



**Estratégia**  
Militares

# **Eletrostática**

**Prof. Lucas Costa**  
**Prof. Henrique Goulart**  
*Aula 04*

## SUMÁRIO

Introdução.....	3
1 – Eletrização.....	4
1.1 - Corpo eletrizado.....	4
1.2 - Princípio da quantização da carga elétrica.....	5
1.3 - Princípios da eletrostática.....	5
1.4 - Isolantes e condutores.....	6
1.5 - Métodos de eletrização.....	7
2 - Lei de Coulomb.....	10
2.1 - Princípio da superposição.....	11
3 - O Campo elétrico.....	15
3.1 - Direção e sentido do campo elétrico.....	15
3.2 - Campo elétrico de uma carga puntiforme.....	16
3.3 - Campo elétrico do condutor isolado em equilíbrio eletrostático.....	18
3.4 - O poder das pontas.....	20
3.5 - Campo elétrico uniforme.....	20
4 - Potencial elétrico.....	25
4.1 - O Trabalho no campo elétrico uniforme.....	25
4.2 - O Potencial elétrico.....	25
4.3 - O Potencial elétrico de carga elétrica puntiforme.....	26
4.4 - Potencial elétrico gerado por várias cargas puntiformes.....	28
4.5 - Superfícies equipotenciais.....	32
4.6 - Potencial de um condutor esférico.....	37
4.7 - O potencial da Terra.....	39
5. Lista de exercícios.....	43
6. Gabarito sem comentários.....	47
7. Lista de exercícios comentada.....	48
8. Considerações finais da aula.....	57
9. Referências bibliográficas.....	58
10. Versão de aula.....	59



## Introdução

Além de fazer as questões do Colégio Naval, não deixe de fazer as questões das outras instituições que construirão seu conhecimento.

Caso tenha alguma dúvida entre em contato conosco através do fórum de dúvidas do Estratégia Militares, ou se preferir:



@prof.lucascosta



@profhenriquegoulart



# 1 – Eletrização

A carga elétrica é uma propriedade física fundamental que determina interações eletromagnéticas. Essa propriedade está associada a partículas elementares como: elétrons, prótons, mésons, antiprótons, pósitrons etc. Todas essas possuem, em módulo, a mesma carga chamada de carga elétrica elementar  $e$ .

Em 1910, estudando o comportamento de gotas de óleo em um campo elétrico, Robert Andrews Millikan determinou a carga do elétron ( $-e$ ) e sua massa ( $m_e$ ):

$$-e = -1,6 \times 10^{-19} C$$

A carga de um elétron

E sua massa ( $m_e$ ):

$$m_e = 9,1 \times 10^{-31} kg$$

A massa de um elétron

As cargas e massas de outras partículas elementares são:

	Carga elétrica	Símbolo		Massas
Próton	$+1,6 \times 10^{-19} C$	$+e$	$p^+$	$m_p = 1,672 \times 10^{-27} kg$
Elétron	$-1,6 \times 10^{-19} C$	$-e$	$e^-$	$m_e \approx \frac{m_p}{1836} = 9,109 \times 10^{-31} kg$
Antipróton	$-1,6 \times 10^{-19} C$	$-e$	$p^-$	$m_p$
Pósitron	$+1,6 \times 10^{-19} C$	$+e$	$e^+$	$m_e$
Nêutron	0			$m_n = 1,674 \times 10^{-27} kg$

Note que a massa do próton ( $m_p$ ) é cerca de 1836 vezes a massa do elétron ( $m_e$ ). Como consequência, é esperado que os elétrons tenham mobilidade, ao passo que os prótons dificilmente são capazes de se locomover.

## 1.1 - Corpo eletrizado

Podemos dizer que existem três formas de classificar um corpo eletrizado:

- **Corpo eletricamente neutro ( $Q = 0$ ):** possui o mesmo número de prótons e de elétrons. Um corpo, seja ele condutor ou isolante, geralmente apresenta número de elétrons igual ao número de prótons.

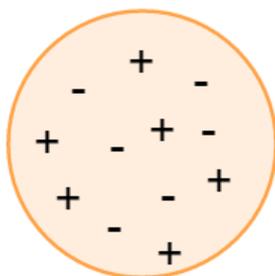


Figura 04.1: Corpo eletricamente neutro ( $n_p = n_e$ ).

- **Corpo positivamente carregado ( $Q > 0$ ):** é aquele que possui mais prótons do que elétrons. Podemos pensar de outra forma: o corpo positivamente carregado apresenta falta de elétrons.

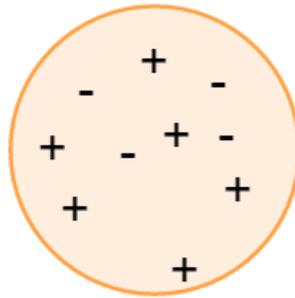


Figura 04.2: Corpo positivamente carregado ( $n_p > n_e$ ).

- **Corpo negativamente carregado ( $Q < 0$ ):** é aquele que possui mais elétrons do que prótons. De outra forma, o corpo negativamente carregado apresenta excesso de elétrons.

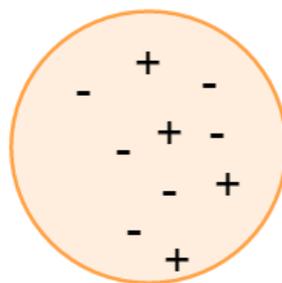


Figura 04.3: Corpo negativamente carregado ( $n_p < n_e$ ).

## 1.2 - Princípio da quantização da carga elétrica

No século XVIII, a carga elétrica era considerada como um **fluido contínuo**. No início do século XX, Robert Andrews Millikan (1868 – 1953) descobriu que o fluido elétrico não era contínuo, mas que a carga elétrica era sempre um múltiplo inteiro da carga elementar:

$$Q = \pm n \cdot e$$

**A carga elétrica deve sempre ser um múltiplo da carga fundamental**

Usamos o sinal (+) quando o corpo apresenta falta de elétrons e o sinal (-) quando o corpo apresenta excesso de elétrons. Note que a carga elétrica não pode assumir qualquer valor, apenas valores múltiplos de  $e$ , os chamados **pacotes discretos**. Em termos modernos, dizemos que ela é **quantizada**.

## 1.3 - Princípios da eletrostática

Denomina-se sistema isolado em eletrostática todo sistema que não troca cargas elétricas com o meio exterior, ou seja, não cede nem recebe cargas elétricas com o meio exterior, ou ainda, a soma das cargas dentro desse sistema será sempre constante, não havendo perdas.

### 1.3.1 - Princípio da atração e repulsão

Verifica-se experimentalmente que:



Cargas elétricas de mesmo sinal se repelem e de sinais contrários se atraem.



Figura 04.4: Representação do Princípio da Atração e Repulsão em cargas elétricas.

### 1.3.2 - Princípio da conservação das cargas elétricas

Em um sistema eletrostaticamente fechado, a soma algébrica das cargas elétricas é sempre constante.

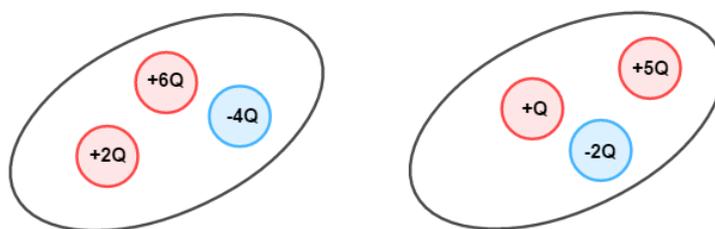


Figura 04.5: Aplicação da conservação de cargas para sistema isolados eletricamente.

Note que em um sistema isolado, temos sempre que o somatório das cargas antes é igual ao somatório das cargas depois de um certo evento.

### 1.4 - Isolantes e condutores

Dizemos que **isolantes** são materiais que **não apresentam portadores** de cargas elétricas **livres**. Exemplos: borrachas, vidros, água deionizada,  $NaCl_{(s)}$ , etc. Por outro lado, **condutores** são materiais que **apresentam portadores de cargas elétricas livres**.

Podemos classificar os condutores em três categorias:

- **1ª espécie:** apresentam elétrons livres. Exemplo: metais. Os metais possuem elétrons “livres” na sua estrutura, ligados ao núcleo do átomo de forma muito fraca. Dessa maneira, os metais têm tendência a doar elétrons.
- **2ª espécie:** apresentam íons livres. Exemplo:  $NaCl_{(aq)}$ . Também conhecidos como condutores eletrolíticos são encontrados nas soluções de ácidos, bases ou sais contidos em água. Cátions e ânions são portadores de carga elétrica que percorrem sentidos opostos.
- **3ª espécie:** elétrons e íons livres. Exemplo: plasma. Possibilitam a condutividade pelo movimento de cátions e ânions, ao contrário dos condutores eletrolíticos tais moléculas não são energizadas sozinhas. Elas precisam se chocar para os elétrons e moléculas trocarem cargas e se tornarem energizadas. Como exemplo temos os raios e relâmpagos.

