Livro Eletrônico

Estratégia CONCURSOS

Aula 02

Matemática I p/ Escola de Sargentos das Armas (EsSA) Com videoaulas - Pós-Edital

Ismael de Paula dos Santos

AULA 02 – Divisibilidade, M.M.C, M.D.C, Fatores Primos, Representação Decimal

Sumário

1 – INTRODUÇÃO

Olá, meu futuro aprovado! Como andam os estudos? Espero que bem!

Nesta aula daremos continuidade no conteúdo de **MAT 1**. Espero que estejam gostando do nível da teoria abordada para o seu certame. Ainda temos muita coisa para ver e exercitar. Sigamos firmes.

Vamos à nossa aula!

O primeiro dos assuntos será: Conjuntos Numéricos Fundamentais. Tema bastante amplo, no qual abordarei muitas definições, propriedades, operações etc. Tudo que veremos nesta aula cairá em sua prova, ainda que de uma forma não tão explícita, mas cai. Então, preste bastante atenção!

Já adianto que não temos questões da prova da ESA. Assim, para que possamos ter um padrão de cobrança, selecionei questões, em sua maioria militares, outras como exercício modelo, para testar de fato o conteúdo adquirido.

Não esqueça do nosso fórum, local onde você poderá retirar possíveis dúvidas sobre seu aprendizado.

@professor_ismaelsantos

profismael.mat@gmail.com

FALE COMIGO

Sem mais, vamos a nossa aula!

2 – DIVISIBILIDADE

1 – INTRODUÇÃO

Iniciando a nossa aula, gostaria de deixar claro que este tema não cai de forma explícita, mas sim, são meios determinantes para solução de muitos deles. O concurso da **ESA** se prende bastante ao conteúdo do ensino médio, porém, isso não significa que devemos deixar de lado a parte base, ou seja, fundamental da nossa matemática.

O propósito desta aula é apresentar alguns temas de forma dosada, para que saibam que existe e que podem muito bem ajudar nas soluções de questões lá na frente.

Pelos motivos supracitados, ressalto que não temos muitas questões da sua prova deste tema, que possam servir de base para seu estudo, no entanto, postei algumas outras de fixação de modo a servir com base para simples aplicação do conteúdo.

Sem mais...vamos à luta!!!

2 - MÚLTIPLOS DE NÚMEROS NATURAIS

Antes mesmo de falarmos sobre divisibilidade, vamos fazer um passeio sobre o tema Múltiplos de Naturais. Blz?

- **Múltiplos de um número *N* natural M (*N*) ou $\dot{N}$ (simbologia equivalente)**

Chama-se múltiplo de um número N natural, ao produto de N por qualquer número do conjunto N = {0, 1, 2, ...}, que representa o conjunto dos números naturais. O conjunto dos múltiplos naturais de N é:

$$M(N) = \{0, N, 2N, 3N, 4N, \ldots\}$$

Exemplos:

a) O conjunto dos múltiplos de 3 é:

$$M(3) = \dot{3} = \{0, 3, 6, 9, 12, 15,...\}$$

b) O conjunto dos múltiplos de 7 é:

$$M(7) = \dot{7} = \{0, 7, 14, 21, 28, ...\}$$

Fique ligado às seguintes observações!!

1º) O zero é múltiplo de qualquer número.
2º) Todo número é múltiplo de si mesmo.

3 – Divisores de Números Naturais

Agora, passaremos pelo tópico divisores de um número natural.

- **Divisores de um número N natural D(N)**

Dizemos que um número natural **a** divide um número natural **b**, quando a divisão de **a** por **b** for exata, ou seja, deixar resto zero. Nestas condições **a** é divisor de **b** e, consequentemente, **b** é divisível (ou múltiplo) por **a**.

Representamos simbolicamente por: $a|b$, lê-se a divide b

Em outras palavras:

Se $d|D$, a divisão diz-se exata. Sabemos que em toda divisão (possível) se faz presente a relação: Dividendo é igual ao divisor multiplicado pelo quociente, mais o resto, que no caso de ser exata terá valor nulo.

Podemos ainda dizer que: $(D = d.q,$ resto 0).

- d é divisor de D (ou **q** é divisor de D)
- D é múltiplo de d (ou D é múltiplo de **q**)

Exemplos:

a) 20 é divisível (múltiplo) por 4, pois 20 = 4.5

b) 42 é divisível (múltiplo) por 7, pois 42 = 7.6

c) Podemos representar o conjunto dos divisores naturais de 12 por: D(12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}

d) Conjunto dos divisores naturais de 30: D(30) = {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}

Existe sim, uma forma mais simples para encontrar todos os divisores naturais de um número natural. Este método será visto mais a frente.

INDO MAIS FUNDO!

Segue abaixo, algumas propriedades importantes que estão diretamente ligadas com o tema divisibilidade.

1ª) A unidade (1) divide qualquer número natural, ou seja, $1|n$, para todo n natural.
2ª) O resultado da divisão de um número, não nulo, por zero, não existe, ou seja, a divisão é impossível.

3ª) O quociente da divisão 0 : 0 é indeterminado.
4ª) Todo número natural diferente de zero divide o número zero, ou seja, $n|0$, para todo n não nulo.
5ª) Todo número natural diferente de zero divide a si próprio, ou seja, $n|n$ para todo n não nulo, (propriedade reflexiva).
6ª) Sendo a, b e c três número naturais, se $a|b$ e $b|c$, então $a|c$, (propriedade transitiva).

- **Teorema**

"Se um número B dividir outro número A, então dividirá todos os múltiplos de A".

Demonstração:

1° passo: Se B é divisor de A ($B|A$), então: A é múltiplo de B (A =n.B), com $(n \in$ [redacted]

2° passo: Imagine agora α . A sendo um múltiplo qualquer de A $(\alpha \in$ [redacted]

Podemos muito bem fazer a seguinte igualdade: α .A = α .(n.B), sabendo que (A = n.B)

Ou seja, α .A = $\dot{B}$

Portanto, sendo α .A também múltiplo de B, B é divisor de α .A (qualquer múltiplo de A).

Vamos ver um exemplo prático para que fique mais inteligível.

Imaginemos A=18 e B=6. Perceba que:

1° passo: Se B é divisor de A ($B|A$), pois $6|18$. Isso implica dizer que A é múltiplo de B.

2° passo: Imagine agora α . 18 sendo um múltiplo qualquer de A, com α =2, logo, 2.18=36

Podemos muito bem fazer a seguinte igualdade: α .A = α .(n.B), ou seja, 2.18=2.(3.6).

INDO MAIS **FUNDO!**

“A soma ou diferença dos múltiplos de um número são múltiplos desse número.”

4 - Regras (ou critérios) de divisibilidade

São regras que nos permitem verificar se um número natural **a** é divisível por outro **b**, sem efetuar, de fato, a divisão. Existem diversas regras, porém, irei me ater somente as apresentadas abaixo.

I) Divisibilidade por 2

Um número é divisível por 2 quando o último algarismo da direita for par, ou seja, precisa terminar em 0, 2, 4, 6 ou 8.

Exemplos:

- ✓ 57.50**8** é divisível por 2, pois 8 é divisível por 2.
- ✓ 893.01**6** é divisível por 2, pois 6 é divisível por 2.
- ✓ 312.34**5** **não** é divisível por 2, pois “5 : 2 dá resto 1”, e neste caso, “340.245 : 2 também dá resto 1”.

II) Divisibilidade por 3

Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos (e não relativos) dos seus algarismos for divisível por 3, ou seja, múltiplo de três.

Exemplos:

- ✓ 1521 é divisível por 3, pois 1+5+2+1 = 9 e 9 é divisível por 3.
- ✓ 702.153 é divisível por 3, pois 7+0+2+1+5+3 = 18 e 18 é divisível por 3.
- ✓ 57874 **não** é divisível por 3, pois 5+7+8+7+4 = 31 e "31 : 3 dá resto 1". Logo o resto da divisão "57874 por 3 também dá resto 1".

III) Divisibilidade por 4

Um número é divisível por 4 quando o número formado pelos seus **dois últimos** algarismos da direita for divisível por 4.

Exemplos:

- ✓ 51**32** é divisível por 4, pois 32 é divisível por 4.
- ✓ 95130**16** é divisível por 4, pois 16 é divisível por 4.
- ✓ 90**22** **não** é divisível por 4, pois "22 : 4 dá resto 2". Logo, o resto da divisão de "9022 : 4 também é 2".

IV) Divisibilidade por 5

Um número é divisível por 5 quando seu último algarismo for zero (0) ou cinco (5).

Exemplos:

- ✓ 103**5** é divisível por 5, pois 5 é divisível por 5.
- ✓ 3122**0** é divisível por 5, pois 0 é divisível por 5.

- ✓ 931<u>**7**</u> **não** é divisível por 5, pois "7 : 5 dá resto 2", logo, o resto da divisão "9317 : 5" também é 2.

V) <u>Divisibilidade por 6</u>

Um número será divisível por 6 quando a soma dos algarismos das unidades com o quádruplo da soma dos algarismos restantes for um número divisível por 6. Podemos também dizer que será divisível por 6 quando for ao mesmo tempo por 2 e 3.

Exemplos:

- ✓ 1512 é divisível por 6, pois 2+ 4.(1+5+1) = 30, e 30 é divisível por 6
- ✓ 72306 é divisível por 6, pois 6+ 4. (7+2+3+0) = 54, e 54 é divisível por 6.
- ✓ 1720514 **não** é divisível por 6, pois 4+ 4.(1+7+2+0+5+1) = 68, e "68 : 6 dá resto 2". Logo, "1720514 : 6 também dá resto 2".

