Combinações

INTRODUÇÃO

Nos estudos anteriores, vimos os agrupamentos que diferem entre si pela ordem ou pela natureza dos seus elementos. Neste módulo, estudaremos agrupamentos que diferem entre si somente pela natureza dos seus elementos. Tais agrupamentos são conhecidos como combinações simples.

Como exemplo, consideremos o seguinte problema:

De quantos modos podemos formar uma comissão de 3 pessoas a partir de um grupo de 6 pessoas?

Seja {Antônio, Pedro, João, Thiago, Nelson, Patrícia} o grupo de 6 pessoas. Notamos que as comissões {Antônio, Pedro, João} e {João, Antônio, Pedro} são idênticas, pois a mudança de ordem dos nomes não determina uma nova comissão. Já as comissões {João, Thiago, Patrícia} e {Nelson, Patrícia, Antônio} são diferentes, pois seus integrantes são diferentes.

Cada uma das comissões de três elementos gera 3! sequências, obtidas pela mudança da ordem dos seus elementos (permutações simples). Porém, como vimos anteriormente, cada uma dessas sequências se refere à mesma comissão. Ao calcular o total de grupos, considerando que a ordem é importante, temos $A_{6,\,3}$ grupos. A seguir, "descontamos" as permutações dos três elementos, dividindo o resultado obtido por 3!. As comissões obtidas são chamadas combinações simples, e são representadas por $C_{6,\,3}$.

Assim, temos $C_{6,\,3} = \dfrac{A_{6,\,3}}{3!} = 20$ comissões.

COMBINAÇÕES SIMPLES

Definição

Considere um conjunto com **n** elementos. Chamamos de combinações simples de **n** elementos, tomados **p** a **p**, os agrupamentos com **p** elementos de um conjunto **A** nos quais a ordem dos elementos não é importante. Os agrupamentos diferem entre si somente pela natureza dos seus elementos.

Assim, temos:

$$C_{n,\,p} = \frac{A_{n,\,p}}{p!} = \frac{n!}{(n-p)!\,.\,p!}$$

Portanto:

$$\boxed{C_{n,\,p} = \frac{n!}{(n-p)!\,.\,p!},\ n \geq p}$$

OBSERVAÇÃO

As combinações simples de **n** elementos tomados **p** a **p**, em que n ≥ p, podem ser representadas também nas formas $C_{n,\,p}$ ou $\dbinom{n}{p}$.

Exemplos:

1º) De quantos modos é possível formar uma comissão de 4 alunos a partir de um grupo de 7 alunos?

Trata-se de um problema de combinações simples de 7 elementos, tomados 4 a 4. Temos, portanto:

$$C_{7,\,4} = \frac{7!}{(7-4)!\,.\,4!} = \frac{7!}{3!\,.\,4!} = 35 \text{ modos}$$

2º) Quantos triângulos podem ser construídos a partir dos vértices de um hexágono convexo?

Sejam **A**, **B**, **C**, **D**, **E** e **F** os vértices do hexágono. Observe que os triângulos ABC e CBA são idênticos, ou seja, a ordem dos vértices não é importante. Trata-se, portanto, de um problema de combinações simples. Assim, temos:

$$C_{6,\,3} = \frac{6!}{3!\,.\,3!} = 20 \text{ triângulos}$$

3º) Uma escola possui 7 professores de Matemática, 5 professores de Português e 4 professores de Geografia. De quantos modos é possível formar uma comissão de 5 professores contendo 2 professores de Matemática, 2 professores de Português e 1 professor de Geografia?

Devemos escolher 2 entre 7 professores de Matemática ($C_{7,\,2}$), 2 entre 5 professores de Português ($C_{5,\,2}$) e 1 entre 4 professores de Geografia ($C_{4,\,1}$). Portanto, pelo Princípio Fundamental da Contagem, temos:

$$C_{7,\,2}\,.\,C_{5,\,2}\,.\,C_{4,\,1} = 21\,.\,10\,.\,4 = 840 \text{ modos}$$

4º) No início de uma festa, foram trocados 66 apertos de mão. Sabendo que cada pessoa cumprimentou uma única vez todas as outras, quantas pessoas havia na festa?