Dizemos que um condutor carregado está em **equilíbrio eletrostático** quando **não há movimento ordenado de cargas elétricas**. Nos condutores eletrizados em equilíbrio eletrostático,

as cargas elétricas em excesso se distribuem pela superfície. Esse fato justifica pelo Princípio da Repulsão entre Cargas Elétricas de mesmo sinal. Basicamente, ele garante que as cargas tendem a ficar o mais afastadas umas das outras possível.

De outra forma, as cargas se distribuem em sua superfície, concentrando nas pontas. Tal fenômeno é conhecido como **efeito das pontas**. Por outro lado, se um corpo não for condutor, ele poderá apresentar cargas elétricas em excesso localizadas em certas regiões, dependendo da forma como for eletrizada.

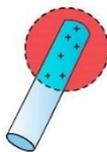


Figura 04.6: Bastão de material isolante eletrizado.

## 1.5 - Métodos de eletrização

Para alterar o estado de eletrização de um corpo, podemos usar processos como o atrito, o contato e a indução. Em sequência cada um desses métodos será detalhado.

### 1.5.1 – Eletrização por atrito

Utiliza-se este processo, preferencialmente, em isolantes. Basicamente, quando se atrita dois corpos constituídos de materiais distintos, um cede elétrons para o outro, tornando os dois eletrizados. O corpo que recebeu elétrons fica eletrizado negativamente, visto que apresenta um excesso de elétrons, e quem cedeu elétrons fica eletrizado positivamente, já que tem deficiência de elétrons.

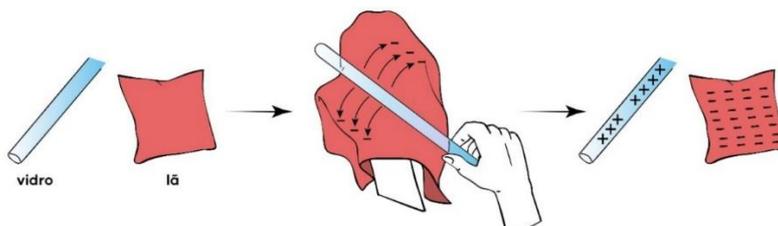


Figura 04.7: Processo de eletrização por atrito entre um bastão de vidro e um tecido de lã.

Na eletrização por atrito de isolantes, a carga fica confinada no local de atrito. O sinal da carga elétrica adquirida por um material depende de sua posição na série triboelétrica.

Regra	Substância
	Vidro
	Mica
	Lã
	Pele de gato
	Seda
	Algodão
	Ebonite
	Cobre
	Enxofre
	Celuloide

Por exemplo, se eletrizarmos por atrito um bastão de vidro e um pano de seda, o vidro eletriza-se positivamente e a seda eletriza-se negativamente. Se eletrizarmos algodão e celuloide, o algodão eletriza-se positivamente e a celuloide eletriza-se negativamente.

Note que pelo Princípio da Conservação das Cargas, quando um corpo é eletrizado negativamente com carga elétrica  $-Q$ , o outro deverá adquirir carga elétrica  $+Q$ .

### 1.5.2 - Contato

Este método funciona muito bem entre materiais condutores, no qual as cargas elétricas se distribuem na superfície.

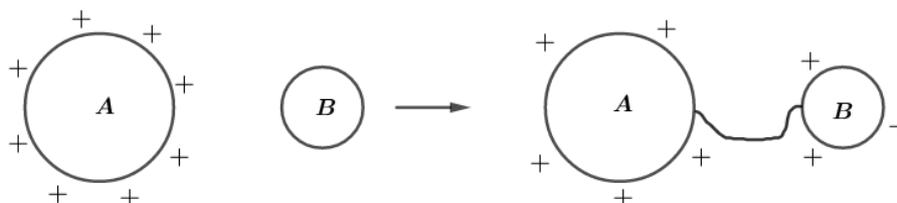


Figura 04.8: Eletrização por contato utilizando um fio.

Note que o Princípio da Conservação das Cargas foi respeitado. Se um dos corpos ou ambos forem constituídos de materiais não condutores, a troca de cargas se limitaria à região em torno do ponto de contato.

Quando colocamos 2 condutores em contato, eles podem ser considerados como um único condutor. Após a eletrização por contato, no equilíbrio eletrostático, todos os condutores têm cargas de mesmo sinal.

O nosso planeta pode ser visto como um condutor neutro e de raio infinito.

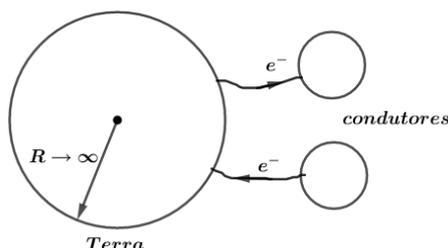


Figura 04.9: Corpo eletrizado ao entrar em contato com a Terra.

Por esse motivo, todo condutor não induzido, ao ser aterrado (colocado em contato com a Terra), torna-se neutro. O símbolo do aterramento é:



Figura 04.10: Símbolo para aterramento.

Vamos praticar:

#### (UEL – PR)

Quatro esferas condutoras iguais têm, respectivamente, cargas elétricas  $Q/2$ ,  $Q$ ,  $2Q$  e  $X$  (desconhecida). Pondo-se todas em contato e depois separando-as, cada uma ficou com uma carga igual a  $7Q/8$ . Supondo que as esferas tenham trocado cargas elétricas somente entre si, a carga elétrica  $X$ , da quarta esfera, era igual a:

- a) zero                      b)  $Q/2$                       c)  $Q$                       d)  $3Q/2$                       e)  $2Q$



## Comentários:

Pelo Princípio da Conservação das Cargas nesse sistema eletrostaticamente isolado, temos:

$$\begin{aligned}\sum Q_{antes} &= \sum Q_{depois} \\ \frac{Q}{2} + Q + 2Q + X &= 4 \cdot \frac{7Q}{8} \\ \frac{4Q}{8} + \frac{8Q}{8} + \frac{16Q}{8} + X &= 4 \cdot \frac{7Q}{8} \\ \frac{28Q}{8} X &= \frac{28Q}{8} \\ X &= 0\end{aligned}$$

**Gabarito: “a”.**

### 1.5.3 - Indução

Este processo ocorre preferencialmente em condutores. Trata-se da “separação” de cargas elétricas de um condutor **sem que haja contato** com o outro corpo eletrizado.

Vamos tomar dois corpos A e B, no qual A é eletrizado e pode ser constituído de material isolante ou condutor; o corpo B está neutro e tem que ser constituído de material condutor. Chamamos A, que está eletrizado, de indutor e B de induzido:

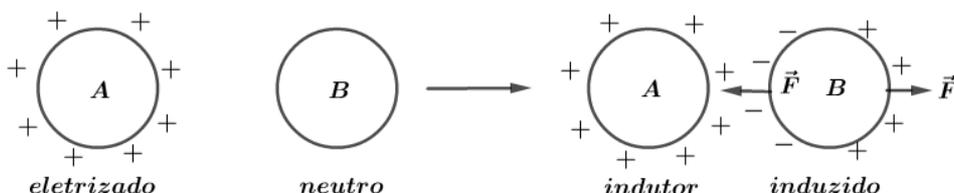


Figura 04.11: Representação da eletrização por indução.

Ao aproximar os dois corpos, os elétrons de B serão atraídos para a região mais próxima de A, criando uma carência de elétrons na região mais afastada de B, como mostra a figura acima. Assim, dizemos que o corpo B está induzido pelo indutor A.

Além disso, observamos que a força de atração entre as faces próximas é maior em módulo que a força de repulsão entre o corpo A e a parte mais afastada de B, isto é,  $|\vec{F}| > |\vec{F}_1|$ .

Note que o corpo B não recebeu ou perdeu elétrons. Ele está eletricamente neutro (a soma de suas cargas é zero). Então, se afastarmos o indutor, os elétrons do induzido se rearranjam para o estado inicial. Dizemos que houve apenas separação de cargas no induzido.

