# Capítulo 10: Análise Combinatória

### Resposta da questão 01: [E]

$$4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 = 288$$
$$4 \text{ e } 3 \rightarrow \textit{não pode começar ou terminar por A ou B}$$

### Resposta da questão 02: [A]

$$4\ dígitos \rightarrow 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$
$$ou$$
$$5\ dígitos \rightarrow 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$
$$ou$$
$$6\ dígitos \rightarrow 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$

$$Total = 10^4 + 10^5 + 10^6$$

### Resposta da questão 03: [E]

A cada partida, existem 3 opções:
$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^7$$
A pontuação máxima é alcançada se vencer as 7 partidas e cada uma delas vale 3 pontos ($3 \cdot 7 = 21$). Como já tem 24 pontos, soma-se 24 + 21 = 45 Pontos no total.

### Resposta da questão 04: [B]

$$7 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 1$$

### Resposta da questão 05: [B]

Visto que HANNAH possui 6 letras, as 3 primeiras serão o foco da permutação do palíndromo

<u>HAN</u>NAH
$$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

### Resposta da questão 06: [D]

Existem 3 possibilidades para o estado de uma válvula:

Estenose, Insuficiência ou Normal. Então, cara válvula possui 3 estados possíveis. Dados que existem 4, temos que o total de estados dessas válvulas é:

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

Dado que ele pede para desconsiderar o caso em que nenhuma valculopatia existe:

$$81 - 1 = 80\ quadros\ clínicos$$

### Resposta da questão 07: [B]

Usando o princípio fundamental da contagem, temos que o número de placas nesse modelo será igual a

$$26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 = 26^4 \cdot 10^3.$$

### Resposta da questão 08: [B]

Iremos dividir em dois casos:

• <u>Retângulo Preto</u>
$A \rightarrow 3\ opções\ (cinza, azul\ ou\ vermelho)$
$Paralelogramo \rightarrow 1\ opção\ (azul)$
$Total = 3 \times 1 = 3$

• <u>Retângulo Cinza</u>
$A \rightarrow 2\ opções\ (azul\ ou\ vermelho)$
$Paralelogramo \rightarrow 2\ opções\ (azul\ e\ preto)$
$Total = 2 \times 2 = 4$

Total dos casos:
$3 + 4 = 7\ opções$

### Resposta da questão 09: [A]

$$52 \times 52 \times 52 \times 52 \times 5 \times 10 \times 10 \times 10 =$$
$$52^4 \times 5 \times 10^3$$

### Resposta da questão 10: [D]

$5x3x2=30 \rightarrow Para\ ir$
$4x2x1=8 \rightarrow Para\ voltar$
$30 \times 8 = 240$

### Resposta da questão 11: [D]

$$256 \times 256 \times 256 = 256^3$$

### Resposta da questão 12: [B]

Caso não queira começar nem terminar pela Cachoeira do Pinga, restam outros quatro pontos turísticos para que ela escolha no início. Escolhendo um dos quatro restantes para o início, sobrem mais três que ela pode escolher no final.
Aplicadas as restrições, como dois pontos já foram escolhidos para o começo e fim, os outros três podem ser escolhidos de qualquer maneira. Logo você tem:
$4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 = 72$

### Resposta da questão 13: [C]

Para A temos 5 possibilidades. Para B temos 4, pois eliminamos a cor que foi usada em A. Para C temos 3, pois eliminamos a cor que foi usada em A e B. Por fim, para D, temos 4 possibilidades pois a única que eliminamos é a que foi usada em C.
$5 \times 4 \times 3 \times 4 = 240$

### Resposta da questão 14: [E]

Para as seis primeiras questões temos a opção de marcar certo ou errado, ou seja, duas. Logo você tem:
$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$
Para as quatro restantes temos que escolher entre três alternativas, logo:
$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

**Resposta da questão 15:** [A]

Existem cinco anéis e em cada um deles temos a possibilidade de 26 escolhas diferentes:
$26\ x\ 26\ x\ 26\ x\ 26\ x\ 26 = 26^5$

**Resposta da questão 16:** [A]

Calculando:
1. Retira um ás de ouros e não retira um às. $1 \cdot 48 = 48$

2. Retira uma carta que seja de ouros (exceto ás) e que a segunda não seja um ás. $12 \cdot 47 = 564$
$\text{Total} = 48 + 564 = 612$ possibilidades

**Resposta da questão 17:** [B]

Ao determinar os esmaltes de uma mão, a outra é pintada da mesma forma. Assim, só é preciso determinar as cores de uma mão.
Determinando primeiro a cor do esmalte do dedo Anelar, há três possibilidades. Ao determinar as possibilidades dos dedos Minidinho, Médio, Indicador e Polegar (que possuem esmaltes iguais), sobram 2 cores. Sendo assim, o cálculo do PFC se dá por:
$3 \times 2 = 6$

**Resposta da questão 18:** [C]

Por serem diferentes, temos 6 possibilidades para o primeiro dígito e a partir do segundo, não podemos repetir o que foi usado anteriormente.
Como são seis algarismos distintos, temos:
$6\ x\ 5\ x\ 4\ x\ 3 = 360$

**Resposta da questão 19:** [D]

O braço transversal principal tem 4 ângulos distintos, como cada um dos menores tem 7 temos:
$4\ x\ 7\ x\ 7 = 196$

**Resposta da questão 20:** [C]

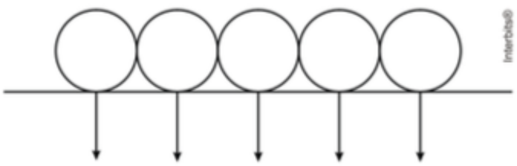
$$3\ coroas\ x\ 6\ catracas = 18$$

**Resposta da questão 21:** [C]

Como cada braço tem 8 posições distintas temos:
$8\ x\ 8 = 64$

**Resposta da questão 22:** [E]

Temos três possíveis cores para o primeiro círculo e duas para cada um dos demais.




3 . 2 . 2 . 2 . 2 = 48

**Resposta da questão 23:** [D]

Temos quatro bancos com dois assentos cada, a organização fica:
___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

Começando por Esther e Miguel, eles tem 4 bancos disponíveis para a escolha. Escolhendo um deles, pode haver a permutação entre eles. Até agora temos:

4 x 2 ___ ___ ___ ___ ___ ___

Dois oito amigos, restam 6, sendo 3 mulheres e 3 homens. O banco deve ser ocupado por uma moça e um rapaz.
Seguindo o mesmo raciocínio, a próxima moça e o próximo rapaz que for escolher o banco tem três possibilidades restantes. Para os próximos irão restar duas possibilidades e, para os últimos, o que sobrar.

4 x 2  2 x 3 x 3  2 x 2 x 2  2 x 1 x 1
Multiplicamos por 2 por haver possibilidade de permutação entre eles. Multiplicando tudo temos 2304.

