+a)(x^2-ax+a^2)=x^3+a^3$

b) $(x+5)(x^2-5x+25)=x^3+(5)^3 \Rightarrow x^3+125$

c) $(x-6)(x^2+6x+36)=x^3-(6)^3 \Rightarrow x^3-216$

(Exercício de Fixação)

14. Calcule os produtos notáveis:

a) $(3x-1)^3=$

b) $(4x^3-2)^3=$

Comentário:

Neste exercício, basta aplicarmos o cubo da diferença de dois termos. Lembrando que basta seguir a seguinte regra: o cubo do primeiro termo menos o triplo do quadrado do primeiro pelo segundo termo mais o triplo do primeiro pelo quadrado do segundo termo menos o cubo do segundo termo, ficando da seguinte forma $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3a.b^2-b^3$.

a) $(3x-1)^3=(3x)^3-3.(3x)^2(1)+3.(3x)(1)^2-1^3 \Rightarrow 27x^3-9x^2+9x-1$

b) $(x^3-2)^3=(x^3)^3-3.(x^3)^2(2)+3.(x^3)(2)^2-(2)^3 \Rightarrow x^9-6x^6+12x^3-8$

(Exercício Modelo)

15. A expressão $(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})$ equivale a:

a) a^3-b^3

b) $a-b$

c) a^3+b^3

d) $(a+b)^3$

Comentário:

Questão bem interessante, que pode ser objeto de prova. Vamos a sua resolução.

Num primeiro momento, de forma a ficar mais didático, irei fazer uma troca de variável, ou seja,

$$\sqrt[3]{a} \to x$$
$$\sqrt[3]{b} \to y$$

Utilizando desta técnica, ficaremos com: $(x-y)(x^2+xy+y^2) \to$ o que já é uma expressão mais conhecida, certo? Como já é sabido, a expressão $(x-y)(x^2+xy+y^2) \to$ resultará numa diferença de cubos da forma: x^3-y^3

Voltando para os termos da expressão original, ou seja, desfazendo a troca de variáveis, teremos:

$$(\sqrt[3]{a})^3-(\sqrt[3]{b})^3 \to a-b$$

Gabarito: B

(Exercício Modelo)

16. (EsSA) E expressão $(a+b)^2.(a-b)^2$ é equivalente a:

a) a^4-b^4

b) a^4+b^4

c) $a^4+2a^2b^2+b^4$

d) $a^4-2a^2b^2+b^4$

e) $a^4-2a^2b^2-b^4$

Comentário:

Questão bem interessante, que pode ser objeto de prova. Vamos a sua resolução. Perceba que estamos diante de um produto da soma pela diferença, com um pequeno detalhe: os fatores estão elevados a segunda potência. Sabemos ainda que num produto da soma pela diferença basta fazer o quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo, repetindo-se o expoente dos fatores. Assim, temos:

$$(a+b)^2.(a-b)^2=[(a+b).(a-b)]^2 \Rightarrow (a^2-b^2)^2$$

$$\Rightarrow (a^2 - b^2)^2 = (a^2)^2 - 2.(a^2)(b^2) + (b^2)^2 \rightarrow a^4 - 2a^2b^2 + b^4$$

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

17. (CEFET) O resultado de $(-x-\sqrt{2})^2$

a) $x^2 - 2\sqrt{x} + 2$

b) $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2$

c) $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$

d) $x^3 - 2$

e) $x^3 + 2$

Comentário:

Questão de simples aplicação do quadrado de dois termos. Nesta questão a banca tenta confundir o aluno nos jogos dos sinais. Não dê mole. Fique sempre atento.

Veja na solução como é importante o conceito de potenciação.

Perceba que eu posso escrever a expressão do enunciado da seguinte forma:

$$\left[(-1).(-x-\sqrt{2})\right]^2 = (-1)^2.(x+\sqrt{2})^2 = 1.[x^2 + 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2] \rightarrow$$
$$\rightarrow x^2 + 2\sqrt{2}x + 2$$

Gabarito: B

(Exercício Modelo)

18. (EsSA) Sendo $x = (2+\sqrt{3})^{89}$ e $y = (2-\sqrt{3})^{89}$, então o procedimento $x.y$ é igual a:

a) $(4-2\sqrt{3})^{89}$

b) 2^{90}

c) 1

d) 2^{198}

e) $(4+2\sqrt{3})^{89}$

Comentário:

Vamos a sua resolução. Perceba que estamos, mais uma vez, diante de um produto da soma pela diferença, com um pequeno detalhe: os fatores estão elevados a 89. Sabemos ainda que num produto da soma pela diferença basta fazer o quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo, repetindo-se o expoente dos fatores.

Assim, temos:

$$x=(2+\sqrt{3})^{89} \text{ e } y=(2-\sqrt{3})^{89} \to x.y=(2+\sqrt{3})^{89}(2-\sqrt{3})^{89} \to \left[(2)^2-(\sqrt{3})^2\right]^{89} \to$$

$$\to (4-3)^{89} \to (1)^{89} \Rightarrow 1$$

Gabarito: C

(Exercício Modelo)

19. (EsSA) A forma simplificada da expressão $(x-y)^2-(x+y)(x-y)$ é:

a) $-2xy$

b) $2xy$

c) $2x^2-2xy$

d) y^2-2xy

e) $2y(y-x)$

Comentário:

Pegando a expressão dada e fazendo seu desenvolvimento natural, qual seja: um quadrado da diferença combinado com um produto da soma pela diferença, chagaremos a resposta correta. Vamos a sua resolução!

$$(x-y)^2-(x+y)(x-y)=\left(x^2-2xy+y^2\right)-(x^2-y^2)\to$$

$$\to\left(x^2-2xy+y^2\right)-x^2+y^2=x^2-x^2-2xy+y^2+y^2\to$$

$$\Rightarrow 2y^2-2xy=2y(y-x)$$

Gabarito: E

5- FATORAÇÃO

1. Introdução

Polinômio, a grosso modo, é uma expressão algébrica que é representada por uma soma de monômios. Fatorar um Polinômio nada mais é que transformar duas ou mais parcelas em um produto de dois ou mais fatores, no caso, de menor grau que o original.

Exemplo:

- ✓ $2x+6=2(x+3)$

Por sua vez, Fatoração de um Monômio nada mais é que uma transformação de um número com ou sem variáveis em dois ou mais fatores.

Exemplos:

- ✓ $6=2.3$
- ✓ $15x^2=3.5.x.x$
- ✓ $8x^2y^3=2.2.2.x.x.y.y.y$

2. Formas de Fatoração

Veremos agora, algumas técnicas muito importantes para sua prova. Sem mais delongas, vamos a elas!!

1º Caso: Fator Comum

É formado pelo M.D.C (máximo divisor comum), que é o produto dos coeficientes e/ou pelas variáveis comuns com menores expoentes. Colocamos o fator comum encontrado em evidência (em destaque) e em seguida dividimos todos os termos de polinômio pelo mesmo.

