RESOLUÇÃO SIMULADO ENEM 07 2021

136. Resposta correta: C

C 7 H 27

a) (F) Possivelmente, o aluno encontrou o desvio padrão corretamente, obtendo $DP = \sqrt{\frac{17}{36}}$, no entanto se equivocou ao calcular a raiz quadrada de 36, encontrando $DP = \frac{\sqrt{17}}{36}$.

b) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de forma equivocada, que o desvio padrão é dado por $DP = \frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$, obtendo $DP = \frac{17}{36}$.

c) (V) O desvio padrão é dado por $DP = \sqrt{\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots+(x_n-\bar{x})^2}{n}}$, em que $\bar{x}$ é a média aritmética do conjunto de dados, **n** é o número de elementos do conjunto de dados, e $x_1, x_2, \ldots, x_n$ são os elementos que o compõem. Assim, obtém-se:

$$DP = \sqrt{\frac{2\cdot(0-\bar{x})^2+3\cdot(1-\bar{x})^2+1\cdot(2-\bar{x})^2}{2+3+1}}$$

$$DP = \sqrt{\frac{2\cdot(0-\bar{x})^2+3\cdot(1-\bar{x})^2+1\cdot(2-\bar{x})^2}{6}}$$

Sabendo que $\bar{x} = \frac{2\cdot 0+3\cdot 1+1\cdot 2}{2+3+1} = \frac{5}{6}$, conclui-se:

$$DP = \sqrt{\frac{2\cdot\left(0-\frac{5}{6}\right)^2+3\cdot\left(1-\frac{5}{6}\right)^2+1\cdot\left(2-\frac{5}{6}\right)^2}{6}}$$

$$DP = \sqrt{\frac{2\cdot\left(\frac{25}{36}\right)+3\cdot\left(\frac{1}{36}\right)+1\cdot\left(\frac{49}{36}\right)}{6}}$$

$$DP = \sqrt{\frac{\frac{50}{36}+\frac{3}{36}+\frac{49}{36}}{6}}$$

$$DP = \sqrt{\frac{\frac{102}{36}}{6}} = \sqrt{\frac{102}{36}\cdot\frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{17}{36}} = \frac{\sqrt{17}}{6}$$

d) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de forma equivocada, que o desvio padrão é dado por $DP = \sqrt{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots+(x_n-\bar{x})^2}$, obtendo $DP = \sqrt{\frac{102}{36}} = \sqrt{\frac{17}{6}}$.

e) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de forma equivocada, que o desvio padrão é dado por $DP = (x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots+(x_n-\bar{x})^2$, obtendo $DP = \frac{17}{6}$.

137. Resposta correta: D

C 4 H 15

a) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que a taxa de multiplicação diária (M) é diretamente proporcional à raiz quadrada do produto entre a umidade (U) e a temperatura (T), obtendo $M = k \cdot \sqrt{T \cdot U}$.

b) (F) Possivelmente, o aluno relacionou corretamente a taxa de multiplicação diária (M) e a umidade (U), no entanto considerou, de modo equivocado, que a taxa de multiplicação diária (M) é diretamente proporcional ao quadrado da temperatura (T), obtendo $M = k \cdot \frac{T^2}{U}$.

c) (F) Possivelmente, o aluno relacionou corretamente a taxa de multiplicação diária (M) e a umidade (U), no entanto considerou, de modo equivocado, que a taxa de multiplicação diária (M) é diretamente proporcional à temperatura (T) ao identificar que o aumento na temperatura ocasiona um aumento na taxa de multiplicação, obtendo $M = k \cdot \frac{T}{U}$.

d) (V) Pela comparação dos resultados obtidos no primeiro e no segundo ensaios, constata-se que a taxa de multiplicação diária da colônia de bactérias foi dobrada ao se manter a umidade constante e quadruplicar a temperatura. Como $\sqrt{4} = 2$, conclui-se que a taxa de multiplicação (M) é diretamente proporcional à raiz quadrada da temperatura (T). Já pela comparação dos resultados obtidos no segundo e no terceiro ensaios, constata-se que a taxa de multiplicação foi reduzida à metade ao se manter a temperatura constante e dobrar a umidade. Como $2 = \frac{1}{\frac{1}{2}}$, conclui-se que a taxa de multiplicação (M) é inversamente proporcional à umidade (U). Dessa forma, obtém-se a relação $M = k \cdot \frac{\sqrt{T}}{U}$.

e) (F) Possivelmente, o aluno relacionou corretamente a taxa de multiplicação diária (M) e a temperatura (T), no entanto se equivocou e considerou que a taxa de multiplicação (M) é inversamente proporcional à raiz quadrada da umidade (U), obtendo $M = k \cdot \sqrt{\frac{T}{U}}$.

138. Resposta correta: B

C 5 H 21

a) (F) Possivelmente, o aluno encontrou a quantidade de pastéis vendidas no segundo mês, no entanto se equivocou e subtraiu 4 unidades dessa quantidade, obtendo 48 – 4 = 44.

b) (V) Sendo **p** o preço inicial, em real, de um pastel e **q** a quantidade de pastéis vendidos no primeiro mês, tem-se $p \cdot q = 312$. Com o aumento no preço dos ingredientes, o preço (p) de cada pastel sofreu um acréscimo de R$ 0,50, passando a ser p + 0,5, e a quantidade (q) pastéis vendidos sofreu uma redução de 4 unidades, tornando-se q – 4. Como a arrecadação mensal permaneceu inalterada, conclui-se:

$(p + 0,5) \cdot (q - 4) = 312$

$pq - 4p + 0,5q - 2 = 312$

Como pq = 312, obtém-se:

$-4p + 0,5q - 2 = 0$

$q = 8p + 4$

Multiplicando-se a equação obtida por **p**, encontra-se:

$pq = 8p^2 + 4p$

$312 = 8p^2 + 4p$

$2p^2 + p - 78 = 0 \Rightarrow p = -6,5 \text{ ou } p = 6$

Como **p** representa o preço inicial do pastel, conclui-se que p = –6,5 não convém e que, portanto, p = 6 reais. Assim, a quantidade de pastéis vendidos no primeiro mês foi de $q = 8 \cdot 6 + 4 = 48 + 4 = 52$ e, no segundo mês, foi de 52 – 4 = 48.

c) (F) Possivelmente, o aluno encontrou a quantidade de pastéis vendidos no primeiro mês em vez da quantidade vendida no segundo, obtendo 52.

d) (F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente a quantidade de pastéis vendidos no primeiro mês, no entanto, ao invés de subtrair, adicionou 4 unidades a essa quantidade para obter a quantidade vendida no segundo mês, obtendo 52 + 4 = 56.

e) (F) Possivelmente, o aluno compreendeu o texto de modo equivocado e dividiu por 4 o valor arrecadado em cada mês, obtendo $\frac{312}{4} = 78$ e considerando ser essa a resposta correta.

139. Resposta correta: B C 5 H 19

a) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que a função seria da forma $Q(A) = m \cdot (A - 2018) - Q(2018)$, obtendo $Q(A) = 3619 \cdot (A - 2018) - 972$.

b) (V) Considerando o crescimento linear de 2018 para 2019, a função que relaciona a quantidade de casos de dengue (Q) e o ano (A) é da forma $Q(A) = m \cdot (A - 2018) + Q(2018)$, em que **m** é a taxa de variação. Como $m = \frac{4591 - 972}{2019 - 2018} = 3619$ e $Q(2018) = 972$, conclui-se que $Q(A) = 3619 \cdot (A - 2018) + 972$.

c) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que a taxa de variação seria de 4 591 casos, obtendo $Q(A) = 4591 \cdot (A - 2018) + 972$.

d) (F) Possivelmente, o aluno obteve a taxa de variação corretamente, no entanto tomou como base o ano de 2019. Além disso, confundiu-se e considerou $Q(2019) = 972$, obtendo $Q(A) = 3619 \cdot (A - 2019) + 972$.

e) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que a função seria da forma $Q(A) = m \cdot (A - 2019) - Q(2018)$, obtendo $Q(A) = 3619 \cdot (A - 2019) - 972$.

140. Resposta correta: A C 2 H 7

a) (V) Pela figura, pode-se identificar 4 pares de triângulos congruentes, pelo caso A.L.A. (Ângulo – Lado – Ângulo): (I, II), (I, V), (II, V) e (VI, VIII). Dessa forma, cada estudante possuía inicialmente, no mínimo, 4 opções distintas para atingir o objetivo.

b) (F) Possivelmente, o aluno identificou que há 4 pares de triângulos congruentes, entretanto se equivocou e considerou que a quantidade de opções solicitada seria dada pela combinação de 4 elementos tomados 2 a 2, obtendo $C_{4,2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$.

c) (F) Possivelmente, o aluno identificou que há 4 pares de triângulos congruentes, entretanto se equivocou e considerou que a quantidade de opções solicitada seria o dobro da quantidade identificada, obtendo $2 \cdot 4 = 8$.

d) (F) Possivelmente, o aluno considerou que o par (III, VIII) também seria um par de triângulos congruentes, totalizando 5 pares. Além disso, considerou que a quantidade de opções solicitada seria o dobro da quantidade de pares identificada, obtendo $2 \cdot 5 = 10$.

e) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que a quantidade de opções solicitada seria dada pela combinação de 8 elementos tomados 2 a 2, obtendo $C_{8,2} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$.

141. Resposta correta: C C 4 H 16

a) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou ao calcular o comprimento da sexta corda, obtendo $l - \frac{l}{5} = \frac{4l}{5}$. Assim, concluiu que a frequência do som emitido pela primeira nota é de $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{5} \cdot 440\right) = 176\text{ Hz}$.

b) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que a frequência do som emitido pela sexta nota corresponde ao dobro da frequência do som emitido pela primeira, concluindo que a frequência pedida é de $\frac{1}{2} \cdot 440 = 220\text{ Hz}$.

c) (V) Sendo **l** o comprimento da oitava corda, o comprimento da sexta corda é $l + \frac{l}{5} = \frac{6l}{5}$. Assim, considerando a relação de dependência constatada por Pitágoras, conclui-se que a frequência do som emitido pela oitava nota é de $\frac{6}{5} \cdot 440 = 528\text{ Hz}$. Como as notas musicais da sequência seguem a afinação Pitagórica, constata-se que a frequência do som emitido pela primeira nota é de $\frac{1}{2} \cdot 528 = 264\text{ Hz}$.

d) (F) Possivelmente, o aluno calculou a frequência do som emitido pela oitava nota em vez da frequência do som emitido pela primeira. Além disso, considerou, de modo equivocado, que a posição da nota na sequência é inversamente proporcional à frequência do som emitido por ela, concluindo que a frequência da oitava nota é de $\frac{6}{8} \cdot 440 = 330\text{ Hz}$.

e) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e calculou a frequência pedida como sendo $\left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot 440 = \frac{4}{5} \cdot 440 = 352\text{ Hz}$.