**Resposta da questão 24:** [A]

Partindo do ponto A, deve-se sair do hexágono externo para o intermédiário, depois para o interno e assim chegar ao ponto B.
Tendo A como ponto de saída, a formiga pode pegar os caminhos no sentido horário. Assim, possui 6 possibilidades de entrar no hexágono intermediário. Se tomar como caminho o sentido anti-horário, terá outras 6 possibilidades para entrar no hexágono intermediário. Além disso, a formiga pode adentrar o nível mais interno diretamente do ponto A, somando 13 possibilidades totais de se chegar ao hexágono intermediário.
Como existem 3 níveis a se vencer para chegar ao ponto B, o cálculo do PFC se dá por: $13 \times 13 \times 13 = 13^3$

**Resposta da questão 25:** [D]

Vamos pensar nas motos da seguinte forma:

___ ___ ___ ___ ___ ___
Quatro deles são habilitados, então para garantir que um deles esteja sempre pilotando, começamos por eles:
4 ___ 3 ___ 2 ___ Distribuímos os que restaram:
433221 Resulta em 144

**Resposta da questão 26:** [E]

Como os números sequenciais de entrada começam sua contagem no 0001, existem 9999 possibilidades de número sequencial.
Tendo em vista que existem 8 secretarias para definição do código, o cálculo do PFC final se dá por:
$9999 \times 8 = 79992$

**Resposta da questão 27:** [D]

3 x 2 x 8 = 48
3 → Três possibilidades de duas cadeiras juntas
2 → Permutação entre o casal
8 → Restantes para o filho

**Resposta da questão 28:** [C]

Tubo A não pode ocupar as extremidades. Como temos 5 espaços e ele não pode ocupar dois deles, para A temos 3 possibilidades.
Para B restam 4 possibilidades, ja que das 5 o A ocupou um dos espaços.
Por fim, para C, temos 3 possibilidades, ja que duas delas foram ocupadas pelo A e pelo B.
$3x4x3 = 36$

**Resposta da questão 29:** [A]

Fixando o par AT (sem levar ainda em consideração a permutação entre eles) no início do fragmento de DNA, o último par é o CG pelo número ser par (10).
Assim, como existem 10 pares e cada um deles pode ser permutado (AT ou TA, por exemplo), existem $2^{10}$ possibilidades.
Contudo, se a sequência começa com CG e termina com AT, existem outras $2^{10}$ possibilidades.
Logo, o resultados será a soma entre as possibilidades:
$2^{10} + 2^{10} = 2^{11}$

**Resposta da questão 30:** [C]

CP = Casas Populares
SB = Saneamento Básico
CP x SB x 3 x 2 x 1 = 6
CP x 2 x SB x 2 x 1 = 4
CP x 2 x 1 x SB x 1 = 2

Somando = 12

**Resposta da questão 31:** [D]

Formas de escolher 2 dígitos com repetição da quarta linha: Uma maneira
Formas de escolher 2 dígitos com repetição da terceira linha: $3^2 = 9$. Logo 1 x 9 = 9
Formas de escolher 2 dígitos com repetição da terceira linha: $3^2 = 9$
Formas de escolher 2 dígitos com repetição da segunda linha: $3^2 = 9$. Logo 9 x 9 = 81
Formas de escolher 2 dígitos com repetição da segunda linha: $3^2 = 9$
Formas de escolher 2 dígitos com repetição da primeira linha: $3^2 = 9$. Logo 9 x 9 = 81
Somando: 9 + 81 + 81 = 171

**Resposta da questão 32:** [A]

| Presidente | Vice Presidente | Secretário | diretoria | diretoria | diretoria | diretoria |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 2 | 1 | 2 | 7 | 6 | 5 | 4 |

Interbits®

$2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 3360$

**Resposta da questão 33:** [B]

Desde que o algarismo das unidades deve ser par e diferente de zero, temos 4 maneiras de escolher esse algarismo. Portanto, como existem 10 possibilidades para o algarismo das dezenas e 10 maneiras de escolher o algarismo das centenas, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $4 \cdot 10 \cdot 10 = 400.$

**Resposta da questão 34:** [A]

Pelo enunciado pode-se deduzir que a cor da listra e a da lateral precisam ser diferentes para que a listra seja visível. Assim, a listra só precisa ser de uma cor distinta da cor da lateral, logo as possibilidades são: 5 possibilidades de cor na tampa, 5 possibilidades de cor na lateral e 4 possibilidades de cor na listra. Pelo Princípio Fundamental da Contagem, tem-se:
$5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$ possibilidades

**Resposta da questão 35:** [C]

Como cada tarefa pode ser distribuída de três modos distintos, podemos concluir, pelo Princípio Multiplicativo, que o resultado é
$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 729.$

**Resposta da questão 36:** [D]

Do enunciado, antes da mudança, temos:
"A" indica um algarismo qualquer.
Observe que há 5 possibilidades para se colocar a letra minúscula. Assim, pelo princípio fundamental da contagem,

___ A ___ A ___ A ___ A ___

Interbits®

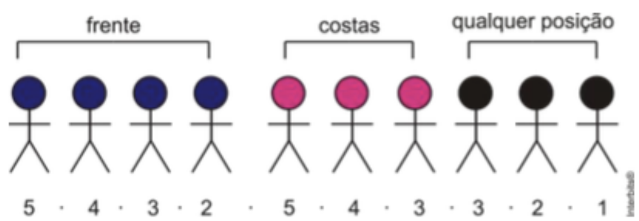
$N = 5 \cdot 26 \cdot 10^4$
Analogamente,
$M = 6 \cdot 26 \cdot 10^5$
Daí,

$$M = 6 \cdot 26 \cdot 10^5$$
$$\frac{M}{N} = \frac{6 \cdot 26 \cdot 10^5}{5 \cdot 26 \cdot 10^4}$$
$$\frac{M}{N} = 12$$
$$M = 12 \cdot N$$

**Resposta da questão 37:** [E]

Partindo da regra que Ana não vai sentar ao lado do Motorista:
No primeiro banco (da direita pra a esquerda), só há uma forma do casal se sentar: Bruno e Ana (De cima pra baixo na figura).
No segundo banco (da direita pra a esquerda), eles tem 2 posições de escolha do casal: A $1^a$ e a $2^a$ poltrona ou a $2^a$ e a $3^a$. Além disso, deve-se contar as trocas entre eles. Assim, existem $2 \times 2 = 4$ possibilidades no segundo banco
O terceiro banco se comporta da mesma forma que o segundo, tendo 4 possibilidades.
O quarto e último banco possui 3 possibilidades de escolha: a $1^a$ e a $2^a$ ou a $3^a$ e a $4^a$ ou a $3^a$ e a $4^a$. E deve- se também levar em conta a permutação entre o casal, totalizando $3 \times 2 = 6$ possibilidades.
Assim, existem $1 + 4 + 4 + 6 = 15$ possibilidades de dispôr o casal.

**Resposta da questão 38:** [A]




43200

**Resposta da questão 39:** [D]

Temos 25 espaços e cada um destes espaços podemos
utilizar uma das 25 cores, portanto o número máximo de matrizes distintas que podem ser formados será dado por: $256^{25}$.

**Resposta da questão 40:** [C]

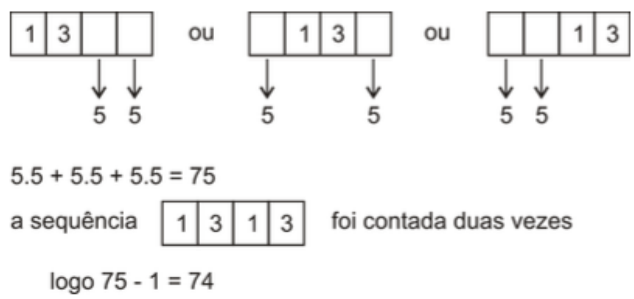
Como são três pontos e cada ponto possui $256$ tonalidades, temos: $256 \times 256 \times 256 = 256^3$ cores.