Colocar em evidência, é a mesma coisa que por fora do par de parênteses, além de dividir cada termos existente por este fator. Lembre-se que colocar em evidência é o processo inverso da distributiva. Vamos ver alguns exemplos práticos para fins de aprendizado.

Exemplo:

✓ $6x^3y^3 - 9x^2y^8 + 12x^6y^7 = 3x^2y^3.(2x - 3y^3 + 4x^4y^2)$

Fator comum: $3x^2y^3 \rightarrow$ perceba que este fator comum aparece em todas as parcelas do polinômio. Porém com um detalhe: ele representa o produto de todos os coeficientes/variáveis comuns, com os menores expoentes.

✓ $x^3 + x^2 + x = x(x^2 + x + 1)$

Fator comum: $x \rightarrow$ perceba que este fator comum aparece em todas as parcelas do polinômio. Porém com um detalhe: ele representa o produto de todos os coeficientes/variáveis comuns, com os menores expoentes.

✓ $2x^2 + 4y = 2(x^2 + 2y)$

Fator comum: $2 \rightarrow$ perceba que este fator comum aparece em todas as parcelas do polinômio. Porém com um detalhe: ele representa o produto de todos os coeficientes/variáveis comuns, com os menores expoentes.

2º Caso: Agrupamento

Agrupamos os termos de dois em dois, três em três etc, e aplicamos a regra do fator comum duplamente. Ou seja, este caso representa uma série de aplicações do processo de evidenciação. Ressalto que para fazer de forma correta é necessário dividir os termos dois a dois ou três a três, conforme o caso, para que você consiga visualizar de fato o MDC.

Exemplos:

- ✓ $6xy^2 - 3xy - 4y + 2 \Rightarrow$

  $6xy^2 - 3xy - 4y + 2 = (6xy^2 - 3xy) - (4y - 2) \rightarrow$

  $\rightarrow 3xy(2y-1) - 2(2y-1) = (2y-1)(3xy-2)$

- ✓ $2a + 2b + 2c + ax + bx + cx \Rightarrow$

  $2(a+b+c) + x(a+b+c) = (a+b+c)(2+x)$

3º Caso: Diferença de dois quadrados $(a^2 - b^2)$

Nesta propriedade, a dica é: toda vez que você vir na prova uma diferença de quadrados, poderá abrir num produto de dois fatores, sendo eles um da soma e outro da diferença dos termos, sendo que, cada termo será a raiz quadrada dos termos originais.

Exemplos:

- ✓ $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$\sqrt{a^2} = a$ e $\sqrt{b^2} = b \rightarrow$ cada termo aqui é a raiz quadrada do original respectivo.

- ✓ $9x^2 - 16y = (3x - 4y)(3x + 4y)$

$\sqrt{9x^2} = 3x$ e $\sqrt{16y^2} = 4y \rightarrow$ cada termo aqui é a raiz quadrada do original respectivo.

4º Caso: Trinômio do quadrado perfeito

Imagine agora, um trinômio da forma: $ax^2 + bx + c$ $,com$ $(a,b,c) \neq 0$; e ainda, com a e c quadrados perfeitos e $b = \pm 2\sqrt{ac}$. Toda vez que isso acontecer, estaremos diante de um desenvolvimento completo de um quadrado da soma ou da diferença de dois termos. Pode ser que ao ler esta definição não tenha ficado tão claro, para isso, faremos dois exemplos, ok?

Exemplos:

- ✓ $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2 \rightarrow$ perceba que estamos fazendo o caminho inverso do Produto Notável.

$\sqrt{x^2} = x$ e $\sqrt{y^2} = y \rightarrow$ os extremos precisam ser quadrados perfeitos. Além disso, o termo central precisa ser o dobro do produto da raiz dos extremos, com sinal de positivo ou negativo ($b = \pm 2\sqrt{ac}$)

- ✓ $9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2 \rightarrow$ perceba que estamos fazendo o caminho inverso do Produto Notável.

$\sqrt{9x^2} = 3x$ e $\sqrt{16} = 4 \rightarrow$ os extremos precisam ser quadrados perfeitos. Além disso, o termo central precisa ser o dobro do produto da raiz dos extremos, com sinal de positivo ou negativo ($b = \pm 2\sqrt{ac}$)

5º Caso: Trinômio do 2º grau

Todo trinômio da forma ax^2+bx+c, sendo a = 1, b e c $\neq 0$, podermos encontrar sua forma fatorada pela soma e produto das possíveis raízes. Para ficar um pouco mais claro, além dos exercícios, deixo aqui uma remissão ao caso 6º, do tipo $(x^n+p)(x^n+q)$.

Lembre-se sempre que o termo central (coeficiente b) é a soma dos termos constantes e o termo independente (coeficiente c) é o produto do termos constantes.

Exemplos:

- ✓ $x^2-8x\ \ +12$

$$x^2-8x+12=(x-p)(x-q)=x^2-(p+q)+p.q\rightarrow$$

$$\rightarrow Assim,\ \ (p+q)=8\quad e\quad p.q=12\rightarrow$$

$$\rightarrow Podemos\ \ perceber\ \ que:\ \ p=6\ \ ,q=2$$

Veja que, na resolução acima, fiz de uma forma mais direta. Basta perceber que a soma dos termos p e q precisa resultar 8 e que o produto deles resulte 12. Assim, para que o produto de 12, os números precisam ter o mesmo sinal, ou positivos ou negativos. Vou além, para que a soma dê 8, eles devem ser, necessariamente, positivos. Logo: 6 e 2.

Poderíamos pensar da seguinte forma, também: Ver todas as possibilidades do produto de dois números que seja 12.

- 1ª possibilidade: 12 e 1 ⇔ 12 . 1 = 12
- 2ª possibilidade: 3 e 4 ⇔ 3 . 4 = 12
- 3ª possibilidade: 2 e 6 ⇔ 2 . 6 = 12

Pegar possibilidade em que a soma ou diferença entre dois números seja igual a soma 8, no caso a 3ª pois 6 + 2 = 8

Logo: $x^2-8x+12=(x-2)(x-6)$

✓ $x^4 - 2x^2 - 15$

No exemplo acima, podemos pensar de uma forma mais direta, qual seja: achar dois números cuja soma dê 2 (sempre o sinal contrário do que for dado) e produto dê -15 (sempre o mesmo sinal do que for dado). Você já deve ter achado, certo?? Rsrsrs.. Isso mesmo, 5 e -3.

Logo, $x^4 - 2x^2 - 15 = (x^2 + 3)(x^2 - 5)$.

Observe bem que sempre que for fazer esta técnica, os termos encontrado entram TAMBÉM COM SINAL CONTRÁRIO, OS DOIS TERMOS, OK????

6º Caso: A soma de dois cubos $(a^3 + b^3)$

Perceba que, se a expressão dada é composta por uma soma da dois cubos perfeitos, a sua forma fatorada será um produto de outros dois fatores, sendo o primeiro formado pela soma da raiz cúbica desses termos iniciais, multiplicado pelo segundo membro que possuirá sinais intercalados. Veja os exemplos abaixo.