142. Resposta correta: C C 2 H 6

a) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e, em vez de somar 4810° a 60°, somou 4810° a 600°, obtendo 5410°. Dessa forma, concluiu que, após a realização do passeio, o casal A estaria na posição de 10° (5410° = 15 · 360° + 10°). Para determinar a posição do casal B, verificou que os casais A e B estão separados por 60° e, assim, somou 60° a 10°, obtendo 70°. Dessa forma, concluiu que as posições finais dos casais A e B são, respectivamente, 10° e 70°, ambas pertencentes ao quadrante I.

b) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou ao obter a posição final do casal A, fazendo 4810° = 13 · 360° + 130°. Assim, concluiu que a posição final do casal A pertence ao quadrante II e que a do casal B pertence ao III (60° + 130° = 190°).

c) (V) As 12 poltronas dividem a circunferência em 12 partes iguais, cada uma correspondente a $\frac{360°}{12} = 30°$. Percebe-se que a posição inicial do casal A corresponde ao ângulo de 60°, e que a do casal B corresponde ao ângulo de 120°. Assim, após a realização do passeio, a posição dos casais A e B serão, respectivamente, 60° + 4810° = 4870° e 120° + 4810° = 4930°. Para identificar a que quadrante cada posição pertence, deve-se reduzir os ângulos obtidos à primeira determinação positiva, obtendo:

$4870° = 13 \cdot 360° + 190°$

$4930° = 13 \cdot 360° + 250°$

Dessa forma, conclui-se que, após a realização do passeio, tanto o casal A quanto o B se localizarão no quadrante III.

d) (F) Possivelmente, o aluno identificou corretamente que a posição final do casal A pertence ao quadrante III, entretanto considerou que a posição final do casal B pertenceria ao quadrante seguinte (IV).

e) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou ao obter a posição final do casal B, fazendo 4810° = 80 · 60° + 10°. Assim, concluiu que a posição final do casal B pertence ao quadrante I e que a do casal A pertence ao quadrante anterior (IV).

143. Resposta correta: D C 5 H 21

a) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que o número de pessoas a entrarem em contato com uma notícia falsa será reduzido em 4 vezes, considerando o novo número de pessoas a receberem a notícia a cada retransmissão.

b) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que o número de pessoas a entrarem em contato com uma notícia falsa será reduzido em 5 vezes, considerando o antigo número de pessoas que recebiam a notícia a cada retransmissão.

c) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que a quantidade de pessoas que entravam em contato com a notícia, antes da campanha, era de $T = N_0 \cdot 5n$ e que, com o sucesso da campanha, passará a ser de $T = N_0 \cdot 4n$. Assim, concluiu que a medida reduzirá o número de pessoas em contato com a notícia a $\frac{N_0 \cdot 4n}{N_0 \cdot 5n} = \frac{4}{5}$.

d) (V) Considere N_0 o número de pessoas que recebem uma notícia falsa diretamente da fonte. De acordo com o texto, constata-se que, antes da campanha, cada uma dessas pessoas transmitiria a notícia, exponencialmente, para 5 novas pessoas, ou seja, o total de pessoas que entravam em contato com a notícia era dado por $T = N_0 \cdot 5^n$, em que **n** representa o número de gerações de retransmissão da notícia. Com o sucesso da campanha, cada uma dessas pessoas transmitirá a notícia, exponencialmente, para apenas 4 novas pessoas, assim o total de pessoas que entrarão em contato com a notícia passará a ser dado por $T = N_0 \cdot 4^n$. Dessa forma, a medida reduzirá o número de pessoas em contato com a notícia a:

$$\frac{N_0 \cdot 4^n}{N_0 \cdot 5^n} = \frac{4^n}{5^n} = \left(\frac{4}{5}\right)^n$$

e) (F) Possivelmente, o aluno obteve corretamente a quantidade de pessoas que entravam em contato com a notícia antes da campanha e com o sucesso dela, no entanto calculou a razão inversa, encontrando $\frac{N_0 \cdot 5^n}{N_0 \cdot 4^n} = \frac{5^n}{4^n} = \left(\frac{5}{4}\right)^n$.

144. Resposta correta: A C 3 H 13

a) (V) Sabe-se que o volume máximo aproximado de água presente em um coco é de 500 mL, que equivalem a 500 cm^3. Assim, a água de um coco pode ser vendida de três formas pela companhia.

- Forma I: em 4 caixas pequenas, com faturamento de 4 · R$ 2,50 = R$ 10,00.
- Forma II: em 2 caixas médias, com faturamento de 2 · R$ 4,80 = R$ 9,60.
- Forma III: em 1 caixa grande, com faturamento de 1 · R$ 7,10 = R$ 7,10.

Dessa forma, conclui-se que a primeira forma gera o maior faturamento, com vantagem máxima de R$ 10,00 – R$ 7,10 = R$ 2,90.

b) (F) Possivelmente, o aluno concluiu corretamente que o maior faturamento é gerado pela venda em caixas de tamanho pequeno, no entanto calculou a vantagem máxima como sendo a diferença entre os dois maiores valores de faturamento, obtendo R$ 10,00 – R$ 9,60 = R$ 0,40.

c) (F) Possivelmente, o aluno percebeu que o preço da caixa média é igual à média aritmética entre o preço dos outros dois tamanhos de caixa, mas que, em contrapartida, o volume de água presente na caixa média é menor que a média aritmética entre o volume presente nos outros dois tamanhos. Assim, imaginou que o tamanho de caixa que fornece o maior faturamento é o médio e que a vantagem máxima seria de R$ 4,80 – R$ 2,50 = R$ 2,30.

d) (F) Possivelmente, o aluno calculou a vantagem máxima de forma correta, entretanto se equivocou e obteve o tamanho de caixa que gera o menor faturamento em vez da que gera o maior.

e) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e obteve o tamanho de caixa que gera o menor faturamento em vez do que gera o maior. Além disso, para obter a diferença máxima no faturamento, calculou R$ 10,00 – R$ 9,60 = R$ 0,40.

145. Resposta correta: B C 7 H 29

a) (F) Possivelmente, o aluno calculou a diferença entre as probabilidades como sendo $\frac{130-120}{300-260}=\frac{10}{40}=\frac{1}{4}=0{,}25=25\%$. Dessa forma, como a diferença obtida é maior que ou igual a 10 pontos percentuais, concluiu que o resultado do teste brasileiro e o resultado obtido pelos cientistas em Nova York foram concordantes.

b) (V) Calculando-se a probabilidade de pessoas que se movimentam com e sem energia e sincronia serem assaltadas, obtém-se:

Tipo de movimento corporal	Probabilidade
Com energia e sincronia	$\frac{120}{300}=\frac{2}{5}=0{,}4=40\%$
Sem energia e sincronia	$\frac{130}{260}=\frac{1}{2}=0{,}5=50\%$

Dessa forma, a diferença entre as probabilidades é de 50% – 40% = 10%, sendo, portanto, uma diferença significativa. Logo, o resultado do teste brasileiro e o resultado obtido pelos cientistas em Nova York foram concordantes.

c) (F) Possivelmente, o aluno calculou a diferença entre as probabilidades como sendo $\frac{130-120}{260}=\frac{10}{260}\cong 0{,}0385=3{,}85\%$. Dessa forma, como a diferença obtida é menor que 10 pontos percentuais, concluiu que o resultado do teste brasileiro e o resultado obtido pelos cientistas em Nova York foram discordantes.

d) (F) Possivelmente, o aluno calculou a diferença entre as probabilidades como sendo $\frac{130-120}{300}=\frac{10}{300}\cong 0{,}0333=3{,}33\%$. Dessa forma, como a diferença obtida é menor que 10 pontos percentuais, concluiu que o resultado do teste brasileiro e o resultado obtido pelos cientistas em Nova York foram discordantes.

e) (F) Possivelmente, o aluno calculou a diferença entre as probabilidades como sendo $\frac{130-120}{300+260}=\frac{10}{560}\cong 0{,}0179=1{,}79\%$. Dessa forma, como a diferença obtida é menor que 10 pontos percentuais, concluiu que o resultado do teste brasileiro e o resultado obtido pelos cientistas em Nova York foram discordantes.

146. Resposta correta: D

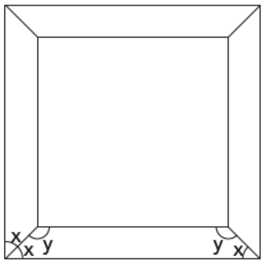
C 2 H 8

a) (F) Possivelmente, o aluno calculou a medida do ângulo agudo do trapézio em vez da medida do ângulo obtuso, obtendo 45°.

b) (F) Possivelmente, o aluno calculou a medida de um ângulo interno do quadrado em vez da medida do ângulo obtuso do trapézio, obtendo 360° : 4 = 90°.

c) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que a medida do ângulo agudo do trapézio vale 60°; assim, concluiu que o ângulo obtuso mede 180° – 60° = 120°.

d) (V) Sendo **x** a medida do ângulo agudo de cada um dos trapézios que dá forma às peças e **y** a medida do ângulo obtuso, tem-se a seguinte representação gráfica.



Como a medida do ângulo interno de um quadrado vale 360° : 4 = 90°, tem-se $2x = 90° \Rightarrow x = 45°$. Sabendo que a soma dos ângulos internos de um trapézio (quadrilátero) vale 360°, conclui-se:

$2x + 2y = 360° \Rightarrow x + y = 180° \Rightarrow y = 180° - x \Rightarrow y = 180° - 45° \Rightarrow y = 135°$

e) (F) Possivelmente, o aluno obteve o ângulo obtuso do trapézio, no entanto se equivocou e calculou o replemento desse ângulo, obtendo 360° – 135° = 225°.

147. Resposta correta: C

C 1 H 3

a) (F) Possivelmente, o aluno converteu corretamente US$ 50,00 em real, no entanto desconsiderou o acréscimo relativo ao imposto sobre operações financeiras (IOF).

b) (F) Possivelmente, o aluno converteu corretamente US$ 50,00 em real, no entanto se equivocou no cálculo da porcentagem ao determinar o valor do acréscimo relativo ao IOF, fazendo 0,00638 · R$ 290,00 = R$ 1,85. Assim, concluiu que o valor total pago pela compra seria de R$ 290,00 + R$ 1,85 = R$ 291,85.

c) (V) O valor total da compra foi de US$ 50,00. Convertendo para real, segundo a cotação do dólar de R$ 5,80 no dia da compra, obtém-se 50 · R$ 5,80 = R$ 290,00. O acréscimo relativo ao IOF corresponde a 6,38% de R$ 290,00, ou seja, 0,0638 · R$ 290,00 ≅ R$ 18,50. Portanto, o valor total pago pela compra foi R$ 290,00 + R$ 18,50 = R$ 308,50.

d) (F) Possivelmente, o aluno associou o percentual de 6,38%, referente ao IOF, a US$ 6,38. Assim, concluiu que o valor total pago pela compra seria de (50 + 6,38) · R$ 5,80 ≅ R$ 327,00.

e) (F) Possivelmente, o aluno converteu corretamente US$ 50,00 em real, no entanto se equivocou no cálculo da porcentagem ao determinar o valor do acréscimo relativo ao IOF, fazendo 0,638 · R$ 290,00 = R$ 185,02. Assim, concluiu que o valor total pago pela compra seria de R$ 290,00 + R$ 185,02 = R$ 475,02.