Como um contraponto, para fazermos a eletrização de um induzido, devemos realizar os quatro seguintes passos:

**Passo 1)** Aproximamos do induzido um corpo carregado (indutor), forçando uma separação de cargas no induzido:

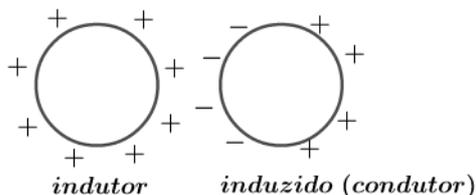


Figura 04.12: Separação das cargas no induzido.

**Passo 2)** Na presença do indutor, aterrarse o induzido.

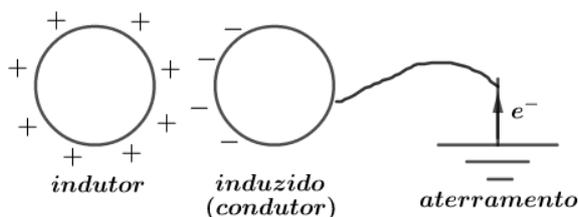


Figura 04.13: Aterramento do induzido para atrair elétrons da terra.

O aterramento pode ser feito em qualquer ponto do induzido.

**Passo 3)** Ainda na presença do indutor, desliga-se o contato do induzido com a terra.

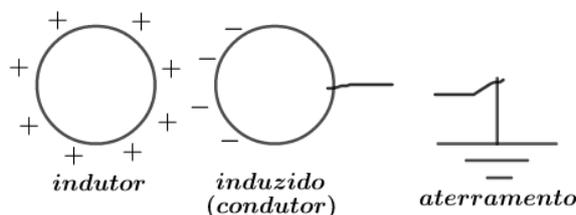


Figura 04.14: Retira-se a ligação do induzido à terra.

Na eletrização por indução, quando se atinge o equilíbrio eletrostático, o indutor e o induzido têm sinais opostos.

**Passo 4:** Afasta-se o indutor e teremos o induzido eletrizado.

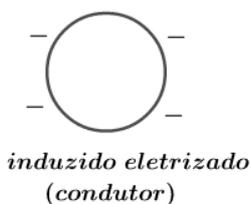


Figura 04.15: Induzido devidamente eletrizado.

Note que, independente de qual seja a carga indutora, concentram-se cargas de sinais opostos no induzido na região próxima ao indutor. Veja também que é necessário utilizar o fio terra no induzido para obter cargas elétricas de sinal oposto ao das do indutor.

Além disso, quando se desliga o fio terra, o indutor ainda deve estar presente. Do contrário, apenas estaríamos movimentando cargas no induzido, como visto anteriormente.

## 2 - Lei de Coulomb

Um corpo eletrizado é dito uma carga elétrica puntiforme quando a sua dimensão é desprezível quando comparada com a distância a outro corpo. Considere duas cargas puntiformes, colocadas em um certo meio, a uma distância  $d$  entre si, a força  $\vec{F}$  de interação entre elas é tal que:



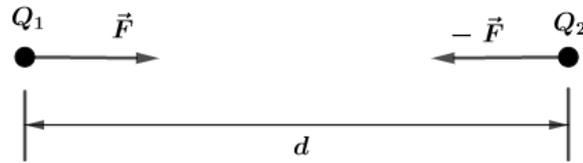


Figura 04.16: Força elétrica entre duas cargas puntiformes de sinais contrários.

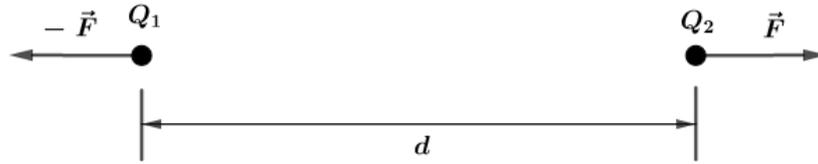


Figura 04.17: Força elétrica entre duas cargas puntiformes de mesmo sinal.

A direção de  $\vec{F}$  é a reta que une as duas cargas e o sentido é atrativo ou repulsivo dependendo dos sinais das cargas. Note que  $\vec{F}$  e  $-\vec{F}$  constituem um par Ação e Reação. O módulo da força elétrica é dado pela **Lei de Coulomb** que diz:

$$F = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2} \quad \text{Lei de Coulomb}$$

$$[F] = N$$

$$[K] = N \cdot m^2 / C^2$$

$$[Q] = C$$

$$[d] = m$$

A constante eletrostática de um meio, representada pela  $K$  (maiúscula) vale para o vácuo:

$$K_0 \cong 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

Constante elétrica para o vácuo

## 2.1 - Princípio da superposição

Considere um sistema constituído de  $n$  cargas puntiformes  $q_1, q_2, \dots, q_n$ . podemos calcular a força elétrica resultante sobre uma carga  $Q$  aplicando o Princípio da Superposição. Este princípio diz que podemos calcular a contribuição de força de cada carga  $q_i$  com  $Q$  e depois somarmos vetorialmente:

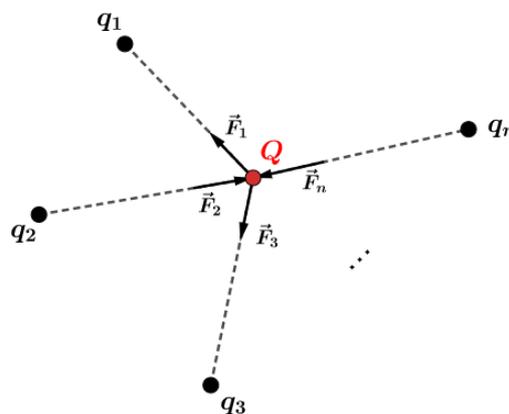


Figura 04.18: Princípio da Superposição aplicado à  $n$  cargas.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

O Princípio da Superposição



**(2019/IFSUL)**

Considere duas partículas eletrizadas,  $P_1$  e  $P_2$ , ambas com cargas iguais e positivas, localizadas, respectivamente, a 0,5 metros à esquerda e a 0,5 metros à direita da origem de um eixo X. Nesse eixo, sabe-se que não há influência de outras cargas.

Se uma terceira carga de prova for colocada na origem do eixo X, ela

- a) ficará em repouso.
- b) será acelerada para a direita.
- c) será acelerada para a esquerda.
- d) entrará em movimento retilíneo uniforme.

**Comentários:**

Se as distâncias entre as cargas e o ponto de origem são iguais, e as cargas das partículas tem mesmo módulo e são positivas, então qualquer carga colocada na origem terá nela força resultante nula, permanecendo em repouso.

**Gabarito: “a”.**

**(2019/QUESTÃO)**

Considere duas cargas puntiformes  $q$  e  $Q$ , separadas por uma distância  $d$ , possuem força de atração de intensidade  $F$ . Calcule a nova força elétrica quando se duplica a primeira carga, divide a segunda por 3 e divide a distância por 3. Não se altera o meio das cargas.

**Comentários:**

De acordo com a mudança nas condições, temos que:

$$|Q_1'| = 2 \cdot |Q_1| \text{ e } |Q_2'| = \frac{1}{3} \cdot |Q_2|$$

$$d' = \frac{1}{3} \cdot d$$

Logo, a nova força é dada por:

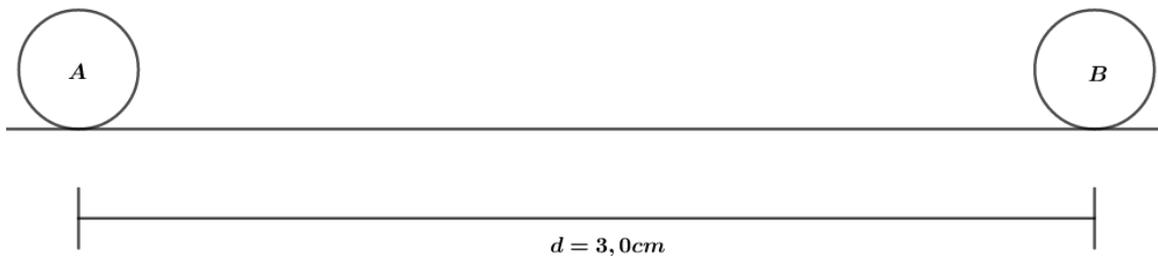
$$F' = \frac{2 \cdot \frac{1}{3}}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} \cdot F = 6 \cdot F$$

**Gabarito:  $F' = 6 \cdot F$ .**

**(2019/QUESTÃO)**

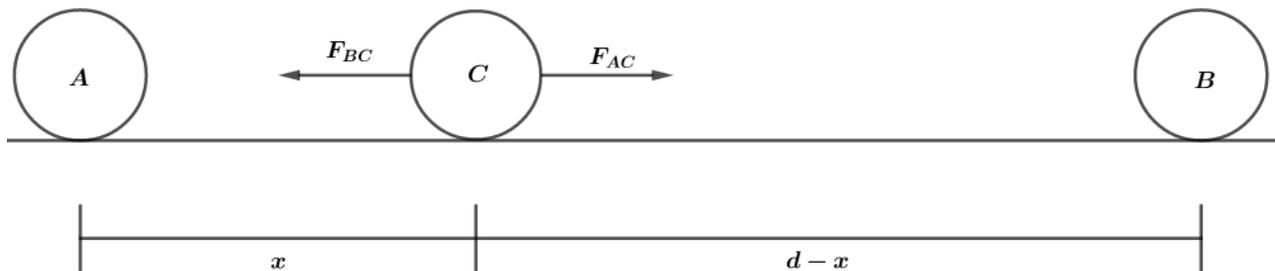
Dois cargas fixas A e B distam 3,0 cm uma da outra. As cargas valem  $Q_A = 1,0 \times 10^{-7} C$  e  $Q_B = 4,0 \times 10^{-7} C$ . A que distância de A deve ser colocada uma terceira carga C (de mesma natureza elétrica que A e B) para ficar em equilíbrio entre A e B, apenas pela força elétrica em C?