**Resposta da questão 41:** [D]

Há 6 escolhas para a cor do triângulo, 5 para a região compreendida entre a curva e o triângulo, 5 para uma das regiões compreendidas entre o retângulo e a curva, e 4 para a região restante. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é
$6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 = 600.$

**Resposta da questão 42:** [A]

Todas as senhas possíveis 5.5.5.5 = 625 senhas com o 1 seguido pelo 3 = 74 Senhas possíveis = 625 – 74 = 551




**Resposta da questão 43:** [C]

Suponhamos incialmente que queremos dispor as action figures na ordem de franquias Marvel e DC e, dentro de cada franquia, queremos os heróis primeiro e os vilões depois. Assim, para essa composição temos $5! \cdot 3! \cdot 6! \cdot 2!$ possibilidades.

Como podemos trocar a ordem das franquias, bem como, dentro de cada franquia, trocar a ordem do tipo, se herói ou vilão, o total de possibilidades de enfileirar as action figures atendendo as condições do problema é igual a
$$2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 5! \cdot 3! \cdot 6! \cdot 2! = (2!)^4 \cdot 5! \cdot 3! \cdot 6!.$$

**Resposta da questão 44:** [A]

O nome COUNTOLAF possui 9 letras, das quais 2 são repetidas. Logo,

$$P_9^2 = \frac{9!}{2!}$$

**Resposta da questão 45:** [C]

5! x 2! = 240 (Juntos)
6! = 720 (Total)
720 – 240 = 480

**Resposta da questão 46:** [B]

Vamos primeiramente "embaralhar" as 9 letras, deixando espaços entre as letras em que se possa colocar o grupo de números que devem sempre estar juntos:
$$\_9\_8\_7\_6\_5\_4\_3\_2\_1\_$$
Note que existem 10 espaços em que se pode colocar o grupo dos números juntos.
Note também que o total de possibilidades os 3 números é:
$$(3 \cdot 2 \cdot 1)$$
Assim, misturando as 9 letras, escolhendo um dos 10 espaços e misturando os 3 número entre si, obtemos:

$$10 \times 9! \times 3! = 10! \cdot 3!$$

**Resposta da questão 47:** [D]

Dona Izabel deverá, primeiramente, escolher os três tipos de frutas dentre os cinco disponíveis, depois os quatro tipos de pães dentre os seis disponíveis, para então efetuar a permutação circular entre os 3 + 4 = 7 itens sobre o suporte giratório. Logo, o total de possibilidades para a referida disposição é dada por

$$C_{5,3} \times C_{6,4} \times (PC)_7 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \times \frac{6!}{4! \cdot 2!} \times 6!$$

$$10 \times 15 \times 720 = 108000\ possibilidades.$$

**Resposta da questão 48:** [C]

Trata-se de uma permutação circular:

$$\frac{n!}{n} = \frac{6!}{6} = 120$$

**Resposta da questão 49:** [C]

Podemos permutar os livros entre si. Por exemplo, podemos mudar a ordem dos quatro livros de Combinatória da seguinte forma: 4! Como também podemos mudar a ordem dos “blocos” entre si (Bloco dos livros de de Combinatória, Geometria e Funções) temos 3!
3! · 4! · 5! · 6!

**Resposta da questão 50:** [B]

Fixando as letras temos:
O ___ ___ ___ ___ L
Completando os espaços com as letras restantes temos: 5 x 4 x 3 x 2 = 120
A letra I se repete duas vezes, logo: $\frac{120}{2!} = 60.$

**Resposta da questão 51:** [B]

Como há a repetição do A, vamos dividir em 2 casos possíveis: a letra retirada ser a letra A ou não ser a letra A.
Se a letra retirada for um dos três As, a fixação da letra A na primeira posição (fixa, não interfere com mais nada), permite que façamos uma permutação simples de 4 termos (B, A, C, N) sendo $P_4 = 4! = 24$

Se a letra não for um A (B, C ou N), teremos que a permutação restante será com repetição. Por exemplo, se a letra retirada for a letra B (lembrando que um A já está fixado no início da palavra), restam as letras A, C, A e N para permutar. Permutação de 4 termos com repetição de $2\ P_4^2 = \frac{4!}{2} = 12$. Esse número deve também ser multiplicado por 3, visto que pode ser retirada uma das três letras B, N ou C.
Ao final, existem 24 + 3 × 12 = 60

**Resposta da questão 52:** [C]

Alfredo, Armando, Ricardo, Renato e Ernesto

$$AARRE = \frac{5!}{2!\,2!} = 30$$

**Resposta da questão 53:** [A]

$$\frac{7!}{2!\,2!} = 7x6x5x2 = 420$$

**Resposta da questão 54:** [B]

De acordo com a mudança dos pontos por partida conseguimos montar a seguinte ordem:
Vitória, Empate, Empate, Derrota, Empate. Vitória. Logo:

$$\frac{6!}{3!\,2!} = 60$$

**Resposta da questão 55:** [B]

$$5! = 120$$

**Resposta da questão 56:** [C]

O número de permutações de 4 termos é:

$$P_4 = 4! = 24$$

O número de permutações caóticas de 4 termos é dada por:

$$D_n = 4! \cdot \left(\frac{1}{0!} - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!}\right)$$

$$D_n = 24 \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{1} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{24}\right)$$

$$D_n = 24 \cdot \left(\frac{9}{24}\right)$$

$$D_n = 9$$

Logo, o número de anagramas de 4 termos em que ao menos uma letra está no lugar é dada pela subtração de permutações total menos permutações caóticas:

$$24 - 9 = 15$$

**Resposta da questão 57:** [A]

João (A) deve caminhar duas vezes para o Norte (NN) e quatro vezes para o Leste (LLLL) para chegar até a casa de Maria (B).
Como não importa a sequência do caminho dele (NNLLLL, NLLNLL, LLNLNL), deve-se fazer uma permutação de 6 com repetição de 4 e de 2.

$$P_6^{4,2} = \frac{6!}{4!\,2!} = \frac{720}{48} = 15$$

Saindo casa de Maria (B), João deve caminhar três vezes para o Norte (NNN) e duas para o Leste (LL). Pela mesma lógica do primeiro caminho, deve ser feite permutação de 5 com repetição de 3 e de 2.

$$P_5^{3,2} = \frac{5!}{3!\,2!} = \frac{120}{12} = 10$$

Como ele vai fazer um caminho **e** depois o outro, devem ser multiplicas as duas jornadas.

$$15 \times 10 = 150$$

**Resposta da questão 58:** [E]

Juntos: 7! · 2!
Total: 8!
8! – 7! · 2 → 8 · 7! – 7! · 2 → 6 · 7!

