MAPA MENTAL

PROPRIEDADES DOS DETERMINANTES

PROPRIEDADES DOS DETERMINANTES

Determinante Nulo

Quando todos os elementos de uma linha ou de uma coluna são zeros

$$\begin{vmatrix} 17 & 0 & 1 \\ 32 & 0 & 2 \\ -5 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

Quando há duas linhas ou duas colunas iguais

$$\begin{vmatrix} 31 & 7 & 31 \\ -25 & 13 & -25 \\ 12 & 45 & 12 \end{vmatrix} = 0$$

Quando duas linhas ou duas colunas são proporcionais

$$\begin{vmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 5 & 15 & -1 \\ 3 & 9 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

x 3

Quando uma linha é a combinação linear de outra linha, ou quando uma coluna é a combinação linear de outra coluna

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 0 \\ 6 & 8 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

Linha 1 + Linha 2 = Linha 3.

Determinante se Altera

Propiedade de Binet:
O determinante do produto é igual ao protudo dos determinantes

$$|A\,.\,B| = |A|.\,|B|$$

$$|A^n| = |A|^n$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow detA = -6$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 5 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow detB = -11$$

$$C = B \cdot A \Rightarrow detC = detB \cdot det\,A \Rightarrow detC = (-11) \cdot (-6) = 66$$

Propiedade da Matriz Inversa:
O determinante da matriz inversa é o inverso do determinante da matriz original

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -6 \Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{-6} = -\frac{1}{6}$$

Determinante da Matriz Triangular:
O determinante de uma matriz triangular será sempre o produto dos elementos da diagonal principal

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow detA = 1 \cdot 3 \cdot 4 = 12$$

Ao trocarmos de posisão duas linhas paralelas, ou duas colunas paralelas, alteramos também o sinanl do determinante

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 5 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow detB = 14$$

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow det\,C = -14$$

Se multiplicarmos um número real por uma linha ou coluna da matriz, então seu determinante também será multiplicado por esse número

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow detC = -10 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 \cdot 3 & 4 \cdot 3 \end{bmatrix} \Rightarrow det = 3 \cdot 10$$

Se multiplicarmos uma matriz por um número, seu determinante fica multiplicado por este número elevado à ordem da matriz

$$M = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} \Rightarrow detM = -8 \Rightarrow 3 \cdot M = \begin{bmatrix} 3 \cdot 3 & 3 \cdot 5 \\ 3 \cdot 7 & 3 \cdot 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 15 \\ 21 & 27 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow det(3M) = -8 \cdot 3^2 = -8 \cdot 9 = -72$$

Determinante Não se Altera

Ao efetuar a transposta da matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow detA = -23$$

$$A^t = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow detA^t = -23$$

Quando troca-se uma linha (ou coluna) por uma combinação linear dela com outra linha (ou coluna) - Teorema de Jacobi

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow detA = -15$$

$$\Rightarrow Coluna\,3 = Coluna\,1 + Coluna\,3$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow detB = -15$$

Biologia total