Prova de Análise Combinatória e Probabilidade – ITA

1 - (ITA-13) Seja p uma probabilidade sobre um espaço amostral finito Ω . Se A e B são eventos de Ω tais que p(A) = 1/2 , p (B) = 1/3 e p (A ∩ B) = 1/4, as probabilidades dos eventos A – B , A ∪ B e $A^C \cup B^C$ são, respectivamente,

a) 1/4, 5/6 e 1/4 b) 1/6, 5/6 e 1/4 c) 1/6, 7/12 e 3/4
d) 1/3, 5/6 e 1/3 e) 1/4, 7/12 e 3/4

2 - (ITA-13) Considere os seguintes resultados relativamente ao lançamento de uma moeda:
I. Ocorrência de duas caras em dois lançamentos.
II. Ocorrência de três caras e uma coroa em quatro lançamentos.
III. Ocorrência de cinco caras e três coroas em oito lançamentos.
Pode-se afirmar que
a) dos três resultados, I é o mais provável.
b) dos três resultados, II é o mais provável.
c) dos três resultados, III é o mais provável.
d) os resultados I e II são igualmente prováveis.
e) os resultados II e III são igualmente prováveis.

3 - (ITA-12) Deseja-se trocar uma moeda de 25 centavos, usando-se apenas moedas de 1, 5 e 10 centavos. Então, o número de diferentes maneiras em que a moeda de 25 centavos pode ser trocada é igual a
A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

4 - (ITA-12) Dois atiradores acertam o alvo uma vez a cada três disparos. Se os dois atiradores disparam simultaneamente, então a probabilidade do alvo ser atingido pelo menos uma vez é igual a
a) $\frac{2}{9}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{4}{9}$ d) $\frac{5}{9}$ e) $\frac{2}{3}$

5 - (ITA-12) Sejam A e B dois conjuntos disjuntos, ambos finitos e não-vazios, tais que $n(P(A) \cup P(B)) + 1 = n(P(A \cup B))$. Então, a diferença $n(A) - n(B)$ pode assumir
a) um único valor.
b) apenas dois valores distintos.
c) apenas três valores distintos.
d) apenas quatro valores distintos.
e) mais do que quatro valores distintos.

6 - (ITA-11) Numa caixa com 40 moedas, 5 apresentam duas caras, 10 são normais (cara e coroa) e as demais apresentam duas coroas. Uma moeda é retirada ao acaso e a face observada mostra uma coroa. A probabilidade de a outra face desta moeda também apresentar uma coroa é
A) 7/8 B) 5/7 C) 5/8 D) 3/5 E) 3/7

7 - (ITA-10) Um palco possui 6 refletores de iluminação. Num certo instante de um espetáculo moderno os refletores são acionados aleatoriamente de modo que, para cada um dos refletores, seja de $\frac{2}{3}$ a probabilidade de ser aceso. Então, a probabilidade de que, neste instante, 4 ou 5 refletores sejam acesos simultaneamente, é igual a
(A) $\frac{16}{27}$ (B) $\frac{49}{81}$ (C) $\frac{151}{243}$ (D) $\frac{479}{729}$ (E) $\frac{2^4}{3^4} + \frac{2^5}{3^5}$

8 - (ITA-09) Sejam A e B subconjuntos do conjunto universo $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$. Sabendo que $(B^C \cup A)^C = \{f, g, h\}$, $B^C \cap A = \{a, b\}$ e $A^C \setminus B = \{d, e\}$, então, $n(P(A \cap B))$ é igual a
a) 0 b) 1 c) 2 d) 4 e) 8

9 - (ITA-09) Uma amostra de estrangeiros, em que 18% são proficientes em inglês, realizou um exame para classificar a sua proficiência nesta língua. Dos estrangeiros que são proficientes em inglês, 75% foram classificados como proficientes. Entre os não proficientes em inglês, 7% foram classificados como proficientes. Um estrangeiro desta amostra, escolhido ao acaso, foi classificado como proficiente em inglês. A probabilidade deste estrangeiro ser efetivamente proficiente nesta língua é de aproximadamente
a) 73%. b) 70%. c) 68%. d) 65%. e) 64%.