**Resposta da questão 59:** [E]

Vamos imaginar que a família Souza se senta no primeiro banco e o casal Lúcia e Mauro se sentarão no segundo banco.
Assim, no primeiro banco, a família Souza podem se sentir com as possibilidades de uma permutação de 3 simples ($3! = 6$).
No segundo banco, o casal pode sentar-se na $1^a$ e na $2^a$ poltrona ou na $2^a$ e $3^a$ poltrona, totalizando 2 possibilidades de escolha. Além disso, deve haver a permutação entre eles ($2 \times 2 = 4$).
E as 4 poltronas restantes (3 do último banco e 1 restante do bando do casal Lúcia e Mauro) são preenchidas por 4 pessoas sem restrição, totalizando uma permutação de 4 ($4! = 24$).
Ao final, multiplicam-se as possibilidades:

$$6 \times 4 \times 24 = 576$$

Antes de finalizar, vale lembrar que fizemos os cálculos definindo a primeira fileira para a família Souza, a segunda para o casal e a terceira pra o resto dos passageiros. Contudo, é preciso contemplar a permutação desses "grupos" nos bancos. 3 grupos e 3 bancos promovem uma permutação simples de 3 ($3! = 6$).
Agora, para finalizar o cálculo:

$$576 \times 6 = 3456$$

**Resposta da questão 60:** [C]

$5!\,3! = 720$
$5! =$ Bloco de ficção + 4 filmes restantes
$3! =$ Permutação entre os de ficção

**Resposta da questão 61:** [A]

Considerando que as quatro vagas desocupadas são objetos idênticos, segue que o resultado é dado por

$$\begin{aligned} P_{10}^{(3,2,4)} &= \frac{10!}{3! \cdot 2! \cdot 4!} \\ &= \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 2} \\ &= 12600. \end{aligned}$$

**Resposta da questão 62:** [A]

Existem $8$ maneiras de acomodar os adultos e $8$ maneiras de escolher o colo em que sentará o bebê. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $8 \cdot 8!$.

**Resposta da questão 63:** [A]

Devemos fazer uma permutação de 10 com repetição de 3, com repetição de 3 e com repetição de 2 e com repetição de 2.

$$P^{3,3,2,2}_{10} = \frac{10!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 2!} = 25.200$$

**Resposta da questão 64:** [C]

Uma pilha pode ter blocos de duas ou três cores distintas. Para as pilhas de blocos de duas cores existem 2 escolhas para a cor repetida e 3 para a segunda cor. Definidos os blocos, é possível dispô-los de $P_3^2 = \frac{3!}{2!} = 3$ maneiras. Logo, pelo Princípio Multiplicativo, segue que existem $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$ pilhas com blocos de duas cores. Ademais, para as pilhas de blocos de três cores distintas, sabemos que existem $4$ modos de escolher a primeira cor, $3$ modos de escolher a segunda cor e 2 modos de escolher a última cor. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que há $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ pilhas possíveis.
Finalmente, pelo Princípio Aditivo, podemos concluir que o resultado é $18 + 24 = 42$.

**Resposta da questão 65:** [E]

Tem-se $P_3 = 3!$ maneiras de dispor os três blocos de livros, $P_3 = 3!$modos de organizar os livros de Álgebra, $P_2 = 2!$ maneiras de dispor os livros de Cálculo e $P_2 = 2!$ modos de dispor os livros de Geometria.
Em consequência, pelo Princípio Multiplicativo, a resposta é $3! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 2! = 144$

**Resposta da questão 66:** [A]

$$\begin{aligned} 6! &= 720 \\ 5! &= 120 \end{aligned}$$

**Resposta da questão 67:** [E]

$$P_n^{\alpha,\beta,\theta,\ldots} = \frac{n!}{\alpha!\,\beta!\,\theta!\ldots} \Rightarrow P_8^{5,3} = \frac{8!}{5!\,3!} = 56$$

**Resposta da questão 68:** [E]

Primeiramente faremos a permutação dos 3 tipos de sapatos, ou seja, $3! = 6$.
O próximo passo será a permutação em cada um dos tipos:
Sapato Social: $7! = 5040$.
Tênis esportivos: $3! = 6$. Chinelos: $3! = 6$.
Portanto, a quantidade de disposições possíveis será dada por:

$$6 \cdot 5040 \cdot 6 \cdot 6 = 1.088.640$$

**Resposta da questão 69:** [C]

Considerando as vogais: a, e, i, o e u; existem $P_5 = 5!$ modos de dispor as vogais, 4 modos de escolher o primeiro algarismo par e 3 modos de escolher o segundo algarismo par.
Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $5! \cdot 4 \cdot 3 = 1.440.$

**Resposta da questão 70:** [A]

Utilizando a permutação simples com repetição de elementos, pode-se escrever:

$$P_6^{2;2} = \frac{6!}{2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2!}{2!\cdot 2\cdot 1} \rightarrow P_6^{2;2} = 180$$

**Resposta da questão 71:** [B]

Sabendo que a criança ganhou dois picolés de cada sabor, tem-se que o resultado pedido é dado por

$$\frac{6!}{2!\,2!\,2!} = 90$$

**Resposta da questão 72:** [D]

Há $PC_3 = 2! = 2$ modos de organizar as meninas em círculo. Definidas as posições das meninas, teremos três espaços para colocar os meninos. Portanto, como os meninos podem ser dispostos de $P_3 = 3! = 6$ maneiras, segue, pelo Princípio Multiplicativo, que o resultado é $2 \cdot 6 = 12.$

**Resposta da questão 73:** [B]

As 10 pessoas podem se sentar de $P_{10} = 10!$ maneiras. Por outro lado, o casal que está brigado pode se sentar lado a lado de $P_2 \cdot P_9 = 2 \cdot 9!$ modos. Em consequência, o resultado pedido é

$$10! - 2\cdot 9! = 10\cdot 9! - 2\cdot 9! = 8\cdot 9!$$

**Resposta da questão 74:** [C]

Para começar, é preciso definir a sequência das cores (AVmVd, AVdVm, VdVmA...). Como existem 3 cores, faz-se uma permutação de 3 termos (3!).
Ao determinar a sequência de cores da primeira fileira, não é necessário se preocupar com as cores novamente, visto que as fileiras seguintes seguem essa mesma sequência.
Como existem 5 pessoas com a camisa amarela, elas se organizarão na "coluna" de camisas amarela numa permutação de 5 (5!).
O mesmo se aplica às outras duas cores.

Ao final, temos a multiplicação:
$3!\times 5!\times 5!\times 5! = (5!)^3 \cdot (3!)$

**Resposta da questão 75:** [C]

$$\frac{10!}{5!\,5!}$$

10! = Conta com as trocas
5! = A mudança de ordem não interessa ja que tem uma ordem pré determinada
5! = Cancela as trocas

**Resposta da questão 76:** [E]

Você considera um elemento separador que vai indicar se as pulseiras estão no braço direito ou esquerdo, por exemplo:

ABCDC são Pulseiras

$Braço_E$ | $Braço_D$ - Braço direito e esquerdo, o traço é o elemento separador

AB | CDE = Indica que tem duas pulseiras no esquerdo e três no direito

| ABCDE = Indica que todas estão no direito
$P_6 = 6! = 720$

**Resposta da questão 77:** [B]

Escolhendo uma sequência de 3 fotos de Salvador.
$$A_{4,3} = \frac{4!}{1!}$$

Escolhendo uma sequência de 3 fotos do Jalapão.
$$A_{5,3} = \frac{5!}{2!}$$

Escolhendo uma sequência de 3 fotos do Rio de Janeiro.
$$A_{5,3} = \frac{5!}{2!}$$