Exemplos:

a) $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$\sqrt[3]{a^3} = a \ \ , \sqrt[3]{b^3} = b$

b) $8x^3 + 125 = (2x+5)(4x^2 - 10x + 25)$

$\sqrt[3]{8x^3} = 2x$ e $\sqrt[3]{125} = 5$

7º Caso: A diferença de dois cubos $(a^3 - b^3)$

Fique atento quando se tratar de uma diferença de cubos perfeitos. Neste caso, a sua forma fatorada terá, em seu primeiro membro, uma diferença das raízes cúbicas dos termos iniciais, multiplicada pelo segundo membro que possuirá somente termos positivos.

Exemplos:

a) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

b) $64k^6 - 8x^3 = (4k^2 - 2x)(16k^4 + 8k^2x + 4x^2)$

$\sqrt[3]{64k^6} = 4k^2$ e $\sqrt[3]{8x^3} = 2x$

Vamos praticar mais...que tal?? Agora, sobre o tema FATORAÇÃO.

(Exercício Modelo)

20. Sendo **x** e **y** números naturais, com x > y, a expressão $\sqrt{2x + 2\sqrt{x^2 - y^2}}$ equivale a:

a) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$

b) $\sqrt{x+y} + \sqrt{y}$

c) $\sqrt{x} + \sqrt{x-y}$

d) $\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$

e) $2\sqrt{x+y} + 2\sqrt{x-y}$

Comentário:

O radical interno possui uma diferença de quadrados que pode ser aberta como um produto da soma pela diferença.

$$\sqrt{2x + 2.\sqrt{x^2 - y^2}} \Rightarrow \sqrt{2x + 2.\sqrt{(x+y)(x-y)}}$$

Vamos utilizar a técnica da troca de variável, ou seja, reescrever a expressão de uma forma mais simples.

$$a = (x+y) \text{ e } b = (x-y)$$

É notório que:

$$a+b=(x+y)+(x-y)=2x$$
$$a.\text{b}=(\text{x}+\text{y}).(\text{x}-\text{y})$$

Temos então:

$$\sqrt{a+b+2.\sqrt{a.b}} \Rightarrow \sqrt{a+2\sqrt{ab}+b} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2} \Rightarrow \sqrt{a}+\sqrt{b} \Rightarrow \sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}$$

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

21. O número $\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ é:

a) irracional

b) inteiro

c) uma potência de 7

d) imaginário

e) racional não inteiro

Comentário:

Dica para radical duplo:

$$\sqrt{(a+b)+2.\sqrt{ab}}=\sqrt{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

ou

$$\sqrt{(a+b)-2.\sqrt{ab}}=\sqrt{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$$

Assim, em regra, toda expressão que aparecer na sua prova na forma acima, poderá ser reescrita como uma soma de radicais acima.

Logo:

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}}=\sqrt{7+2.\sqrt{4.3}}=\sqrt{(4+3)+2.\sqrt{4.3}}=\sqrt{(\sqrt{4}+\sqrt{3})^2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\sqrt{4}+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}$$

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{7-2.\sqrt{4.3}}=\sqrt{(4+3)-2.\sqrt{4.3}}=\sqrt{(\sqrt{4}-\sqrt{3})^2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\sqrt{4}-\sqrt{3}=2-\sqrt{3}$$

Desta forma:

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}\Rightarrow(2+\sqrt{3})=(2-\sqrt{3})=4$$

Gabarito: B

(Exercício Modelo)

22. Sendo a e b números naturais com a> b então $\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}$ é:

a) $\sqrt{a}+2\sqrt{b}$

b) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

c) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

d) $\sqrt{a}-2\sqrt{b}$

e) $\sqrt{b}-2\sqrt{a}$

Comentário:

Olhe abaixo uma simples aplicação do tópico Radical Duplo:

$$\sqrt{a+b-2.\sqrt{ab}}=\sqrt{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$$

Essa é a prova real: perceba que, se eu elevar ao quadrado e extrair a raiz quadrada, não altera o resultado. Assim:

$$\sqrt{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}=\sqrt{a-2.\sqrt{ab}+b}=\sqrt{a+b-2.\sqrt{ab}}$$

Gabarito: C

6- RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADORES

1. Introdução

Está aí um tema muito importante e também muito temido pelos concurseiros. Já adianto que na sua prova não se faz tão presente, mas serve como meio de resolução de possíveis outras questões.

Na matemática, adotamos a ideia de não deixar uma fração com a representação no denominador sendo feita por um número IRRACINAL, ou melhor, UM NÚMERO QUE POSSUA UMA RAIZ INEXATA. Para isso, faz-se necessário um a realização de uma operação matemática RACIONALIZAÇÃO.

2. Conceito

Racionalizar os denominadores de uma fração significa operar para que não fiquem números irracionais no denominador. Serve justamente para eliminar do denominador o radical.

Para que possamos realizar esta eliminação, basicamente, é necessário a multiplicação de um FATOR RACIONALIZANTE tanto com o numerador quanto pelo denominador. Este fator racionalizante, por vezes, é o próprio número que compõe o denominador, ou, em alguns casos, pelo simétrico dele.

Examinaremos alguns casos:

3. Casos Especiais de Racionalização

1º caso: O denominador é um radical simples quadrático:

Seja:

$$\frac{a}{\sqrt{b}}\text{, onde } b>0$$

Para realizar a racionalização, basta Multiplicar os termos por $\sqrt{b}$, fator racionalizante do denominador, e após, realizar as devidas simplificações. Veja como se segue:

$$\frac{a}{\sqrt{b}}=\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}.\sqrt{b}}=\frac{a\sqrt{b}}{b}$$

Exemplos:

- ✓ $\frac{2}{\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6}.\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{3}$
- ✓ $\frac{3}{7\sqrt{3}}=\frac{3.\sqrt{3}}{7\sqrt{3}.\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{7.3}=\frac{\sqrt{3}}{7}$

2º Caso: O denominador é uma raiz simples de índice qualquer diferente de 2:

Seja:

$$\frac{a}{\sqrt[3]{b}}$$

Neste caso o fator racionalizante será $\sqrt[3]{b^2}$. De fato:

$$\frac{a}{\sqrt[3]{b}}=\frac{a.\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b}.\sqrt[3]{b^2}}=\frac{a\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^3}}=\frac{a\sqrt[3]{b^2}}{b}$$

Exemplo:

$$\frac{3}{\sqrt[4]{3^3}}$$

O fator racionalizante é $\sqrt[4]{3}$.