Portanto, o resto da divisão de um número por 6 é igual ao resto obtido da divisão da soma do algarismo das unidades com o quádruplo da soma dos algarismos restantes por 6.

VI) <u>Divisibilidade por 7</u>

1º caso: se o número apresentar até 3 algarismos em sua composição, efetuamos a divisão normalmente.

2º caso: se o número apresentar mais de 3 algarismos em sua composição, o número será divisível por 7 quando a diferença entre a soma dos números situados nas classes ímpares e a soma dos números situados nas classes pares for divisível por 7.

Exemplos:

- ✓ **1**.635.**931**.720.**888** é divisível por 7, pois [(888+931+1) – (720+635)] = 465, e 465 é divisível por 7
- ✓ 71.**243**.801.**599** **não** é divisível por 7, pois [(599+243) – (801+71)] = -30. Como o valor encontrado é negativo, devemos somar a esse valor o menor múltiplo de 7 maior ou igual ao módulo do valor encontrado, isto é, (-30 + 35) = 5, logo o resto é 5.

Portanto, o resto da divisão do número N por 7 é igual ao resto da divisão da diferença entre a soma das classes ímpares e a soma das classes pares.

VII) <u>Divisibilidade por 8</u>

Um número é divisível por 8 quando o número formado pelos três últimos algarismos da direita for divisível por 8.

Exemplos:

- ✓ 35**<u>240</u>** é divisível por 8, pois 240 é divisível por 8.
- ✓ 13**<u>512</u>** é divisível por 8, pois 512 é divisível por 8.
- ✓ 1.779.**<u>127</u>** **não** é divisível por 8, pois “127 : 8 dá resto 7”, logo o resto da divisão de “1.978.127 por 8 também é 7”.

VIII) <u>Divisibilidade por 9</u>

Um número é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos (e não relativos) dos seus algarismos for divisível por 9.

Exemplos:

- ✓ 5877 é divisível por 9, pois 5+8+7+7 = 27, e 27 é divisível por 9
- ✓ 1.302.498 é divisível por 9, pois 1+3+0+2+4+9+8 = 27, e 27 é divisível por 9
- ✓ 8.765.432 **não** é divisível por 9, pois 8+7+6+5+4+3+2 = 35, e "35 : 9 dá resto 8", logo "8.765.432 : 9 também dá resto 8".

IV) Divisibilidade por 10

Um número é divisível por 10 quando termina em zero.

Exemplos:

- ✓ 5.38**0** é divisível por 10, pois termina em zero.
- ✓ 975.43**2** **não** é divisível por 10, pois "2 : 10 dá resto 2", logo "975.432 : 10 também dá resto 2.

X) Divisibilidade por 11

Um número é divisível por 11 quando a soma dos algarismos de ordem ímpar (S_I), menos a soma dos algarismos de ordem par (S_P) for divisível por 11.

Exemplos:

- ✓ 74.918.185.936 é divisível por 11, pois $S_I - S_P$ = 47-14 = 33, e 33 é divisível por 11
- ✓ 84937052 **não** é divisível por 11, pois $S_I - S_P$ = 9-29 = -20. Como o valor encontrado é negativo, devemos somar a esse valor o menor múltiplo de 11 maior ou igual ao módulo do valor encontrado, isto é, -20+22 = 2, logo o resto é 2.

Portanto, o resto da divisão do número N por 11 é igual ao **resto obtido da diferença entre a soma dos algarismos da ordem ímpar e a soma dos algarismos da ordem par.**

QUESTÕES COMENTADAS

(Exercício Fixação)

01. Dado o número 85**a**2**b**, determine todos os valores que tornam esse número divisível por 5 e por 9, simultaneamente.

Comentário:

Num primeiro momento devemos saber que ***a e b*** são algarismos que podem variar de 0 a 9. Agora sim, vamos a sua resolução!

Para que o número seja divisível por 5, devemos ter b = 0 ou b = 5, que são as terminações, consoante o critério de divisibilidade por 5. Assim, temos que pensar nesta questão em dois passos, para que possamos descobrir os possíveis valores de a para que também seja divisível por 9, quais sejam:

1º - Se b = 0, então a soma dos algarismos 8+5+a+2+0 = 15 + a deve ser múltiplo de 9.

Logo, a = 3, pois 15 + 3 = 18, que é uma soma múltipla de 9

2º - Se b = 5, então a soma dos algarismos 8+5+a+2+5 = 20 + a deve ser múltiplo de 9.

Logo, a = 7, pois 20 + 7 = 27, que é uma soma múltipla de 9

Resposta: a = 3 e b = 0 ou a = 7 e b = 5

Gabarito: a = 3 e b = 0 ou a = 7 e b = 5

(Exercício Fixação)

02. Determine o valor do algarismo "a" no número 12**a**.381 para que o resto da divisão deste número por 11 seja 4.

Comentário:

Vejamos que a soma dos algarismos de ordem ímpar é: S_I = 1+3+2 = 6 e que a soma dos algarismos de ordem par é: S_P = 8+a+1+9 = 9+a. Portanto, devemos ter: $S_I - S_P$ = 6 – (9+a) = - 3 – a.

Perceba que na questão, a banca não pede os valores de ***a*** para que o número seja múltiplo, mas sim, para que o número formado deixe resto 4, na divisão por 11. Assim, para que o resto da divisão por 11 seja 4, devemos ter quatro unidades a mais que um múltiplo positivo de 11. Veja abaixo:

-3-a $\Rightarrow$ possui valor negativo, porém, devemos deixá-lo positivo, para isso, somaremos o valor de 11 a essa expressão. Veja como fica:

-3-a+11 $\Rightarrow$ 8-a , agora sim, possivelmente este valor será positivo.

Observe que o número 8-a deverá ser igual a 4, ou igual a um número múltiplo de 11 mais 4 unidades. De pronto, já percebemos que deverá ocorrer a primeira situação, pois, se assim não for, o algarismo a será maior que 9, o que não pode ocorrer. Assim:

$$8-a = 4 \Rightarrow a=4$$

Logo a = 4

Gabarito: a = 4

(Exercício Fixação)

03. A diferença entre o maior e o menor número que podemos formar com os algarismos 2, 4, 7 e 9, que sejam divisíveis por 11 vale:

Comentário

De pronto, já podemos afirmar que o maior número formado deve iniciar com 9 e o menor com 2. Esta afirmação encontra base no próprio enunciado.

Para que o número seja divisível por 11, a diferença entre a soma dos algarismos de ordem ímpar e a soma dos algarismos de ordem par deve ser divisível por 11. Observando que:

$$9 + 2 = 7 + 4$$

Concluímos que:

- 9724 é o maior número formado
- 2497 é o menor número formado

Assim a diferença será: 9.724 – 2.497 = 7.227

Gabarito: 7.227

(Exercício Fixação)

04. O algarismo das unidades de um número “x”, de três algarismos, excede o das dezenas em 6 unidades. Determine “x”, sabendo-se que é múltiplo de 44.

Comentário

Todo múltiplo de 44 é múltiplo de 11 e de 4, simultaneamente, pois 44 = 4 . 11. Lembrando que para ser múltiplo de 4, basta analisar os dois últimos algarismos.

O múltiplo de 4, cujo algarismo das unidades excede o das dezenas em 6 unidades, ou seja, tem 6 unidades a mais que o algarismo da dezena, é **28**. Logo o número procurado é da forma **a28**

Para encontrarmos o valor do algarismo "a", utilizaremos a divisibilidade por 11, que é: a diferença entre a soma dos algarismos de ordem ímpar e a soma dos algarismos de ordem par deve ser divisível por 11

$$(8 + a) - 2 = 11$$

Logo a = 5

Gabarito: a = 5

3- Máximo Divisor Comum (M.D.C)

1 - Conceito

O máximo divisor comum entre dois ou mais números é o maior número que os divide exatamente, ou seja, deixa resto zero.

Exemplo:

✓ O maior divisor comum de 12 e 18 é 6, pois, dentre os divisores comuns de 12 e 18: 1, 2, 3 e 6, este é o maior deles.

Fica simples encontrar o MDC de números relativamente pequenos, porém, quando são números maiores que o comum, o mais indicado é aplicar os procedimentos comuns para sua determinação.

2 - Processos para determinação do MDC

Veremos a seguir, as principais técnicas para a determinação MDC. Lembrando que MDC significa: MÁXIMO DIVISOR COMUM.

1º Processo: Pela interseção dos divisores comuns

Num primeiro momento, deve-se determinar os divisores de cada um dos números dos quais se deseja calcular o MDC, e verificar, num segundo momento, no conjunto formado pela interseção dos divisores, qual o maior deles.

Lembro-vos que interseção nada mais é que os elementos em comum dos dois conjuntos formados pelos divisores dos números dados.

Exemplo: Encontrar o MDC dos números 90 e 108.

1º passo: Determinar os divisores de cada um dos números

		1
90	2	**2**
45	3	3.1=**3**, 3.2= **6**
15	3	3.3=**9**, 3.6=**18**
5	5	5, 19, 15
1		30, 45, 90

As setas indicam um produto dos fatores primos da decomposição do número 90 (coluna central), com divisores (coluna da direita), encontrados um a um, a partir do 1, que é divisor de todos os números naturais. Ressalto que, sempre o fator abaixo será multiplicado pelos divisores acima dele.