Portanto, o número de maneiras distintas de Carol organizar suas fotos é:
$$\frac{4!}{1!}\cdot\frac{5!}{2!}\cdot\frac{5!}{2!}\cdot P_3 = 6\cdot(5!)^2\cdot 3! = (5!)^2\cdot(3!)^2$$

**Resposta da questão 78:** [C]

Escolhe-se 1 dentre 14
Escolhe-se 1 dentre 12 (exclui o casal já escolhido)
Escolhe-se 1 dentre 10 (exclui os 2 casais escolhidos)
Escolhe-se 1 dentre 8 (exclui os 3 casais já escolhidos)

Divide-se por 4!, pois a ordem não importa.

$$\frac{14\cdot 12\cdot 10\cdot 8}{4!} = 560$$

**Resposta da questão 79:** [D]

$$C_{12,5} = \frac{12!}{5!\,7!} = 792 \rightarrow total\ de\ comissões$$
$$C_{8,5} = \frac{12!}{5!\,7!} = 56 \rightarrow tapenas\ de\ história$$

$$792 - 56 = 736 \rightarrow com\ pelo\ menos\ 1\ de\ geografia$$

**Resposta da questão 80:** [C]

$$\frac{n!}{2!\,(n-2)!} < 70$$

$$\frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)!}{2\cdot(n-2)!} < 70$$

$$n^2 - n - 140 < 0$$

Fazendo o Delta da equação:

$$\Delta = 1 - 4\cdot 1\cdot 140$$
$$\Delta = 561$$
$$\sqrt{\Delta} \cong 23{,}6$$

Usando Bhaskara:

$$n = \frac{1 + 23{,}6}{2\cdot 1} = 12{,}3$$

Como precisa ser menor que 70, o resultado é 12

**Resposta da questão 81:** [D]

$$C_{5,3} = \frac{5!}{3!\,2!} = 10$$

$$dois\ quartos\ triplos \rightarrow 10\cdot 2 = 20$$

$$dois\ quartos\ duplos \rightarrow 1\cdot 2 = 2$$

$$trios\ de\ garotas \rightarrow 10\cdot 1 = 10$$

$$quartos\ restantes \rightarrow 1\cdot 1 = 1$$

$$20\cdot 2\cdot 10\cdot 1 = 400$$

**Resposta da questão 82:** [B]

$$C_{10,2} \rightarrow escolheu\ 2, restou\ 8$$
$$C_{8,3} \rightarrow escolheu\ 3, restou\ 5$$
$$C_{5,4} \rightarrow escolheu\ 4, restou\ 1$$
$$C_{1,1} \rightarrow escolheu\ 1, restou\ 0$$

Ocorre simultaneamente, multiplica-se

**Resposta da questão 83:** [B]

O número de possibilidades que o jogador tem de escolher quatro números do conjunto vermelho é dado por

$$C_{10,4} = \frac{10!}{4!\cdot 6!}.$$

O número de possibilidades de o jogador escolher cinco números do conjunto azul é dado por

$$C_{15,5} = \frac{15!}{5!\cdot 10!}.$$

Como o jogador deve escolher ou quatro números do conjunto vermelho ou cinco números do conjunto azul, o total de possibilidades que um jogador tem de montar seu jogo é

$$\frac{10!}{4!\cdot 6!} + \frac{15!}{5!\cdot 10!}.$$

**Resposta da questão 84:** [C]

$$C_{9,3} = 84$$
$$C_{5,2} = 10$$
$$84\cdot 10 = 840 = x$$

$$C_{6,1} = 6$$
$$C_{3,3} = 1$$
$$6\cdot 1 = 6 = y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{840}{6} = 140$$

**Resposta da questão 85:** [E]

$$C_{28,7}\cdot C_{21,7}\cdot C_{14,7} = \frac{28!}{(7!)^4}$$

**Resposta da questão 86:** [D]

$$C_{6,2}\cdot C_{4,2}\cdot C_{3,2} = 270$$

**Resposta da questão 87:** [B]

$$C_{6,2} = \frac{6\cdot 5}{2} = 15$$

**Resposta da questão 88:** [B]

$$C_{4,1}\cdot C_{5,3}\cdot C_{4,2}\cdot C_{8,5} = 4\cdot 10\cdot 6\cdot 56 = 13.440$$

**Resposta da questão 89:** [A]

$$C_{5,2}\cdot C_{5,2}\cdot C_{5,1}\cdot P_6^2 = 10\cdot 10\cdot 5\cdot 360 = 180.000$$

**Resposta da questão 90:** [B]

$$C_{20,2}\cdot C_{10,1}\cdot C_{4,1} = 190 \text{ x } 10 \text{ x } 4 \rightarrow 7600$$

**Resposta da questão 91:** [D]

Seja x o número de trabalhadores presentes, temos que o número total de possibilidades será dado por:

x . ( x - 1 ) . ( x - 2)

Além disso, sabemos que este valor é igual a 30 . x

x . ( x - 1 ) . ( x - 2) = 30 . x ( x - 1 ) . ( x - 2) = 30

Podemos encontrar x desenvolvendo essa equação do segundo grau e aplicando Bhaskara, entretanto, como x é um número natural, o caminho mais ágil será decompor 30 em um produto de números primos.
30 = 2 . 3 . 5 = 6 . 5
então, temos:
x-1 = 6 **( x=7 )** x-2 = 5 **( x=7 )**

Fazendo essa decomposição, fica nítido que x tem que valer 7, repare só:

( 7 - 1 ) . ( 7 - 2 ) = 6 . 5 = 30

**Resposta da questão 92:** [B]

A ordem não importa. Usamos combinação para escolher dois entre os destros ou canhotos:

$C_{8,2}$ ou $C_{4,2}$ =28+6→34

**Resposta da questão 93:** [E]

O aperto de mãos entre homens e mulheres, por ser feito entre grupo diferentes, é feito a partir da lógica do PFC tradicional.

$$200 \times 170 = 34.000$$

Já o aperto entre homens é feito dentro de um mesmo grupo (o grupo de homens). Portanto, leva-se em conta a lógica de que o aperto de mão entre o homem A e o B é o mesmo aperto de mão do homem B com o A. Logo, como a ordem não importa, aplicamos a fórmula de Combinação Simples

$$C_{200,2} = 19.900$$

É preciso se ater a informação de que mulheres e homens apertam as mãos apenas uma vez e homens entre si apertam as mãos duas vezes, então 17.000 deve ser multiplicado por 2.
Logo, o resultado obtido é:

$$34.000 + (2 \times 19.900) = 73.800$$

**Resposta da questão 94:** [C]

$$\frac{10!}{6!\,4!}$$

**Resposta da questão 95:** [E]

Sábado: $C_{3,2} \cdot C_{7,4} = 3 \cdot 35 \rightarrow 105$
Domingo: $1 \cdot C_{4,2} \cdot 1 = 1 \cdot 6 \cdot 1 \rightarrow 6$

1 → A médica que restou
$C_{4,2}$ → Entre as 4 que trabalharam no sábado
1 → Um jeito de pegar as 3 que não foram sábado

**Resposta da questão 96:** [C]

Supondo que quaisquer dois dos seis pontos, não pertencentes à reta, não estejam alinhados com nenhum dos pontos A, B, C e D, o número total de triângulos com vértices em três dos dez pontos dados é:

$$C_{10,3} - C_{4,3} = 120 - 4 \rightarrow 116$$

**Resposta da questão 97:** [C]

Modalidades de Perfil: 3!
Produtos Financeiros: $A_{5,2}$
Fundos de Investimentos: $C_{8,4}$

$$3! \cdot A_{5,2} \cdot C_{8,4} = 6x20x70=8400$$

**Resposta da questão 98:** [A]

Separando as equipes por letras temos A, B, C, D e E. Selecionando uma equipe vemos que ela joga quatro vezes já que vai competir com cada uma das 4 restantes. Exemplo:

Equipe A vai jogar com a B, C, D e E, logo, são 4 jogos.