**Comentários:**

Vamos dizer que a distância da carga C até a carga A é  $x$ , então teremos o seguinte diagrama de força na carga C na horizontal:



Para o equilíbrio da carga livre em C, temos que:

$$F_{BC} = F_{AC}$$
$$\frac{K \cdot Q_B \cdot Q_C}{(d - x)^2} = \frac{K \cdot Q_A \cdot Q_C}{x^2}$$

Dado que  $q_B = 4 \cdot q_A$ , temos que:

$$\frac{4}{(d - x)^2} = \frac{1}{x^2}$$
$$4x^2 = (d - x)^2$$
$$4x^2 - (d - x)^2 = 0$$
$$[2x - (d - x)][2x + d - x] = 0$$
$$(3x - d)(x - d) = 0$$

Dessa forma, temos que:

$$3x = d \text{ ou } x = d$$

Mas,  $x = d$  não convém. Logo, temos:

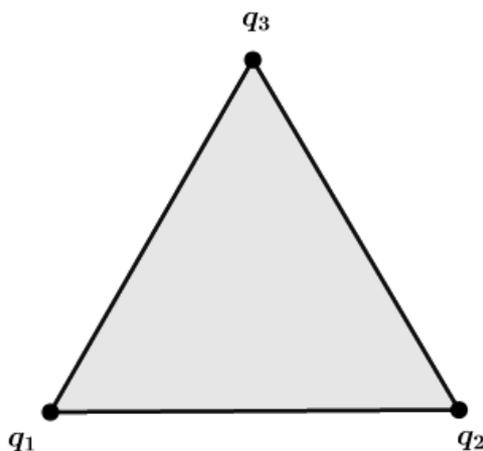
$$x = \frac{d}{3} = \frac{3,0}{3} = 1,0 \text{ cm}$$

**Gabarito:  $x = 1,0 \text{ cm}$ .**



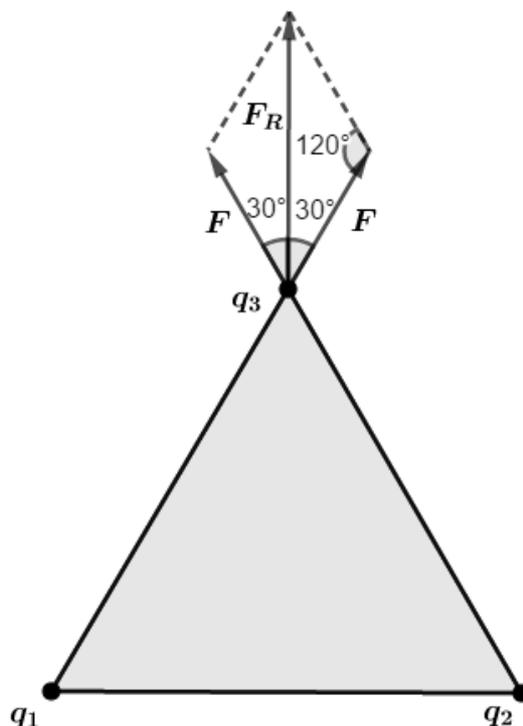
**(2019/QUESTÃO)**

Considere 3 cargas formando um triângulo equilátero. As três cargas são positivas e possuem módulos  $q$ . Qual a intensidade da força elétrica resultante em  $q_3$ ?



**Comentários:**

Vamos fazer o diagrama de forças na carga  $q_3$ :



Como o módulo das cargas é o mesmo e as distância entre elas também, a força de  $q_1$  e  $q_3$  é igual a força de  $q_2$  e  $q_3$ , sendo todas elas repulsivas.

Para determinar a força resultante, devemos calcular o vetor resultante das forças. Pela Lei dos Senos, temos que:

$$\frac{F_R}{\text{sen}(120^\circ)} = \frac{F}{\text{sen}(60^\circ)}$$

$$F_R = \sqrt{3} \cdot F$$



$$F_R = \frac{\sqrt{3} \cdot K \cdot q^2}{d^2}$$

**Gabarito:**  $F_R = \sqrt{3} \cdot K \cdot q^2 / d^2$ .

### 3 - O Campo elétrico

Uma esfera  $A$  carregada com uma carga  $+Q_A$  é fixada em um dado ponto do espaço. Se colocarmos uma carga  $+q_B$ , que chamamos de **carga de prova**, próximo a  $A$  podemos examinar a região que envolve a carga  $+Q_A$ .

De acordo com a teoria estudada na aula passada, vimos que a força elétrica entre  $A$  e  $B$  é repulsiva. Supostamente, podemos imaginar que o espaço ao redor de  $A$  foi modificado de alguma forma. Podemos dizer que nessa região criou-se um **campo elétrico**.

Quando colocamos uma carga de prova em uma região que existe um campo elétrico, surge na carga uma força elétrica.

Assim, temos que o campo elétrico é definido pela razão entre a força elétrica e a carga:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} \quad \text{O campo elétrico uniforme}$$

$$[E] = N/C$$

$$[F] = N$$

$$[Q] = C$$

É mais usual que a força elétrica fique explícita nessa relação:

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} \quad \text{A força elétrica em função do campo elétrico uniforme}$$

Note que é interessante que a carga de prova seja positiva, pois dessa forma  $\vec{F}$  e  $\vec{E}$  possuem o mesmo sentido. A partir da definição de campo elétrico, se tomarmos uma carga de  $1 C$  e uma força de  $1 N$ , temos que:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{1 N}{1 C} = 1 N/C \quad \text{O campo elétrico uniforme}$$

Assim, dizemos que a unidade de campo elétrico é  $N/C$ .

#### 3.1 - Direção e sentido do campo elétrico

Diante da definição de campo elétrico, temos que:

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} \quad \text{A força elétrica em função do campo elétrico uniforme}$$



Como a carga  $Q$  é uma grandeza escalar, quando efetuamos o produto  $q \cdot \vec{E}$  sabemos que  $\vec{E}$  e  $\vec{F}$  tem sempre a mesma direção, desde que não sejam nulos. Dessa forma, temos duas situações possíveis.

Caso a carga seja positiva, o campo elétrico terá o mesmo sentido da força elétrica. Em contrapartida, caso a carga seja negativa, então o campo elétrico e a força terão sentidos opostos.



$q > 0$ :  $\vec{E}$  tem o mesmo sentido de  $\vec{F}$ .

$q < 0$ :  $\vec{E}$  e  $\vec{F}$  têm sentidos contrários.

Observe que primeiramente definimos o conceito de força elétrica entre duas cargas antes do conceito de campo elétrico. Contudo, vimos que o campo é a causa da existência da força. Dessa forma, quando colocamos a carga de prova no ponto  $P$ , já está associado a esse ponto um campo elétrico  $\vec{E}$ .

## 3.2 - Campo elétrico de uma carga puntiforme

Seja uma carga elétrica puntiforme  $Q$  gerando um campo elétrico em uma dada região do espaço. Se pegarmos um ponto  $P$  situado a uma distância  $d$  da carga  $Q$ , podemos determinar a direção, o sentido e a intensidade do vetor campo elétrico em  $P$ . Para isso, basta pegarmos uma carga de prova  $q_p > 0$ .

### 3.2.1 - Campo elétrico de uma carga puntiforme $Q$ positiva

Dado que  $Q > 0$  e nossa carga de prova também é ( $q_p > 0$ ), então a força elétrica  $\vec{F}$  entre elas será de repulsão e, como  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ , temos que  $\vec{F}$  e  $\vec{E}$  terão o mesmo sentido. Dessa forma, podemos concluir que para uma carga elétrica puntiforme o campo elétrico está se afastando.

