EXÉRCITO BRASILEIRO

I-M-E

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

CONCURSO DE ADMISSÃO AO CURSO DE GRADUAÇÃO

MATEMÁTICA

FOLHA DE QUESTÕES

2005

1ª QUESTÃO **Valor: 1,0**

Determine as dimensões do retângulo de maior área cuja base está sobre o eixo x, sabendo-se que os demais vértices situam-se no semiplano $y > 0$ e são pertencentes à parábola $y = 8 - x^2$.

2ª QUESTÃO **Valor: 1,0**

Determine os valores dos coeficientes do polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, sabendo-se que $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ e que os coeficientes a e c representam os lados de um retângulo cuja área é igual a 11.

3ª QUESTÃO **Valor: 1,0**

Resolva a equação:

$$x^{10} - 2x^9 + 2x^8 + x^6 - 2x^5 + 2x^4 - 12x^2 + 24x - 24 = 0,$$

sabendo-se que ela possui uma raiz complexa de módulo $\sqrt{2}$ e argumento $\pi/4$.

4ª QUESTÃO **Valor: 1,0**

ABCD é um tetraedro regular de aresta a. Um plano secante ao sólido é paralelo à aresta CD e perpendicular à face BCD. Calcule a área da seção obtida em função de a e da distância x do plano secante ao vértice B, considerando todos os casos possíveis.

5ª QUESTÃO **Valor: 1,0**

a) Determine os ângulos de um triângulo (em radianos), sabendo-se que um deles é solução da equação trigonométrica $\frac{\sqrt{3}}{3}\operatorname{sen} x + \cos x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, e outro é solução da equação $\sec x - \cos x = \operatorname{sen} x$;

b) Sabendo-se que este triângulo está inscrito em uma circunferência de raio 5 cm, determine os comprimentos de seus lados.

6ª QUESTÃO **Valor: 1,0**

Determine a em função de n $(n \in \mathbb{N}, n > 2)$, sabendo-se que $(x-1)^2$ é divisor do polinômio:

$$P(x) = x^n - ax^{n-1} + ax - 1$$

7ª QUESTÃO **Valor: 1,0**

Calcule o valor de $y \in \mathbb{R}$ que satisfaz a seguinte equação:

$$\log_y 81 = \log_{y^2} 9 + \log_{2y} 9$$

8ª QUESTÃO **Valor: 1,0**

Determine a função f, diferenciável e não-nula para todo x real, que satisfaz a equação

$$f^2(x) = \int_0^x f(t)\frac{\operatorname{sen} t}{2+\cos t}\,dt$$

9ª QUESTÃO **Valor: 1,0**

Sabe-se que os números $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ satisfazem a relação $a_{n+1} = 2a_n - a_{n-1} + K$, onde n é um inteiro positivo e K é uma constante real. Expresse a_n em função de a_0, a_1, n e K.

10ª QUESTÃO **Valor: 1,0**

ABCD é um quadrado de lado 1. P e Q são pontos em AB e BC tais que o ângulo $P\hat{D}Q$ é igual a 45°. Prove que o perímetro do triângulo PBQ é constante.