		1
108	2	**2**
54	2	**4**
27	3	**3, 6, 12**
9	3	**9, 18, 36**
3	3	**27, 54, 108**
1		

As setas indicam um produto dos fatores primos da decomposição do número 90 (coluna central), com divisores (coluna da direita), encontrados um a um, a partir do 1, que é divisor de todos os números naturais. Ressalto que, sempre o fator abaixo ser multiplicado pelos divisores acima dele.

Desta forma, pode-se afirmar que:

- D(90) = {1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90}

- D(108) = {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27,36, 54, 108}

2º passo: Determinar os divisores comuns a 90 e 108 pela interseção entre os conjuntos dos divisores.

$$D(90) \cap D(108) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

3º passo: Verificar o maior divisor comum

MDC (90, 108) = 18

2º Processo: Pela decomposição em fatores primos de cada um dos números

Primeiramente, decompomos cada um dos números dados em fatores primos. A partir daí, o MDC será obtido multiplicando-se os fatores primos comuns elevados pelos seus menores expoentes obtidos na decomposição.

Isso mesmo: será o resultado do produto dos fatore comuns com os seus menores expoentes.

Exemplos:

1) Vamos determinar o MDC dos números 72 e 240

1º passo: decompomos os números dados.

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

240	2
120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$72 = 2^3.3^2$ $\qquad\qquad$ $240 = 2^4.3.5$

2º passo: os fatores primos comuns são: 2 e 3. Perceba que o fator 5 não entra na conta, pois não aparece na decomposição do número 72. Elevando-os aos menores expoentes encontrados na decomposição, obtemos:

$$2^3 \text{ e } 3^1$$

Logo, o MDC (72, 240) = $2^3.3^1 = 24$

2) Sendo A = $2^3.3^4.5^2.7$, B = $2^4.3^2.7^2.11$ e C = $2^2.3^5.5.7^3$. Determine o MDC entre A, B e C.

Exemplo bastante interessante, que é pura aplicação do conceito. Vamos a sua resolução.

Como os números já estão na forma fatorada, basta verificar os fatores primos comuns com seus respectivos menores expoentes.

MDC (A, B, C) = $2^2.3^2.7 = 4.9.7 = 252$

Segue abaixo, algumas das principais Propriedades dentro do tema MDC

1ª) Caso não haja nenhum número que divide exatamente os números dados, além da unidade, isto é, MDC = 1, diz-se que os números dados são primos entre si.

Exemplos:

a) MDC (4, 15) = 1

b) MDC (50, 51) = 1

2ª) Caso o menor dos números dados seja divisor dos outros, o MDC será o menor dos números dados.

Exemplos:

a) MDC (8, 16, 24) = 8

b) MDC (12, 60, 84) = 12

3ª) Multiplicando-se ou dividindo-se dois ou mais números naturais por um outro número qualquer diferente de zero, o MDC deles ficará também multiplicado ou dividido por este número.

Exemplos:

a) MDC (12, 18) = 6

MDC (12.10, 18.10) = 6 . 10 $\Rightarrow$ logo, o MDC (120, 180) = 60

b) MDC (45, 60) = 15

MDC (45:3, 60:3) = 15 : 3 $\Rightarrow$ logo, o MDC (15, 20) = 5

4ª) Dividindo-se dois ou mais números naturais pelo MDC deles, encontraremos sempre quocientes primos entre si.

Demonstração: Sejam A, B, C, ... números dados e MDC (A, B, C,...) = d

Dividindo os números A, B, C ... pelo maior divisor comum deles **d**:

$$A|d = q_A, B|d = q_B, C|d = q_B, \ldots e$$
$$MDC(A|d, B|d, C|d, \ldots) = d|d = 1$$

Teremos MDC $(q_A, q_B, q_C, \ldots) = 1$ .Logo, os quocientes q_A, q_B, q_C são primos entre si.

Exemplo:

MDC (60, 36) = 12

Fazendo:

60 : 12 = 5

36 : 12 = 3

Teremos: MDC (5, 3) = 1, isto é, 5 e 3 são primos entre si.

3º Processo: Por divisões sucessivas

Este método também é conhecido como "Algoritmo de Euclides".

Para determinarmos o MDC de dois números **a** e **b** (a > b), devemos dividir o maior número (a) pelo menor (b), em seguida dividirmos **b** pelo resto da divisão R_1 (primeiro resto encontrado). Depois dividirmos R_1 pelo resto da última divisão, R_2 (resto da segunda divisão), e assim sucessivamente, até encontrarmos resto igual a zero. O último divisor é o MDC procurado.

Na prática, organizam as divisões sucessivas conforme o dispositivo ilustrado abaixo.

	q_1	q_2	q_3	...	q_n	q_{n+1}
a	b				R_{n-1}	$R_n = MDC$
R_1	R_2	R_3	R_4	...	0	

Exemplo: Vamos calcular o MDC dos números 198 e 54 com o emprego do dispositivo acima mencionado:

1º passo: Armamos uma grade, parecida com o famoso "Jogo da Velha" e posicionamos os números 198 e 54 conforme a figura:

198	54	

2º passo: Efetuamos a divisão, colocando o quociente acima do divisor (54) e o resto abaixo do dividendo (198). Caso a divisão não seja exata, o resto passa a ser o novo divisor (ao lado do 54). Repetimos o procedimento **até ocorrer resto zero**. **O MDC será o último divisor (penúltimo resto).**

	3	
198	54	
36		

	3	
198	54	36
36		

	3	1	
198	54	36	18
36	18		

	3	1	2
198	54	36	**18**
36	18	0	

MDC (198, 54) = 18

INDO MAIS FUNDO!

Os quocientes $q_1, q_2, q_3 \dots$ e q_{n-1} encontrados nas divisões sucessivas são números maiores ou iguais a 1 (≥ 1) e, q_n (último quociente encontrado) só poderá ser maior ou igual a 2 (≥ 2).

Exemplo: O MDC de dois números é 13 e os quatro quocientes encontrados na pesquisa pelo Algoritmo de Euclides são os menores possíveis. Determine os números em questão.

Comentário:

Como os quatro quocientes são os menores possíveis, teremos:

	1	1	1	2
A	B	x	y	13
X	y	13	0	

A partir de agora, basta fazermos o caminho inverso de uma divisão. Sabemos que o dividendo será sempre igual ao divisor multiplicado pelo quociente, somado ao resto. Assim, observe o esquema abaixo:

$$y = 13.2 + 0 \Rightarrow y = 26$$
$$x = 26.1 + 13 \Rightarrow x = 39$$
$$B = 39.1 + 26 \Rightarrow B = 65$$
$$A = 65.1 + 39 \Rightarrow A = 104$$

Resposta: 104 e 65

4º Processo: Por decomposição simultânea (processo prático)

Consiste em determinar o MDC de dois ou mais números, efetuando a divisão simultânea deles pelos seus fatores primos comuns até encontrarmos quocientes primos entre si. Diferente da decomposição normal (simples), nesta do MDC, VOCÊ SÓ PODERÁ CONTINUAR A DIVISÃO SE O

FATOR PRIMO FOR COMUM A TODOS OS NÚMEROS DADOS, ou seja, o fator deverá dividir todos os elementos em questão.

Exemplo: Vamos determinar o MDC entre 90 e 108 pela decomposição simultânea.

108	90	2
54	45	3
18	115	3
6	5	
↑	↑	
Primos entre si		

Percebam que a divisão em fatores primos terminou quando chegamos aos elementos 6 – 5, pois são primo entre si, que significa não ter fatores primos em comum.

MDC (108, 90) = 2 . 3 . 3 = 18

Divisores e Quantidade de divisores comuns de dois ou mais números:
Os divisores comuns de dois ou mais números são obtidos determinando-se os divisores do MDC desses números.

Exemplos:

a) Quantos divisores apresentam os números 300 e 480?

Temos que: MDC (300, 480) = 60, e como $60 = 2^2.3.5$, a quantidade de divisores de 60 é:

$$Q_D(60) = (2+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) = 12 \text{ divisores}$$

Logo, 300 e 480 possuem 12 divisores comuns.

b) Determine os divisores comuns dos números 252 e 378

Encontramos o MDC, usando a fatoração simultânea e obtemos os divisores do MDC

			1
378	252	2	**2**
189	126	3	**3, 6**
63	42	3	**9, 18**
21	14	7	**7, 14, 21**
3	2		**42, 63, 126**

Assim, os divisores comuns dos números 252 e 378 são: {1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63, 126}

QUESTÕES COMENTADAS

(Exercício Fixação)

05. Quais os três menores números pelos quais devem ser divididos os números 144, 192 e 272 para que os quocientes sejam iguais?

Comentário:

O MDC entre 144, 192 e 272, obtido pela decomposição simultânea é:

144	192	272	2
72	96	136	2
36	48	68	2
18	24	34	2
9	12	17	

MDC (144, 192 e 272) = $2^4 = 16$

Dividindo-se cada número dado pelo MDC, obtemos os números procurado: 9, 12 e 17 respectivamente.

Resposta: 9, 12 e 17

(Exercício Fixação)

06. O MDC entre dois números A e B (A > B) é 18. Os quocientes obtidos pelo algoritmo de Euclides (divisões sucessivas) foram 1, 2, 2 e 3. A soma A + B vale:

Comentário:

	1	2	2	3
A	B			18
			0	

O MDC(18) fixa embaixo do último quociente (3). O resto da última divisão é sempre zero. Efetuamos, em seguida, o produto do MDC (18) pelo quociente (3), e encontramos 54. Retornamos com o divisor (18) à posição resto.