10 - (ITA-08) Considere uma população de igual número de homens e mulheres, em que sejam daltônicos 5% dos homens e 0,25% das mulheres. Indique a probabilidade de que seja mulher uma pessoa daltônica selecionada ao acaso nessa população.
a) $\frac{1}{21}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{3}{21}$ d) $\frac{5}{21}$ e) $\frac{5}{4}$

11 - (ITA-08) Considere o conjunto D = {n ∈ N; 1 ≤ n ≤ 365} e H ⊂ P (D) formado por todos os subconjuntos de D com 2 elementos. Escolhendo ao acaso um elemento B ∈ H, a probabilidade de a soma de seus elementos ser 183 é igual a

a) $\frac{1}{730}$ b) $\frac{46}{33215}$ c) $\frac{1}{365}$ d) $\frac{92}{33215}$ e) $\frac{91}{730}$

12 - (ITA-07) Determine quantos números de 3 algarismos podem ser formados com 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7, satisfazendo à seguinte regra: O número não pode ter algarismos repetidos, exceto quando iniciar com 1 ou 2, caso em que o 7 (e apenas o 7) pode aparecer mais de uma vez. Assinale o resultado obtido.
a) 204 b) 206 c) 208 d) 210 e) 212

13 - (ITA-06) Considere uma prova com 10 questões de múltipla escolha, cada questão com 5 alternativas. Sabendo que cada questão admite uma única alternativa correta, então o número de formas possíveis para que um candidato acerte somente 7 das 10 questões é:
a) 44.30 b) 43.60 c) 53.60 d) $\binom{7}{3}43$ e) $\binom{10}{7}$

14 - (ITA-05) Retiram-se 3 bolas de uma urna que contém 4 bolas verdes, 5 bolas azuis e 7 bolas brancas. Se P1 é a probabilidade de não sair bola azul e P2 é a probabilidade de todas as bolas saírem com a mesma cor, então a alternativa que mais se aproxima de P1 + P2 é:
a) 0,21 b) 0,25 c) 0,28 d) 0,35 e) 0,40

15 - (ITA-04) Considere 12 pontos distintos dispostos no plano, 5 dos quais estão numa mesma reta. Qualquer outra reta do plano contém, no máximo, 2 destes pontos. Quantos triângulos podemos formar com os vértices nestes pontos?
a) 210 b) 315 c) 410 d) 415 e) 521

16 - (ITA-04) O termo independente de x no desenvolvimento do binômio $\left(\sqrt{\frac{3\sqrt[3]{x}}{5x}} - \sqrt[3]{\frac{5x}{3\sqrt{x}}}\right)^{12}$ é:
a) 729 b) 972 c) 891 d) 376 e) 165

17 - (ITA-03) Considere o conjunto S = {(a, b) ∈ IN x IN: a + b = 18}. A soma de todos os números da forma $\frac{18!}{a!b!}$, ∀ (a, b) ∈ S, é:
a) 86 b) 9! c) 96 d) 126 e) 12!

18 - (ITA-03) O número de divisores de 17 640 que, por sua vez, são divisíveis por 3 é:
a) 24 b) 36 c) 48 d) 54 e) 72

19 - (ITA-02) Quantos anagramas com 4 letras distintas podemos formar com as 10 primeiras letras do alfabeto e que contenham 2 das letras a, b e c?
a) 1692
b) 1572
c) 1520
d) 1512
e) 1392

20 - (ITA-01) A respeito das combinações an = $\binom{2n}{n}$ e bn = $\binom{2n}{n-1}$ temos que, para cada n = 1, 2, 3, ... , a diferença an – bn é igual a:
a) $\frac{n!}{n+1}a_n$ b) $\frac{2n}{n+1}a_n$ c) $\frac{n}{n+1}a_n$
d) $\frac{2}{n+1}a_n$ e) $\frac{1}{n+1}a_n$

21 - (ITA-01) Considere os números de 2 a 6 algarismos distintos formados utilizando-se apenas 1, 2, 4, 5, 7 e 8. Quantos destes números são ímpares e começam com um dígito par?
a) 375 b) 465 c) 545 d) 585 e) 625