148. Resposta correta: E C 2 H 8

a) (F) Possivelmente, o aluno obteve corretamente cos (30° + θ) = 0,38, no entanto se equivocou ao calcular a distância (d) do ponto P até a parede do prédio, considerando d = 0,6 · 5,7 = 3,42 m. Assim, concluiu que a extensão da escada, no resgate do morador do 3º andar, seria de $x = \frac{3,42}{0,38} = 9\,\text{m}$.

b) (F) Possivelmente, o aluno supôs que o ângulo 30° + θ seria equivalente a 60°. Dessa forma, obtendo corretamente a distância (d) do ponto P até a parede do prédio (4,56 m), calculou a extensão (x) atingida pela escada no resgate do morador do 3º andar como $\cos 60° = \frac{d}{x} \Rightarrow x = \frac{4,56}{0,5} = 9,12\,\text{m}$.

c) (F) Possivelmente, o aluno obteve corretamente a distância (d) do ponto P até a parede do prédio (4,56 m), no entanto se equivocou ao calcular o valor de cos (30° + θ), invertendo o sinal negativo da fórmula do cosseno da soma e fazendo:

$\cos(30° + \theta) = \cos 30° \cdot \cos\theta + \text{sen}\,30° \cdot \text{sen}\,\theta$

$\cos(30° + \theta) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,8 + 0,5 \cdot 0,6$

$\cos(30° + \theta) = \frac{1,7}{2} \cdot 0,8 + 0,3$

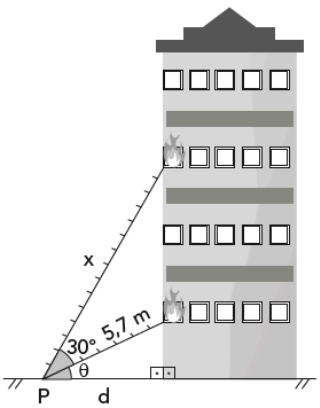
$\cos(30° + \theta) = 0,85 \cdot 0,8 + 0,3$

$\cos(30° + \theta) = 0,68 + 0,3 = 0,98$

Em seguida, considerando que $\cos(30° + \theta) = \frac{d}{x}$, concluiu que $x = \frac{4,56}{0,98} \cong 4,65\,\text{m}$ e calculou a extensão atingida pela escada no resgate do morador do 3º andar como 5,7 + 4,65 = 10,35 m.

d) (F) Possivelmente, o aluno tentou aproximar as medidas pela figura, observando que, no resgate do morador do 3º andar, a escada aparenta ter, aproximadamente, o dobro da extensão observada no resgate do morador do 1º andar (5,7 m). Assim, considerou que a extensão atingida pela escada no resgate do morador do 3º andar seria de 2 · 5,7 = 11,4 m.

e) (V) Denotando por **x** a extensão atingida pela escada no resgate do morador do 3º andar e por **d** a distância do ponto P até a parede do prédio, ambas medidas em metro, analisa-se a figura.



Dado que sen θ = 0,6 e que θ < 90°, pela Relação Fundamental da Trigonometria, obtém-se $\cos\theta = \sqrt{1 - 0,6^2} = 0,8$. Observando o triângulo retângulo menor, cuja hipotenusa mede 5,7 m, obtém-se a medida **d**:

$\cos\theta = \frac{d}{5,7} \Rightarrow d = 0,8 \cdot 5,7 \Rightarrow d = 4,56\,\text{m}$

Analisando o triângulo retângulo maior, cuja hipotenusa mede **x**, tem-se $\cos(30° + \theta) = \frac{d}{x} \Rightarrow x = \frac{4,56}{\cos(30° + \theta)}$. Dessa forma, é necessário calcular o valor de cos (30° + θ) para se obter a medida **x**.

$\cos(30° + \theta) = \cos 30° \cdot \cos\theta - \text{sen}\,30° \cdot \text{sen}\,\theta$

$\cos(30° + \theta) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,8 - 0,5 \cdot 0,6$

$\cos(30° + \theta) \cong \frac{1,7}{2} \cdot 0,8 - 0,3$

$\cos(30° + \theta) \cong 0,85 \cdot 0,8 - 0,3$

$\cos(30° + \theta) \cong 0,68 - 0,3 = 0,38$

Portanto, no resgate do morador do 3º andar, a escada foi aberta até atingir uma extensão de medida $x = \frac{4,56}{0,38} = 12\,\text{m}$.

149. Resposta correta: A C 7 H 28

a) (V) A média do número de focos de incêndio dos últimos cinco anos do período registrado no gráfico (2016-2020) é:

$$\frac{5184+5773+1691+10025+18259}{5}=\frac{40932}{5}=8186{,}4$$

O texto informa que, em setembro de 2020, foram registrados 8 106 focos de incêndio no Pantanal. Esse número representa quase o total correspondente à média de 8 186,4. De fato, calculando-se a razão $\frac{8106}{8186{,}4}$, obtém-se, aproximadamente, 99%.

b) (F) Possivelmente, o aluno considerou que o período dos últimos 5 anos contemplaria também 2015, pois 2020 – 5 = 2015. Dessa forma, ao calcular a média, somou todos os valores de 2015 a 2020 e dividiu por 5 o resultado encontrado, obtendo 9 078. Assim, concluiu que o percentual correspondente aos 8 106 focos de incêndio registrados em setembro de 2020 seria de $\frac{8106}{9078} \cong 89\%$.

c) (F) Possivelmente, o aluno calculou a média do período de 2016 a 2020 como a média entre o maior e o menor valor nesse intervalo (18 259 e 1 691), obtendo 9975. Assim, concluiu que o percentual correspondente aos 8 106 focos de incêndio registrados em setembro de 2020 seria de $\frac{8106}{9975} \cong 81\%$.

d) (F) Possivelmente, o aluno obteve corretamente a média do período (8 186,4), no entanto se equivocou ao determinar o percentual correspondente aos 8 106 focos de setembro de 2020, fazendo 8 186,4 – 8 106 = 80,4 e associando o resultado a 80,4%, que corresponde a, aproximadamente, 80%.

e) (F) Possivelmente, o aluno calculou a média do período como a média entre os valores de 2016 (5 184) e de 2020 (18 259), obtendo 11 721,5. Assim, concluiu que o percentual correspondente aos 8 106 focos de incêndio registrados em setembro de 2020 seria de $\frac{8106}{11721{,}5} \cong 69\%$.

150. Resposta correta: C C 2 H 8

a) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que o tamanho da aliança corresponde à medida de sua circunferência interna.

b) (F) Possivelmente, o aluno obteve o diâmetro interno de uma aliança de tamanho 14 em vez da medida da circunferência interna dela, obtendo 16,20 mm.

c) (V) De acordo com a tabela, uma aliança de tamanho 14 tem 16,20 mm de diâmetro interno. Dessa maneira, o raio interno dela mede $\frac{16{,}20}{2} = 8{,}10$ mm. Para obter a medida da circunferência interna da aliança, calcula-se:

$C = 2\pi r = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}10 \cong 50{,}9$ mm

d) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que o tamanho da aliança corresponde ao raio da circunferência interna dela, obtendo $C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 14 \cong 87{,}9$ mm.

e) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que a medida de 16,20 mm corresponde ao raio da circunferência interna da aliança em vez de ao diâmetro, obtendo $C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 16{,}20 \cong 101{,}7$ mm.

151. Resposta correta: E C 5 H 21

a) (F) Possivelmente, o aluno percebeu que o ponto (1, 3) pertence ao gráfico, no entanto acreditou que a abscissa desse ponto seria equivalente à massa do corpo.

b) (F) Possivelmente, o aluno percebeu que o ponto (1, 3) pertence ao gráfico, no entanto acreditou que a massa do corpo seria dada pelo módulo da diferença entre as coordenadas desse ponto, obtendo $m = |1 - 3| = |-2| = 2$ kg.

c) (F) Possivelmente, o aluno desconsiderou o denominador 2 presente na fórmula fornecida para obtenção da energia cinética, encontrando $3 = m \cdot 1^2 \Rightarrow m = 3$ kg.

d) (F) Possivelmente, o aluno percebeu que o ponto (1, 3) pertence ao gráfico, no entanto acreditou que a massa do corpo seria dada pela soma das coordenadas desse ponto, obtendo m = 1 + 3 = 4 kg.

e) (V) Percebe-se que o ponto (1, 3) pertence ao gráfico, ou seja, para a velocidade de 1 m/s, tem-se a energia cinética de 3 J. Substituindo na fórmula fornecida para obtenção da energia cinética, encontra-se $3 = \frac{m \cdot 1^2}{2} \Rightarrow m = 6$ kg.

152. Resposta correta: C

C 7 H 28

a) (F) Possivelmente, o aluno calculou a probabilidade solicitada como sendo $\dfrac{75\% \cdot 40\%}{60\% + 70\%} = \dfrac{30}{130} \cong 0{,}231 = 23{,}1\%$.

b) (F) Possivelmente, o aluno calculou a probabilidade solicitada como sendo $\dfrac{40\%}{40\% + 30\% + 25\%} = \dfrac{40}{95} \cong 0{,}421 = 42{,}1\%$.

c) (V) Os efeitos colaterais dos fármacos A, B e C não foram sentidos por 60%, 70% e 75% dos voluntários que testaram os respectivos medicamentos. Considerando C o evento em que o voluntário testou o fármaco C e S o evento em que o voluntário selecionado não sentiu efeitos colaterais, a probabilidade pedida é dada por $P(C|S) = \dfrac{P(C \cap S)}{P(S)}$.