Logo: $\frac{3}{\sqrt[4]{3^3}} = \frac{3\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{3^3}.\sqrt[4]{3}} = \frac{3\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{3\sqrt[4]{3}}{3} = \sqrt[4]{3}$

3º Caso: O denominador é a soma ou a diferença de dois fatores quadráticos:

Sejam:

$$\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} \text{ e } \frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}$$

No primeiro exemplo, faremos um produto do simétrico (positivo) do denominador com cada componente da fração original.

$$\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b}+\sqrt{c})}{(\sqrt{b}-\sqrt{c})(\sqrt{b}+\sqrt{c})} = \frac{a\sqrt{b}+\sqrt{c}}{b-c}$$

E, no segundo, faremos um produto do simétrico (negativo) do denominador com cada componente da fração original.

$$\frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b}-\sqrt{c})}{(\sqrt{b}+\sqrt{c})(\sqrt{b}-\sqrt{c})} = \frac{a\sqrt{b}-\sqrt{c}}{b-c}$$

Exemplo:

$$\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{3.(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \frac{3\sqrt{5}+\sqrt{2}}{5-2} = \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3} = \sqrt{5}+\sqrt{2}$$

E aí, meu guerreiro!! Muita coisa, não? Fique tranquilo caso, num primeiro momento, não consiga assimilar tudo. Isso se fará com o tempo, ok? A partir de agora, sua missão será exercitar muito..muito.

Na sua prova, em especial, este tema é cobrado de uma forma bem simples, assim, caso consiga fazer todos exercícios de fixação, modelo e de provas anteriores, estará , certamente, bem preparado. A teoria ensinada neste material foi um pouco mais além do nível de cobrança. Seja confiante! Você vencerá!!

Vamos praticar mais um pouco, que tal??

(Exercícios de fixação)

23. Racionalize os denominadores

a) $\frac{3}{\sqrt{2}}$

Comentário:

$$\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

---

b) $\frac{5}{\sqrt{5}}$

Comentário:

$$\frac{5}{\sqrt{5}}=\frac{5}{\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{5}}{5}=\sqrt{5}$$

---

c) $\frac{3}{\sqrt{15}}$

Comentário:

$$\frac{3}{\sqrt{15}}=\frac{3}{\sqrt{15}}\cdot\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}}=\frac{3\sqrt{15}}{15}=\frac{\sqrt{15}}{5}$$

---

d) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

Comentário:

$$\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}.\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

---

e) $\dfrac{x}{2\sqrt{x}}$

Comentário:

$$\frac{x}{2\sqrt{x}}=\frac{x}{2\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\frac{x\sqrt{x}}{2x}=\frac{\sqrt{x}}{2}$$

---

f) $\dfrac{a^2b}{\sqrt{ab}}$

Comentário:

$$\frac{a^2}{\sqrt{ab}}=\frac{a^2b}{\sqrt{ab}}.\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}}\Rightarrow\frac{a^2b\sqrt{ab}}{ab}=a\sqrt{ab}$$

(Exercícios de fixação)

24. Racionalize os denominadores:

a) $\dfrac{2}{\sqrt[3]{2}}$

Comentário:

$$\frac{2}{\sqrt[3]{2}}=\frac{2}{\sqrt[3]{2}}.\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}=\frac{2.\sqrt[3]{2^2}}{2}=\sqrt[3]{4}$$

---

b) $\dfrac{3}{\sqrt[3]{b^2}}$

Comentário:

$$\frac{3}{\sqrt[3]{b^2}}=\frac{3}{\sqrt[3]{b^2}}.\frac{\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^2}}=\frac{3\sqrt[3]{b}}{b}$$

---

c) $\dfrac{5}{\sqrt[3]{5}}$

Comentário:

$$\frac{5}{\sqrt[3]{5}}=\frac{5}{\sqrt[3]{5}}.\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}}=\frac{5.\sqrt[3]{25}}{5}=\sqrt[3]{25}$$

---

d) $\dfrac{a}{\sqrt[4]{a}}$

Comentário:

$$\frac{a}{\sqrt[4]{a}}=\frac{a}{\sqrt[4]{a}}.\frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[4]{a}}=\frac{a.\sqrt[4]{a^3}}{a}=\sqrt[4]{a^3}$$

(Exercícios de fixação)

25. Efetue as adições:

a) $\dfrac{3}{\sqrt{3}-1}+\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}$

Comentário:

Vamos chamar: $A=\dfrac{3}{\sqrt{3}-1}$ e $B=\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}$

Assim:

$$A=\frac{3}{\sqrt{3}-1}\cdot\frac{(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}+1)}\Rightarrow A=\frac{3.(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3})^2-1^2}\Rightarrow\frac{3(\sqrt{3}+1)}{2}$$

$$B=\frac{2}{\sqrt{3}+1}\cdot\frac{(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}-1)}\Rightarrow B=\frac{2.(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1^2}=\frac{2.(\sqrt{3}-1)}{2}$$

Logo: $A+B=\frac{3(\sqrt{3}+1)}{2}+\frac{2(\sqrt{3}-1)}{2}=\frac{3\sqrt{3}+3+2\sqrt{3}-2}{2}$

$$A+B=\frac{5\sqrt{3}+1}{2}$$

---

b) $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

Comentário:

$A=\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ e $B=\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

Assim:

$$A=\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{2.(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2}$$

$$B=\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{3.(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{3.(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2}$$

Logo: $A+B=\frac{2\sqrt{5}+2\sqrt{3}}{2}+\frac{3\sqrt{5}-3\sqrt{3}}{2}$

$$A+B=\frac{5\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$$

---

c) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

Comentário:

$$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a-\sqrt{b}}}+\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \Rightarrow A=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \text{ e } B=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

Assim:

$$A=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}.\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2}=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$$

$$B=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}.\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2}=\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$$

Logo:

$$A+B=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2+(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{a-b}=\frac{a+2\sqrt{ab}+b+a-2\sqrt{ab}+b}{a-b}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{2(a+b}{a-b}$$

Vamos nos ater agora ao treinamento com questões das provas anteriores, ok?

Espero que se saia bem...que consiga de fato por todo o conhecimento em prática!!

7- Lista de Questões

---

01. O número 250 000 000 é o mesmo que:

a) $2,5.10^6$

b) $2,5.10^7$

c) $2,5.10^8$

d) $2,5.10^9$

---

02. Dados os números $m = 9,84.10^{15}$ e $n = 1,23.10^{16}$, pode-se afirmar que:

a) $m < n$

b) $m = n$

c) $m + n = 1,07.10^{16}$

d) $m.n = 1,21.10^{31}$

---

03. Se $a = 2^3, b = a^2, c = 2^a$, o valor de $2abc$ é:

a) 2^{15}

b) 8^{18}

c) 2^{18}

d) 4^{15}

e) 2^{12}

---

04. O quociente de $\dfrac{\sqrt[7]{3^5}.\sqrt[6]{3^5}}{\sqrt[21]{3^8}}$ é igual a:

a) $\sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt[3]{6}$

c) $3\sqrt[3]{3}$

d) $3\sqrt[6]{3}$

e) $5\sqrt[3]{3}$

---

05. O valor da expressão $\left(\sqrt{\frac{1}{5}}-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999}$ é:

a) 0

b) 1

c) $\left(\sqrt{\frac{5}{5}}\right)^{1999}$

d) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

e) 10

---

06. Calculando-se o valor da expressão $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}$ obtemos:

a) a^{16}

b) a^{-16}

c) a^{-15}

d) $a^{-\frac{16}{15}}$

e) $a^{\frac{15}{16}}$

Questões 7 a 14 – problemas de desenvolver (Vide resoluções a partir da página 39)