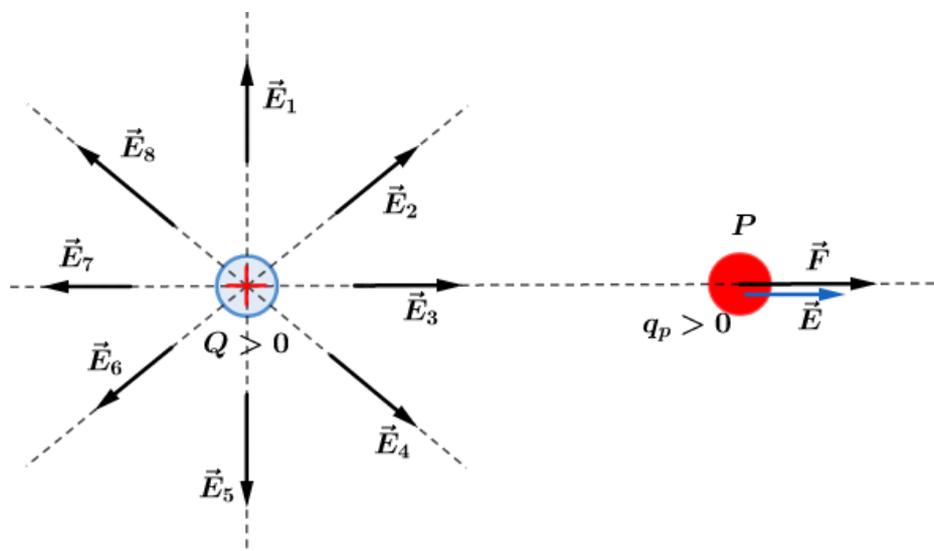


Figura 04.19: Campo elétrico gerado em torno de uma carga puntiforme positiva.

Observe que a direção do campo será radial, já que é a mesma direção da força, ou seja, reta que passa pelos pontos onde se encontram as cargas. Assim, as linhas de força desse campo são semirretas, radiais, apontando para fora da carga  $Q > 0$  (se afastando).

### 3.2.2 - Campo elétrico de uma carga puntiforme $Q$ negativa

Dado que  $Q < 0$  e nossa carga de prova é ( $q_p > 0$ ), então a força elétrica  $\vec{F}$  entre elas será de atração e, como  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ , temos que  $\vec{F}$  e  $\vec{E}$  terão o mesmo sentido. Dessa forma, podemos concluir que para uma carga elétrica puntiforme o campo elétrico está se aproximando.

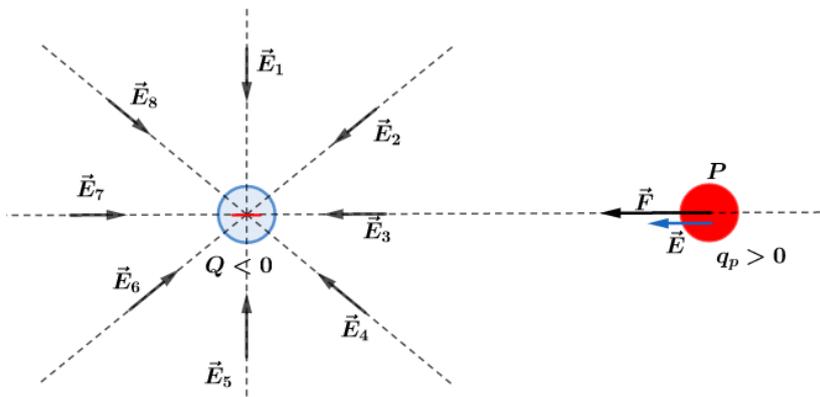


Figura 04.20: Campo elétrico gerado em torno de uma carga puntiforme negativa.

Dessa forma, em qualquer ponto da região que circunda a carga elétrica  $Q < 0$ , o campo elétrico será de aproximação, em outras palavras,  $\vec{E}$  deverá “apontar” para a carga  $Q$ . Nesse caso, as linhas de força desse campo são semirretas, radiais, apontando para dentro da carga  $Q < 0$  (se aproximando).



O **sentido** do campo elétrico **não depende** do sinal da carga de prova. Ele é função apenas da carga que gerou o campo.

$$\begin{cases} Q > 0 \rightarrow \text{campo de afastamento} \\ Q < 0 \rightarrow \text{campo de aproximação} \end{cases}$$

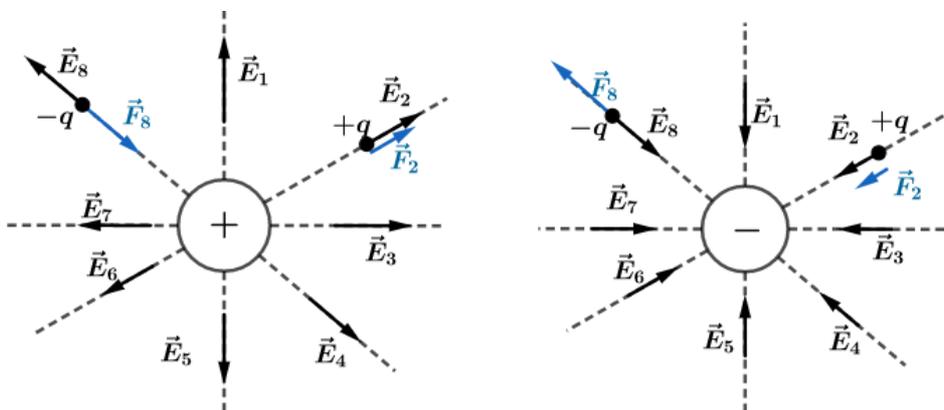


Figura 04.21: Linhas de força do campo elétrico de uma carga positiva e de uma negativa.

### 3.2.3 - Intensidade do campo elétrico um ponto P devido a uma carga puntiforme

Em um dado ponto  $P$  coloca-se uma carga de prova  $q_p$ , situada a uma distância  $d$  de uma carga puntiforme  $Q$ . Pela Lei de Coulomb, temos que:

$$F = \frac{K \cdot |Q| \cdot |q_p|}{d^2} \Rightarrow \frac{F}{|q_p|} = \frac{K \cdot |Q|}{d^2}$$

Finalmente:

$$E = K \cdot \frac{|Q|}{d^2}$$

Intensidade de um campo elétrico gerado por uma carga puntiforme

$$[F] = N/C$$

$$[K] = N \cdot m^2/C^2$$

$$[Q] = C$$

$$[d] = m$$

A partir da expressão, é possível notar que o campo elétrico é **inversamente proporcional ao quadrado da distância**  $E \propto \frac{1}{d^2}$ . Por esse motivo, ele é conhecido por “campo newtoniano” pois existe grande semelhança com a expressão do campo gravitacional de um planeta.

Quando representamos o gráfico do campo elétrico de uma carga puntiforme em função da distância obtemos a curva:

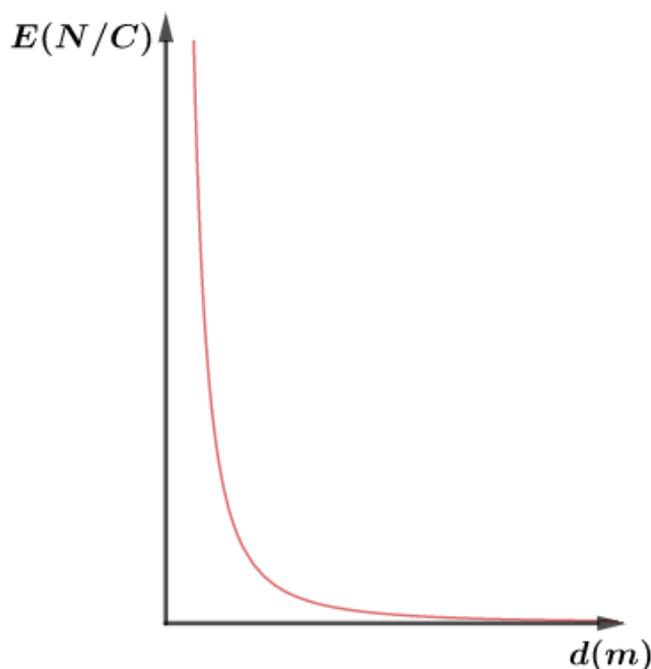


Figura 04.22: Gráfico da intensidade do campo elétrico de uma carga puntiforme em função da distância.