Seja **n** o número de pessoas na festa. Cada aperto de mão equivale a um grupo de 2 pessoas. Portanto, o total de apertos de mão é igual ao total de grupos de 2 pessoas obtidos a partir das **n** pessoas da festa, ou seja, $C_{n,\,2}$.

$$C_{n,\,2} = 66 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!.2!} = 66 \Rightarrow$$

$$\frac{n.(n-1).(n-2)!}{(n-2)!} = 132 \Rightarrow n^2 - n - 132 = 0$$

Resolvendo a equação anterior, temos n = –11 (não convém) e n = 12 (convém).

Portanto, havia 12 pessoas na festa.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. (Cefet-MG) Num plano, existem vinte pontos dos quais três nunca são colineares, exceto seis, que estão sobre uma mesma reta. O número de retas determinadas pelos vinte pontos é:

A) 150
B) 176
C) 185
D) 205
E) 212

Resolução:

Inicialmente, consideremos o total de grupos de dois pontos formado a partir dos vinte pontos. Depois, verificamos que, desse total de grupos, devemos subtrair os grupos formados a partir dos 6 pontos colineares. Em seguida, acrescentamos a própria reta, que contém os seis pontos. Assim, temos:

$$C_{20,\,2} - C_{6,\,2} + 1 = \frac{20!}{18!\,.\,2!} - \frac{6!}{4!\,.\,2!} + 1 = 176 \text{ retas}$$

02. (UFV-MG) Uma equipe de futebol de salão de cinco membros é formada escolhendo-se os jogadores de um grupo **V**, com 7 jogadores, e de um grupo **W**, com 6 jogadores. O número de equipes diferentes que é possível formar de modo que entre seus membros haja, no mínimo, um jogador do grupo **W** é:

A) 1 266
B) 1 356
C) 1 246
D) 1 376

Resolução:

Do total de equipes que podem ser formadas com os 13 jogadores (7 de **V** e 6 de **W**), subtraímos as equipes formadas apenas com jogadores do grupo **V**. Com isso, garantimos a presença de pelo menos um jogador do grupo **W**. Assim, temos:

$$C_{13,\,5} - C_{7,\,5} = \frac{13!}{8!\,.\,5!} - \frac{7!}{2!\,.\,5!} = 1\,266$$

03. (UFVJM-MG) Considere a situação-problema em que, dos 12 funcionários de uma microempresa, 5 são mulheres, os trabalhos são realizados por comissões de três funcionários cada uma e, em nenhuma delas, os 3 componentes são do mesmo sexo. Com base nessas informações, é correto afirmar que o número de maneiras de se compor essas comissões, com tais características, é igual a:

A) 125
B) 155
C) 175
D) 165

Resolução:

Do total de comissões possíveis, subtraímos as comissões formadas apenas por homens e apenas por mulheres. Assim, temos:

$$C_{12,\,3} - C_{5,\,3} - C_{7,\,3} = \frac{12!}{9!\,.\,3!} - \frac{5!}{2!\,.\,3!} - \frac{7!}{4!\,.\,3!} = 175$$

04. (UFMG) Uma urna contém 12 bolas: 5 pretas, 4 brancas e 3 vermelhas. O número de maneiras possíveis de se retirar simultaneamente dessa urna um grupo de 6 bolas que contém pelo menos uma de cada cor é:

A) 84

B) 252

C) 805

D) 924

Resolução:

Do total de grupos possíveis, retiramos os grupos formados apenas por duas cores, já que não é possível formar grupos com bolas de uma só cor. Portanto, temos:

Total de grupos: $C_{12,\,6} = \frac{12!}{6!\,.\,6!} = 924$

Apenas bolas pretas e brancas: $C_{9,\,6} = \frac{9!}{3!\,.\,6!} = 84$

Apenas bolas pretas e vermelhas: $C_{8,\,6} = \frac{8!}{2!\,.\,6!} = 28$

Apenas bolas brancas e vermelhas: $C_{7,\,6} = \frac{7!}{1!\,.\,6!} = 7$

Logo, o número de grupos é 924 – 84 – 28 – 7 = 805.