Como P(S) = 60% · 25% + 70% · 35% + 75% · 40% = 69,5%, conclui-se que $P(C|S) = \dfrac{75\% \cdot 40\%}{69{,}5\%} = \dfrac{30}{69{,}5} \cong 0{,}432 = 43{,}2\%$.

d) (F) Possivelmente, o aluno calculou a probabilidade de selecionar-se um voluntário que não sentiu efeitos colaterais, obtendo:

P(S) = 60% · 25% + 70% · 35% + 75% · 40% = 69,5%.

e) (F) Possivelmente, o aluno calculou, de modo equivocado, a probabilidade do evento S, obtendo:

P(S) = 40% · 25% + 30% · 35% + 25% · 40% = 30,5%

Assim, concluiu que a probabilidade solicitada seria:

$$P(C|S) = \frac{75\% \cdot 40\%}{30{,}5\%} = \frac{30}{30{,}5} \cong 0{,}984 = 98{,}4\%$$

153. Resposta correta: D

C 1 H 3

a) (F) Possivelmente, o aluno calculou o crescimento absoluto em vez do crescimento percentual e, além disso, realizou a subtração de forma equivocada, obtendo 488.

b) (F) Possivelmente, o aluno calculou o crescimento absoluto em vez do crescimento percentual, encontrando 709 – 321 = 388.

c) (F) Possivelmente, o aluno dividiu 709 por 321, encontrando, aproximadamente, 2,21, e concluiu que o raio mais extenso já registrado é 221% maior que o anterior.

d) (V) Para obter o aumento percentual, deve-se realizar uma comparação; assim, calcula-se a razão:

$$\frac{709 - 321}{321} = \frac{388}{321} \cong 1{,}21 = 121\%$$

e) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e, para calcular o aumento percentual, fez:

$$\frac{709 - 321}{709} = \frac{388}{709} \cong 0{,}55 = 55\%$$

154. Resposta correta: C

C 1 H 3

a) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que o total de médicos da capital brasiliense era de $10\,196 - 6\,662 = 3\,534$, obtendo $\dfrac{338}{100\,000} = \dfrac{3\,534}{x} \Rightarrow x = \dfrac{3\,534 \cdot 100\,000}{338} = \dfrac{3\,534 \cdot 10^5}{338} \Rightarrow x \cong 10{,}5 \cdot 10^5 = 1{,}05 \cdot 10^6$.

b) (F) Possivelmente, o aluno considerou o número de médicos do SUS em vez do número total de médicos da capital brasiliense, obtendo $\dfrac{338}{100\,000} = \dfrac{6\,662}{x} \Rightarrow x = \dfrac{6\,662 \cdot 100\,000}{338} = \dfrac{6\,662 \cdot 10^5}{338} \Rightarrow x \cong 19{,}7 \cdot 10^5 = 1{,}97 \cdot 10^6$.

c) (V) De acordo com o texto, Brasília possui 10 196 médicos na proporção de 338 para cada 100 mil habitantes. Dessa forma, sendo **x** a quantidade de habitantes de Brasília, obtém-se:

$$\frac{338}{100\,000} = \frac{10\,196}{x} \Rightarrow x = \frac{10\,196 \cdot 100\,000}{338} = \frac{10\,196 \cdot 10^5}{338} \Rightarrow x \cong 30{,}2 \cdot 10^5 = 3{,}02 \cdot 10^6$$

d) (F) Possivelmente, o aluno considerou a proporção de médicos de São Paulo em vez da de Brasília, obtendo:

$$\frac{260}{100\,000} = \frac{10\,196}{x} \Rightarrow x = \frac{10\,196 \cdot 100\,000}{260} = \frac{10\,196 \cdot 10^5}{260} \Rightarrow x \cong 39{,}2 \cdot 10^5 = 3{,}92 \cdot 10^6$$

e) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que o total de médicos de Brasília era de $10\,196 + 6\,662 = 16\,858$, obtendo $\dfrac{338}{100\,000} = \dfrac{16\,858}{x} \Rightarrow x = \dfrac{16\,858 \cdot 100\,000}{338} = \dfrac{16\,858 \cdot 10^5}{338} \Rightarrow x \cong 49{,}9 \cdot 10^5 = 4{,}99 \cdot 10^6$.

155. Resposta correta: C C 7 H 27

a) (F) Possivelmente, o aluno confundiu média com moda e, assim, calculou a moda das pontuações obtidas nas cinco habilidades, obtendo 5.

b) (F) Possivelmente, o aluno confundiu média com mediana e, assim, calculou a mediana das pontuações obtidas nas cinco habilidades, obtendo 6.

c) (V) Pelo gráfico, pode-se verificar que as pontuações obtidas nas habilidades de velocidade, passe, drible, finalização e defesa do jogador são, respectivamente, 10, 6, 5, 9 e 5. Dessa forma, a pontuação final dele é $\frac{10+6+5+9+5}{5} = \frac{35}{5} = 7$.

d) (F) Possivelmente, o aluno considerou apenas as pontuações correspondentes às linhas primárias do gráfico, ou seja, 10 e 6. Assim, calculou a pontuação do jogador como sendo $\frac{10+6}{2} = \frac{16}{2} = 8$.

e) (F) Possivelmente, o aluno considerou que a pontuação final do jogador é igual à pontuação da habilidade melhor avaliada, obtendo 10.

156. Resposta correta: B C 5 H 21

a) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e calculou o maior número de integrantes da banda marcial, obtendo $14^2 = 196$.

b) (V) Sendo **x** o número de músicos em cada fila caso todos estivessem presentes, tem-se:

$x^2 - 68 = 2 \cdot (x - 6)^2$

$x^2 - 68 = 2x^2 - 24x + 72$

$x^2 - 24x + 140 = 0 \Rightarrow x = 10$ ou $x = 14$

Dessa forma, o número de músicos presentes na apresentação pode ser:

(i) $10^2 - 68 = 100 - 68 = 32$; ou

(ii) $14^2 - 68 = 196 - 68 = 128$

Portanto, o maior número de integrantes da banda marcial que pode ter comparecido à apresentação é 128.

c) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e calculou o menor número de integrantes da banda marcial, obtendo $10^2 = 100$.

d) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e calculou o menor número de integrantes da banda marcial que poderia ter comparecido à apresentação, obtendo 32.

e) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e calculou o maior número de músicos em cada fila caso todos estivessem presentes, obtendo 14.

157. Resposta correta: A C 1 H 5

a) (V) O rendimento anual da poupança é de 70% da taxa Selic, ou seja, $0,7 \cdot 0,03 = 0,021 = 2,1\%$. Assim, o rendimento gerado em um ano pelo capital de R$ 10 000,00 corresponde a $0,021 \cdot 10\,000$ = R$ 210,00. Já o rendimento anual do tesouro Selic é de 3%; assim, o rendimento gerado em um ano pelo capital de R$ 10 000,00 equivale a $0,03 \cdot 10\,000$ = R$ 300,00. Dessa forma, a vantagem financeira da segunda aplicação em relação à primeira é de R$ 300,00 – R$ 210,00 = R$ 90,00, o que se deve ao aumento na taxa de juros de $3 - 2,1 = 0,9$ ponto percentual.

b) (F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente a vantagem financeira obtida com a transferência, encontrando R$ 90,00, entretanto se equivocou e considerou que esse adicional era decorrente do aumento de 100% – 70% = 30% nos rendimentos.

c) (F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente a vantagem financeira obtida com a transferência, encontrando R$ 90,00, entretanto se equivocou e considerou que esse adicional era decorrente do aumento de 70% – 3% = 67% nos rendimentos.

d) (F) Possivelmente, o aluno calculou o rendimento do tesouro Selic, obtendo R$ 300,00, em vez da vantagem financeira em relação à poupança. Além disso, equivocou-se e concluiu que esse rendimento era devido ao rendimento de 70% da taxa Selic.

e) (F) Possivelmente, o aluno calculou o rendimento do tesouro Selic, obtendo R$ 300,00, em vez da vantagem financeira em relação à poupança. Além disso, equivocou-se e concluiu que esse rendimento era devido ao rendimento de 3% da taxa Selic.

158. Resposta correta: E

C 2 H 8

a) (F) Possivelmente, o aluno verificou que o material do tipo B tem o menor custo por cm^2, assim considerou que esse seria o tipo de material que forneceria o menor custo. Em seguida, para obter a quantidade de peças necessárias, calculou a área lateral do tronco de cone, obtendo 4 500 cm^2, e dividiu o resultado encontrado por 600, encontrando 7,5, entretanto arredondou o resultado obtido para o menor inteiro mais próximo, obtendo 7.

b) (F) Possivelmente, o aluno verificou que o material do tipo B tem o menor custo por cm^2, assim considerou que esse seria o tipo de material que forneceria o menor custo. Em seguida, para obter a quantidade de peças necessárias, calculou a área lateral do tronco de cone, obtendo 4 500 cm^2, e dividiu o resultado encontrado por 600, encontrando 7,5, e concluiu que seriam necessárias 8 peças do material do tipo B.

c) (F) Possivelmente, o aluno calculou a área total do tronco de cone em vez da área lateral e, além disso, fez R = 24 cm e r = 18 cm, obtendo:

$A_T = \pi \cdot [R^2 + g \cdot (R + r) + r^2]$

$A_T = 3 \cdot [24^2 + 30 \cdot (24 + 18) + 18^2]$

$A_T = 6480\ cm^2$

Assim, concluiu que, usando o material do tipo A, seriam necessárias 13 peças com custo total de R$ 39,00 e, usando o material do tipo B, seriam necessárias 11 peças, com custo total de R$ 38,50. Dessa forma, constatou que, para ter o menor custo, deveriam ser compradas 11 peças do material do tipo B.

d) (F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente a área lateral do tronco de cone, obtendo A_T = 4 500 cm^2, no entanto, ao calcular a quantidade de peças de cada material, trocou os valores, encontrando 8 peças do tipo A e 9 peças do tipo B. Assim, concluiu que, usando o material do tipo A, o custo seria de R$ 24,00 e, usando o material do tipo B, o custo seria de R$ 31,50. Dessa forma, constatou que, para ter o menor custo, deveriam ser compradas 8 peças do material do tipo A.

e) (V) A área lateral (A_L) de um tronco de cone é dada por $A_L = \pi \cdot g \cdot (R + r)$, em que **g** representa a geratriz e R e **r** representam os raios das bases do tronco de cone. Percebe-se que a medida da geratriz (g) do tronco de cone que dá forma à luminária é igual à medida da hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos medindo 18 cm e 24 cm, ou seja:

$g^2 = 18^2 + 24^2 \Rightarrow g^2 = 900 \Rightarrow g = 30$ cm

Dessa forma, a área lateral da luminária é $A_L = 3 \cdot 30 \cdot (34 + 16) = 4500\ cm^2$. Assim, usando o material do tipo A, serão necessárias $\frac{4500}{500} = 9$ peças com custo total de 9 · R$ 3,00 = R$ 27,00 e, usando o material do tipo B, serão necessárias $\frac{4500}{600} = 7{,}5$ peças. No entanto, como são vendidas apenas peças completas, deverão ser compradas 8 peças do material do tipo B com custo total de 8 · R$ 3,50 = R$ 28,00. Portanto, para ter o menor custo, deve-se comprar 9 peças do material refletivo do tipo A.

159. Resposta correta: C

C 4 H 16

a) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que o quadrado da massa do planeta é diretamente proporcional à distância entre ele e o asteroide. Assim, como $M_2 = \frac{1}{4}M_1$, obteve $d_2 = \frac{1}{16}d_1$.

b) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que a massa do planeta é diretamente proporcional à distância entre ele e o asteroide. Assim, como $M_2 = \frac{1}{4}M_1$, obteve $d_2 = \frac{1}{4}d_1$.

c) (V) De acordo com o texto, a força de atração gravitacional foi a mesma tanto na primeira quanto na segunda aproximação. Dessa forma, sendo **m** a massa do asteroide, tem-se:

$$\frac{\cancel{G} \cdot M_1 \cdot \cancel{m}}{(d_1)^2} = \frac{\cancel{G} \cdot M_2 \cdot \cancel{m}}{(d_2)^2} \Rightarrow \frac{M_1}{(d_1)^2} = \frac{M_2}{(d_2)^2}$$

Como $M_2 = \frac{1}{4}M_1$, conclui-se que $\frac{\cancel{M_1}}{(d_1)^2} = \frac{\frac{1}{4}\cancel{M_1}}{(d_2)^2} \Rightarrow (d_2)^2 = \frac{1}{4}(d_1)^2 \Rightarrow d_2 = \frac{1}{2}d_1$.

d) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que a massa do planeta é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre ele e o asteroide. Assim, como $M_2 = \frac{1}{4}M_1$, obteve $d_2 = 2d_1$.

e) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que a massa do planeta é inversamente proporcional à distância entre ele e o asteroide. Assim, como $M_2 = \frac{1}{4}M_1$, obteve $d_2 = 4d_1$.