### 3.3 - Campo elétrico do condutor isolado em equilíbrio eletrostático

Dizemos que um condutor isolado está em equilíbrio eletrostático quando não existe movimento ordenado de cargas elétricas no seu interior e na sua superfície. Dessa forma, os elétrons livres encontram-se em movimento aleatório.



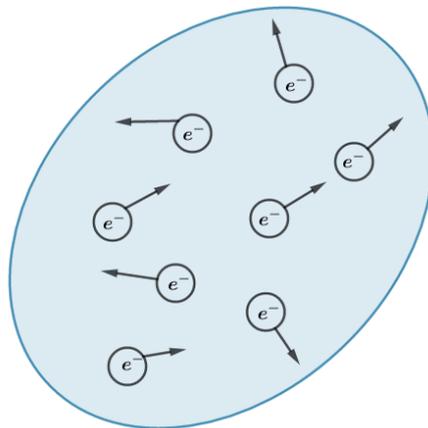


Figura 04.23: Condutor isolado em equilíbrio eletrostático, os elétrons livres em movimento aleatório.

Note que quando o corpo está em equilíbrio eletrostático ele pode ou não estar eletrizado. Uma propriedade interessante de condutores isolados e em equilíbrio eletrostático é a de que **no interior do condutor o campo elétrico resultante é nulo**.

Observe que se houvesse um campo elétrico resultante, diferente de zero, no interior do condutor os elétrons livres teriam um movimento ordenado devido à presença deste campo. Assim, o condutor não estaria em equilíbrio eletrostático.



O campo elétrico resultante é nulo apenas no interior do condutor, mas na superfície o campo resultante é diferente de zero.

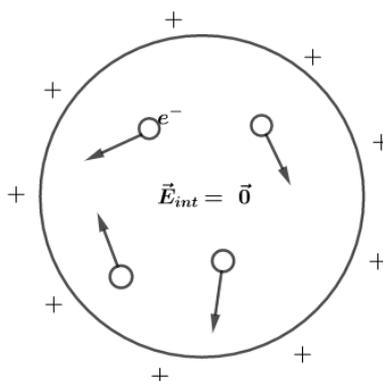


Figura 04.24: Condutor isolado e em equilíbrio eletrostático: campo elétrico resultante é nulo no interior e movimento aleatório dos elétrons livres.

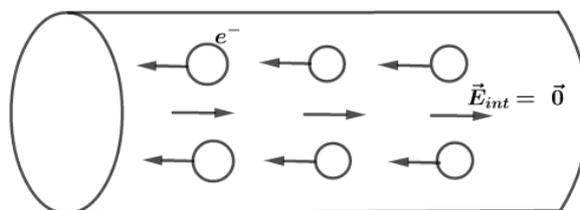


Figura 04.25: Quando o condutor não está em equilíbrio eletrostático, existe movimento ordenado dos elétrons.

### 3.4 - O poder das pontas

Em um condutor, a densidade superficial  $\sigma$  é elevada nas pontas e a intensidade do campo elétrico é diretamente proporcional a  $\sigma$ . Assim, o campo elétrico nas pontas de um condutor é mais intenso.

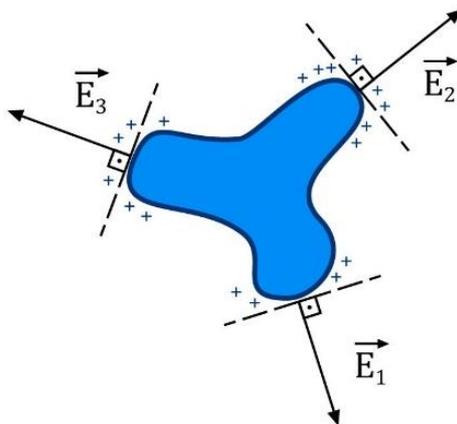


Figura 04.26: Efeito das pontas na superfície de um condutor, mostrando que  $|\vec{E}_2| > |\vec{E}_1|$ , já que o raio de curvatura em 2 é menor que em 1, por exemplo.

Quando o campo elétrico na superfície de um condutor é muito intenso, pode ocorrer a ionização das moléculas do isolante que o envolve. Dessa forma, o isolante torna-se um condutor, isto é, as cargas de mesmo sinal são repelidas e as cargas de sinais contrários são atraídas, descarregando o condutor.

Chamamos de rigidez dielétrica de um meio o maior valor de campo elétrico que um meio isolante pode suportar sem ionizar-se (“dielétrico” é sinônimo de “isolante”). Para o ar, a rigidez dielétrica é de  $3 \times 10^6 \text{ N/C}$ .

### 3.5 - Campo elétrico uniforme

Campo elétrico uniforme é aquele cujo vetor  $\vec{E}$  tem **mesmo módulo, direção e sentido** em todos os pontos.

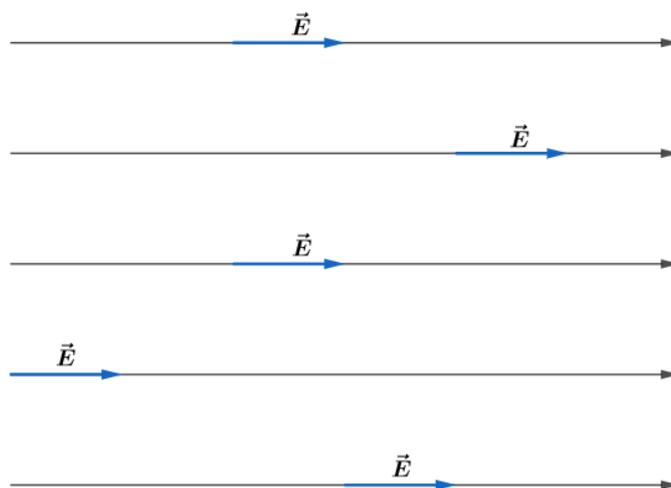


Figura 04.27: Região do espaço onde existe um campo elétrico uniforme.

Em um campo elétrico uniforme, representamos as linhas de força por segmentos retos paralelos entre si, igualmente espaçados.

**(2019/INÉDITA)**

Uma pequena partícula eletrizada foi colocada no interior de uma câmara, em vácuo, onde existe um campo elétrico uniforme na mesma direção e sentido oposto ao da aceleração da gravidade local.

Se o módulo do campo elétrico for ajustado para  $6,25 \cdot 10^3 \text{ V/m}$ , a partícula adquire aceleração de módulo  $5,00 \text{ m/s}^2$ , direção vertical e mesmo sentido do campo elétrico. Se a massa da partícula é de  $6,00 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$ , podemos afirmar que ela possui

- a) o mesmo número de elétrons e prótons
- b) 90,0 elétrons a mais que prótons
- c) 90,0 elétrons a menos que prótons
- d) 300 elétrons a mais que prótons
- e) 300 elétrons a menos que prótons

Note e adote:

$$\text{Carga do elétron} = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{Carga do próton} = +1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{Aceleração local da gravidade} = 10,0 \text{ m/s}^2$$

**Comentários**

Adotando que a aceleração da gravidade seja vertical e com sentido para baixo, teremos o campo elétrico com sentido para cima. Para que a aceleração também tenha sentido para cima, a carga da partícula deverá ser positiva. Com isso, teremos menos elétrons do que prótons.

Podemos escrever a segunda lei de Newton para a situação:

$$F_{eq} - P = m \cdot a$$

$$q \cdot E - m \cdot g = m \cdot a$$

$$q \cdot E = m \cdot a + m \cdot g$$

$$q = \frac{m \cdot a + m \cdot g}{E}$$

Podemos escrever a carga elétrica como um múltiplo da carga fundamental do elétron:

$$n \cdot e = \frac{m \cdot a + m \cdot g}{E}$$

$$n = \frac{m \cdot a + m \cdot g}{E \cdot e}$$

Agora podemos substituir os valores fornecidos:



$$n = \frac{6,00 \cdot 10^{-15} \cdot 5 + 6,00 \cdot 10^{-15} \cdot 10}{6,25 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}$$

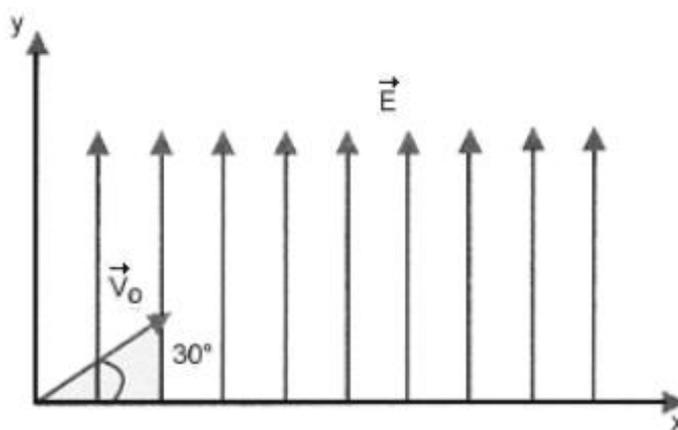
$$n = \frac{3 \cdot 10^{-14} + 6,00 \cdot 10^{-14}}{6,25 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}$$

$$n = \frac{9,00 \cdot 10^{-14}}{10 \cdot 10^{-16}} = \frac{90,0 \cdot 10^{-15}}{10^{-15}} = 90,0$$

**Gabarito: "c".**

**(2019/INÉDITA)**

Um elétron com velocidade  $v_0$  de  $2,00 \cdot 10^5 \text{ m/s}$  é projetado em um ângulo de  $30^\circ$  em relação ao eixo  $x$ , conforme o esquema abaixo.