Número de jogos ao todo: $C_{5,2} = 10$

**Resposta da questão 99:** [D]

$C_{9,1} \cdot C_{9,2} \cdot C_{9,3} \cdot C_{9,4} \cdot C_{9,5} \ldots C_{9,9}$
Dessa forma vamos encontrar 511

Ou

Para cada nove pessoas restantes temos duas opções possíveis: Escolher ou não escolher.

Logo:
$2x2x2x2x2x2x2x2x2=2^9 \rightarrow 512$

Mas desse valor tiramos a possibilidade de não ser escolhido ninguem.

512 – 1 = 511

**Resposta da questão 100:** [D]

Pratos Principais: 3!
Bebidas Alcoólicas: $A_{4,2}$
Finger Foods: $C_{10,4}$

$$3! \cdot A_{4,2} \cdot C_{10,4} = 6x12x210=15.120$$

**Resposta da questão 101:** [D]

$C_{5,1} = 5$
$A_{6,3} = 120$
$C_{7,2} = 21$

5 x 120 x 21 = 12600

**Resposta da questão 102:** [C]

$C_{5,1} \cdot C_{5,2} \cdot C_{5,3} \cdot C_{5,4} \cdot C_{5,5}$ = 5+10+10+5 + 1 → 31

Ou

Laranja: Temos duas opções possíveis, colocar ou não colocar, logo, por serem 5 frutas vamos ter:

2 x 2 x 2 x 2 x 2 = 32

Mas desse valor tiramos a possibilidade dela não por nenhuma, então:

32 – 1 = 31

**Resposta da questão 103:** [A]

Faremos a combinação $C_{7,3}$ que representa todas as possibilidades com os 7 pontos e desse valor tirar $C_{4,3}$ que representa os 4 pontos localizados na linha AC, ja que entre eles não poderia haver a formação de um triângulo.

$C_{7,3} - C_{4,3} = 31$

**Resposta da questão 104:** [C]

Vogais: AEIOU

Por serem distintas temos: 5 x 4 = 20
São 4 algarismos diferentes e ja temos o dois fixado no final. Então restam 9 possibilidades para os números restantes:

9 x 7 x 8 = 504
20 x 504 = 10.080

**Resposta da questão 105:** [A]

$C_{6,3} \cdot C_{8,5} \cdot C_{5,2}$ = 20x56x10→11.200

**Resposta da questão 106:** [D]

Ele fala que a comissão criada deve ter pelo menos um profissional capacitado, ou seja, um ou mais. Como são apenas 3 dos 12 são capacitados, teremos três possibilidades:

A comissão com apenas 1 capacitado: $C_{3,1} \cdot C_{9,2}$
A comissão com 2 capacitados: $C_{3,2} \cdot C_{9,1}$
A comissão com 2 capacitados: $C_{3,3}$

Ou seja: $C_{3,1} \cdot C_{9,2} + C_{3,2} \cdot C_{9,1} + C_{3,3} =$

3 x 36 + 3 x 9 + 1 = 136

**Resposta da questão 107:** [D]

Há $C_{12,3} = \frac{12!}{3!9!} = 220$ maneiras de escolher 3 pontos quaisquer. Dentre essas possibilidades, devemos descontar aquelas em que não se pode formar um triângulo.
Temos dois segmentos de reta que apresentam quatro pontos cada um, resultando, portanto, em
$2 \cdot C_{4,3} = 2 \cdot 4 = 8$ possibilidades

A resposta é 220 - 8 = 212

**Resposta da questão 108:** [B]

$$\frac{n(n-1)}{2} = 105$$
$$n(n-1) = 210$$

Agora, basta procurar dois números consecutivos que quando multiplicados o resultado é 210.

$$15 \cdot 14 = 210$$

Ou seja, $n = 14$

**Resposta da questão 109:** [A]

$C_{2,1} \cdot C_{3,2} \cdot C_{3,2} \cdot C_{6,4} \cdot C_{4,2} =$
2 x 3 x 3 x 15 x 6 = 1620

**Resposta da questão 110:** [B]

O número de interruptores será igual ao número de combinações de 6 elementos (lâmpadas) tomados de 3 em 3.

$$C_{6,3} = \frac{6!}{3!\,3!} = 20$$

**Resposta da questão 111:** [B]

Do enunciado, temos:
Há 3 possibilidades para a escolha do goleiro.
O total de maneiras de escolher os outros três jogadores, após a escolha do goleiro é dado por:

$$C_{12,3} = \frac{12!}{3!\,9!} = 220$$

Assim, o total de maneiras de escolher os quatro jogadores, pelo princípio fundamental da contagem é:

$3 \cdot 220 = 660$

**Resposta da questão 112:** [D]

Existem $C_{6,2} \cdot C_{7,3} = \frac{6!}{2!4!} \cdot \frac{7!}{3!4!} = 525$ modos de formar uma comissão com 2 vereadores da situação e 3 da oposição.
Dentre essas possibilidades, $C_{5,1} \cdot C_{6,2} = 5 \cdot \frac{6!}{2!4!} = 75$ apresentam os dois líderes.
Logo, há $525 - 75 = 450$ maneiras para esse caso.

Por outro lado, existem $C_{6,3} \cdot C_{7,2} = \frac{6!}{3!3!} \cdot \frac{7!}{2!5!} = 420$ modos de formar uma comissão com 3 vereadores da situação e 2 da oposição. Porém, nessas comissões estão incluídas $C_{5,2} \cdot C_{6,1} = \frac{5!}{2!3!} \cdot 6 = 60$ possibilidades nas quais os dois líderes figuram.
Em consequência, há $420 - 60 = 360$ comissões possíveis.

Portanto, a resposta é$450 + 360 = 810$

**Resposta da questão 113:** [E]

$$C_{4,1} + C_{4,2} + C_{4,3} + C_{4,4} = 4 + 6 + 4 + 1 = 15$$

**Resposta da questão 114:** [A]

Vamos dividir o problema em casos, considerando em cada casa quantas figurinhas eles trocam:

*1º Caso:* Não trocam figurinhas
Temos uma única possibilidade.