---

15. A expressão $(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})$ equivale a:

a) a^3-b^3

b) $a-b$

c) a^3+b^3

d) $(a+b)^3$

---

16. (EsSA) E expressão $(a+b)^2.(a-b)^2$ é equivalente a:

a) a^4-b^4

b) $a^4 + b^4$

c) $a^4 + 2a^2b^2 + b^4$

d) $a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

e) $a^4 - 2a^2b^2 - b^4$

---

17. (CEFET) O resultado de $(-x-\sqrt{2})^2$

a) $x^2 - 2\sqrt{x} + 2$

b) $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2$

c) $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$

d) $x^3 - 2$

e) $x^3 + 2$

---

18. (EsSA) Sendo $x = (2+\sqrt{3})^{89}$ e $y = (2-\sqrt{3})^{89}$, então o procedimento $x.y$ é igual a:

a) $(4-2\sqrt{3})^{89}$

b) 2^{90}

c) 1

d) 2^{198}

e) $(4+2\sqrt{3})^{89}$

---

19. (EsSA) A forma simplificada da expressão $(x-y)^2 - (x+y)(x-y)$ é:

a) $-2xy$

b) $2xy$

c) $2x^2 - 2xy$

d) $y^2 - 2xy$

e) $2y(y-x)$

---

20. Sendo **x** e **y** números naturais, com x > y, a expressão $\sqrt{2x + 2\sqrt{x^2 - y^2}}$ equivale a:

a) $\sqrt{x}+\sqrt{y}$

b) $\sqrt{x+y}+\sqrt{y}$

c) $\sqrt{x}+\sqrt{x-y}$

d) $\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}$

e) $2\sqrt{x+y}+2\sqrt{x-y}$

---

21. O número $\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ é:

a) irracional

b) inteiro

c) uma potência de 7

d) imaginário

e) racional não inteiro

---

22. Sendo a e b números naturais com a> b então $\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}$ é:

a) $\sqrt{a}+2\sqrt{b}$

b) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

c) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

d) $\sqrt{a}-2\sqrt{b}$

e) $\sqrt{b}-2\sqrt{a}$

Questões 7 a 14 – problemas de desenvolver (Vide resoluções a partir da página 62)

(EAM-2004)

26. O valor simplificado da expressão $\dfrac{1{,}3636\overline{36}.2\frac{1}{5}-(0{,}5)^2}{(\sqrt{2})^{-4}}$ é:

a) $\frac{9}{5}$

b) $\frac{31}{5}$

c) 7

d) 9

e) 11

(EAM-2005)

27. Fatorando-se a expressão $ac+2bc-ad-2bd$,obtém-se

a) $(a+2b)(c-d)$

b) $(a-2b)(c-d)$

c) $(a-2b)(c+d)$

d) $(a+c)^2(a-d)$

e) $(a-c)(a+2b)$

(EAM-2006)

28. Sendo $a=\sqrt{6}+1$ e $b=\frac{1}{\sqrt{2}}+\sqrt{3}$, qual o valor de a^2+b^2

a) $\frac{21}{2}+3\sqrt{6}$

b) $\frac{21+3\sqrt{6}}{2}$

c) $\frac{11}{2}+3\sqrt{6}$

d) $11+3\sqrt{6}$

e) $\frac{11}{2}$

(EAM-2007)

29. Se $A=3-\sqrt{3}$ e $B=-1+\sqrt{3}$, o valor de $\frac{A}{B}$ é igual a:

a) $-\sqrt{3}$

b) $\sqrt{3}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$

e) $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$

(EAM-2007)

30. Se o valor de $A=[(x^2-2x+4).(x+2)-(x^3+x^2+8)]$ é igual a:

a) $-x^2$

b) x^2

c) $2x^3-x^2$

d) $-x^2+8x$

e) 16

(EAM-2008)

31. Se $A=2+\sqrt{3}$ e $B=\frac{2}{\sqrt{3}-1}$, o valor de $A-B$ é igual a:

a) $-\sqrt{3}$

b) -1

c) 1

d) $\sqrt{3}$

e) 3

(EAM-2008)

32. O valor da expressão $\dfrac{0,555\ldots - \sqrt{0,25}}{\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 .10^{-1}}$ é:

a) 0,75

b) 0,85

c) 0,95

d) 1,15

e) 1,25

(EAM-2008)

33. Se $\dfrac{a}{b} = \dfrac{1}{2}$, o valor de $\left(\dfrac{a+b}{a-b}\right)^2$ é:

a) 4

b) 9

c) 16

d) 25

e) 36

(EAM-2008)

34. Reduzindo-se os termos semelhantes da expressão $b(a-b)+(b+a)(b-a)-a(b-a)+(b-a)^2$, obtém-se

a) $(a-b)^2$

b) $(a+b)^2$

c) $b^2 - a^2$

d) $a^2 - b^2$

e) $a^2 + b^2$

(EAM-2009)

35. Qual das expressões algébricas abaixo NÃO está corretamente fatorada?

a) $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)(a-b)$

b) $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)(a+b)$

c) $a^2 + b^2 = (a+b)(a+b)$

d) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

e) $a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)(a+b)(a-b)$

(EAM-2009)

36. O valor de $\sqrt[3]{\dfrac{(a+b).a.b}{a-b}}$ para a = 12 e b = 6 é:

a) 5

b) 6

c) 7

d) 8

e) 9

(EAM-2010)

37. Que número deve ser adicionado a 2009^2 para obter 2010^2

a) 8019

b) 6010

c) 4019

d) 3019

e) 2010

(EAM-2010)

38. O valor da expressão $\dfrac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{(x+1)(x-2)}$ quando $x = 987$ é:

a) 987

b) 988

c) 989

d) 990

e) 991

(EAM-2010)

39. O resultado da expressão $\sqrt{96+\sqrt{7+\sqrt{81}}}$ é:

a) 18

b) 16

c) 14

d) 12

e) 10

(EAM-2011)

40. O valor da expressão $(0,11)^2 + 2.(0,11).(0,89) + (0,89)^2$ é:

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

(EAM-2011)

41. Observe a resolução de um aluno para a expressão $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (-2)^2 - 2^2$

Linha 1 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (-2)^2 - 2^2$

Linha 2 $(\cancel{2})^2+(-\cancel{2})^2-2^2$

Linha 3 -2^2

Linha 4 $-(2.2)$

Linha 5 -4

Constatou-se, acertadamente, que o aluno errou pela primeira vez ao escrever a LINHA:

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

(EAM-2011)

42. Na equação $\frac{(a+b)^2-a-b}{a^2+ab-a}=3,$ sendo **a** e **b** números reais não nulos. O valor de $\frac{a}{b}$ é:

a) 0,8

b) 0,7

c) 0,5

d) 0,4

e) 0,3

(EAM-2012)

43. Simplificando a expressão $E=(\sqrt{2+\sqrt{3}}).(\sqrt{2-\sqrt{3}}),$ que valor obtém-se para E?

a) 4

b) 3

c) 2

d) 1

e) 0

(EAM-2012)