Considerando que o elétron se move num campo elétrico constante  $E = 100 \text{ N/C}$ , o tempo que o elétron levará para cruzar novamente o eixo  $x$  é, em  $\text{ns}$  de:

- a) 1,40                      b) 11,4                      c) 7,80                      d) 22,4                      e) 44,6

Note e adote:

Massa do elétron:  $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Carga elétrica do elétron:  $-1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

**Comentários:**

As linhas de campo sempre vão do maior para o menor potencial elétrico. Dessa forma, teremos que o elétron será atraído para a parte inferior, fazendo com que a força elétrica seja somada à força peso, criando uma aceleração vertical e com sentido para baixo na partícula.

A segunda lei de Newton diz que:

$$\vec{F}_{\text{resultante}} = m \cdot \vec{a} \qquad \text{2ª lei de Newton}$$

$$\vec{F} = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 = \text{N} \qquad [m] = \text{kg} \qquad [\vec{a}] = \text{m/s}^2$$

Sabemos que a força elétrica gerada por um campo uniforme é dada por:



$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$$

Força elétrica em um campo uniforme

$$[\vec{F}_e] = N$$

$$[q] = C$$

$$[\vec{E}] = N/C$$

E a força peso por:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

2ª lei de Newton

$$\vec{P} = N$$

$$[m] = kg$$

$$[\vec{g}] = m/s^2$$

Para a situação em questão, temos:

$$\vec{F}_{elétrica} + \vec{P}_{elétron} = m_{elétron} \cdot \vec{a}$$

$$q \cdot \vec{E} + m_{elétron} \cdot \vec{g} = m_{elétron} \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E} + m_{elétron} \cdot \vec{g}}{m_{elétron}}$$

Para o módulo da aceleração, temos:

$$a = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 100 + 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10}{9,11 \cdot 10^{-31}}$$

$$a = \frac{1,6 \cdot 10^{-17} + 9,11 \cdot 10^{-30}}{9,11 \cdot 10^{-31}}$$

No numerador o segundo termo é desprezível em relação ao primeiro. Isso fica evidente pela diferença entre as ordens de grandeza dos dois. Dessa forma, podemos escrever:

$$a = \frac{1,6 \cdot 10^{-17}}{9,11 \cdot 10^{-31}} = \frac{16 \cdot 10^{-18}}{9,11 \cdot 10^{-31}} \cong 1,76 \cdot 10^{13} \text{ m/s}^2$$

Finalmente, podemos usar a equação horária da velocidade para determinarmos o tempo que a partícula leva para cruzar o eixo horizontal:

$$v_y = v_{0y} + a \cdot t$$

Equação horária da velocidade

A velocidade inicial no eixo vertical é dada pelo produto entre a velocidade inicial e o seno do ângulo com a horizontal:

$$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen}(30^\circ) = 2,0 \cdot 10^5 \cdot 0,5 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

Sabemos que quando a partícula cruza o eixo horizontal novamente sua velocidade vertical deve ter o mesmo módulo que o da componente vertical da velocidade inicial.

Podemos escrever para a subida, na qual a aceleração age contra o sentido da velocidade:



$$0 = 1,0 \cdot 10^5 - 1,8 \cdot 10^{13} \cdot t$$

$$t = \frac{1,0 \cdot 10^5}{1,76 \cdot 10^{13}} \cong 0,568 \cdot 10^{-8} = 5,68 \cdot 10^{-9}$$

$$t_{subida} = 5,68 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 5,68 \text{ ns}$$

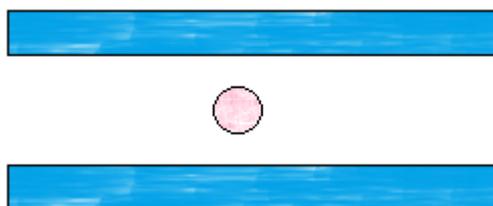
Como a subida tem o mesmo tempo da descida, o tempo total será de:

$$t_{total} = 2 \cdot t_{subida} = 2 \cdot 5,68 \cong 11,4 \text{ ns}$$

**Gabarito: “b”.**

**(2019/INÉDITA)**

Uma gotícula de água, com massa  $m = 8,0 \cdot 10^{-12} \text{ kg}$ , eletrizada com carga  $q = 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ C}$  está em equilíbrio no interior de um capacitor de placas paralelas e horizontais, conforme esquema abaixo.



Nestas circunstâncias, o valor do campo elétrico entre as placas, em  $N/C$ , é de:

- a)  $5,0 \cdot 10^7$     b)  $2,0 \cdot 10^8$     c)  $6,7 \cdot 10^{-29}$     d)  $2,5 \cdot 10^{-11}$     e)  $5,7 \cdot 10^8$

Note e adote:

Admita que a aceleração da gravidade vale  $g = 10 \text{ m/s}^2$

**Comentários:**

Aplicando a 2ª Lei de Newton ( $F = m \cdot a$ ) à gota, temos:

$$P - F_{eq} = 0$$

$$P = F_{eq}$$

$$m \cdot g = q \cdot E$$

$$E = \frac{m \cdot g}{q} = \frac{8,0 \cdot 10^{-12} \cdot 10}{1,6 \cdot 10^{-18}} = \frac{8,0 \cdot 10^7}{1,6} = 5,0 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

**Gabarito: “a”.**

## 4 - Potencial elétrico

Já vimos os conceitos de força elétrica e campo elétrico, definições de grandezas vetoriais. Neste momento, vamos introduzir o conceito de potencial elétrico. Para isso, vamos estudar o trabalho da força elétrica no campo elétrico uniforme.

### 4.1 - O Trabalho no campo elétrico uniforme

Seja  $E$  a intensidade de um campo elétrico uniforme. Inicialmente, vamos tomar dois pontos quaisquer  $A$  e  $B$ , numa mesma linha de força, separados pela distância  $d$ .

O trabalho no campo elétrico uniforme, qualquer que seja a trajetória entre dois pontos  $A$  e  $B$ , é dado por:

$$(W_{\vec{F}_{ele}})_{A \rightarrow B} = F \cdot d = q \cdot E \cdot d$$

O trabalho no campo elétrico uniforme

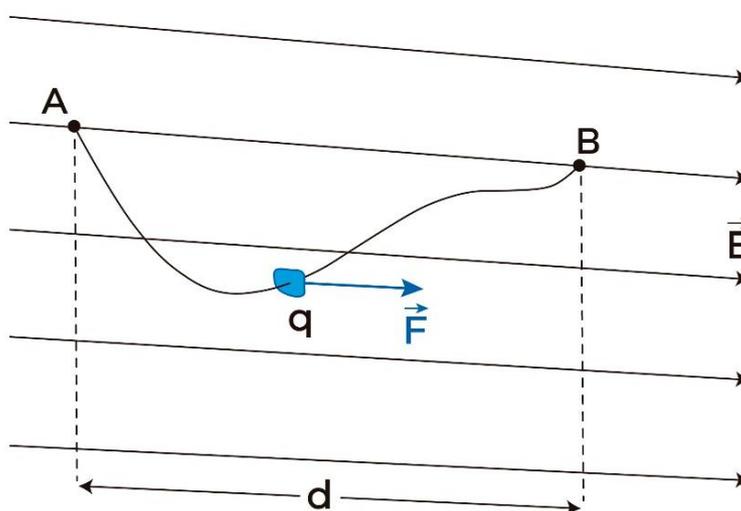


Figura 04.28: Carga elétrica se movendo em uma região onde o campo elétrico é uniforme.



O trabalho realizado por uma força elétrica para ir de  $A$  até  $B$  não depende da trajetória.