05. (UFG-GO) Uma caixa contém doze presentes diferentes. Quatro crianças, uma de cada vez, deverão escolher aleatoriamente três presentes da caixa de uma só vez. Nessas condições, encontre a quantidade possível de maneiras diferentes que esses presentes poderão ser distribuídos para essas quatro crianças.

Resolução:

A caixa dispõe de 12 presentes diferentes, de modo que a primeira criança cria um subconjunto de 3 presentes ($C_{12,\,3}$), a segunda criança, com 12 – 3 = 9 presentes disponíveis, também cria um subconjunto de 3 presentes ($C_{9,\,3}$); na sequência, a terceira criança, com 9 – 3 = 6 presentes, pega 3 presentes ($C_{6,\,3}$), e, por fim, a última criança, com 6 – 3 = 3 presentes na caixa, pega os últimos 3 presentes ($C_{3,\,3}$). Logo:

$$C_{12,3}\,.\,C_{9,3}\,.\,C_{6,3}\,.\,C_{3,3} = \frac{12!}{3!.9!}\cdot\frac{9!}{3!.6!}\cdot\frac{6!}{3!.3!}\cdot\frac{3!}{3!.0!} =$$

220 . 84 . 20 . 1 = 369 600

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (IFCE–2020) Cada banca de um determinado concurso é constituída de 3 examinadores, dos quais 1 é o presidente. Duas bancas são iguais somente se tiverem os mesmos membros e o mesmo presidente. Dispondo de 20 examinadores, a quantidade de bancas diferentes que podem ser formadas é:

A) 800

B) 1 140

C) 6 840

D) 600

E) 3 420

02. (FJP-MG) O destacamento policial de uma pequena cidade é composto de um tenente (comandante), três sargentos, três cabos e doze soldados. O comandante precisa organizar uma patrulha composta de um sargento, um cabo e quatro soldados, escolhidos por sorteio. Os sargentos chamam-se Antônio, Pedro e João. O número de patrulhas diferentes que poderão ser organizadas sem a participação do sargento João é

A) 1 485.

B) 1 890.

C) 2 970.

D) 3 455.

03. BXRD (PUC Rio) Uma escola quer fazer um sorteio com as crianças. Então, distribui cartelas que têm cada uma 3 números distintos de 1 a 20. No dia da festa, trarão uma urna com 20 bolas numeradas de 1 a 20 e serão retiradas (simultaneamente) três bolas. A criança que tiver a cartela com os três números ganhará uma viagem.

Quantas cartelas diferentes são possíveis?

A) 1 140

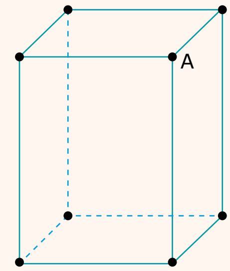
B) 2 000

C) 6 840

D) 8 000

E) 4 400

04. NØZA (PUC RS) O número de triângulos que podem ser formados unindo o vértice **A** a dois dos demais vértices do paralelepípedo é:



A) 15

B) 18

C) 21

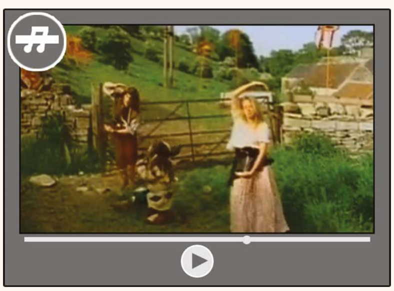
D) 24

E) 27

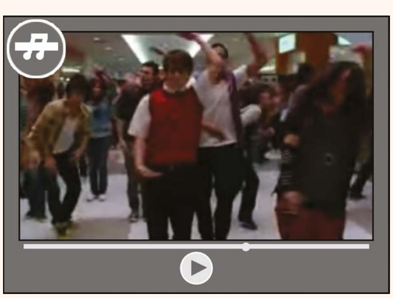
MATEMÁTICA

05. LKWZ

(UFSM-RS) O início da década de oitenta foi marcado por um estilo que ficou conhecido como *new wave*. Um grande sucesso dessa época foi a música "Safety Dance" do grupo canadense Men Without Hats. No videoclipe da música, ambientado num cenário medieval, um casal dança ao som da música e, no refrão "Oh Well the safety dance, ah yes the safety dance", forma com os braços a letra S, inicial de Safety. Essa representação ficou sendo a marca registrada do sucesso alcançado. Alguns programas e séries da TV atual apresentaram a sua versão para o "Safety Dance". Nas figuras a seguir, estão representadas a versão original, a versão da série animada *Uma família da pesada* e a versão da série *Glee*.


youtube.com


youtube.com


youtube.com

Na versão da série *Glee* do "*Safety Dance*", um grupo de atores dança no *hall* de um *shopping center*, enquanto os demais apenas observam. Suponha que, para a execução da cena, foi necessário escolher, dentre 6 atores e 8 atrizes, um grupo formado por 5 atores e 5 atrizes. Quantos grupos de dançarinos podem ser escolhidos dessa forma?

A) 336
B) 168
C) 70
D) 48
E) 25

06. (UDESC) Uma turma de 25 alunos precisa escolher 6 representantes. Sabe-se que 28% dos alunos desta turma são mulheres, e que os representantes escolhidos devem ser 3 homens e 3 mulheres. Assim, o número de possibilidades para esta escolha é

A) 28 560.
B) 851.
C) 13 800.
D) 1 028 160.
E) 5 106.

07. E7IM

(UEMG) Na Copa das Confederações de 2013, no Brasil, onde a seleção brasileira foi campeã, o técnico Luiz Felipe Scolari tinha à sua disposição 23 jogadores de várias posições, sendo: 3 goleiros, 8 defensores, 6 meio-campistas e 6 atacantes. Para formar seu time, com 11 jogadores, o técnico utiliza 1 goleiro, 4 defensores, 3 meio-campistas e 3 atacantes. Tendo sempre Júlio César como goleiro e Fred como atacante, o número de times distintos que o técnico poderá formar é:

A) 14 000
B) 480
C) 8! + 4!
D) 72 000

08. RMVI

(UERJ) A tabela a seguir apresenta os critérios adotados por dois países para a formação de placas de automóveis. Em ambos os casos, podem ser utilizados quaisquer dos 10 algarismos de 0 a 9 e das 26 letras do alfabeto romano.

País	Descrição	Exemplo de placa
X	3 letras e 3 algarismos, em qualquer ordem	M3MK09
Y	Um bloco de 3 letras, em qualquer ordem, à esquerda de outro bloco de 4 algarismos, também em qualquer ordem	YBW0299

Considere o número máximo de placas distintas que podem ser confeccionadas no país **X** igual a **n** e, no país **Y**, igual a **p**. A razão $\frac{n}{p}$ corresponde a

A) 1.
B) 2.
C) 3.
D) 6.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. LY30

(UPE–2018) A Turma de espanhol de uma escola é composta por 20 estudantes. Serão formados grupos de três estudantes para uma apresentação cultural. De quantas maneiras se podem formar esses grupos, sabendo-se que dois dos estudantes não podem pertencer a um mesmo grupo?

A) 6 840
B) 6 732
C) 4 896
D) 1 836
E) 1 122

02. 5U4I

(UERN) Uma família do interior, composta por 10 pessoas, necessita fazer uma viagem de retorno à cidade de origem após passar férias no litoral. A viagem será feita de ônibus, no domingo, e apenas dois horários estão disponíveis. De quantas maneiras poderão viajar essas pessoas de forma que a metade da família viaje num ônibus e a outra metade no outro?