44. Qual é o valor de $y = \sqrt{32} - \sqrt{8}$?

a) 1

b) $\sqrt{2}$

c) $6\sqrt{2}$

d) $2\sqrt{6}$

e) $2\sqrt{2}$

(EAM-2012)

45. O valor da expressão $\sqrt{13 + \sqrt[3]{25 + \sqrt{8 - \sqrt[3]{64}}}}$ é:

a) 4

b) 6

c) 8

d) 12

e) 18

(EAM-2013)

46. Quanto vale a metade de 2^{2014} ?

a) 2^{2}

b) 2^{7}

c) 2^{2017}

d) 2^{2013}

e) 2^{2015}

(EAM-2014)

47. O produto $(\sqrt{3} - \sqrt{2}).(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ é igual a:

a) 6

b) 1

c) 0

d) -1

e) -6

(EAM-2015)

48. $\sqrt{75}$ é equivalente a:

a) $37,5$

b) 75

c) $5\sqrt{5}$

d) $3\sqrt{5}$

e) $5\sqrt{3}$

(EAM-2017)

49. Sendo $x-\dfrac{2}{x}=a$, então $x^2+\dfrac{4}{x^2}$ é igual a:

a) a^2+4

b) a^2-4

c) a^2

d) $a+4$

e) $a-4$

(EAM-2017)

50. Sabendo que a fração $\dfrac{y}{4}$ é proporcional a fração $\dfrac{3}{6-2\sqrt{3}}$ é correto afirmar que y é igual a:

a) $1-2\sqrt{3}$

b) $6+3\sqrt{3}$

c) $2-\sqrt{3}$

d) $4+3\sqrt{3}$

e) $3+\sqrt{3}$

Bom, é isso, meu aluno!!!

Espero que tenha gostado!!

Toda esta aula foi idealizada com muito carinho, para que, de fato, possa ter o melhor para sua preparação!

Vamos agora às resoluções das questões!!

8 - Lista de Questões Comentadas

(EAM-2004)

26. O valor simplificado da expressão $\dfrac{1,3636\overline{36}.2\frac{1}{5}-(0,5)^2}{(\sqrt{2})^{-4}}$ é:

a) $\dfrac{9}{5}$

b) $\dfrac{31}{5}$

c) 7

d) 9

e) 11

Comentário:

Vamos analisar passo a passo, imaginando o seguinte:

$$A = 1,3636...$$
$$B = 2\frac{1}{5}$$
$$C = (0,5)^2$$
$$D = (\sqrt{2})^{-4}$$
$$\Rightarrow \frac{A.B - C}{D}$$

$$A = 1,3636... \Rightarrow \frac{136-1}{99} = \frac{135}{99} = \frac{15}{11}$$

$$B = 2\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{2.5+1}{5} \Rightarrow \frac{11}{5}$$

$$C = (0,5)^2 \Rightarrow \left(\frac{5}{10}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$D = (\sqrt{2})^{-4} \Rightarrow (2^{1/2})^{-4} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

Fazendo a troca de variável, ou seja, substituindo os valores encontrados nas suas incógnitas, temos:

$$\frac{\frac{15}{11}.\frac{11}{5} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{3 - \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{\frac{3.4.1}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{11}{4}.\frac{4}{1} = 11$$

Gabarito: E

(EAM-2005)

27. Fatorando-se a expressão $ac + 2bc - ad - 2bd$,obtém-se

a) $(a+2b)(c-d)$

b) $(a-2b)(c-d)$

c) $(a-2b)(c+d)$

d) $(a+c)^2(a-d)$

e) $(a-c)(a+2b)$

Comentário:

Questão de pura aplicação do processo de agrupamento. Vamos a sua solução!

$$ac+2bc-ad-2bd \Rightarrow (ac+2bc)-)ad-2bd) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c.(a+2b)-d(a+2b) \Rightarrow)a+2b)(c-d)$$

Gabarito: A

(EAM-2006)

28. Sendo $a=\sqrt{6}+1$ e $b=\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\sqrt{3}$, qual o valor de a^2+b^2

a) $\dfrac{21}{2}+3\sqrt{6}$

b) $\dfrac{21+3\sqrt{6}}{2}$

c) $\dfrac{11}{2}+3\sqrt{6}$

d) $11+3\sqrt{6}$

e) $\dfrac{11}{2}$

Comentário:

$$a=\sqrt{6}+1 \text{ e } b=\frac{1}{\sqrt{2}}+\sqrt{3}$$

Sabemos que o b pode ser escrito numa forma mais conveniente, qual seja, racionalizando o denominador irracional:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}+\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}+3 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{3}$$

Fazendo a troca de varável e utilizado o produto notável quadrado da soma de dois termos, teremos:

$$a^2+b^2 \Rightarrow (\sqrt{6}+1)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow (6+2\sqrt{6}+1)+\left(\frac{2}{4}+2.\frac{\sqrt{2}}{2}.\sqrt{3}+3\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7+2\sqrt{6}+\frac{1}{2}+\sqrt{6}+3 \Rightarrow 10+\frac{1}{2}+3\sqrt{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{21}{2} + 3\sqrt{6}$$

Gabarito: A

(EAM-2007)

29. Se $A = 3 - \sqrt{3}$ e $B = -1 + \sqrt{3}$, o valor de $\frac{A}{B}$ é igual a:

a) $-\sqrt{3}$

b) $\sqrt{3}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\frac{3 + 2\sqrt{3}}{2}$

e) $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$

Comentário:

$A = 3 - \sqrt{3}$ e $B = \sqrt{3} - 1$

$$\frac{A}{B} \Rightarrow \frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \Rightarrow \frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \cdot \frac{(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}+1)} \Rightarrow \frac{(3-\sqrt{3})(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3})^2 - 1^2}$$

$$\frac{(3-\sqrt{3})(\sqrt{3}+1)}{2} \Rightarrow \frac{3\sqrt{3} + 3 - (\sqrt{3})(\sqrt{3}) - \sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}+3}{2}$$

Gabarito: D

(EAM-2007)

30. Se o valor de $A = [(x^2 - 2x + 4).(x+2) - (x^3 + x^2 + 8)]$ é igual a:

a) $-x^2$

b) x^2

c) $2x^3 - x^2$

d) $-x^2 + 8x$

e) 16

Comentário:

Olhando para o termo abaixo, podemos perceber que seu primeiro elemento é um produto notável que corresponde à soma de dois cubos. Assim:

$$A = [(x^2 - 2x + 4)(x + 2) - (x^3 + x^2 + 8)]$$

Sabemos que:

$$(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = x^3 + 8$$

Logo:

$$A = [x^3 + 8 - x^3 - x^2 - 8] = -x^2$$

Gabarito: A

(EAM-2008)

31. Se $A = 2 + \sqrt{3}$ e $B = \dfrac{2}{\sqrt{3} - 1}$, o valor de $A - B$ é igual a:

a) $-\sqrt{3}$

b) -1

c) 1

d) $\sqrt{3}$

e) 3

Comentário:

$$A = 2 + \sqrt{3} \text{ e } B = \frac{2}{\sqrt{3} - 1}$$

Sabemos que:

$$B = \frac{2}{\sqrt{3} - 1} \cdot \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} \Rightarrow \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \sqrt{3} + 1$$