22 - (ITA-00) Quantos números de seis algarismos distintos podemos formar usando os dígitos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, nos quais o 1 e o 2 nunca ocupam posições adjacentes, mas o 3 e o 4 sempre ocupam posições adjacentes?
(A) 144 (B) 180 (C) 240 (D) 288 (E)360

23 - (ITA-99) Listando-se em ordem crescente todos os números de cinco algarismos distintos formados com os elementos do conjunto {1, 2, 4, 6, 7}, o número 62417 ocupa o n-ésimo lugar. Então n é igual a:
a) 74 b) 75 c) 79
d) 81 e) 92

24 - (ITA-98) O número de anagramas da palavra VESTIBULANDO, que não apresentam as cinco vogais juntas, é:
a) 12! b) (8!)(5!) c) 12! – (8!)(5!)
d) 12! – 8! e) 12! – (7!)(5!)

25 - (ITA-97) Sejam m ∈ N e n ∈ $\Re_+^*$ com m ≥ 10 e x ∈ $\Re_+^*$. Seja D o desenvolvimento do binômio $(a + b)^m$, ordenado segundo as potências crescentes de b. Quando $a = x^n$ e $b = x^{-n^2}$, o sexto termo de D fica independente de x. Quando $a = x$ e $b = x^{-1/n}$, o oitavo termo de D se torna independente de x. Então m é igual a

a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18

26 - (ITA-96) Dadas as afirmações:

I- $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+......+\binom{n}{n-1}+\binom{n}{n}=2^n, n \in N$

II- $\binom{n}{k}=\binom{n}{n-k}. n \in N, k=1,2,3...,n$

III- Existem mais possibilidades de escolher 44 números diferentes entre os números inteiros de 1 a 50 do que escolher 6 números diferentes entre os números inteiros de 1 a 50. Conclui-se que:

a) Todas são verdadeiras
b) Apenas a afirmação I e II são verdadeiras.
c) Apenas I é verdadeira.
d) Apenas II é verdadeira.
e) Apenas II e III são verdadeiras.

27 - (ITA-96) Três pessoas A, B e C, chegam no mesmo dia a uma cidade onde há cinco hotéis H1, H2, H3, H4 e H5. Sabendo que cada hotel tem pelo menos três vagas, qual/quais das seguintes afirmações, referentes à distribuição das três pessoas nos cinco hotéis, é/são correta(s)?

I- Existe um total de 120 combinações
II- Existe um total de 60 combinações se cada pessoa pernoitar num hotel diferente
III- Existe um total de 60 combinações se duas e apenas duas pessoas pernoitarem no mesmo hotel

a) Todas as afirmações são verdadeiras.
b) Apenas a afirmação I é verdadeira.
c) Apenas a afirmação II é verdadeira.
d) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.
e) Apenas as afirmações II e III são verdadeiras.

28 - (ITA-95) Considere todos os números de cinco algarismos formados pela justaposição de 1, 3, 5, 7 e 9 em qualquer ordem, sem repetição. A soma de todos esses números está entre:

a) 5.10^6 e 6.10^6. b) 6.10^6 e 7.10^6. c) 7.10^6 e 8.10^6.
d) 9.10^6 e 10.10^6. e) 10.10^6 e 11.10^6.

29 - (ITA-95) Para cada n $\in$ N, temos que:

$1-\binom{4n}{2}+\binom{4n}{4}-...-\binom{4n}{4n-2}+1$ é igual a:

a) $(-1)^n2^{2n}$. b) 2^{2n}. c) $(-1)^n2^n$.
d) $(-1)^{n+1}2^{2n}$. e) $(-1)^{n+1}2^n$.

30 - (ITA-94) Quantas anagramas com 6 caracteres distintos podemos formar usando as letras da palavra QUEIMADO, anagramas estes que contenham duas consoantes e que, entre as consoantes, haja pelo menos uma vogal?