160. Resposta correta: B C 2 H 8

a) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que há 13 espaçamentos entre os 13 pedaços da barra de chocolate. Assim, concluiu que o volume livre gerado por cada um deles seria de $\frac{20,4}{13} \cong 1,57 \text{ cm}^3$.

b) (V) O volume total de cada caixa é dado por $V = A_{base} \cdot h$, em que **h** representa a altura dela. Como a base de um prisma regular é um polígono regular, conclui-se que a base de cada caixa tem a forma de um triângulo equilátero, cuja área pode ser calculada pela fórmula $A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$, em que **l** é a medida da aresta da base. Assim, obtém-se:

$V = A_{base} \cdot h$

$V = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} \cdot h$

$V = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} \cdot 15$

$V = 60\sqrt{3} = 60 \cdot 1,7 = 102 \text{ cm}^3$

Conforme as normas da empresa, o volume livre deve equivaler a $\frac{1}{5}$ do volume total da caixa. Assim, tem-se $V_{livre} = \frac{1}{5} \cdot 102 = 20,4 \text{ cm}^3$. Percebe-se que os espaçamentos se dão entre dois pedaços adjacentes, de modo que o último pedaço não conta com um espaçamento posterior – para 13 pedaços, há 12 espaçamentos. Com isso, o volume livre gerado por cada espaçamento é de $\frac{20,4}{12} = 1,7 \text{ cm}^3$.

c) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que o volume livre gerado por cada espaçamento seria equivalente ao volume ocupado por cada pedaço de chocolate. Assim, calculou o volume total da caixa, obtendo 102 cm³, e dividiu o resultado obtido por 25 (12 + 13), encontrando 4,08 cm³.

d) (F) Possivelmente, o aluno calculou o volume total da caixa, obtendo 102 cm³, no entanto se equivocou e, para obter o volume livre gerado por cada espaçamento, dividiu 102 por 13, encontrando $\frac{102}{13} \cong 7,85 \text{ cm}^3$.

e) (F) Possivelmente, o aluno calculou o volume total da caixa, obtendo 102 cm³, no entanto se equivocou e, para obter o volume livre gerado por cada espaçamento, dividiu 102 por 12, encontrando $\frac{102}{12} = 8,5 \text{ cm}^3$.

161. Resposta correta: C C 7 H 27

a) (F) Possivelmente, o aluno considerou todos os índices apresentados no gráfico e, além disso, esqueceu-se de colocá-los em ordem crescente, obtendo 11 como valor mediano.

b) (F) Possivelmente, o aluno identificou os doze menores índices, no entanto se esqueceu de colocá-los em ordem crescente e, assim, calculou o valor mediano como a média aritmética entre os termos centrais 11,2 e 11, obtendo $\frac{11,2+11}{2} = 11,1$.

c) (V) Os doze menores índices correspondem aos apresentados no gráfico com exceção do índice do último trimestre considerado. Colocando-os em ordem crescente, obtém-se a lista:

11; 11,2; 11,2; 11,6; 11,6; 11,8; 11,8; 11,8; 12; 12,2; 12,6; 12,9

Como a lista possui uma quantidade par de elementos, o valor mediano é dado pela média aritmética entre os elementos centrais (11,8 e 11,8). Dessa forma, o valor mediano é $\frac{11,8+11,8}{2} = \frac{2 \cdot 11,8}{2} = 11,8$.

d) (F) Possivelmente, o aluno considerou todos os índices apresentados no gráfico e, além disso, confundiu o valor mediano com o valor médio, obtendo $\frac{11+11,2+11,2+11,6+11,6+11,8+11,8+11,8+12+12,2+12,6+12,9+13,3}{13} = \frac{155}{13} \cong 11,9$.

e) (F) Possivelmente, o aluno considerou todos os índices apresentados no gráfico e, além disso, desconsiderou a frequência deles, obtendo a lista ordenada: 11; 11,2; 11,6; 11,8; 12; 12,2; 12,6; 12,9; 13,3. Assim, concluiu que o valor mediano seria 12.

162. Resposta correta: B C 5 H 21

a) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que a intensidade da luz transmitida (I) é 120% da intensidade da luz emitida (I_0) e, além disso, esqueceu-se do sinal negativo do expoente –kx, obtendo:

$1{,}2 \cdot I_0 = I_0 \cdot 10^{kx}$

$\log 1{,}2 = \log 10^{kx}$

$2 \cdot \log 2 + \log 3 - \log 10 = kx$

$2 \cdot 0{,}3 + 0{,}48 - 1 = kx$

$x = \dfrac{0{,}08}{k}$

$x = \dfrac{0{,}08}{1{,}25 \cdot 10^{-2}} = 6{,}4\,\text{mm}$

b) (V) Como 20% da intensidade da luz emitida (I_0) foi absorvida, conclui-se que 100% – 20% = 80% dela foi transmitida. Assim, pela Lei de Lambert, obtém-se:

$0{,}8 \cdot I_0 = I_0 \cdot 10^{-kx}$

$0{,}8 = 10^{-kx}$

$\log 0{,}8 = \log 10^{-kx}$

$\log\left(\dfrac{2^3}{10}\right) = -kx$

$3 \cdot \log 2 - \log 10 = -kx$

$3 \cdot 0{,}3 - 1 = -kx$

$0{,}9 - 1 = -kx$

$-0{,}1 = -kx$

$x = \dfrac{0{,}1}{k}$

$x = \dfrac{0{,}1}{1{,}25 \cdot 10^{-2}} = \dfrac{10^{-1} \cdot 10^2}{1{,}25} = \dfrac{10}{1{,}25} \Rightarrow x = 8\,\text{mm}$

c) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que a intensidade da luz transmitida (I) é 20% da intensidade da luz emitida (I_0), obtendo:

$0{,}2 \cdot I_0 = I_0 \cdot 10^{-kx}$

$\log 0{,}2 = \log 10^{-kx}$

$\log 2 - \log 10 = -kx$

$0{,}3 - 1 = -kx$

$x = \dfrac{0{,}7}{k}$

$x = \dfrac{0{,}7}{1{,}25 \cdot 10^{-2}} = 56\,\text{mm}$

d) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que a intensidade emitida é $20 \cdot I_0$ e que a intensidade transmitida é I_0, obtendo:

$I_0 = 20 \cdot I_0 \cdot 10^{-kx}$

$20 = 10^{kx}$

$\log 20 = \log 10^{kx}$

$\log 2 + \log 10 = kx$

$0{,}3 + 1 = kx$

$x = \dfrac{1{,}3}{k}$

$x = \dfrac{1{,}3}{1{,}25 \cdot 10^{-2}} = 104\,\text{mm}$

e) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que a intensidade emitida é $80 \cdot I_0$ e que a intensidade transmitida é I_0, obtendo:

$I_0 = 80 \cdot I_0 \cdot 10^{-kx}$

$80 = 10^{kx}$

$\log 80 = \log 10^{kx}$

$3 \cdot \log 2 + \log 10 = kx$

$3 \cdot 0{,}3 + 1 = kx$

$x = \dfrac{1{,}9}{k}$

$x = \dfrac{1{,}9}{1{,}25 \cdot 10^{-2}} = 152\,\text{mm}$

163. Resposta correta: D

C 3 H 12

a) (F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente a diferença entre as altitudes, obtendo 21 000 pés, no entanto converteu a medida apenas para centímetro (640 500), sem observar que deveria convertê-la para metro.

b) (F) Possivelmente, o aluno considerou a diferença entre as altitudes máximas, tanto do jato quanto do avião comercial, obtendo 51 000 – 41 000 = 10 000 pés. Além disso, não observou que deveria calcular a medida em metro e converteu 10 000 pés para centímetro, obtendo o valor de 305 000.

c) (F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente a diferença entre as altitudes, obtendo 21 000 pés, no entanto não observou que deveria converter para metro a medida encontrada.

d) (V) Segundo o texto, a máxima altitude de cruzeiro do jato G700 é de 51 000 pés; já os aviões comerciais operam em altitudes de cruzeiro que variam entre 30 000 e 41 000 pés. Desse modo, a máxima diferença entre as altitudes de cruzeiro de um jato G700 e de um avião comercial ocorre quando o primeiro está a 51 000 pés e o segundo está a 30 000 pés. Dessa forma, conclui-se que a maior diferença possível entre as altitudes corresponde a 51 000 – 30 000 = 21 000 pés. Como o enunciado solicita o valor dessa diferença em metro e 1 pé equivale a, aproximadamente, 30,5 cm, calcula-se 21 000 pés = 21 000 · 30,5 cm = 640 500 cm = 6 405 m.

e) (F) Possivelmente, o aluno considerou a diferença entre as altitudes máximas, tanto do jato quanto do avião comercial, obtendo 51 000 – 41 000 = 10 000 pés. Assim, convertendo para metro a medida encontrada, obteve:

10 000 · 30,5 cm = 305 000 cm = 3 050 m

164. Resposta correta: C

C 6 H 25

a) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que o maior PIB *per capita* ocorre quando o PIB e a população são numericamente iguais.

b) (F) Possivelmente, o aluno considerou o país com o maior PIB em vez do país com o maior PIB *per capita*.

c) (V) O PIB *per capita* é dado pela razão entre o PIB e a população de determinado país. Assim, calcula-se:

País I: $\frac{3}{3} = 1$

País II: $\frac{6}{4} = 1,5$

País III: $\frac{4}{2} = 2$

País IV: $\frac{5}{6} \cong 0,83$

País V: $\frac{2}{6} \cong 0,33$

Dessa forma, conclui-se que o país com o maior PIB *per capita* é o III.

d) (F) Possivelmente, o aluno interpretou, de modo equivocado, que o PIB *per capita* é dado pelo produto entre o PIB e a população, obtendo:

País I: 3 · 3 = 9
País II: = 6 · 4 = 24
País III: = 4 · 2 = 8
País IV: = 5 · 6 = 30
País V: = 2 · 6 = 12

Assim, concluiu que o país com o maior PIB *per capita* é o IV.

e) (F) Possivelmente, o aluno calculou o PIB *per capita* equivocadamente, dividindo a população pelo PIB, de modo a obter:

País I: $\frac{3}{3} = 1$

País II: $\frac{4}{6} \cong 0,67$

País III: $\frac{2}{4} = 0,5$

País IV: $\frac{6}{5} = 1,2$

País V: $\frac{6}{2} = 3$

Assim, concluiu que o país com o maior PIB *per capita* é o V.