A) 45
B) 252
C) 136
D) 90

03. (UFMG) A partir de um grupo de oito pessoas, quer-se formar uma comissão constituída de quatro integrantes. Nesse grupo, incluem-se Gustavo e Danilo, que, sabe-se, não se relacionam um com o outro. Portanto, para evitar problemas, decidiu-se que esses dois, juntos, não deveriam participar da comissão a ser formada. Nessas condições, de quantas maneiras distintas pode-se formar essa comissão?

A) 70
B) 35
C) 45
D) 55

04. (UERN) Numa lanchonete são vendidos sucos de 8 sabores diferentes, sendo que 3 são de frutas cítricas e os demais de frutas silvestres. De quantas maneiras pode-se escolher 3 sucos de sabores diferentes, sendo que pelo menos 2 deles sejam de frutas silvestres?

A) 40
B) 55
C) 72
D) 85

05. RM5F

(UnB-DF) Toda vez que uma pessoa usa o caixa eletrônico do banco ou efetua uma transação comercial pela Internet, a segurança da transação depende da teoria matemática dos números primos. A partir do momento em que as pessoas começaram a mandar mensagens umas para as outras, surgiu o seguinte problema: como evitar que alguém não autorizado, que venha a se apoderar da mensagem, compreenda o que ela diz? A resposta é um processo sofisticado em que se criptografa a mensagem, usando uma "chave" para codificá-la – multiplicação de dois números primos grandes, por exemplo de 100 dígitos cada, escolhidos com o auxílio de um computador – e outra para decodificá-la – decomposição de um número em fatores primos.

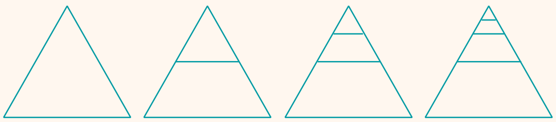
DEVLIN, Keith J. *Os problemas do milênio*. Rio de Janeiro: Record, 2004. p. 69-73 (Adaptação).

Suponha que a "chave" de codificação de uma mensagem seja o produto de dois números primos distintos, maiores que 10 e menores que 30. Nesse caso, a quantidade de "chaves" diferentes que o receptor da mensagem, conhecedor apenas dessa regra de formação, deve testar é igual a

A) 15.
B) 21.
C) 30.
D) 42.

06. L3CR

(UFRGS-RS) Considere o padrão de construção representado pelos desenhos a seguir:



Na etapa 1, há um único triângulo equilátero. Na etapa 2, é traçado um segmento a partir dos pontos médios de dois lados do triângulo da etapa 1, formando dois triângulos equiláteros. Na etapa 3, é traçado um segmento a partir dos pontos médios de dois lados do triângulo menor da etapa 2, formando três triângulos equiláteros. Na etapa 4 e nas etapas seguintes, o mesmo processo é repetido em cada um dos triângulos menores da etapa anterior.

O número de trapézios na 6ª etapa de construção é

A) 14.
B) 15.
C) 16.
D) 17.
E) 18.

07. 97YQ

(Unesp) Em um jogo lotérico, com 40 dezenas distintas e possíveis de serem escolhidas para aposta, são sorteadas 4 dezenas e o ganhador do prêmio maior deve acertar todas elas. Se a aposta mínima, em 4 dezenas, custa R$ 2,00, uma aposta em 6 dezenas deve custar

A) R$ 15,00.
B) R$ 30,00.
C) R$ 35,00.
D) R$ 70,00.
E) R$ 140,00.