a) 7200 b) 7000 c) 4800
d) 3600 e) 2400

31 - (ITA-94) No desenvolvimento de $A=(\frac{3a^2}{2}+\frac{2m}{3})^{10}$, a razão entre a parcela contendo o fator $a^{16}m^2$ e a parcela contendo o fator $a^{14}m^3$ é igual a 9/16. Se a e m são números reais positivos tais que $A=(m^2+4)^5$ então:

a) a .m = 2/3 b) a .m = 1/3 c) a + m = 5/2
d) a + m = 5 e) a – m = 5/2

32 - (ITA-93) Possuo 3 vasos idênticos e desejo ornamentá-los com 18 rosas, sendo 10 vermelhas e 8 amarelas. Desejo que um dos vasos tenha 7 rosas e os outros dois no mínimo 5. Cada um deverá ter 2 rosas vermelhas e 1 amarela, pelo menos. Quantos arranjos distintos poderei fazer usando as 18 rosas?

a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 14

33 - (ITA-93) Analisando as afirmações classificando-as em verdadeira ou falsa:

I. O número de maneiras que podemos distribuir 5 prêmios iguais a 7 pessoas de modo que cada pessoa premiada receba no máximo um prêmio é 21.

II. O número de maneiras que podemos distribuir 5 prêmios iguais a sete pessoas de modo que 4 e apenas 4 sejam premiadas é 140.

III. Para todo natural n, n ≥ 5, $\binom{n}{5}=\binom{n}{n-5}$.

Você concluiu que:

a) apenas I é verdadeira d) todas são verdadeiras
b) apenas II e III são verdadeiras e) todas são falsas
c) apenas III é verdadeira

34 - (ITA-92) No desenvolvimento $(x + y)^6$, ordenado segundo as potências decrescentes de x, a soma do 2º termo com 1/10 do termo de maior coeficiente é igual a oito vezes a soma de todos os coeficientes. Se $x = (2)^{z+1}$ e $y = (1/4)^{z-1/2}$, então:

a) z $\in$ [0, 1] b) z $\in$ (20, 50) c) z $\in$ ($-\infty$, 0]
d) z $\in$ [1, 15] e) n.d.a.

35 - (ITA-91) Uma escola possui 18 professores sendo 7 de Matemática, 3 de Física e 4 de Química. De quantas maneiras podemos formar comissões de 12 professores de modo que cada uma contenha exatamente 5 professores de Matemática, com no mínimo 2 de Física e no máximo 2 de Química ?

a) 875 b) 1877 c) 1995 d) 2877 e) n.d.a.

36 - (ITA-90) Há muito tempo atrás, quando poucas pessoas eram versadas na arte de contar, houve uma grande tempestade no oceano. Um navio, colhido pelo tufão, foi salvo graças ao trabalho excepcional de dois marinheiros. Terminada a borrasca, o capitão, decidido a recompensar seus dois comandados pelo serviço bem executado, anunciou que dividiria entre eles no dia seguinte o conteúdo de um pequeno baú com moedas de ouro, tendo encarregado o seu imediato desta tarefa. Acontece que os dois marinheiros eram muito amigos e, querendo evitar o constrangimento de uma partilha pública, um deles teve a ideia na madrugada de pegar a sua parte do prêmio. Indo ao baú, este marinheiro separou as moedas em dois grupos idênticos e, para sua surpresa, sobrou uma moeda. Não sabendo como proceder, jogou-a ao mar para agradecer aos deuses a sua sobrevivência e pegou a parte que lhe cabia. Porém, mais tarde o segundo marinheiro teve exatamente a mesma ideia. Indo ao baú, ele separou as moedas em dois montes iguais e, para surpresa sua, sobrou uma moeda. Jogou-a ao mar como agradecimento pela sua sorte e tomou a parte que lhe cabia da recompensa. Pela manhã os dois marinheiros se sentiram constrangidos em comunicar o procedimento noturno. Assim, o imediato separou as moedas em dois grupos e verificou que sobrava uma. Deu a cada marinheiro a sua parte do prêmio e tomou para si a moeda restante como paga pelos seus cálculos.
Sabendo-se que a razão entre as moedas ganhas pelo primeiro e pelo segundo marinheiros foi de 29/17 então o número de moedas que havia originalmente no baú era:
a) 99 b) 95 c) 135 d) 87 e) n.d.a.