*2º Caso:* Trocam uma figurinha
$$4 \cdot 9 = 36\ possibilidades$$

*3º Caso:* Trocam duas figurinhas
$$C_{4,2} \cdot C_{9,2} = 6 \cdot 36 = 216\ possibilidades$$

*4º Caso:* Trocam três figurinhas
$$C_{4,3} \cdot C_{9,3} = 4 \cdot 84 = 336\ possibilidades$$

*5º Caso:* Trocam quatro figurinhas
$$C_{4,4} \cdot C_{9,4} = 1 \cdot 126 = 126\ possibilidades$$

Logo, o total de possibilidades será

$$1 + 36 + 216 + 336 + 126 = 715\ possibilidades$$

**Resposta da questão 115:** [A]

Fixando-se 1 em cada uma das 3 salas, vou distribuir 20 deles entre as 3 salas de todas as formas possíveis (combinação completa)

$$\frac{22!}{2!\,20!} = 231$$

**Resposta da questão 116:** [A]

$$\frac{10!}{7!\,3!} = 120$$

**Resposta da questão 117:** [B]

Como cada pessoa receberá no mínimo duas moedas, devemos calcular o número de maneiras de distribuir 6 moedas para 3 pessoas. Assim, o resultado pedido corresponde ao número de soluções inteiras e não negativas da equação x+y+z=6, isto é,

$$\frac{8!}{6!\,2!} = 28$$

**Resposta da questão 118:** [B]

$C_{6,3} = 20$

$\frac{8!}{3!\,5!} = 56$

56 – 20 = 36

**Resposta da questão 119:** [C]

De dois tipos:
Rosa e Dália: Haverá pelo menos uma rosa e uma dália. As outras duas flores podem ser RR, DD e RD.

Para Rosa e Crisântemo será da mesma forma
Temos: 3 + 3 = 6
De três tipos:

RDC: A quarta flor pode ser escolhida de três modos
Temos: 3

Total: 6 + 3 = 9

**Resposta da questão 120:** [C]

Alberto $\geq 2$
Thiago $\geq 2$
Robson $\geq 3$
Rodrigo $\geq 4$

A=x+2
T=y+2
R= z + 3
R= w+ 4

$x + y + z + w = 20 - 11$
$x+y+z+w=9$

$$P_{12}^{9,3} = \frac{12!}{9!\,3!} = 220$$

**Resposta da questão 121:** [E]

Primeiramente, perceba que cada pontuação possível de se alcançar no jogo associa-se de maneira única a uma sequência de cinco termos $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, onde $x_1$, $x_2$, $x_3$ e $x_4$ representam a quantidade de dardos fixados por um jogador nas regiões de $1000$ pontos, $100$ pontos, $10$ pontos e $1$ ponto, respectivamente, e $x_5$ representa a quantidade de dardos não fixados ao alvo. Nesse sentido, a pontuação $3301$, por exemplo, associa-se à sequência $(3, 3, 0, 1, 2)$, indicando que ela é obtida quando um jogador acerta três dardos na região de $1000$ pontos, três dardos na região de $100$ pontos e um dardo na região de $1$ ponto, errando o lançamento de exatamente dois dos nove dardos. Tendo isso em vista, para determinarmos a quantidade de pontuações distintas possíveis de se alcançar no jogo, basta calcularmos de quantos modos podemos distribuir os nove dardos nas cinco regiões disponíveis (aqui, consideramos as quatro regiões do alvo e a região fora do alvo). Este, portanto, é um problema de combinação com repetição (ou combinação completa), pois precisamos "escolher, podendo repetir, nove dentre as cinco regiões disponíveis para fixarmos os dardos" e a ordem em que as escolhas são feitas não importa. Isso pode ser feito de
$CR_{5,9} = C_{5+9-1,9} = C_{13,9} = \frac{13!}{9!\times 4!}$ maneiras diferentes.

Logo, o número obtido pelo filho do artesão é igual a $\frac{13!}{9!\times 4!}$.

Ainda podemos dizer que $q_1$ é quantidade de dardos que deram um ponto, $q_{10}$ é quantidade de dardos que deram dez pontos, $q_{100}$ é quantidade de dardos que deram cem pontos, $q_{1000}$ é quantidade de dardos que deram mil pontos e $q_0$ é quantidade de dardos que não deram pontos. Temos assim que:

$$q_1 + q_{10} + q_{100} + q_{1000} + q_0 = 9$$

Dessa forma, uma solução inteira não negativa para essa equação pode ser expressa por

■ | ■ ■ | ■ ■ ■ ■ | ■ | ■

e qualquer outra solução pode ser escrita como uma permutação desses 13 = 9 + 4 elementos descritos, ou seja, o total de formas diferentes de pontuar será

$$P_{13}^{9,4} = \frac{13!}{9!\cdot 4!}.$$

**Resposta da questão 122:** [D]

$$3 \cdot 5 \cdot 5 = 75$$

**Resposta da questão 123:** [B]

Método Destrutivo:

Vamos fazer primeiro as possibilidades de se começar pela Bica:

$$1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Agora, iremos fazer as possibilidades de se terminar pela Bica:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 24$$

O total de maneiras de visitar esses 5 pontos turísticos é:

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

Então, o total de maneiras de visitar esses pontos turísticos e NÃO começas nem terminar pela Bica é:

$$120 = 24 - 24 = 72$$

**Resposta da questão 124:** [A]

O número de comissões que podem ser formadas, independentemente do sexo de seus participantes, é

$$\frac{36!}{33!\,3!} = 7140$$

desse total, devemos descontar o número de comissões cujos membros são todos homens, e o número de comissões cujos membros são todos mulheres.

O número de comissões formadas exclusivamente por mulheres é igual a

$$\frac{22!}{19!\,3!} = 1540$$

O número de comissões formadas apenas por homens é

$$\frac{14!}{3!11!} = 364.$$

Portanto, o resultado pedido é igual a

$$7140 - 1540 - 364 = 5236.$$

**Resposta da questão 125:** [B]

*1ª Solução: (Progressão Aritmética)*

Seja $a_n$ o número de trapézios na etapa $n.$

Vamos determinar uma fórmula para $a_n$ em função de $n.$ É fácil ver que $a_1 = 0,$ $a_2 = 1,$ $a_3 = 3$ e $a_4 = 6.$ Logo, temos

$$\begin{aligned} a_2 - a_1 &= 1 \\ a_3 - a_2 &= 2 \\ a_4 - a_3 &= 3 \\ &\cdots\cdots\cdots \\ a_{n-1} - a_{n-2} &= n-2 \\ a_n - a_{n-1} &= n-1 \end{aligned}$$

Somando, vem

$$\begin{aligned} a_n - a_1 &= \left(\frac{1+n-1}{2}\right)\cdot(n-1) \\ &= \frac{n}{2}\cdot(n-1). \end{aligned}$$

Portanto, o número de trapézios obtidos na sexta etapa é

$$a_6 = \frac{6}{2}\cdot(6-1) = 15.$$

*2ª Solução: (Combinações Simples)*

O número de trapézios formados na etapa $n,$ com $n \geq 2,$ corresponde ao número de combinações simples dos $n$ segmentos horizontais (inclusive a base do triângulo inicial) tomados $2$ a $2,$ isto é, $\binom{n}{2}.$ Portanto, a resposta é $\binom{6}{2} = \frac{6!}{2!\cdot 4!} = 15.$

**Resposta da questão 126:** [C]

$$\begin{gathered} 5+1 \\ 6+0 \\ 1+0+5 \\ 1+1+4 \\ 1+2+3 \\ 1+3+2 \\ 1+4+1 \\ 1+5+0 \end{gathered}$$

No total, existem 8 valores possíveis

**Resposta da questão 127:** [C]

$$C_{8,6} = \frac{8!}{6!\,2!} = 28$$

$$28 - 5 = 25\ opções$$

**Resposta da questão 128:** [E]

O cliente pode escolher duas entradas de $\frac{8!}{2!6!} = 28$ modos, um prato principal de 10 maneiras e uma sobremesa de 5 modos.
Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, a resposta é $28\cdot 10\cdot 5 = 1400.$