08. NNM1

(UDESC) As frutas são alimentos que não podem faltar na nossa alimentação, pelas suas vitaminas e pela energia que nos fornecem. Vera consultou um nutricionista que lhe sugeriu uma dieta que incluísse a ingestão de três frutas diariamente, entre as seguintes opções: abacaxi, banana, caqui, laranja, maçã, pera e uva. Suponha que Vera siga rigorosamente a sugestão do nutricionista, ingerindo três frutas por dia, sendo pelo menos duas diferentes. Então, ela pode montar sua dieta diária, com as opções diferentes de frutas recomendadas, de

A) 57 maneiras.
B) 50 maneiras.
C) 56 maneiras.
D) 77 maneiras.
E) 98 maneiras.

MATEMÁTICA

09. 6G7Z (FGV) As saladas de frutas de um restaurante são feitas misturando pelo menos duas frutas escolhidas entre: banana, laranja, maçã, abacaxi e melão.

Quantos tipos diferentes de saladas de frutas podem ser feitos considerando apenas os tipos de frutas e não as quantidades?

A) 26
B) 24
C) 22
D) 30
E) 28

10. CU77 (EsPCEx-SP–2018) Considere o conjunto de números naturais {1, 2, ..., 15}. Formando grupos de três números distintos desse conjunto, o número de grupos em que a soma dos termos é ímpar é

A) 168.
B) 196.
C) 224.
D) 227.
E) 231.

11. 4NWT (UECE) A turma **K** do Curso de Administração da UECE é formada por 36 alunos, sendo 22 mulheres e 14 homens. O número de comissões que podem ser formadas com alunos desta turma, tendo cada comissão três componentes e sendo assegurada a participação de representantes dos dois sexos em cada comissão, é

A) 5 236.
B) 6 532.
C) 3 562.
D) 2 635.

12. (UFSCar-SP) Um artista dispõe de 7 potes de tinta nas cores azul, vermelho, amarelo, verde, laranja, lilás e marrom e irá utilizar 5 delas para pintar uma aquarela. Sabendo que ele nunca utiliza as cores lilás e marrom juntas, então é correto concluir que o número de maneiras diferentes de ele escolher as 5 cores é

A) 13.
B) 12.
C) 11.
D) 10.
E) 9.

13. 73GN (UFJF-MG) De quantas maneiras podemos escolher 3 números naturais distintos entre os inteiros de 1 a 20, de modo que a soma dos números escolhidos seja ímpar?

A) 100
B) 360
C) 570
D) 720
E) 1 140

14. (UECE) Um conjunto **X** é formado por exatamente seis números reais positivos e seis números reais negativos. De quantas formas diferentes podemos escolher quatro elementos de **X**, de modo que o produto destes elementos seja um número positivo?

A) 245
B) 225
C) 235
D) 255

15. C9V4 (PUCPR) Dado o conjunto A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10}, quantos subconjuntos com 3 elementos podem ser formados de maneira que a soma dos três elementos seja um número par?

A) 60
B) 120
C) 10
D) 40
E) 125

16. (Mackenzie–2019) Diz-se que um inteiro positivo com 2 ou mais algarismos é "crescente", se cada um desses algarismos, a partir do segundo, for maior que o algarismo que o precede. Por exemplo, o número 134789 é "crescente" enquanto que o número 2435 não é "crescente". Portanto, o número de inteiros positivos "crescentes" com 5 algarismos é igual a:

A) 122
B) 124
C) 126
D) 128
E) 130

SEÇÃO ENEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (Enem–2018) O Salão do Automóvel de São Paulo é um evento no qual vários fabricantes expõem seus modelos mais recentes de veículos, mostrando, principalmente, suas inovações em design e tecnologia.

Disponível em: <http://g1.globo.com>.
Acesso em: 04 fev. 2015 (Adaptação).

Uma montadora pretende participar desse evento com dois estandes, um na entrada e outro na região central do salão, expondo, em cada um deles, um carro compacto e uma caminhonete.

Para compor os estandes, foram disponibilizados pela montadora quatro carros compactos, de modelos distintos, e seis caminhonetes de diferentes cores para serem escolhidos aqueles que serão expostos. A posição dos carros dentro de cada estande é irrelevante.