	1	2	2	3
A **432**	**B** **306**	126	54	18
126	54	18	0	

Efetuando 2 . 54 + 18, obtemos 126. Retornamos 54 à posição resto e efetuando 2 . 26 + 54, obtemos o valor B = 306, e retornando 126 para a posição resto, encontramos A = 1 . 306 + 126 = 432. A soma A + B = 432 + 306 = 738

Resposta: 738

(Exercício Fixação)

07. O MDC entre A e B (A > B) é 24. Os quocientes encontrados pelo Algoritmo de Euclides são os menores possíveis. A diferença A – B vale:

Comentário:

Os 4 menores quocientes são, 1, 1, 1 e 2, logo:

	1	1	1	2
192	120	72	48	24
72	48	24	0	

A – B = 192 – 120 = 72

(Exercício Fixação)

08. Três turmas de uma escola apresentam 60, 72 e 84 alunos, respectivamente. Num dia de festa o diretor ordenou que formassem no pátio grupamentos de alunos da mesma turma e que cada grupamento tivesse o mesmo e o maior número possível de alunos. Quantos alunos deve ter cada grupamento e quantos são os grupamentos?

Comentário:

O MDC entre 60, 70 e 84 representa o número de alunos em cada grupamento.

60	72	84	2
30	35	42	2
15	18	21	3
5	6	7	

MDC = 2.2.3 = 12

Dividindo-se o número de alunos de cada turma pelo MDC, obtemos o número de grupamentos que formamos em cada turma. Total de grupamentos 5+6+7 = 18

Resposta: 12 alunos em cada grupamento e 18 grupamentos.

(Exercício Fixação)

09. Uma linha telefônica vai ser instalada entre duas cidades. A estrada por onde deve passar a linha é dividida em dois trechos, formando em L. Um trecho mede 832m e o outro 876m. Devem-se colocar postes ao longo da estrada, guardando entre si a mesma distância, que deve ser a maior possível. Calcular o número de postes, sabendo-se que coloca um no ponto de encontro dos dois trechos da estrada e um em cada extremidade.

Comentário:

A distância entre dois postes consecutivos é dada pelo MDC (832, 676) = 52m

Note que, num trecho em L (aberto), o número de postes excede de uma unidade o número de divisões de todo o trecho, logo, dividindo-se o comprimento de todo o trecho pelo MDC e acrescentando uma unidade, obtemos o número de postes. [(832+676) : 52]+1 = 30

Resposta: 30 postes.

(Exercício Fixação)

10. Determinar A e B (A > B) sabendo-se que A + B = 360 e MDC (A,B) = 72

Comentário:

Imaginemos que MDC (A, B) = d, então A = d.q e B = d.q', onde q e q' são números primos entre si.

Somando-se as equações obtidas, temos: A + B = d.(q + q')

Se A + B = d.(q + q'), substituindo os dados da questão, encontramos:

$360 = 72(q + q') \rightarrow (q + q') = 5,$ logo

$q = 3; q' = 2$ ou $q = 4; q' = 1$

Se $A = dq$ e $B = dq',$ temos

$A = 3.72 = 216; B = 2.72 = 144$ ou $A = 4.72 = 288; B = 1.72 = 72$

Resposta: A = 216 e B = 144 ou A = 288 e B = 72

(Exercício Fixação)

11. O MDC entre dois números é 123. O maior é 738. Calcular o menor.

Comentário

Sejam A e B os dois números e A > B, temos:

$$A = dq \rightarrow q = \frac{A}{d}$$

$$q = \frac{738}{123} = 6$$

q e q' são primos entre si (q > q'), logo q' = 5 ou q' = 1

A = 5.124 = 615 ou B = 1.123 = 123

E aí, meu querido aluno!! Tudo bem até aqui??

Lembro-vos que estes tópicos não são comuns nem aparecem de forma explícita em sua prova, no entanto, serve como melhora de raciocínio e como ponte de resolução de possíveis problemas, como por exemplo de polinômios.

Sigamos firme!! Vamos estudar um pouco mais sobre o MMC.

4- Mínimo Múltiplo Comum – M.M.C

1 - Conceito

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números naturais é o menor, excluindo o zero, que é múltiplo desses números.

Por exemplo, considere M(3) e M(4) os múltiplos naturais de 3 e 4, respectivamente.

M(3) = {0, 3, 6, 9, **12**, 15, 18, 21, **24**, 27, 30, 33, **36**, 39, ...}

M(4) = { 0, 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**, 40, 44,...}

Podemos verificar que dentre os múltiplos comuns de 3 e 4, o menor, excluindo o zero, é 12. Logo, MMC (3, 4) = 12

2 - Métodos para obtenção do MMC

<u>1º Método</u>: Pela interseção dos múltiplos dos números dados

Devemos determinar os conjuntos dos múltiplos dos números dados, e verificar dentre os múltiplos comuns aos conjuntos o menor múltiplo não nulo.

Por exemplo, como determinar o MMC entre 12 e 18?

1º passo: Determinar os conjuntos dos não nulos de 12 e 18. Lembro-vos que conjunto não nulo, utiliza-se como simbologia o asterisco.

$$M^* (12) = \{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, ...\}$$

$$M^* (18) = \{18, 36, 54, 72, 90, 108, ...\}$$

2º passo: Determinar a interseção entre os conjuntos

$$M^* (12) \cap M^* (18) = \{36, 72, 108, ...\}$$

3º passo: Basta verificar o menor elemento.

Dentre os múltiplos comuns, o menor é 36.

Logo MMC (12, 18) = 36

<u>2º Método</u>: Por decomposição em fatores primos separadamente

A partir da decomposição dos números em fatores primos, o MMC é calculado multiplicando-se os fatores primos comuns e não comuns, elevados aos maiores expoentes que apresentarem.

Exemplo: Determinar o MMC de 90 e 252

1º passo: Decompor os números 90 e 252 em fatores primos

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$90 = 2.3^2.5$ $\qquad\qquad$ $252 = 2^2.3^2.7$

2º passo: Multiplicar os fatores primos comuns e não comuns de 90 e 252, tomando cada um deles com o maior expoente obtido.

MMC (90, 252) = $2^2.3^2.7$

MMC (90, 252) = 1260

<u>3º Método</u>: Por decomposição Simples (não simultânea)

O método consiste em fazer a decomposição completa dos números dados simultaneamente, e o MMC será obtido através do produto dos fatores primos obtidos.

Por exemplo, vamos calcular o MMC de 15, 20 e 30

1º passo: Escrevemos os números dados, separando-os por vírgula, e fazemos um traço vertical ao lado do último número.

$$\begin{array}{r|l} 15,20,30 & \\ & \\ & \\ & \end{array}$$

2º passo: No outro lado do traço colocamos o menor dos fatores primos comuns ou não dos números dados, e abaixo dos números que forem divisíveis pelo fator, colocamos o quociente da divisão. Já os que não forem divisíveis, repetimos.

$$\begin{array}{r|l} 15,20,30 & 2 \\ 15,10,15 & \\ & \\ & \end{array}$$

3º passo: Repetimos o procedimento até que todos os quocientes sejam iguais a 1

15,20,30	2
15,10,15	2
15,5,15	3
5,5,5	5
1,1,1	

4º passo: M MMC será o produto dos fatores primos escritos à direita do traço.

MMC (15,20,30) = $2^2.3.5 = 60$

- **Propriedades**

1ª) O MMC entre dois números primos entre si é igual ao produto deles.

Exemplos:

a) MMC (3,5) = 3 . 5 = 15

b) MMC (11,16) = 11 . 16 = 176

2ª) O MMC entre dois ou mais números naturais, onde o maior é múltiplo do(s) outro(s), é o maior.

Exemplos:

a) MMC (3,27) = 27

b) MMC (12,36) = 36

c) MMC (8,16,24) = 24

3ª) Qualquer múltiplo do MMC de dois ou mais números, também será múltiplo destes números.

Exemplos:

Seja MMC (12,18) = 36

Portanto, 36,72,108,144,... são múltiplos do MMC e são múltiplos de 12 e de 18

4ª) Relação entre o MMC e o MDC de dois ou mais números.

O produto de dois ou mais números naturais diferentes de zero é igual ao produto do MDC pelo MMC deles.

$a\,.\,b = \text{mdc}(a,b).\text{mmc}(a,b)$; consequência da última propriedade.

5ª) Dividindo-se o MMC de dois ou mais números naturais A, B, C,...,por cada um deles, encontramos sempre quocientes primos entre si.

Exemplo: Como MMC (12,18) = 36, temos que:

$$\frac{36}{12} = 3$$

onde 3 e 2 são primos entre si

$$\frac{36}{18} = 2$$

6ª) Multiplicando-se ou dividindo-se o MMC de dois ou mais números naturais por um número diferente de zero, o MMC deles também ficará multiplicado ou dividido por este número.

Exemplos:

a) MMC (12,18) = 36

MMC (12.10, 18.10) = 36.10 $\Rightarrow$ MMC (120,180) = 360

b) MMC (20,30,60)

MMC $({}^{20}\!/_{15}, {}^{30}\!/_{5}, {}^{60}\!/_{5})$ = ${}^{60}\!/_{5} = 12$

Vamos partir para algumas aplicações das propriedades aprendidas sobre MMC?? Simbora!