37 - (ITA-89) Considere o desenvolvimento $(x + y)^{10} = A_1x^{10} + A_2x^9y + \ldots$, onde x e y são números reais. A oitava parcela do lado direito é igual a $\frac{405}{2}(\log_k 2)^3$, para algum $k > 1$, $x = \frac{2\log_2 k}{\sqrt{\log_k 2}}$ e $y = \frac{\sqrt{\log_k 2}}{2\log_2 k}$. Neste caso:
a) $k^2 = 2$ b) $k^2 = 3$ c) $k^3 = 2$ d) $k^3 = 7$
e) $k^3 = 5$

38 - (ITA-89) Escreva e desenvolvimento do binômio $(\text{tg}^3x - \text{cosec}^6x)^m$, onde m é um número inteiro maior que zero, em termos de potências inteiras de sen x e cos x. Para determinados valores do expoente, este desenvolvimento possuirá uma parcela P, que não conterá a função sen x. Seja m o menor valor para o qual isto ocorre. Então P = – 64/9 quando x for igual a:
a) $x = \pi/3 + 2k\pi$, k inteiro
b) $x = \pm\pi/3 + k\pi$, k inteiro
c) $c = \pi/4 + k\pi$, k inteiro
d) $x = \pm\pi/6 + 2k\pi$, k inteiro
e) não existe x satisfazendo a igualdade desejada.

39 - (ITA-88) No desenvolvimento de $(1 + 3x)^m$, a razão entre os coeficientes dos termos de terceiro e primeiros graus em x é 6(m – 1). O valor de m é:
a) 3 b) 4 c) 6 d) 8 e) 10

40 - (ITA-88) Considere (P) um polígono regular de n lados. Suponha que os vértices de (P) determinem 2n triângulos, cujos lados não são lados de (P). O valor de n é:
a) 6 b) 8 c) 10 d) 20 e) Não existe polígono regular com esta propriedade.

41 - (ITA-88) A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono regular é 2160º. Então o número de diagonais deste polígono, que não passam pelo centro da circunferência que o circunscreve, é:
a) 50 b) 60 c) 70 d) 80 e) 90

42 - (ITA-87) Quantos números de 3 algarismos distintos podemos formar, empregando caracteres 1, 3, 5, 6, 8 e 9?
a) 60 b) 120 c) 240 d) 40 e) 80

43 - (ITA-87) O número de arranjos de n + 2 objetos tomados cinco a cinco vale 180n. Nestas condições, concluímos que:
a) n é um número par
b) n é um número primo
c) n está compreendido entre 100 e 200
d) n é um número par
e) n é divisível por 5

44 - (ITA-86) No conjunto C dos números complexos seja a tal que |a| < 1. O lugar geométrico dos pontos z ∊ C que satisfazem a igualdade $\left|\frac{z - a}{1 - \bar{a}z}\right| = 1$ é:
a) Uma circunferência de centro na origem e raio 1.
b) Uma hipérbole.
c) Uma elipse de semi-eixo maior igual a 1.
d) Uma parábola.
e) Formado por duas retas concorrentes.

45 - (ITA-84) O valor de m, tal que $\sum_{p=0}^{m}\binom{m}{p}2^p = 729$, é:

a) 14 b) 9 c) 6 d) 7 e) 8

46 - (ITA-83) Um general possui n soldados para tomar uma posição inimiga. Desejando efetuar um ataque com dois grupos, um frontal com r soldados e outro da retaguarda com s soldados (r + s = n), ele poderá dispor seus homens de:

a) $\frac{n!}{(r+s)!}$ maneiras distintas neste ataque.

b) $\frac{n!}{r!s!}$ maneiras distintas neste ataque.

c) $\frac{n!}{(rs)!}$ maneiras distintas neste ataque.

d) $\frac{2(n!)}{(r+s)!}$ maneiras distintas neste ataque.

e) $\frac{2(n!)}{r!s!}$ maneiras distintas neste ataque.

GABARITO

1	E
2	D
3	D
4	D
5	A
6	*
7	A
8	C
9	B
10	A
11	A
12	E
13	A
14	E
15	A
16	E
17	A
18	C
19	D
20	E
21	D
22	A
23	D

24	C
25	B
26	B
27	E
28	B
29	A
30	A
31	C
32	B
33	D
34	C
35	D
36	B
37	C
38	D
39	C
40	B
41	C
42	B
43	D
44	C
45	C
46	B