Uma expressão que fornece a quantidade de maneiras diferentes que os estandes podem ser compostos é:

A) A^4_{10}

B) C^4_{10}

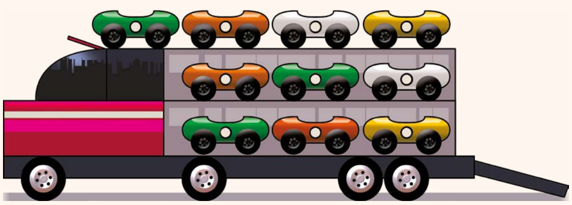
C) $C^2_4 \cdot C^2_6 \cdot 2 \cdot 2$

D) $A^2_4 \cdot A^2_6 \cdot 2 \cdot 2$

E) $C^2_4 \cdot C^2_6$

02. BN9X

(Enem–2017) Um brinquedo infantil caminhão-cegonha é formado por uma carreta e dez carrinhos nela transportados, conforme a figura.



No setor de produção da empresa que fabrica esse brinquedo, é feita a pintura de todos os carrinhos para que o aspecto do brinquedo fique mais atraente. São utilizadas as cores amarelo, branco, laranja e verde, e cada carrinho é pintado apenas com uma cor. O caminhão-cegonha tem uma cor fixa. A empresa determinou que em todo caminhão-cegonha deve haver pelo menos um carrinho de cada uma das quatro cores disponíveis. Mudança de posição dos carrinhos no caminhão--cegonha não gera um novo modelo do brinquedo.

Com base nessas informações, quantos são os modelos distintos do brinquedo caminhão-cegonha que essa empresa poderá produzir?

A) $C_{6,\,4}$

B) $C_{9,\,3}$

C) $C_{10,\,4}$

D) 6^4

E) 4^6

03. (Enem) Considere o seguinte jogo de apostas:

Numa cartela com 60 números disponíveis, um apostador escolhe de 6 a 10 números. Entre os números disponíveis, serão sorteados apenas 6. O apostador será premiado caso os 6 números sorteados estejam entre os números escolhidos por ele numa mesma cartela.

O quadro apresenta o preço de cada cartela, de acordo com a quantidade de números escolhidos.

Quantidade de números escolhidos em uma cartela	Preço da cartela (R$)
6	2,00
7	12,00
8	40,00
9	125,00
10	250,00

Cinco apostadores, cada um com R$ 500,00 para apostar, fizeram as seguintes opções:

- Arthur: 250 cartelas com 6 números escolhidos;
- Bruno: 41 cartelas com 7 números escolhidos e 4 cartelas com 6 números escolhidos;
- Caio: 12 cartelas com 8 números escolhidos e 10 cartelas com 6 números escolhidos;
- Douglas: 4 cartelas com 9 números escolhidos;
- Eduardo: 2 cartelas com 10 números escolhidos.

Os dois apostadores com maiores probabilidades de serem premiados são

A) Caio e Eduardo.

B) Arthur e Eduardo.

C) Bruno e Caio.

D) Arthur e Bruno.

E) Douglas e Eduardo.

04. (Enem) Considere que um professor de arqueologia tenha obtido recursos para visitar 5 museus, sendo 3 deles no Brasil e 2 fora do país. Ele decidiu restringir sua escolha aos museus nacionais e internacionais relacionados na tabela a seguir:

Museus nacionais	Museus internacionais
Masp — São Paulo	Louvre — Paris
MAM — São Paulo	Prado — Madrid
Ipiranga — São Paulo	British Museum — Londres
Imperial — Petrópolis	Metropolitan — Nova Iorque

De acordo com os recursos obtidos, de quantas maneiras diferentes esse professor pode escolher os 5 museus para visitar?

A) 6

B) 8

C) 20

D) 24

E) 36

05. O3TØ

(Enem) O tênis é um esporte em que a estratégia de jogo a ser adotada depende, entre outros fatores, de o adversário ser canhoto ou destro.