QUESTÕES COMENTADAS

(Exercício Fixação)

12. O menor número inteiro que dividido por 8, 15 e 18 deixa sempre resto 5 é:

Comentário

O MMC (8,15,18) é menor número que dividido por 8, 15 e 18 deixa sempre resto zero. Para restarem 5 unidades, somamos 5 unidades ao MMC, isto é:

$$MMC\ (8,15,18) + 5 = 360 + 5 = 365$$

Resposta: 365

(Exercício Fixação)

13. Uma pessoa possui mais de R$6.000,00 e menos de R$ 7.000,00. Contando essa quantia de R$ 100,00 em R$ 100,00, de R$ 150,00 em R$ 150,00 ou de R$ 250,00 em R$ 250,00, verificou-se que sempre sobravam R$ 60,00 Quanto possui esta pessoa?

Comentário

MMC (100, 150, 250) = 1500

O múltiplo de 1500 que acrescido de 60 situa-se entre 6000 e 7000 é:

$$1500.4 = 6000$$
$$6000 + 60 = 6060$$

Resposta: 6060

(Exercício Fixação)

14. De um aeroporto partem aviões para São Paulo, Belo Horizonte, Porto Alegre e Brasília, respectivamente de 10 em 10, 20 em 20, de 25 em 25 e de 45 em 45 minutos. Tendo em uma ocasião partido todos no mesmo instante, pergunta-se: No fim de quanto tempo voltarão a partir juntos?

Comentário:

MMC (10, 20, 25, 45) = 900

900 minutos = 15 horas

Resposta: 15 horas

(Exercício Fixação)

15. Duas rodas de engrenagem tem 48 e 54 dentes, respectivamente. Cada roda tem um dente estragado. Se num dado instante estão em contato os dentes estragados, esse encontro repetir-se-á novamente, quando a primeira roda que tem 48 dentes tiver dado x voltas. Qual o valor de x?

Comentário

Os dentes estragados se encontram novamente daqui a:

MMC (48, 54) = 432 engates

A roda menor terá dado: 432 : 48 = 9 voltas

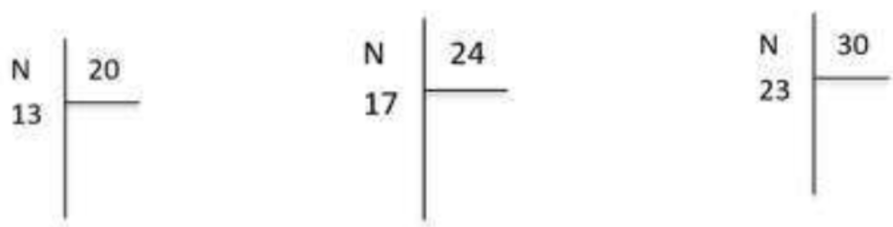
Resposta: 9 voltas

(Exercício Modelo)

16. Determine o menor número dividido por 20 deixa resto 13, dividido por 24 deixa resto 17 e dividido por 30 deixa resto 23.

Comentário

Seja N o número procurado, então:



Observe que a diferença entre o divisor e o resto é constante e igual a 7, isto é, N + 7 é múltiplo comum de 20, 24 e 30. Como o problema pede o menor número, igualamos N + 7 ao MMC (20, 24 e 30), logo:

$N+7 = MMC(20, 24, 30)$

$N+7 = 120$

$N = 113$

Resposta: 113

Opaaaaa.....está acabando esta linda (rsrsrssr) aula.

Em breve os temas serão mais simples e mais amistosos. Blz?? Sigamos em frente!

5 - Estudo dos Números Primos

1- Conceito

Um número natural é primo quando admite apenas dois divisores naturais exatos e distintos: ele mesmo e a unidade (1).

2 - Crivo de Eratóstenes

Eratóstenes (267 a.c. – 194 a.c) foi um matemático nascido na Grécia, criador do primeiro método para encontrar números primos, hoje conhecidos como Crivo de Eratóstenes.

O método resume-se em grifar (riscar) os números divisíveis por 2, 3, 5 e 7,..., maiores que 2, 3, 5, 7,..., conforme forem aparecendo. Vejamos:

	2	3	**4**	5	**6**	7	**8**	**9**	**10**	
	11	**12**	13	**14**	**15**	**16**	17	**18**	19	**20**
	21	**22**	23	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	29	**30**
	31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	37	**38**	**39**	**40**
	41	**42**	43	**44**	**45**	**46**	47	**48**	**49**	**50**

Os números que restaram sem ser marcados nesse quadro foram:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47

Esses são os números primos menores que 50.

Cuidado!!!
- O número 1 não é primo, porque ele tem apenas um divisor, que é ele mesmo.

- Os números que têm mais de dois divisores são denominados de números compostos.

Exemplos de números compostos: 4, 6, 8, 9, 10, 12,...

Todo número composto pode ser expresso como um produto de fatores de potências de números primos. Por exemplo:

$$4 = 2^2$$
$$6 = 2.3$$
$$8 = 2^3$$
$$9 = 3^2$$
$$10 = 2.5$$
$$12 = 2^2.3...$$

Observações e Curiosidades
1ª) O único número par primo é 2.
2ª) Teorema de Euclides: "Existe uma quantidade infinita de números primos".

3 - Regra para reconhecimento de um número primo

Para reconhecer se um número diferente de 1 e 2 é primo, basta dividi-lo pela sucessão de números primos (2, 3, 5, 7, 11, 13,...). Se alguma divisão der exata, o número é composto. Caso contrário, continuamos as divisões até que o quociente se torne igual ou menor que o divisor, caso seja, o número em questão será primo.

Exemplos:

1) Vamos verificar se o número 257 é primo.

Dividindo o número 257 por 2, 3, 5, 7, 11 e 13, nesta ordem, podemos observar que nenhuma divisão é exata. Ao dividirmos 257 por 17, obtemos quociente 15 e resto 2, isto é, quociente menor que o divisor. **Podemos afirmar então que 257 é primo.**

$$\begin{array}{r|l} 257 & 13 \\ \cline{2-2} 127 & 19 \\ 10 & \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{r|l} 257 & 17 \\ \cline{2-2} 19 & 15 \\ 2 & \end{array}$$

Como q = 15 < d = 17 $\Longrightarrow$ 257 é primo

Para dividir por 2, 3, 5, 7 e 11 utilizar as regras de divisibilidade já conhecidas.

2) Vamos verificar se o número 197 é primo.

Dividindo o número 197 por 2, 3, 5, 7, 11 e 13, nesta ordem, podemos observar que nenhuma divisão é exata. Ao dividirmos 197 por 17, obtemos quociente 11 e resto 10, isto é, o quociente é menor que o divisor. **Podemos afirmar então que 197 é primo.**

$$\begin{array}{r|l} 197 & 13 \\ \cline{2-2} 67 & 15 \\ 2 & \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{r|l} 197 & 17 \\ \cline{2-2} 27 & 11 \\ 10 & \end{array}$$

Como q = 11 < d = 17 $\Longrightarrow$ 197 é primo

3) Já o número 253 não é primo. Vejamos:

$$\begin{array}{r|l} 253 & 7 \\ \hline 1 & 36 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{r|l} 253 & 11 \\ \hline 33 & 23 \\ 0 & \end{array}$$

Como a divisão de 253 por 11 é exata, 253 é divisível por 11.

4 - NÚMEROS PRIMOS ENTRE SI

Dois ou mais números são primos entre si quando não admitirem divisores comuns além da unidade (1).

Exemplos:

1) **8 e 15 são primos entre si**

D(8) = {1, 2, 4, 8}

D(15) = {1, 3, 5, 15}

- O único divisor comum é 1.

2) **20 e 21 são primos entre si**

D(20) = {1, 2, 4, 5, 10, 20}

D(21) = {1, 3, 7, 21}

- O único divisor comum é 1

3) **21 e 33 não são primos entre si**

D(21) = {1, 3, 7, 21}

$$D(33) = \{1, 3, 11, 33\}$$

- Há dois primos comuns: 1 e 3

Vejamos algumas propriedades dos números primos entre si

1ª) Dois números naturais sucessivos são sempre primos entre si.

2ª) As potências de dois ou mais números primos, também são números primos entre si.

3ª) Se dois números a e b forem primos entre si, a soma e o produto deles serão sempre números primos entre si.

4ª) Se a e b são dois números quaisquer ($\neq 0$), os números b e a.b + 1 são sempre primos entre si.

5ª) Os números a; a+1 e 2a+1 são sempre primos entre si, dois a dois.

6ª) Um número ímpar qualquer e a metade de seu sucessor são sempre primos entre si.

7ª) Dois números a e b, cuja soma seja um número primo P, são primos entre si.

6 - Representação Decimal

1 - Números decimais – Frações decimais e a escrita dos números decimais.

Dentre as frações, existe um tipo que é "especial" para o nosso sistema de numeração (base 10); são as frações cujo denominador apresenta uma potência de 10, cujo expoente é um número natural maior que ou igual a 1. Este tipo de fração é chamada de fração decimal.

Exemplos de frações que são decimais

$$\frac{1}{10}, \frac{7}{10}, \frac{31}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{231}{10^5}, \ldots$$

Vamos representar a fração decimal $\frac{1}{10}$ (Lê-se: um décimo na figura seguinte). Onde o quadrado será considerado com um inteiro correspondendo a ele o número 1.

Dividindo o quadrado em 10 retângulos iguais, cada um corresponde a $\frac{1}{10}$ do quadrado.