**Resposta da questão 129:** [D]

Existem $2$ maneiras de escolher o grupo que terá duas seleções sul-americanas, $\binom{3}{2} = 3$ modos de escolher essas duas seleções, e $\binom{5}{2} = \frac{5!}{3!\cdot 2!} = 10$ modos de escolher as duas seleções europeias que irão formar o grupo com as duas sul-americanas. Como o segundo grupo é determinado univocamente pelas escolhas do primeiro, segue-se que o resultado pedido, pelo Princípio Fundamental da Contagem, é

$2\cdot 3\cdot 10 = 60.$

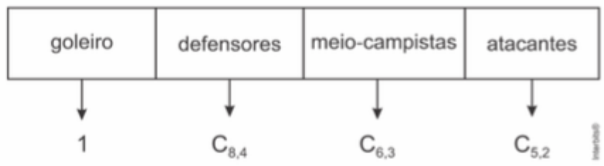
**Resposta da questão 130:** [C]

$$Nenhuma\ mulher = 1\ opção\ (5\ homens)$$
$$Uma\ mulher = C_{5,4} = 20\ opções\ (4\ homens)$$

$$C_{9,5} = \frac{9!}{5!\,4!} = 126\ opções\ no\ total$$

$$Logo, existem\ 126 - 21\ opções\ = 105$$

**Resposta da questão 131:** [A]




Logo, o número de times distintos é: $1 \cdot 70 \cdot 20 \cdot 10 = 14000.$

**Resposta da questão 132:** [B]

$$C_{10,2} \cdot C_{8,2} \cdot C_{6,2} \cdot C_{4,2} \cdot C_{2,2} = 45 \cdot 28 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 1 = 113400$$

**Resposta da questão 133:** [C]

Resolução de Maneira Destrutiva:

Fixando-se o número 2 como o último (única maneira do número ser par), nós temos:

$$\_\_ \cdot \_\_ \cdot \_\_ \cdot \_\_ \cdot 1$$

Permutamos os 4 números restantes (com duas repetições):

$$\frac{4!}{2!} = 12 \text{ } números \text{ } pares$$

Agora, devemos fazer todas as opções:

$$\frac{5!}{2!\,2!} = 30 \text{ } números \text{ } pares$$

$$Logo, 30 - 12 = 18 \text{ } números \text{ } dessas \text{ } são \text{ } ímpares$$

**Resposta da questão 134:** [C]

As 5 vogais devem ser diferentes, logo, o número de combinações com as vogais é dada por 5!, pois na primeira vogal, podemos escolher entre as 5, mas na segunda vogal podemos escolher entre apenas 4, e assim por diante.

Já com os números, apenas os pares entre 2 e 8 são válidos, ou seja, 2, 4, 6 e 8. Assim, a 4 números a escolha e devemos escolher 2 deles, logo, as combinações serão dadas pela permutação 4!(4-2)!

O total de senhas será o produto dos valores encontrados:

x = 5! . 4!/2!
x = 1440 senhas

**Resposta da questão 135:** [C]

Se colocarmos os amigos Carlos, Timóteo e Joana num mesmo "Bloco" de pessoas, iremos ter 5 pessoas e esse Bloco de pessoas que nunca se separam. Logo, para calcular as possíveis sequências dessa distribuição, permutaremos todos os elementos.
5 pessoas + 1 Bloco = 6 elementos.

$$P_6 = 6!$$

Além disso, é preciso calcular a permutação dentro do Bloco de 3 amigos, visto que eles podem mudar de posição dentro do próprio bloco.

$$P_3 = 3!$$

Então, basta multiplicar as duas possibilidades, pois os dois eventos estão acontecendo ao mesmo tempo.

$$6! \cdot 3!$$

**Resposta da questão 136:** [D]

Note:

$$\log_{10} 2 = 0{,}3$$
$$10^{0{,}3} = 2$$
$$e$$
$$\log_{10} 13 = 1{,}11$$
$$10^{1{,}11} = 13$$

Assim, devemos substituir essas notações nessa multiplicação:

$$26^{10} \cdot 10^5$$
$$(2 \cdot 13)^{10} \cdot 10^5$$
$$(10^{0{,}3} \cdot 10^{1{,}11})^{10} \cdot 10^5$$
$$(10^{1{,}41})^{10} \cdot 10^5$$
$$10^{14{,}1} \cdot 10^5 = 10^{19{,}1}$$

**Resposta da questão 137:** [D]

Existem duas opções para a lâmpada: ligada ou desligada. Então, havendo 8 cômodos, o total de maneiras das lâmpadas dessa residência se organizarem é:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 256$$

Assim, deve-se retirar a possibilidade de todas as lâmpadas estarem desligadas:

$$256 - 1 = 255$$

**Resposta da questão 138:** [B]

$$C_{5,3} = 10$$

$$10 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^4 \cdot 10$$

**Resposta da questão 139:** [C]

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

**Resposta da questão 140:** [B]

Devemos primeiro fixar 2 chocolates em cada um dos três tipos:

$$20 - 2 \cdot 3 = 14 \rightarrow chocolates\ restantes$$

Agora, aplicaremos uma combinação completa nos chocolates restantes:

$$\frac{16!}{2!\,14!} = 120$$

**Resposta da questão 141:** [C]

$$C_{5,2} = 10$$
$$C_{7,3} = 35$$
$$10 + 35 = 45$$

**Resposta da questão 142:** [B]

$$\_P\_P\_P\_P\_P\_P\_P\_P\_P\_P\_$$

Note acima que distribui todas as 10 caixas pretas e sinalizei espaços entre (e após) cada uma delas.
Agora, basta colocar as caixas Brancas nesses espaços sinalizados (de qualquer forma que seja), e elas nunca iram ficar "coladas" uma na outra. Isso ocorre pois sempre haverá, no mínimo, uma caixa preta entre duas caixas brancas.

Assim, teremos que distribuir 7 caixas idênticas em 11 espaços. Assim, escolheremos 7 espaços dentre os 11 que já existem, de maneira que a ordem das caixas não importa:

$$C_{11,8} = \frac{11!}{7!\,4!} = 330$$

**Resposta da questão 143:** [A]

A primeira pessoa para se sentar terá 6 opções, a segunda terá 4 opções, pois não poderá ocupar uma cadeira oposta à primeira pessoa e a terceira terá apenas duas opções, pois não poderá sentar-se em posições opostas à primeira e à segunda pessoa, portanto o número de maneiras que Ana, Beatriz e Carlos podem escolher lugares é:
$6 \cdot 4 \cdot 2 = 48$

**Resposta da questão 144:** [A]

Escolha de um acionista minoritário: $C_{3,1} = \dfrac{3!}{1!\cdot 2!} = 3$

Escolha de um acionista titular: $C_{4,1} = \dfrac{4!}{1!\cdot 3!} = 4$

Escolhas dos três indicados pela uniã0
$C_{6,3} = \dfrac{6!}{3!\cdot 3!} = 20$

Portanto a quantidade de maneiras distintas de que pode ser feita a escolha para a composição do Conselho Fiscal é $3 \cdot 4 \cdot 20 = 240$