165. Resposta correta: A

C 5 H 21

a) (V) Para determinar a temperatura da substância após uma hora (60 minutos) de aquecimento, substitui-se **x** por 60 na função:

$$T(60) = 12 + \frac{60}{6} + \text{sen}\left(\frac{60\pi}{18}\right) = 22 + \text{sen}\,600°$$

Como sen 600° = sen 240° = –sen 60° = $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, obtém-se:

$$T(60) = 22 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 22 - \frac{1{,}73}{2} \cong 21{,}1\,°C$$

b) (F) Possivelmente, o aluno considerou que o valor do seno de 600° seria $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ e, assim, calculou:

$$T(60) = 22 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 22 - \frac{1{,}41}{2} \cong 21{,}3\,°C$$

c) (F) Possivelmente, o aluno considerou que o valor do seno de 600° seria $-\frac{1}{2}$ e, assim, calculou:

$$T(60) = 22 - \frac{1}{2} = 21{,}5\,°C$$

d) (F) Possivelmente, o aluno considerou que o valor do seno de 600° seria $\frac{1}{2}$ e, assim, calculou:

$$T(60) = 22 + \frac{1}{2} = 22{,}5\,°C$$

e) (F) Possivelmente, o aluno não observou a variação de sinal da função seno ao analisar a congruência dos arcos, considerando que o valor do seno de 600° seria $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ao invés de $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, de modo a obter:

$$T(60) = 22 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 22 + \frac{1{,}73}{2} \cong 22{,}9\,°C$$

166. Resposta correta: A

C 1 H 5

a) (V) O projeto I prevê que, de um total de 7 · 2 = 14 sacadas por prédio, duas serão escolhidas para serem pintadas de vermelho. Como a cor é a mesma, a ordem de escolha das sacadas é irrelevante. Assim, tem-se uma combinação de 14 elementos tomados 2 a 2.

$$C_{14,2} = \frac{14!}{2!12!} = \frac{14 \cdot 13 \cdot \cancel{12!}}{2!\,\cancel{12!}} = \frac{14 \cdot 13}{2} = 91$$

Contudo, há a restrição de que as sacadas pintadas de vermelho pertençam a andares diferentes. Dessa forma, deve-se excluir as possibilidades em que as duas sacadas escolhidas são do mesmo andar, que são 7. Logo, o projeto I viabiliza 91 – 7 = 84 possibilidades de se pintar cada prédio. Por outro lado, o projeto II prevê que duas sacadas de um mesmo andar de cada prédio serão pintadas de vermelho, e as demais de branco. Portanto, há 7 possibilidades de pintura para cada prédio. Como esse número é menor que a quantidade de prédios do condomínio e, de acordo com o texto, cada prédio deve apresentar uma pintura diferente, conclui-se que o projeto II é incompatível. Assim, o projeto adequado aos objetivos do condomínio é o I, com 84 possibilidades.

b) (F) Possivelmente, o aluno concluiu corretamente que o projeto II é incompatível, no entanto calculou o número de possibilidades do projeto I como uma combinação de 14 elementos tomados 2 a 2, desconsiderando a restrição de que as sacadas pintadas de vermelho pertençam a andares diferentes, e obteve 91 possibilidades.

c) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e, ao perceber que o número de possibilidade fornecidas pelo projeto II é igual ao número de andares de cada prédio, concluiu que o projeto II seria o mais adequado aos objetivos do condomínio.

d) (F) Possivelmente, o aluno considerou que o projeto II seria o mais adequado e, além disso, confundiu o número de possibilidades fornecidas por ele com o número de prédios do condomínio.

e) (F) Possivelmente, o aluno considerou que o projeto II seria o mais adequado e, além disso, confundiu o número de possibilidades fornecidas por ele com o número de sacadas de cada prédio.

167. Resposta correta: C

C 2 H 7

a) (F) Possivelmente, o aluno considerou que o comprimento máximo da terceira peça corresponderia à média aritmética entre as medidas das outras duas peças, ou seja, $\frac{40+30}{2} = 35$ cm.

b) (F) Possivelmente, o aluno associou, equivocadamente, a situação ao Teorema de Pitágoras, calculando a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo com catetos de 40 cm e 30 cm.

c) (V) De acordo com a desigualdade triangular, a medida de qualquer lado de um triângulo deve ser menor que a soma entre as medidas dos outros dois lados. Logo, o comprimento da terceira peça da moldura deverá ser menor que 30 + 40 = 70 cm. Como essa medida deve ser um número inteiro, ela poderá ser, no máximo, igual a 69 cm.

d) (F) Possivelmente, o aluno confundiu a condição de existência do triângulo, considerando que a medida de cada lado deve ser menor ou igual à soma entre as medidas dos outros dois. Assim, concluiu que o comprimento máximo da terceira peça seria 30 + 40 = 70 cm.

e) (F) Possivelmente, o aluno confundiu a condição de existência do triângulo, considerando que a medida de cada lado deve ser maior que a soma entre as medidas dos outros dois. Além disso, considerou que o comprimento máximo da terceira peça seria a primeira medida inteira maior que 70 cm.

168. Resposta correta: D

C 5 H 21

a) (F) Possivelmente, o aluno modelou equivocadamente o valor pago (V), em real, em função do tempo (t), em minuto, considerando V(t) = 2,5t. Assim, calculou V(t) = 360 ⇔ 2,5t = 360 ⇔ t = 144 min. Além disso, contabilizou apenas 30 min como tempo de bônus, em vez de 90 min. Assim, obteve o tempo total de 174 min, que corresponde a 2 h e 54 min.

b) (F) Possivelmente, o aluno modelou equivocadamente o valor pago (V), em real, em função do tempo (t), em minuto, considerando V(t) = 2,5t. Assim, calculou V(t) = 360 ⇔ 2,5t = 360 ⇔ t = 144 min. Assim, acrescentando-se os 90 min de tempo de bônus, obteve o tempo total de 234 min, que corresponde a 3 h e 54 min.

c) (F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente o tempo de 1 440 min relativo à recarga de R$ 360,00, porém contabilizou apenas 30 min como tempo de bônus, em vez de 90 min. Assim, obteve o tempo total de 1 470 min, que corresponde a 24 h e 30 min.

d) (V) O valor do aluguel de uma bicicleta é de R$ 2,50 por 10 min. Logo, para um tempo de **t** min, paga-se um valor (V), em real, dado por $V(t) = 2{,}50 \cdot \frac{t}{10} = 0{,}25t$. Como o valor da recarga foi de R$ 360,00, calcula-se o tempo (t), em minuto, disponível para a utilização das bicicletas:

$$V(t) = 360 \Leftrightarrow 0{,}25t = 360 \Leftrightarrow t = \frac{360}{0{,}25} \Leftrightarrow t = 1440$$

Além disso, há o bônus de 30 min a cada R$ 120,00 de recarga. Logo, ao recarregar R$ 360,00, o cliente receberá, ainda, um bônus de $\frac{360}{120} \cdot 30 = 90$ min. Somando 1 440 min ao bônus de 90 min, obtém-se o tempo total máximo de 1 530 min para a utilização das bicicletas, o que corresponde a $\frac{1530}{60} = 25{,}5\text{ h} = 25\text{ h e } 30\text{ min}$.

e) (F) Possivelmente, o aluno obteve corretamente o tempo total de 1 530 min, porém, ao calcular $\frac{1530}{60} = 25{,}5$ h, associou o resultado a 25 h e 50 min.

169. Resposta correta: D C 1 H 3

a) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que foram publicados 367 artigos no período de 30 de janeiro a 23 de abril. Assim, calculou o número de publicações aceitas mensalmente, dividindo 367 por 4 e encontrando 91,75. Em seguida, para obter a quantidade de publicações aceitas em 2020, multiplicou o resultado obtido por 12, encontrando 1 101.

b) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que foram publicados 367 artigos no período de 30 de janeiro a 23 de abril. Assim, montou a proporção:

85 dias ——— 367 artigos
337 dias ——— x

$85x = 337 \cdot 367$

$x = \dfrac{123679}{85}$

$x \cong 1455$

c) (F) Possivelmente, o aluno considerou todas as semanas do ano de 2020 e, além disso, confundiu o número de semanas do ano com o número de meses, obtendo 12. Em seguida, multiplicou o resultado obtido por 367, encontrando 4 404.

d) (V) Como a primeira publicação ocorreu em 30 de janeiro de 2020, deve-se desconsiderar os 29 primeiros dias de janeiro. Dessa forma, tem-se um total de 366 – 29 = 337 dias restantes, o que corresponde a, aproximadamente, 48 semanas. De acordo com o texto, a cada semana foram publicados 367 artigos. Assim, considerando **x** o número de artigos publicados até o dia 31 de dezembro de 2020, tem-se a proporção:

1 semana ——— 367 artigos
48 semanas ——— x

$x = 48 \cdot 367$

$x = 17616$

e) (F) Possivelmente, o aluno se esqueceu de subtrair do total de dias do ano os 29 primeiros dias de janeiro, considerando todas as semanas do ano de 2020 e obtendo, aproximadamente, 52. Em seguida, multiplicou o resultado obtido por 367, encontrando 19 084.

170. Resposta correta: E C 7 H 28

a) (F) Possivelmente, o aluno observou apenas que P(B) = 40% e que P(B ∩ S) = 36%. Desse modo, calculou a probabilidade solicitada como sendo 40% · 36% = 14,4%.

b) (F) Possivelmente, o aluno calculou P(S) como a média aritmética entre os índices de satisfação, obtendo $P(S) = \frac{80\% + 90\% + 40\%}{3} = 70\%$. Em seguida, tendo em vista que P(B) = 40%, calculou a probabilidade solicitada como sendo 40% · 70% = 28%.

c) (F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente P(B ∩ S) = 36% e P(S) = 80%, no entanto se equivocou ao relacionar as duas probabilidades e calculou a probabilidade solicitada como sendo 36% · 80% = 28,8%.

d) (F) Possivelmente, o aluno observou que P(B) = 40% e que 90% dos que optaram pelo tratamento B saem satisfeitos. Desse modo, calculou a probabilidade solicitada como sendo 40% · 90% = 36%.

e) (V) Considerando a escolha aleatória de um cliente tratado no salão, simbolize por S o evento em que o cliente saiu satisfeito e por A, B e C os eventos em que o cliente optou pelos tratamentos A, B e C, respectivamente. Desse modo, a probabilidade de que a moça tratada no salão tenha optado pelo tratamento B, dado que ela saiu satisfeita, é expressa por P(B|S).