A parte hachurada corresponde a $\frac{1}{10}$

- $\frac{1}{10}$ significa 1 unidade dividida por 10 (1 : 10), ou seja, $\frac{1}{10}$ é 10 vezes menor que 1

Para representarmos "partes da unidade" como a que acabamos de ilustrar, o sistema de numeração foi ampliado da seguinte forma

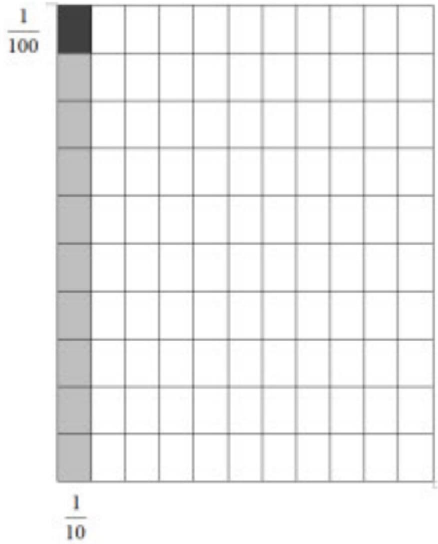
- Será utilizada uma vírgula para separar as unidades inteiras das partes da unidade, criando novas ordens à direita da vírgula (ordens decimais ou casas decimais)
- Cada ordem decimal vale $\frac{1}{10}$ da ordem que está à sua esquerda

Vejamos:

a) A fração $\frac{1}{10}$ significa um décimo da unidade, portanto será representado no sistema de numeração decimal escrevendo o algarismo 1 à direita da ordem das unidades e separando-o dela por uma vírgula.

(parte inteira) $\leftarrow$ **0,1** $\rightarrow$ (parte não inteira)

b) A fração $\frac{1}{100}$ significa um centésimo da unidade representando no quadrado que corresponde ao número inteiro 1



- $\frac{1}{100}$ significa 1 : 100 (1 unidade dividida por 100), ou seja, $\frac{1}{100}$ é 100 vezes menor que 1.

Como $\frac{1}{100}$ (um centésimo) é "$\frac{1}{10}$ de um décimo", sua representação no sistema de numeração decimal é dada por: (parte inteira) $\leftarrow$ **0,01** $\rightarrow$ (parte não inteira)

2 - Leitura Correta dos Decimais

a) $\frac{7}{10} = 0,7$ sete décimos

b) $\frac{17}{100} = 0,17$ um décimo e sete centésimos ou dezessete centésimos

c) $\frac{254}{1000} = 0,254$ dois décimos, cinco centésimos e quatro milésimos ou duzentos e cinquenta e quatro milésimos

d) $\frac{56}{10} = 5,6$ cinco inteiros e seis décimos

e) $\frac{18391}{1000} = 18,391$ dezoito inteiros, três décimos, nove centésimos e um milésimo ou dezoito inteiros e trezentos e noventa e um milésimos

Vamos praticar alguns conceitos!

QUESTÕES PARA MEMORIZAÇÃO

(Exercício Fixação)

01. Cada fração seguinte pode ser representada nas formas decimais. Determine cada uma dessas representações.

a) $\frac{26}{100}$

b) $\frac{238}{100}$

c) $\frac{5439}{1000}$

d) $\frac{439}{1000}$

e) $\frac{3}{1000}$

f) $\frac{38437}{100}$

Comentários:

Basta andar com a vírgula, para que acrescente casas decimais.

a) $\frac{26}{100} = 0,26$

b) $\frac{238}{100} = 2,38$

c) $\frac{5439}{1000} = 5,439$

d) $\frac{439}{1000} = 0,439$

e) $\frac{3}{1000} = 0,003$

f) $\frac{38437}{100} = 384,37$

(Exercício Fixação)

02. Represente os números decimais abaixo na forma de frações irredutíveis:

a) 1,2

b) 35,04

c) 0,15

Comentários:

Basta transformar em frações e realizar as devidas simplificações.

a) 1,2 = $\frac{12}{10} = \frac{6.2}{5.2} = \frac{6}{5}$

b) 35,04 = $\frac{3504}{100} = \frac{876.4}{25.4} = \frac{876}{25}$

c) 0,15 = $\frac{15}{100} = \frac{3.5}{5.20} = \frac{3}{20}$

3 - PROPRIEDADES DOS NÚMEROS DECIMAIS

Segue algumas propriedades importantes sobre os números decimais.

1ª Propriedade: Um número decimal não se altera quando retiramos ou acrescentamos um ou mais zeros à direita de sua parte decimal.

Por exemplo:

a) $0,5 = 0,50 = 0,500 = 0,5000$

b) $1,002 = 1,0020 = 1,00200 = 1,002000$

c) $3,14155926535 = 3,141592653500000000$

2ª Propriedade: Para multiplicar um número decimal por 10, por 100, ... basta deslocar a vírgula uma, duas, três, ... casas decimais para a direita.

Por exemplo:

a) $7,4.10 = 74$

b) $5,38.100 = 538$

c) $0,25.1000 = 250$

3ª Propriedade: Para dividir um número decimal por 10, por 1000, basta deslocar a vírgula uma, duas, três, ... casas decimais para a esquerda.

Por exemplo:

a) $247:10 = 24,75$

b) $0,38:100=0,0038$

c) $15,76:1000=0,01576$

4 - OPERAÇÕES COM NÚMEROS DECIMAIS

- Adição e Subtração

Para efetuar a adição ou a subtração de números decimais devemos seguir alguns passos:

1º) Igualar a quantidade de casas decimais dos números decimais a serem somados ou subtraídos acrescentando zeros à direita de suas partes decimais.

2º) Escrever os números de forma que a(s) coluna(s) da parte inteira (unidades, dezenas, centenas etc), da vírgula e da parte não inteira (décimos, centésimos etc) fiquem alinhados.

3º) Realizar a adição ou subtração como se tratasse de números naturais.

4º) Colocar no resultado uma vírgula alinhada com as demais.

a) 2,4 + 1,723

$$\begin{array}{r} 2,400 \\ +\ 1,723 \\ \hline 4,123 \end{array}$$

b) 2,4 – 1,723

$$\begin{array}{r} 2,400 \\ -\ 1,723 \\ \hline 0,677 \end{array}$$

- Multiplicação de Números Decimais

Podemos multiplicar dois números decimais transformando cada um deles em frações decimais e realizar a multiplicação de numerador por numerador e denominador por denominador.

Exemplo:

$$(2,25).(3,5)=\frac{225}{100}.\frac{35}{10}=\frac{225.35}{100.10}=\frac{7875}{1000}=7,875$$

Podemos também multiplicar os números decimais como se fossem inteiros e dar ao produto tantas casas decimais quantas forem as casas do multiplicando somadas as do multiplicador.

Exemplo:

$$\begin{array}{rl} 2{,}25 & \text{(duas casas decimais)} \\ \underline{\times\ \ 3{,}5} & \text{(uma casa decimal)} \\ 1125 & \\ \underline{+\ 675} & \\ 7{,}875 & \end{array}$$

- **Divisão entre números inteiros onde ocorre quociente decimal exato**

Há divisões entre números inteiros em que, após alguns passos, obtemos um quociente decimal e resto zero.

Vejamos o procedimento adequado em alguns exemplos onde essa divisão ocorre.

1º) 20 : 8

$$\begin{array}{r|l} 20 & 8 \\ \cline{2-2} \underline{-16} & 2 \\ 4 & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r|l} 20 & 8 \\ \cline{2-2} \underline{-16} & 2, \\ 40 & \\ \text{(a)} & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r|l} 20 & 8 \\ \cline{2-2} \underline{-16} & 2{,}5 \\ 40 & \\ \underline{-40} & \\ 0 & \text{(b)} \end{array}$$

a) Acrescentamos um zero ao resto, e colocamos vírgula no quociente

b) Dividimos 40 por 8, achando o algarismo 5 para o quociente e chegamos ao resto 0.

2º) 12 : 25

$$\begin{array}{r|l} 12 & 25 \\ \hline \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r|l} 120 & 25 \\ \hline & 0, \end{array} \text{ (a)} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r|l} 120 & 25 \\ \hline \underline{-100} & 0{,}48 \\ 200 & \\ \underline{-200} & \\ 0 & \end{array} \text{ (b)}$$

a) Neste caso, como o dividendo é menor que o divisor, acrescentamos um zero ao dividendo, e colocamos um zero seguido de vírgula no quociente.

b) Dividimos 120 por 25 até obter resto 0.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 25 \\ \hline \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r|l} 120 & 25 \\ \hline & 0, \end{array} \text{ (a)} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r|l} 120 & 25 \\ \hline \underline{-100} & 0{,}48 \\ 200 & \\ \underline{-200} & \\ 0 & \end{array} \text{ (b)}$$

Como forma de revisão desses pontos, separei para você os principais detalhes sobre Operações e Propriedades dos Naturais, Inteiros, Racionais e Reais.

7 - Operações e Propriedades em N, Z, Q e R

Podemos dizer que existem 6 conjuntos numéricos fundamentais, quais sejam:

$\mathbb{N}$ - **Naturais**

$\mathbb{Z}$ - **Inteiros**

$\mathbb{Q}$ - **Racionais**

$\mathbb{I}$ – **Irracionais**

$\mathbb{R}$ - **Reais**

a) Conjunto dos Naturais ($\mathbb{N}$)

Por definição, temos que é todo conjunto formado por números **não negativos** e que **não** possuam **casas decimais**.

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; ...\}$$

a.1) Operações definidas nos $\mathbb{N}$:

São operações bem definidas em $\in \mathbb{N}$, adição e multiplicação. Ou seja, ao multiplicarmos ou somarmos dois números $\in \mathbb{N}$, o resultado será um 3º número também $\in \mathbb{N}$.