Assim:

$$A-B=(2+\sqrt{3})-(\sqrt{3}+1)=1$$

Gabarito: C

(EAM-2008)

32. O valor da expressão $\dfrac{0,555...-\sqrt{0,25}}{\left(\dfrac{2}{3}\right)^2.10^{-1}}$ é:

a) 0,75

b) 0,85

c) 0,95

d) 1,15

e) 1,25

Comentário:

Imaginemos que:

$$\frac{A-B}{C.D}$$

Assim:

$A=0,55...$

$B=\sqrt{0,25}$

$C=\left(\dfrac{2}{3}\right)^2$

$D=10^{-1}$

Sabemos que:

$$A=0,55...=\frac{5}{9}$$

$$B=\sqrt{0,25}=\sqrt{\frac{25}{100}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{25}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

$$C=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$$

$$D=10^{-1}=\frac{1}{10}$$

Logo: $\dfrac{\dfrac{5}{9}-\dfrac{1}{2}}{\dfrac{4}{9}\cdot\dfrac{1}{10}}=\dfrac{\dfrac{5.2-1.9}{18}}{\dfrac{4}{90}}\Rightarrow\dfrac{\dfrac{1}{18}}{\dfrac{2}{45}}=\dfrac{1}{8}\cdot\dfrac{45}{2}=\dfrac{5}{4}=1,25$

Gabarito: E

(EAM-2008)

33. Se $\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$, o valor de $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$ é:

a) 4

b) 9

c) 16

d) 25

e) 36

Comentário:

Se $\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$, então $2a=b$. Podemos assim, fazer uma substituição de variáveis.

Assim:

$$\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2=\left(\frac{a+2a}{a-2a}\right)^2=\left(\frac{3a}{-a}\right)^2=(-3)^2=9$$

Gabarito: B

(EAM-2008)

34. Reduzindo-se os termos semelhantes da expressão $b(a-b)+(b+a)(b-a)-a(b-a)+(b-a)^2$, obtém-se

a) $(a-b)^2$

b) $(a+b)^2$

c) b^2-a^2

d) a^2-b^2

e) a^2+b^2

Comentário:

Essa questão é pura aplicação do processo de agrupamento. Veja, abaixo, que postei duas possíveis soluções.

$$b.(a-b)+[(b+a)(b-a)-a(b-a)]+(b-a)^2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow b.(a-b)+[(b-a)(b+a-a)]+(b-a)^2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow [b.(a-b)+b(b-a)]+(b-a)^2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow b(a-b+b-a)+(b-a)^2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0+(b-a)^2\Rightarrow (b-a)^2=(a-b)^2$$

2ª Solução:

$$b.(a-b)+(b+a)(b-a)-a.(b-a)+(b-a)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow (ab-b^2)+(b^2-a^2)-ab+a^2+(b^2-2ab+a^2)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow ab-ab+b^2+b^2-a^2+a^2+a^2-2ab+b^2\Rightarrow$$
$$\Rightarrow (a-b)^2$$

Gabarito: A

(EAM-2009)

35. Qual das expressões algébricas abaixo NÃO está corretamente fatorada?

a) $a^2-2ab+b^2=(a-b)(a-b)$

b) $a^2+2ab+b^2=(a+b)(a+b)$

c) $a^2+b^2=(a+b)(a+b)$

d) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

e) $a^4-b^4=(a^2+b^2)(a+b)(a-b)$

Comentário:

Questão interessante, onde a banca pede para analisar qual desenvolvimento está incorreto. Basta lembrar dos tópicos ensinados na teoria. Vamos a eles.

a) $a^2 - 2ab + b^2 \Rightarrow (a-b)^2 \Rightarrow (a-b)(a-b)$

b) $a^2 + 2ab + b^2 \Rightarrow (a+b)^2$

c) $a^2 + b^2 \Rightarrow (a+b)^2 - 2ab \rightarrow$ Não está correta

d) $a^2 - b^2 \Rightarrow (a-b)(a+b)$

e) $a^4.b^4 \Rightarrow (a^2-b^2)(a^2+b^2) \Rightarrow (a^2+b^2)(a+b)(a-b)$

Gabarito: C

(EAM-2009)

36. O valor de $\sqrt[3]{\dfrac{(a+b).a.b}{a-b}}$ para a = 12 e b = 6 é:

a) 5

b) 6

c) 7

d) 8

e) 9

Comentário:

Vamos apenas substituir os valores nos lugares de suas respectivas variáveis.

$$\sqrt[3]{\frac{(a+b).ab}{a-b}} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{(12+6).12.6}{12-6}} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{18.12.6}{6}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{18.12} = \sqrt[3]{6.3.4.3} = \sqrt[3]{2^3.3^3} = 2.3 = 6$$

Gabarito: B

(EAM-2010)

37. Que número deve ser adicionado a 2009^2 para obter 2010^2

a) 8019

b) 6010

c) 4019

d) 3019

e) 2010

Comentário:

Como não sabemos qual é este número, chamaremos de x. Assim, caímos numa diferença de quadrados.

$$x+2009^2=2010^2$$

$$x=2010^2-2009^2 \Rightarrow (2010-2009)(2010+2009) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=1.4019 \Rightarrow x=4019$$

Gabarito: C

(EAM-2010)

38. O valor da expressão $\dfrac{x^3+x^2-4x-4}{(x+1)(x-2)}$ quando $x=987$ é:

a) 987

b) 988

c) 989

d) 990

e) 991

Comentário:

Este é o tipo de questão que não se pode começar substituindo direto. Precisa, antes de tudo, realizar algumas simplificações, para que a cona fique mais fácil.

$$\frac{(x^3+x^2)-(4x+4)}{(x+1)(x-2)}=\frac{x^2(x+1)-4(x+1)}{(x+1)(x-2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)(x^2-4)}{(x+1)(x-2)} \Rightarrow \frac{(x+1)(x-2)(x+2)}{(x+1)(x-2)} = x+2 \Rightarrow 987+2=989$$

Gabarito: C

(EAM-2011)

39. O resultado da expressão $\sqrt{96+\sqrt{7+\sqrt{81}}}$ é:

a) 18

b) 16

c) 14

d) 12

e) 10

Comentário:

$\sqrt{96+\sqrt{7+\sqrt{81}}} \Rightarrow$ Sabemos que $\sqrt{81}=9$, logo:

$\sqrt{96+\sqrt{7+9}} \Rightarrow \sqrt{96+\sqrt{16}} \Rightarrow$ e $\sqrt{16=4} \Rightarrow$ Assim:

$\Rightarrow \sqrt{96+4}=\sqrt{100}=10$

Gabarito: E

(EAM-2011)

40. O valor da expressão $(0,11)^2+2.(0,11).(0,89)+(0,89)^2$ é:

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

Comentário:

Vamos utilizar a técnica da troca de variável, ok?

$$a = 0{,}11$$
$$b = 0{,}89$$

Assim:

$$a^2 + 2a.b + b^2 \Rightarrow (a+b)^2 = (0{,}11+0{,}89)^2 = 1^2 = 1$$

Gabarito: B

(EAM-2011)

41. Observe a resolução de um aluno para a expressão $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (-2)^2 - 2^2$

Linha 1 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (-2)^2 - 2^2$

Linha 2 $(\cancel{2})^2 + (-\cancel{2})^2 - 2^2$

Linha 3 -2^2

Linha 4 $-(2.2)$

Linha 5 -4

Constatou-se, acertadamente, que o aluno errou pela primeira vez ao escrever a LINHA:

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

Comentário:

Na linha 1 o aluno apenas repetiu a expressão. Logo, nenhum erro

Na linha 2, houve o primeiro erro, pois sabemos que:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^{2}} = 2^2$$

$$(-2)^2 = 2^2$$

Logo: 2^2 não é simétrico de $(-2)^2$, não podendo assim, simplificar.