De acordo com os dados do texto e pela tabela, tem-se:

P(A) = 50%

P(B) = 40%

P(C) = 10%

P(S|A) = 80%

P(S|B) = 90%

P(S|C) = 40%

Com essas informações e pela fórmula da probabilidade condicional, são obtidas as seguintes probabilidades:

P(A ∩ S) = P(A) · P(S|A) = 50% · 80% = 40%

P(B ∩ S) = P(B) · P(S|B) = 40% · 90% = 36%

P(C ∩ S) = P(C) · P(S|C) = 10% · 40% = 4%

Logo, conclui-se que P(S) = 40% + 36% + 4% = 80% e que a probabilidade solicitada é:

$$P(B|S) = \frac{P(B \cap S)}{P(S)} = \frac{36\%}{80\%} = \frac{9}{20} = 0{,}45 = 45\%$$

171. Resposta correta: B C 1 H 3

a) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou em relação à fórmula da soma dos termos da P.G., considerando $S_n = \dfrac{a_1 \cdot q^n}{q-1}$. Assim, considerando os 11 termos da soma relativa ao estágio 10, obteve $\dfrac{1 \cdot 2^{11}}{2-1} = 2048$.

b) (V) Segundo o processo de construção descrito, a partir do estágio 2, há um acréscimo de 2 quadrados para cada quadrado acrescentado no estágio anterior. Dessa forma, analisando-se a sequência formada pelo número de quadrados em cada estágio, tem-se:

Quadrados	$1 \xrightarrow{+2}$	$3 \xrightarrow{+4}$	$7 \xrightarrow{+8}$	$15 \xrightarrow{+16}$	$31 \xrightarrow{+32} \cdots$
Estágio	0	1	2	3	4

Como os acréscimos são potências de 2, pode-se obter o número de quadrados em cada estágio a partir da soma dos termos de uma progressão geométrica (P.G.) de razão q = 2 e primeiro termo $a_1 = 1$, conforme descrito a seguir.

Estágio 0: 1

Estágio 1: 1 + 2 = 3

Estágio 2: $1 + 2 + 2^2 = 7$

Estágio 3: $1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15$

Estágio 4: $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 31$

⋮ ⋮

Estágio 10: $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \cdots + 2^{10}$

Sabendo que a soma dos **n** primeiros termos de uma P.G. é expressa por $S_n = \dfrac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q-1}$, conclui-se que o número de quadrados que compõem o estágio 10 é $\underbrace{1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{10}}_{11 \text{ termos}} = \dfrac{1 \cdot (2^{11} - 1)}{2-1} = 2^{11} - 1 = 2048 - 1 = 2047$.

c) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou em relação à fórmula da soma dos termos da P.G., considerando $S_n = \dfrac{a_1 \cdot q^{n-1}}{q-1}$. Assim, considerando os 11 termos da soma relativa ao estágio 10, obteve $\dfrac{1 \cdot 2^{11-1}}{2-1} = 2^{10} = 1024$.

d) (F) Possivelmente, o aluno considerou que a soma $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ seria composta por 10 termos, em vez de 11. Assim, calculou $\dfrac{1 \cdot (2^{10} - 1)}{2-1} = 2^{10} - 1 = 1024 - 1 = 1023$.

e) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou em relação à fórmula da soma dos termos da P.G., considerando $S_n = \dfrac{a_1 \cdot q^{n-1}}{q-1}$. Além disso, considerando que a soma $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ seria composta por 10 termos, em vez de 11, calculou:

$\dfrac{1 \cdot 2^{10-1}}{2-1} = 2^9 = 512$

172. Resposta correta: D C 2 H 8

a) (F) Possivelmente, o aluno, ao lembrar que o polígono mais simples (triângulo) possui 3 lados, considerou que o maior polígono possível de ser construído terá $\frac{24}{3}=8$ lados. Assim, calculou o número de diagonais de um polígono de 8 lados, obtendo $\frac{8\cdot(8-3)}{2}=\frac{8\cdot 5}{2}=\frac{40}{2}=20$.

b) (F) Possivelmente, o aluno, ao lembrar que o polígono mais simples (triângulo) possui 3 lados, considerou que o maior polígono possível de ser construído terá $\frac{24}{3}=8$ lados. Além disso, esqueceu-se do denominador 2 ao utilizar a fórmula para o cálculo do número de diagonais de um polígono, obtendo $8 \cdot (8 - 3) = 8 \cdot 5 = 40$.

c) (F) Possivelmente, o aluno, ao perceber que para formar um lado de um polígono são necessários 2 pinos, considerou que o maior polígono possível de ser construído terá $\frac{24}{2}=12$ lados. Assim, calculou o número de diagonais de um polígono de 12 lados, obtendo $\frac{12\cdot(12-3)}{2}=\frac{12\cdot 9}{2}=6\cdot 9=54$.

d) (V) O maior polígono regular possível de ser construído em um geoplano de 24 pinos é o tetracoságono (polígono de 24 lados), que possui $\frac{24\cdot(24-3)}{2}=\frac{24\cdot 21}{2}=12\cdot 21=252$ diagonais.

e) (F) Possivelmente, o aluno identificou que o maior polígono possível de ser construído em um geoplano de 24 pinos é o tetracoságono, porém se esqueceu do denominador 2 ao utilizar a fórmula para o cálculo do número de diagonais de um polígono, obtendo $24 \cdot (24 - 3) = 24 \cdot 21 = 504$.

173. Resposta correta: E C 6 H 26

a) (F) Possivelmente, o aluno considerou o período de 2015 a 2018 e, além disso, obteve o ano em que a cobertura vacinal foi a menor, encontrando 2017.

b) (F) Possivelmente, o aluno considerou que a meta estipulada pelo Ministério da Saúde é de 90%. Assim, concluiu que a cobertura vacinal ficou abaixo da meta apenas no ano de 2019.

c) (F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, o período em que a cobertura vacinal atingiu ou superou a meta estipulada pelo Ministério da Saúde, obtendo o período de 2015 a 2016.

d) (F) Possivelmente, o aluno considerou o período de 2015 a 2018 e, dessa forma, concluiu que a cobertura vacinal ficou abaixo da meta estipulada pelo Ministério da Saúde apenas no período de 2017 a 2018.

e) (V) A meta de imunização estipulada pelo Ministério da Saúde é de 95%. Pela análise do gráfico, percebe-se que a cobertura vacinal nos anos de 2017, 2018 e 2019 foi menor que esse valor. Portanto, conclui-se que a cobertura vacinal da tríplice viral ficou abaixo da meta estipulada pelo Ministério da Saúde no período de 2017 a 2019.

174. Resposta correta: C C 1 H 3

a) (F) Possivelmente, o aluno interpretou, de modo equivocado, que a divisão da produção entre as máquinas A, B e C deveria ser feita proporcionalmente aos números 7, 2 (5 – 3) e 2, respectivamente. Dessa forma, concluiu que a máquina B embalou $\frac{2}{7+2+2}=\frac{2}{11}$ do total de peças embaladas, ou seja, $\frac{2}{11}\cdot 328440 \cong 59716$ peças.

b) (F) Possivelmente, o aluno interpretou, de modo equivocado, que a divisão da produção entre as máquinas A, B e C deveria ser feita proporcionalmente aos números 7, 3 e 2, respectivamente. Dessa forma, concluiu que a máquina B embalou $\frac{3}{7+3+2}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$ do total de peças embaladas, ou seja, $\frac{1}{4}\cdot 328440 = 82110$ peças.

c) (V) Sendo **x** o número de peças embaladas pela máquina B, conclui-se que o número de peças embaladas pela máquina A é $\frac{7}{5}x$ e o pela máquina C é $\frac{2}{3}x$. Dessa forma, obtém-se:

$$x+\frac{7}{5}x+\frac{2}{3}x=328440$$

$$\frac{15x+21x+10x}{15}=328440$$

$$46x = 15 \cdot 328440$$

$$x=\frac{15\cdot 328440}{46}=107100$$

Portanto, das 328 440 peças de queijo, 107 100 foram embaladas pela máquina B.

d) (F) Possivelmente, o aluno interpretou, de modo equivocado, que a divisão da produção entre as máquinas A, B e C deveria ser feita proporcionalmente aos números 7, 5 e 2, respectivamente. Dessa forma, concluiu que a máquina B embalou $\frac{5}{7+5+2}=\frac{5}{14}$ do total de peças embaladas, ou seja, $\frac{5}{14}\cdot 328440 = 117300$ peças.

e) (F) Possivelmente, o aluno interpretou, de modo equivocado, que a divisão da produção entre as máquinas A, B e C deveria ser feita proporcionalmente aos números 7, 8 (5 + 3) e 2, respectivamente. Dessa forma, concluiu que a máquina B embalou $\frac{8}{7+8+2}=\frac{8}{17}$ do total de peças embaladas, ou seja, $\frac{8}{17}\cdot 328440 = 154560$ peças.

175. Resposta correta: E C 5 H 20

a) (F) Possivelmente, o aluno observou que a tarifa inicia em R$ 20,00 e tem acréscimos constantes de R$ 2,50, associando-o à função afim V(t) = 20 + 2,50t.

b) (F) Possivelmente, o aluno considerou que o gráfico deveria ser uma reta crescente (pois as tarifas aumentam gradativamente), contínua e que passa pela origem, já que, para t = 0, não haveria cobrança.

c) (F) Possivelmente, o aluno observou corretamente parte das características da função nos intervalos, mas não notou as diferenças de comprimento dos dois últimos (120 min), considerando que todos os intervalos teriam a mesma duração, ou seja, o mesmo tamanho.

d) (F) Possivelmente, o aluno observou corretamente as características da função nos intervalos, mas imaginou que ela deveria ser, necessariamente, uma linha contínua, desconsiderando os "saltos" relativos aos acréscimos de R$ 2,50.

e) (V) Conforme os intervalos de tempo e os valores fornecidos na tabela, é possível concluir que a função V(t) é expressa por:

$$V(t) = \begin{cases} 20{,}00, \text{ se } t \in (0, 60] \\ 22{,}50, \text{ se } t \in (60, 120] \\ 25{,}00, \text{ se } t \in (120, 240] \\ 27{,}50, \text{ se } t \in (240, 360] \end{cases}$$

No gráfico, a função V(t) tem as seguintes características.

- A tarifa é constante dentro dos quatro intervalos de tempo, correspondendo, em cada um deles, a um segmento de reta paralelo ao eixo horizontal.
- A tarifa cobrada no primeiro intervalo é de R$ 20,00 (um pouco mais distante da origem, no eixo vertical) e aumenta R$ 2,50 para cada intervalo seguinte, atingindo seu valor máximo em R$ 27,50 no tempo limite de 360 min.
- Os dois primeiros intervalos têm comprimento de 60 min, enquanto os dois últimos têm comprimento de 120 min; desse modo os dois últimos intervalos devem ter o dobro do tamanho dos dois primeiros.