Operação Soma:

2 + 4 = 6

- ✓ 2 – 1ª parcela ($\in \mathbb{N}$)
- ✓ 4 – 2ª parcela ($\in \mathbb{N}$)
- ✓ 6 – Soma/Total ($\in \mathbb{N}$)

Operação Multiplicação:

2 x 3 = 6

- ✓ 2 – 1º fator ($\in \mathbb{N}$)
- ✓ 3 – 2º fator ($\in \mathbb{N}$)
- ✓ 6 – Regra/Produto ($\in \mathbb{N}$)

Já as operações subtração e divisão não são fechadas em $\mathbb{N}$.

Operação Subtração:

2 – 3 = -1

2 – Minuendo ($\in \mathbb{N}$)

3 – Subtraendo ($\in \mathbb{N}$)

1 – Resto ou Diferença ($\notin \mathbb{N}$)

Operação Divisão:
2 : 3 = 0,666...
2 – Dividendo ($\in \mathbb{N}$)
3 – Divisor ($\in \mathbb{N}$)
0,666 – Quociente ($\notin \mathbb{N}$)

a.2) Propriedades das Operações Definidas nos $\mathbb{N}$:

Temos como propriedades das operações: *comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.*

- **Comutativa:** *a ordem das parcelas não altera a SOMA. Bem como a ordem dos fatores não altera o PRODUTO.*

$$(a + b) = (b + a)$$
$$(a.\ b) = (b\ .\ a)$$

- **Associativa:** *é possível associar dois ou mais números, na soma ou no produto, sem que esta operação altere o resultado.*

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$
$$(a.\ b)\ .\ c = a.\ (b\ .\ c)$$

- **Elemento Neutro:** *é o elemento que ao ser somado ou multiplicado não altera o resultado original.*

$$a + 0 = a$$
$$a.\ 1 = a$$

- **Distributiva:** *consiste no processo de multiplicar o elemento que está em evidência com cada elemento dentro dos parênteses, chaves ou colchetes.*

$$a \,.\, (b \pm c) = ab \pm ac$$

TOME NOTA!

Estas propriedades são definidas somente nas operações **ADIÇÃO** e **MULTIPLICAÇÃO.**

TOME NOTA!

- ✓ **Lei do corte**

$\cancel{a} + b = \cancel{a} + c \implies b = c$

$\cancel{a} . b = \cancel{a} \,.\, c \quad , \quad a \neq 0 \implies b = c$

- ✓ **Lei da Anulação ou Anulamento do Produto**

$$a \,.\, b \,.\, c = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases}$$

- ✓ **Lei da Equivalência ou Identidade**

$a \,.\, b = ac + ad$

$a \,.\, b = a\,(c + d)$

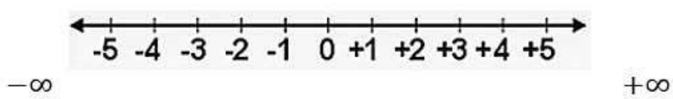
$\mathbf{b = c + d}$

ATENÇÃO: O PROCESSO DE COLOCAR EM EVIDÊNCIA DETERMINADO NÚMERO É O INVERSO DA PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA.

b) Conjunto dos Números Inteiros ($\mathbb{Z}$):

São números que foram criados para representar possíveis dúvidas, temperaturas baixas etc. Por definição, temos: é todo conjunto formado pelos **números $\mathbb{N}$ e seus opostos.**

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$



Reta Numérica

b.1) Operações Definidas nos $\mathbb{Z}$.

São operações bem definidas em $\mathbb{Z}$; *adição, subtração e multiplicação*, ou seja, qualquer destas operações com dois inteiros, o resultado será um 3º inteiro também $\in \mathbb{Z}$.

Operação Soma:

2 + 4 = 6

- ✓ 2 – 1ª parcela ($\in \mathbb{Z}$)
- ✓ 4 – 2ª parcela ($\in \mathbb{Z}$)
- ✓ 6 – Soma/Total ($\in \mathbb{Z}$)

Operação Multiplicação:

2 x 3 = 6

- ✓ 2 – 1º fator ($\in \mathbb{Z}$)
- ✓ 3 – 2º fator ($\in \mathbb{Z}$)
- ✓ 6 – Regra/Produto ($\in \mathbb{Z}$)

Operação Subtração:

2 - 4 = -2

- ✓ 2 – Minuendo ($\in \mathbb{Z}$)
- ✓ 4 – Subtraendo ($\in \mathbb{Z}$)
- ✓ -2 – Resto/Diferença ($\in \mathbb{Z}$)

TOME NOTA!

Já a operação divisão não é fechada em $\mathbb{Z}$, pois nem toda divisão de naturais resulta um número natural. Cabe ressaltar que, para fazer esta análise, a divisão deverá ser possível, ou seja, o divisor (denominador) não poderá ser nulo.

Operação Divisão:
2 : 3 = 0,666...

2 – Dividendo ($\in \mathbb{Z}$)
3 – Divisor ($\in \mathbb{Z}$)
0,666 – Quociente ($\notin \mathbb{Z}$)

b.2) Propriedade das Operações nos $\mathbb{Z}$:

Temos como propriedades das operações: *comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.*

- **Comutativa:** *a ordem das parcelas não altera a SOMA. Bem como a ordem dos fatores não altera o PRODUTO.*

$$a + b = b + a$$
$$a \,.\, b = b \,.\, a$$

- **Associativa:** *é possível associar dois ou mais números, na soma ou no produto, sem que esta operação altere o resultado.*

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$
$$a \,.\, (b \,.\, c) = (a \,.\, c) \,.\, c$$

- **Elemento neutro:** *é o elemento que ao ser somado ou multiplicado não altera o resultado original.*

$$a + o = a$$
$$a \,.\, 1 = a$$

- **Distributiva:** *consiste no processo de multiplicar o elemento que está em evidência com cada elemento dentro dos parênteses, chaves ou colchetes.*

$$a \,.\, (b \pm c) = ab \pm ac$$

Estas propriedades são definidas somente nas operações **ADIÇÃO** e **MULTIPLICAÇÃO.**

Na operação divisão, temos as seguintes características:

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline \underset{\smile}{n} & q \end{array}$$

* D = d.q+r
* $0 \leq r < |d|$ ou $0 \leq r \leq |d - 1|$
* Resto máximo $\therefore$ r = d-1
* Resto mínimo $\therefore$ r = o $\Longrightarrow$ Divisão exata

c) Conjunto dos Números Racionais ($\mathbb{Q}$)

É o conjunto formado por todos os números que possam ser escritos sob a forma de fração. Por definição, temos:

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \ / \ a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z}^{*}\right\} ; \text{mdc } (a;b) = 1$$

$$\text{Ex.: } \frac{1}{2} ; \frac{-1}{11} ; \underbrace{2 ; 0}_{\text{Frações unitárias}} ; 3{,}15 ; 0{,}\overline{3} ; \ldots$$

Perceba que na escrita da fração, o Máximo Divisor Comum (MDC) entre o numerador e o denominador deverá ser igual a um (1). Isso se dá pelo fato da fração precisar estar na sua forma irredutível, para que possamos classificá-las.

c.1) Operações Definidas nos $\mathbb{Q}$:

São operações definidas nos Racionais: *adição, subtração, multiplicação e divisão (quando possível a divisão).* Ou seja, qualquer destas operações entre dois números $\in \mathbb{Q}$, o resultado será um 3º número também $\in \mathbb{Q}$.

Operação Soma:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \in \mathbb{Q}$$

Operação Multiplicação:

$\frac{1}{2} . \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \in \mathbb{Q}$

Operação Subtração:

$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0 \in \mathbb{Q}$

Operação Divisão:

$\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 1 \in \mathbb{Q}$

Todas as operações fundamentais são definidas no conjunto dos números Racionais.

c.2) Propriedades das Operações nos $\mathbb{Q}$.

Temos como propriedades das operações: *comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.*

- ✓ **Comutativa:** *a ordem das parcelas não altera a SOMA. Bem como a ordem dos fatores não altera o PRODUTO.*

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{c}{d}\right)\left(\frac{a}{b}\right)$$

✓ **Associativa:** *é possível associar dois ou mais números, na soma ou no produto, sem que esta operação altere o resultado.*

$$\frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \left(\frac{e}{f}\right)$$

$$\left(\frac{a}{b}\right) . \left(\frac{c}{d} . \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} . \frac{c}{d}\right) . \left(\frac{e}{f}\right)$$

✓ **Elemento neutro:** *é o elemento que ao ser somado ou multiplicado não altera o resultado original.*

$$\frac{a}{b} + 0 = \frac{a}{b}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right) . 1 = \frac{a}{b}$$

✓ **Distributiva:** *consiste no processo de multiplicar o elemento que está em evidência com cada elemento dentro dos parênteses, chaves ou colchetes.*

$$\frac{a}{b}\left(\frac{c}{d} \pm \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} . \frac{c}{d}\right) \pm \left(\frac{a}{b} . \frac{e}{f}\right)$$

Elemento inverso ou Inverso multiplicativo $\Longrightarrow a^{-1}$.