Gabarito: B

(EAM-2011)

42. Na equação $\frac{(a+b)^2 - a - b}{a^2 + ab - a} = 3,$ sendo **a** e **b** números reais não nulos. O valor de $\frac{a}{b}$ é:

a) 0,8

b) 0,7

c) 0,5

d) 0,4

e) 0,3

Comentário:

$$\frac{(a+b)^2 - a - b}{a^2 + ab - a} = 3,$$

Olhando para o numerador da expressão acima, podemos escrever de uma forma mais conveniente, qual seja:

$$\Rightarrow \frac{(a+b)^2 - (a+b)}{a(a+b-1)} = 3 \Rightarrow$$

Assim, podemos realizar uma fatoração da forma:

$$\Rightarrow \frac{(a+b)(a+b-1)}{a.(a+b-1)} = 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a} = 3 \Rightarrow a+b = 3a \Rightarrow$$

$$b = 3a - a \Rightarrow 2a = b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Gabarito: C

(EAM-2011)

43. Simplificando a expressão $E=(\sqrt{2+\sqrt{3}}).(\sqrt{2-\sqrt{3}})$, que valor obtém-se para E?

a) 4

b) 3

c) 2

d) 1

e) 0

Comentário

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2.\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2} \Rightarrow \sqrt{4-3}=\sqrt{1}=1$$

Gabarito: D

(EAM-2012)

44. Qual é o valor de $y=\sqrt{32}-\sqrt{8}$?

a) 1

b) $\sqrt{2}$

c) $6\sqrt{2}$

d) $2\sqrt{6}$

e) $2\sqrt{2}$

Comentário:

Questão de simples retirada de fatores primos de dentro do radical.

$$y=\sqrt{32}-\sqrt{8} \Rightarrow \sqrt{2^5}-\sqrt{2^3} \Rightarrow 2^2.\sqrt{2}-2\sqrt{2} \Rightarrow 4\sqrt{2}-2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$$

Gabarito: E

(EAM-2012)

45. O valor da expressão $\sqrt{13+\sqrt[3]{25+\sqrt{8-\sqrt[3]{64}}}}$ é:

a) 4

b) 6

c) 8

d) 12

e) 18

Comentário:

$\sqrt{13+\sqrt[3]{25+\sqrt{8-\sqrt[3]{64}}}}$ Sabemos que $\sqrt[3]{65}=4,$ logo:

$$\sqrt{13+\sqrt[3]{25+\sqrt{8-4}}} \Rightarrow \sqrt{13+\sqrt[3]{25+\sqrt{4}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{13+\sqrt[3]{25+2}} = \sqrt{13+\sqrt[3]{27}} = \sqrt{13+3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{16} = 4$$

Gabarito: A

(EAM-2013)

46. Quanto vale a metade de 2^{2014} ?

a) 2^{2}

b) 2^{7}

c) 2^{2017}

d) 2^{2013}

e) 2^{2015}

Comentário:

Calcular a metade é o mesmo que dividir por dois o elemento dado! Assim, temos:

$$\frac{2^{2014}}{2} = 2^{2014}.2^{-1} = 2^{2014-1} = 2^{2013}$$

Gabarito: D

(EAM-2014)

47. O produto $(\sqrt{3}-\sqrt{2}).(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ é igual a:

a) 6

b) 1

c) 0

d) -1

e) -6

Comentário:

$$(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2=3-2=1$$

Gabarito: B

(EAM-2015)

48. $\sqrt{75}$ é equivalente a:

a) $37,5$

b) 75

c) $5\sqrt{5}$

d) $3\sqrt{5}$

e) $5\sqrt{3}$

Comentário:

$$\sqrt{75}=\sqrt{25.3}=\sqrt{25}.\sqrt{3}=5\sqrt{3}$$

Gabarito: E

(EAM-2017)

49. Sendo $x-\frac{2}{x}=a$, então $x^2+\frac{4}{x^2}$ é igual a:

a) a^2+4

b) a^2-4

c) a^2

d) $a+4$

e) $a-4$

Comentário:

Vamos pegar o primeiro termo dado e elevar ao quadrado.

$$x-\frac{2}{x}=a \Rightarrow \left(x-\frac{2}{x}\right)^2=a^2 \Rightarrow x^2-2x.\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}=a^2 \Rightarrow$$

A partir daí, basta substituir os termos semelhantes.

$$\Rightarrow x^2+\frac{4}{x^2}-4=a^2 \Rightarrow x^2+\frac{4}{x^2}=a^2+4$$

Gabarito: A

(EAM-2017)

50. Sabendo que a fração $\frac{y}{4}$ é proporcional a fração $\frac{3}{6-2\sqrt{3}}$ é correto afirmar que y é igual a:

a) $1-2\sqrt{3}$

b) $6+3\sqrt{3}$

c) $2-\sqrt{3}$

d) $4+3\sqrt{3}$

e) $3+\sqrt{3}$

Comentário:

$$\frac{y}{4}=\frac{3}{6-2\sqrt{3}} \rightarrow y=\frac{3.4}{2.(3-\sqrt{3})}=\frac{6}{(3-\sqrt{3})} \rightarrow$$

$$=\frac{6}{(3-\sqrt{3})}.\frac{(3+\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})}=\frac{6.(3+\sqrt{3})}{[(3)^2-(\sqrt{3})^2]} \rightarrow$$

$$=\frac{6.(3+\sqrt{3})}{9-3}=\frac{6.(3+\sqrt{3})}{6}=(3+\sqrt{3})$$

Gabarito: E

É isso, meu querido! Finalizamos a nossa Aula 03. Espero que tenham gostado!

Restando qualquer dúvida, estou à disposição no fórum de dúvidas. Pode usar sem moderação!!

Mantenham a pegada, a sua aprovação está mais perto que imagina!

Qualquer crítica, sugestão ou elogio, só entrar em contato pelas redes sociais abaixo:

Fale comigo!

@profismael_santos	***Ismael Santos***	***@IsmaelSantos***

Vamos que vamos! Fé na missão, FUTURO CADETE!