176. Resposta correta: D

C 7 H 28

a) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e calculou a probabilidade de o jogador ganhar o prêmio de 100 moedas nos dois baús abertos, obtendo $\frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{2}{72} = \frac{1}{36}$.

b) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e calculou a probabilidade de o jogador ganhar o prêmio total de 100 moedas, considerando a soma das premiações. Assim, concluiu que, para a ocorrência desse evento, o jogador precisaria abrir dois baús que fornecem o prêmio de 50 moedas, com probabilidade de $\frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{6}{72} = \frac{1}{12}$.

c) (F) Possivelmente, o aluno desconsiderou que, para a segunda abertura, um baú já havia sido aberto e que, portanto, haveria apenas oito disponíveis, assim obteve a probabilidade como sendo $\frac{7}{9} \cdot \frac{2}{9} = \frac{14}{81}$.

d) (V) Para ganhar o prêmio de 100 moedas somente no segundo baú aberto, o jogador não pode abrir um baú que fornece essa premiação na primeira abertura, assim o primeiro baú aberto deverá fornecer premiação de 25 ou 50 moedas. A probabilidade de ocorrência desse evento é de $\frac{7}{9}$, dado que, entre os 9 baús, há 4 baús que fornecem o prêmio de 25 moedas e 3 que fornecem o prêmio de 50 moedas. A probabilidade de o segundo baú aberto fornecer premiação de 100 moedas é de $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$, visto que 1 dos 9 baús já foi aberto e que há 2 que fornecem o prêmio de 100 moedas. Portanto, a probabilidade de o jogador ganhar o prêmio de 100 moedas somente no segundo baú aberto é de $\frac{7}{9} \cdot \frac{1}{4} = \frac{7}{36}$.

e) (F) Possivelmente, o aluno considerou que havia a mesma quantidade de baús para cada premiação, ou seja, 3. Assim, ao calcular a probabilidade de o jogador ganhar o prêmio de 100 moedas somente no segundo baú aberto, obteve:

$$\frac{6}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{18}{72} = \frac{1}{4}$$

177. Resposta correta: D

C 2 H 8

a) (F) Possivelmente, o aluno constatou, de modo equivocado, que o volume de terra presente no novo vaso é igual ao dobro do volume de terra presente no antigo, obtendo $V_2 = 2 \cdot 5 = 10\ cm^3$. Além disso, esqueceu-se de subtrair os 5 cm^3 de terra presentes no antigo vaso.

b) (F) Possivelmente, o aluno identificou que o volume do vaso é diretamente proporcional ao quadrado do diâmetro da base dele, no entanto, ao verificar que o diâmetro da base do novo vaso é igual ao dobro do diâmetro da base do antigo, concluiu que o volume de terra do novo vaso é igual ao quádruplo do volume de terra do antigo, obtendo $V_2 = 4 \cdot 5 = 20\ cm^3$. Porém, não percebeu que esse raciocínio só estaria correto caso as demais variáveis se mantivessem constantes. Em seguida, subtraiu o volume de terra presente no antigo vaso e encontrou $V_2 - V_1 = 20 - 5 = 15\ cm^3$.

c) (F) Possivelmente, o aluno identificou que o volume do vaso é diretamente proporcional ao quadrado do diâmetro da base dele, no entanto, ao verificar que o diâmetro da base do novo vaso é igual ao dobro do diâmetro da base do antigo, concluiu que o volume de terra do novo vaso é igual ao quádruplo do volume de terra do antigo, obtendo $V_2 = 4 \cdot 5 = 20\ cm^3$. Porém, não percebeu que esse raciocínio só estaria correto caso as demais variáveis se mantivessem constantes. Além disso, esqueceu-se de subtrair os 5 cm^3 de terra presentes no antigo vaso.

d) (V) Indicando com índice 1 as medidas do antigo vaso e com índice 2 as do novo, o volume de terra de cada um deles é:

$$V_1 = \pi \cdot (r_1)^2 \cdot \frac{h_1}{2}$$

$$V_2 = \pi \cdot (r_2)^2 \cdot h_2$$

Como o novo vaso tem o dobro do diâmetro da base do antigo, a mesma altura e foi completamente preenchido, conclui-se que o raio da base do novo vaso é o dobro do raio da base do antigo e que $h_2 = h_1$, respectivamente. Assim, obtém-se:

$$V_2 = \pi \cdot (2 \cdot r_1)^2 \cdot h_1$$

$$V_2 = 4 \cdot \pi \cdot (r_1)^2 \cdot h_1$$

$$V_2 = 4 \cdot (2 \cdot V_1)$$

$$V_2 = 8 \cdot V_1$$

Portanto, o volume de terra do novo vaso é oito vezes o volume de terra do antigo. Assim, para preenchê-lo completamente, foi necessário acrescentar sete vezes o volume de terra presente no antigo vaso ($V_2 - V_1 = 8V_1 - V_1 = 7V_1$), ou seja, $7 \cdot 5 = 35\ cm^3$.

e) (F) Possivelmente, o aluno calculou o volume de terra necessário para preencher o novo vaso desconsiderando o volume de terra existente no antigo e obteve $V_2 = 8 \cdot 5 = 40\ cm^3$.

178. Resposta correta: B C 1 H 3

a) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou a meta de 2021 em vez da meta de 2022, obtendo:

$$a_6 = a_1 + 5r \Rightarrow r = \frac{a_6 - a_1}{5} = \frac{5,2 - 3,8}{5} = \frac{1,4}{5} \Rightarrow r = 0,28$$

b) (V) Sabe-se que a meta de 2022 é 6 e que o último resultado total do Ideb observado apresentado na tabela é o de 2017, em que o Ideb observado total foi 3,8. Dessa forma, o acréscimo médio anual de nota pode ser obtido calculando-se a razão (r) de uma progressão aritmética de primeiro termo $a_1 = 3,8$ e de último termo $a_6 = 6,0$. Pela fórmula do termo geral, obtém-se:

$$a_6 = a_1 + 5r \Rightarrow r = \frac{a_6 - a_1}{5} = \frac{6,0 - 3,8}{5} = \frac{2,2}{5} \Rightarrow r = 0,44$$

Portanto, o acréscimo anual médio de nota para que a meta de 2022 seja alcançada deverá ser de 0,44.

c) (F) Possivelmente, o aluno considerou que, de 2017 para 2022, há apenas dois períodos, devido à apresentação das notas do Ideb apenas em anos ímpares. Assim, considerou $a_1 = 3,8$ e $a_3 = 6,0$, obtendo:

$$a_3 = a_1 + 2r \Rightarrow r = \frac{a_3 - a_1}{2} \Rightarrow r = \frac{6,0 - 3,8}{2} = \frac{2,2}{2} \Rightarrow r = 1,1$$

d) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e calculou o aumento total necessário para que a meta de 2022 seja atingida em vez do aumento anual médio. Além disso, considerou a meta de 2021 em vez da de 2022, obtendo 5,2 – 3,8 = 1,4.

e) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e calculou o aumento total necessário para que a meta de 2022 seja atingida em vez do aumento anual médio, obtendo 6,0 – 3,8 = 2,2.

179. Resposta correta: E C 1 H 5

a) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que a marca que oferece o melhor custo-benefício é a que possui o menor preço por pacote, obtendo a marca I.

b) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que a marca que oferece o melhor custo-benefício é a que possui o menor preço por rolo de papel higiênico, obtendo a marca II.

c) (F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que a marca que oferece o melhor custo-benefício é a que apresenta uma quantidade, em metro, mediana de papel higiênico em cada rolo, obtendo a marca III.

d) (F) Possivelmente, o aluno considerou corretamente que a marca que oferece o melhor custo-benefício é a que apresenta o menor preço por metro de papel higiênico, entretanto calculou esse preço de maneira equivocada, como segue:

Marca I: $\frac{\text{R\$ } 25{,}00}{20\text{ m}} = \text{R\$ } 1{,}250/\text{m}$

Marca II: $\frac{\text{R\$ } 35{,}00}{20\text{ m}} = \text{R\$ } 1{,}750/\text{m}$

Marca III: $\frac{\text{R\$ } 40{,}00}{30\text{ m}} \cong \text{R\$ } 1{,}333/\text{m}$

Marca IV: $\frac{\text{R\$ } 45{,}00}{40\text{ m}} = \text{R\$ } 1{,}125/\text{m}$

Marca V: $\frac{\text{R\$ } 50{,}00}{40\text{ m}} = \text{R\$ } 1{,}250/\text{m}$

Dessa forma, concluiu que a marca que oferece o melhor custo-benefício é a IV e que, portanto, essa deveria ser a marca escolhida.

e) (V) A marca que fornece o melhor custo-benefício é aquela que apresenta o menor preço por metro de papel higiênico; dessa forma, para obter o custo-benefício de cada marca, deve-se dividir o preço de cada pacote de papel higiênico pela quantidade de papel presente nele. Assim, obtém-se:

Marca I: $\frac{\text{R\$ } 25{,}00}{10 \cdot 20\text{ m}} = \frac{\text{R\$ } 25{,}00}{200\text{ m}} = \text{R\$ } 0{,}125/\text{m}$

Marca II: $\frac{\text{R\$ } 35{,}00}{15 \cdot 20\text{ m}} = \frac{\text{R\$ } 35{,}00}{300\text{ m}} \cong \text{R\$ } 0{,}117/\text{m}$

Marca III: $\frac{\text{R\$ } 40{,}00}{12 \cdot 30\text{ m}} = \frac{\text{R\$ } 40{,}00}{360\text{ m}} \cong \text{R\$ } 0{,}111/\text{m}$

Marca IV: $\frac{\text{R\$ } 45{,}00}{12 \cdot 40\text{ m}} = \frac{\text{R\$ } 45{,}00}{480\text{ m}} \cong \text{R\$ } 0{,}094/\text{m}$

Marca V: $\frac{\text{R\$ } 50{,}00}{15 \cdot 40\text{ m}} = \frac{\text{R\$ } 50{,}00}{600\text{ m}} \cong \text{R\$ } 0{,}083/\text{m}$

Dessa forma, a marca que oferece o melhor custo-benefício é a V e, portanto, essa deverá ser a marca escolhida.

180. Resposta correta: A C 1 H 3

a) (V) De acordo com o regulamento da comissão, conclui-se que o número de membros aptos a compor a presidência corresponde ao número de famílias inscritas na comissão. Desse modo, para calcular a quantidade de maneiras de se compor a presidência, considera-se apenas a quantidade de famílias em cada faixa de renda. Como a distribuição de renda da comissão de moradores se aproxima da distribuição obtida com a pesquisa POF para a população brasileira de 2017 e 2018, conclui-se que 23,90% + 18,60% + 30,60% = 73,10% das famílias da comissão têm renda de até R$ 5724,00, enquanto 100% – 73,10% = 26,90% têm renda superior a esse valor. Assim, há 0,731 · 1000 = 731 famílias com renda de até R$ 5724,00 e 0,269 · 1000 = 269 famílias com renda superior a R$ 5724,00. Dessa forma, pelo Princípio Fundamental da Contagem, há 731 · 269 = 196639 maneiras distintas de se compor a presidência dessa comissão. Aproximando para a centena mais próxima, obtém-se 196600.

b) (F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente que 269 famílias da comissão têm renda superior a R$ 5724,00, no entanto, para obter o número de maneiras distintas de se compor a presidência da comissão, multiplicou 269 por 1000, obtendo 269000.

c) (F) Possivelmente, o aluno calculou uma combinação de 1000 elementos tomados 2 a 2, desconsiderando a restrição para a formação da presidência, e obteve $C_{1000,2} = \frac{1000!}{2!998!} = \frac{1000 \cdot 999 \cdot 998!}{2!998!} = 500 \cdot 999 = 499500$.

d) (F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente que 731 famílias da comissão têm renda de até R$ 5724,00, no entanto, para obter o número de maneiras distintas de se compor a presidência da comissão, multiplicou 731 por 1000, obtendo 731000.

e) (F) Possivelmente, o aluno calculou um arranjo de 1000 elementos tomados 2 a 2, desconsiderando a restrição para a formação da presidência, e obteve $A_{1000,2} = \frac{1000!}{998!} = \frac{1000 \cdot 999 \cdot 998!}{998!} = 1000 \cdot 999 = 999000$.