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \quad \therefore \quad 2^{-1} = \frac{1}{2} \ ; \ 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a} \quad \therefore \quad \left(\frac{4}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{4}$$

c.3) Operações com frações (em $\mathbb{Q}$)

- Soma/Subtração

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a.d \pm b.c}{b.d}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{3.5 + 7.2}{10} \Rightarrow \frac{29}{10} = 2{,}9$$

- Multiplicação

$$\frac{a}{b} . \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a.c}{b.d}$$

$$\frac{2}{3} . \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{2.4}{3.5} = \frac{8}{15}$$

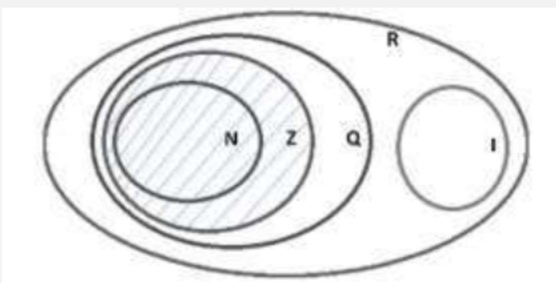
- Divisão

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} . \frac{d}{c} = \frac{a.d}{b.c}$$

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{1}{2} . \frac{5}{3} = \frac{5}{6}$$

d) Conjunto dos Números Reais ($\mathbb{R}$)

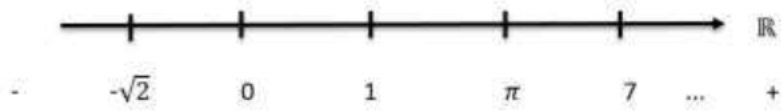
É a reunião entre os $\mathbb{Q} \cup \bar{Q} = \mathbb{R}$, ou seja, reúne os racionais e os irracionais



$$\begin{cases} \mathbb{R} \supset \mathbb{Q} \supset \mathbb{Z} \supset \mathbb{N} \\ \mathbb{R} \supset \mathrm{I} \end{cases}$$

d.1) Reta Real

Cada número real pode ser representado por um ponto na reta, que é um eixo orientado onde os números mais à direita são maiores que os números mais à esquerda.



d.2) Propriedades nos $\mathbb{R}$:

Temos como propriedades das operações: *comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.*

- **Comutativa:** *a ordem das parcelas não altera a SOMA. Bem como a ordem dos fatores não altera o PRODUTO.*

a + b = b + a
(a. b) = (b . a)

- **Associativa:** *é possível associar dois ou mais números, na soma ou no produto, sem que esta operação altere o resultado.*

(a + b) + c = a + (b + c)
(a. b) . c = a. (b . c)

- **Elemento Neutro:** *é o elemento que ao ser somado ou multiplicado não altera o resultado original.*

$$a + 0 = a$$
$$a.1 = a$$

- **Distributiva:** *consiste no processo de multiplicar o elemento que está em evidência com cada elemento dentro dos parênteses, chaves ou colchetes.*

$$a.(b \pm c) = ab \pm ac$$

d.3) Operações definidas nos $\mathbb{R}$

Todas as operações são definidas nos $\mathbb{R}$. É claro que a divisão $\frac{a}{b}$ deve ser possível, ou seja, $b \neq 0$.

Vejamos exemplos destas operações.

$$\sqrt{2}+1=\sqrt{2}+1$$
$$\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$$
$$3.5=15$$
$$\frac{3}{5}=0,6$$

Segue abaixo, algumas propriedades de Ordenação dos Reais. Vale ressaltar que são muito utilizadas em questões de desigualdade

Segue abaixo algumas Propriedades de Ordem no conjunto dos $\mathbb{R}$.

P1. $\forall a \in \mathbb{R}; a \leq a$ Reflexiva
P2. $\forall a;b \in \mathbb{R}; a \leq b \wedge b \leq a \Rightarrow a = b$ Antissimétrica

P3. $\forall a;b;c \in \mathbb{R}; a \leq b \wedge b \leq c \Rightarrow a \leq c$ Transitiva
P4. $\forall a;b \in \mathbb{R}; a > b \vee a = b \vee a < b$ Tricotomia
P5. $\forall a;b;c \in \mathbb{R}; a \leq b \rightarrow a + c \leq b + c$
P6. $\forall a;b \in \mathbb{R} \wedge c \geq 0 \in \mathbb{R}$ temos $a < b \rightarrow a.c \leq b.c$

P7. $\forall a \in \mathbb{R} \begin{cases} a \geq 0 \rightarrow -a \leq 0 \\ a \leq 0 \rightarrow -a \geq 0 \\ a^2 \geq 0 \quad \text{(sempre)} \end{cases}$

P8. $\forall a;b \in \mathbb{R} \wedge c \leq 0$ temos $a \leq b \Rightarrow a.c \geq b.c$

P9. $0 < a < b \wedge 0 < c < d \rightarrow a.c < b.d$

P10. $a < 0 \rightarrow \frac{1}{a} < 0 \wedge \frac{1}{a} < 0 \rightarrow a < 0$

P11. $a > 0 \rightarrow \frac{1}{a} > 0 \wedge \frac{1}{a} > 0 \rightarrow a > 0$

P12. $a > 0 \wedge b > 0 \rightarrow \begin{cases} a + b > 0 \\ a.b > 0 \end{cases}$

P13. $a > b \geq 0 \rightarrow a^2 > b^2$

P14. $0 < a < 1 \rightarrow \frac{1}{a} > 1$

Ufaaa...

Chegamos ao fim da nossa aula! Espero que tenha gostado!

Não esqueça de acessar o nosso fórum para dirimir quaisquer dúvidas.

@professor_ismaelsantos

profismael.mat@gmail.com

Chegamos ao fim da nossa aula. Espero que tenha gostado. Lembro-vos que o fórum está à disposição para ser usado!! Pode me perturbar...será um prazer ajudá-lo

8 - Lista de Questões

LISTA DE QUESTÕES

(Exercício Fixação)

01. Dado o número 85**a**2**b**, determine todos os valores que tornam esse número divisível por 5 e por 9, simultaneamente.

(Exercício Fixação)

02. Determine o valor do algarismo “a” no número 12**a**.381 para que o resto da divisão deste número por 11 seja 4.

(Exercício Fixação)

03. A diferença entre o maior e o menor número que podemos formar com os algarismos 2, 4, 7 e 9, que sejam divisíveis por 11 vale:

(Exercício Fixação)

04. O algarismo das unidades de um número “x”, de três algarismos, excede o das dezenas em 6 unidades. Determine “x”, sabendo-se que é múltiplo de 44.

---

05. Quais os três menores números pelos quais devem ser divididos os números 144, 192 e 272 para que os quocientes sejam iguais?

(Exercício Fixação)

06. O MDC entre dois números A e B (A > B) é 18. Os quocientes obtidos pelo algoritmo de Euclides (divisões sucessivas) foram 1, 2, 2 e 3. A soma A + B vale:

(Exercício Fixação)

07. O MDC entre A e B (A > B) é 24. Os quocientes encontrados pelo Algoritmo de Euclides são os menores possíveis. A diferença A – B vale:

(Exercício Fixação)

08. Três turmas de uma escola apresentam 60, 72 e 84 alunos, respectivamente. Num dia de festa o diretor ordenou que formassem no pátio grupamentos de alunos da mesma turma e que cada

grupamento tivesse o mesmo e o maior número possível de alunos. Quantos alunos deve ter cada grupamento e quantos são os grupamentos?

(Exercício Fixação)

09. Uma linha telefônica vai ser instalada entre duas cidades. A estrada por onde deve passar a linha é dividida em dois trechos, formando em L. Um trecho mede 832m e o outro 876m. Devem-se colocar postes ao longo da estrada, guardando entre si a mesma distância, que deve ser a maior possível. Calcular o número de postes, sabendo-se que coloca um no ponto de encontro dos dois trechos da estrada e um em cada extremidade.

(Exercício Fixação)

10. Determinar A e B (A > B) sabendo-se que A + B = 360 e MDC (A,B) = 72

(Exercício Fixação)

11. O MDC entre dois números é 123. O maior é 738. Calcular o menor.

---

12. O menor número inteiro que dividido por 8, 15 e 18 deixa sempre resto 5 é:

(Exercício Fixação)

13. Uma pessoa possui mais de R$6.000,00 e menos de R$ 7.000,00. Contando essa quantia de R$ 100,00 em R$ 100,00, de R$ 150,00 em R$ 150,00 ou de R$ 250,00 em R$ 250,00, verificou-se que sempre sobravam R$ 60,00 Quanto possui esta pessoa?

(Exercício Fixação)

14. De um aeroporto partem aviões para São Paulo, Belo Horizonte, Porto Alegre e Brasília, respectivamente de 10 em 10, 20 em 20, de 25 em 25 e de 45 em 45 minutos. Tendo em uma ocasião partido todos no mesmo instante, pergunta-se: No fim de quanto tempo voltarão a partir juntos?

(Exercício Fixação)

15. Duas rodas de engrenagem tem 48 e 54 dentes, respectivamente. Cada roda tem um dente estragado. Se num dado instante estão em contato os dentes estragados, esse encontro repetir-se-á novamente, quando a primeira roda que tem 48 dentes tiver dado x voltas. Qual o valor de x?

(Exercício Modelo)

16. Determine o menor número dividido por 20 deixa resto 13, dividido por 24 deixa resto 17 e dividido por 30 deixa resto 23.

GABARITO

GABARITO

01. a = 3 ; b = 0 ou a = 7; b = 5

02. a = 4

03. 7227

04. a = 5

05. 9;12;17

06. 738

07. 72

08. 12 alunos por grupamento e 18 grupamentos

09. 30 postes

10. A = 288; B = 72 ou A = 216; B = 144

11. A = 615; B = 123

12. 365

13. 6060

14. 15 horas

15. 9 voltas

16. 113