Um clube tem um grupo de 10 tenistas, sendo que 4 são canhotos e 6 são destros. O técnico do clube deseja realizar uma partida de exibição entre dois desses jogadores, porém não poderão ser ambos canhotos.

Qual o número de possibilidades de escolha dos tenistas para a partida de exibição?

A) $\dfrac{10!}{2!8!} - \dfrac{4!}{2!2!}$

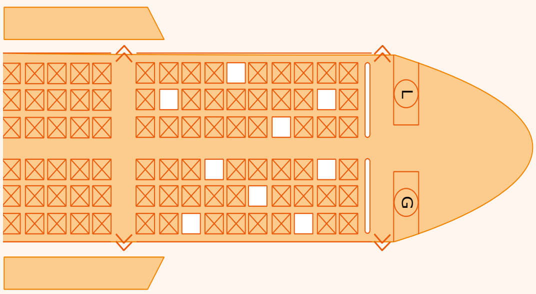
B) $\dfrac{10!}{8!} - \dfrac{4!}{2!}$

C) $\dfrac{10!}{2!8!} - 2$

D) $\dfrac{6!}{4!} + 4 \cdot 4$

E) $\dfrac{6!}{4!} + 6 \cdot 4$

06. (Enem) Uma família composta por sete pessoas adultas, após decidir o itinerário de sua viagem, consultou o *site* de uma empresa aérea e constatou que o voo para a data escolhida estava quase lotado. Na figura, disponibilizada pelo *site,* as poltronas ocupadas estão marcadas com "**X**" e as únicas poltronas disponíveis são as mostradas em branco.



O número de formas distintas de se acomodar a família nesse voo é calculado por:

A) $\frac{9!}{2!}$

B) $\frac{9!}{7!\,.\,2!}$

C) $7!$

D) $\frac{5!}{2!}\cdot 4!$

E) $\frac{5!}{4!}\cdot\frac{4!}{3!}$

07. A fim de aumentar a competitividade, as empresas necessitam aprimorar suas técnicas de gerenciamento de recursos, equipamentos e informações. Tais técnicas são chamadas de Logística e são fundamentais para operações de carga e descarga em larga escala, como no porto ilustrado na figura a seguir:

Twice25 & Rinina25 / Creative Commons

Considere que a administração do porto da figura pretende alocar 5 contêineres contendo minério de ferro (tipo A), 3 contêineres contendo produtos eletrônicos (tipo B) e 4 contêineres contendo peças automotivas (tipo C). Cada contêiner possui um número de identificação diferente. Um determinado setor do navio tem capacidade para 6 contêineres, e deve ser preenchido, obrigatoriamente, com dois contêineres de cada tipo. O total de maneiras de se colocar os contêineres nesse setor, em fila, de modo que contêineres do mesmo tipo permaneçam juntos, é igual a

A) 8 640.
B) 7 240.
C) 6 280.
D) 5 320.
E) 4 600.

08. Uma equipe de 5 cientistas deverá ser formada a partir de um grupo constituído por 7 biólogos, 8 físicos e 5 geólogos. Tal equipe deverá conter pelo menos um geólogo e pelo menos um físico. O total de maneiras distintas de se formar tal equipe é

A) 15 504.
B) 11 730.
C) 10 564.
D) 9 868.
E) 8 543.

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei ______ Errei ______

- 01. E
- 02. C
- 03. A
- 04. C
- 05. A
- 06. A
- 07. A
- 08. B

Propostos

Acertei ______ Errei ______

- 01. E
- 02. B
- 03. D
- 04. A
- 05. A
- 06. B
- 07. B
- 08. D
- 09. A
- 10. C
- 11. A
- 12. C
- 13. C
- 14. D
- 15. D
- 16. C

Seção Enem

Acertei ______ Errei ______

- 01. C
- 02. B
- 03. A
- 04. D
- 05. A
- 06. A
- 07. A
- 08. B

Total dos meus acertos: _____ de _____ . _____ %