Como vimos, forças conservativas possuem como propriedade o fato do trabalho por ela realizado não depender da trajetória. Por isso, dizemos que a **força elétrica é uma força conservativa**.

### 4.2 - O Potencial elétrico

Definimos potencial elétrico associado ao ponto  $A$ , denotado por  $V_A$ , a razão entre a energia potencial elétrica da carga em  $A$  ( $(E_{pot})_A$ ) e o valor da carga ( $q$ ), ou seja:



$$V_A = \frac{(E_{pot})_A}{q}$$

$$[V] = V = Volt$$

$$[E_{pot}] = J$$

$$[q] = C$$

Da definição, temos que o potencial elétrico em  $A$  como é quociente de duas grandezas escalares, notoriamente, o potencial também será um **escalar** e a sua unidade no SI é o Volt, indicado pela letra  $V$ . Assim, temos que:

$$\frac{1 J}{1 C} = 1 V$$

A unidade volt é dada em homenagem ao físico italiano Alessandro Volta (1745-1827).

### 4.3 - O Potencial elétrico de carga elétrica puntiforme

Considere uma carga  $Q$ , fixa em um certo ponto do espaço, gerando um campo elétrico à sua volta. Seja a carga  $q$  trazida do infinito até um ponto  $P$ . O potencial elétrico de uma carga puntiforme  $Q$  em um ponto  $P$  que dista  $r$  da carga fonte é dado por:

$$V_P = \frac{K \cdot Q}{d}$$

$$[V_P] = V = Volt$$

$$[K] = N \cdot m^2 / C^2$$

$$[Q] = C$$

$$[d] = m$$

Lembre-se que a constante eletrostática de um meio, representada pela  $K$  (maiúscula) vale para o vácuo:

$$K_0 \cong 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

Constante elétrica para o vácuo

É importante ressaltar que  $V_P$  é uma grandeza escalar e que depende da carga fonte  $Q$ , geradora do campo elétrico no ponto  $P$ .



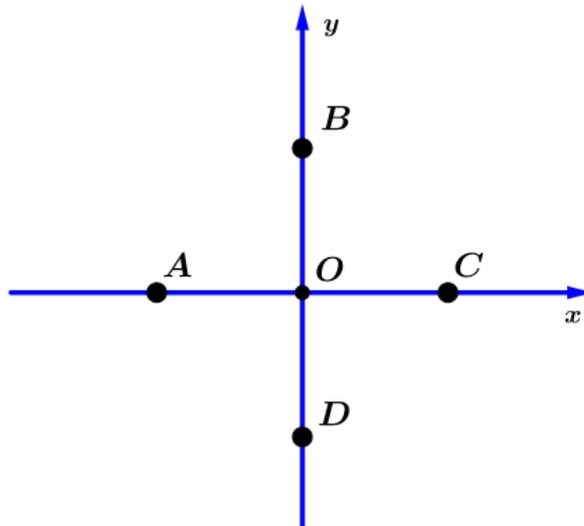
O valor de  $V_P$  gerado pela carga puntiforme  $Q$  possui o mesmo sinal que a carga:

$$\begin{cases} Q > 0 \Rightarrow V > 0 \\ Q < 0 \Rightarrow V < 0 \end{cases}$$

#### (2019/INÉDITA)

Na figura mostra-se o valor do potencial elétrico para diferentes pontos A (26 V), B (12 V), C (10 V) e D (24 V) situados no plano  $xy$ . Considere o campo elétrico uniforme nessa região e o comprimento dos segmentos OA, OB, OC e OD igual a 2,0 m.





Pode-se afirmar que a magnitude do campo elétrico é igual a

- a) 2,0 V/m    b) 5,0 V/m    c) 7,0 V/m    d) 12,0 V/m    e) 13,0 V/m

### Comentários

As componentes do campo elétrico são calculadas pela equação  $V = E \cdot d$ . Para a horizontal, podemos escrever:

$$V_A - V_C = E_x \cdot (x_A - x_C)$$

$$26 - 10 = E_x \cdot (2 - (-2))$$

$$16 = E_x \cdot 4$$

$$E_x = 4 \text{ V/m}$$

Para a componente vertical:

$$V_D - V_B = E_y \cdot (x_D - x_B)$$

$$24 - 12 = E_y \cdot (2 - (-2))$$

$$12 = E_y \cdot 4$$

$$E_y = 3 \text{ V/m}$$

Finalmente, devemos usar a relação de Pitágoras para determinar o módulo do campo elétrico resultante:

$$E^2 = (E_x)^2 + (E_y)^2$$

$$E^2 = (4)^2 + (3)^2$$

$$E = 5,0 \text{ V/m}$$

**Gabarito: "b".**



## 4.4 - Potencial elétrico gerado por várias cargas puntiformes

Sejam  $n$  cargas elétricas gerando um campo elétrico em um dado ponto  $P$  do espaço. Cada uma das cargas gera um potencial em  $P$  dado por:

$$V_1 = K \frac{Q_1}{r_1}, V_2 = K \frac{Q_2}{r_2}, \dots, V_i = K \frac{Q_i}{r_i}, \dots, V_n = K \frac{Q_n}{r_n}$$

Pelo Princípio da Superposição, temos que o potencial elétrico resultante é dado pela soma algébrica dos potenciais parciais:

$$\begin{aligned} V_{res} &= V_1 + V_2 + \dots + V_n \\ V_{res} &= K \frac{Q_1}{r_1} + K \frac{Q_2}{r_2} + \dots + K \frac{Q_n}{r_n} \\ V_{res} &= K \left( \frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} + \dots + \frac{Q_n}{r_n} \right) \end{aligned}$$

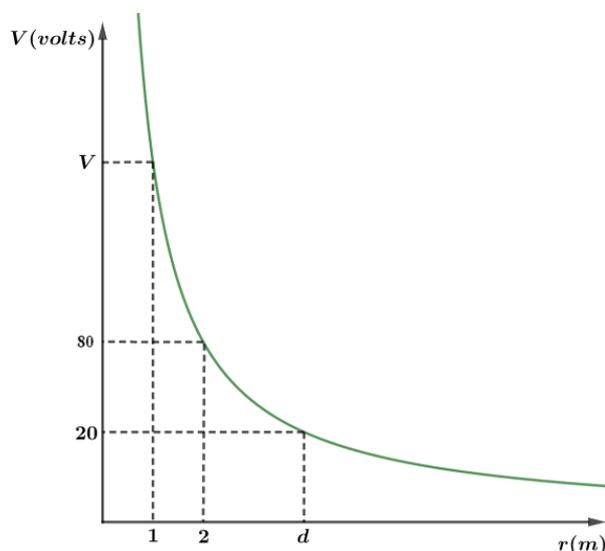
Finalmente:

$$V_{res} = K \left( \frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} + \dots + \frac{Q_n}{r_n} \right)$$



### (2019/QUESTÃO)

O gráfico abaixo mostra o potencial gerado por uma carga elétrica puntiforme, em função da distância.



Calcule:

- a) o potencial elétrico  $V$ .
- b) a distância  $d$ .

**Comentários:**

a) Vamos pegar dois pontos do gráfico de forma estratégica:

$$\begin{cases} V(2) = \frac{KQ}{2} = 80 \\ V(1) = \frac{KQ}{1} = V \end{cases}$$

Portanto:

$$\frac{V}{80} = \frac{\frac{KQ}{1}}{\frac{KQ}{2}}$$

$$\frac{V}{80} = \frac{\cancel{KQ} \frac{1}{1}}{\cancel{KQ} \frac{1}{2}}$$

$$V = 80 \cdot 2 = 160 \text{ V}$$

b) novamente, podemos repetir a ideia e pegar dois pontos estratégicos:

$$\begin{cases} V(2) = \frac{KQ}{2} = 80 \\ V(d) = \frac{KQ}{d} = 20 \end{cases}$$

Logo:

$$\frac{\frac{KQ}{2}}{\frac{KQ}{d}} = \frac{80}{20}$$

$$d = 4 \cdot 2 = 8 \text{ m}$$

**Gabarito: a)  $V = 160 \text{ V}$  b)  $d = 8 \text{ m}$ .**

**(2019/QUESTÃO)**

Determine a razão  $a/b$  para que o potencial resultante seja nulo no ponto  $P$ .



### Comentários:

$$V_P = V_A + V_B$$

Como queremos  $V_P = 0$ , então:

$$0 = K \frac{Q_A}{r_A} + K \frac{(-Q_B)}{r_B}$$

$$K \frac{(Q_B)}{r_B} = K \frac{Q_A}{r_A}$$

$$K \frac{(Q_B)}{r_B} = K \frac{Q_A}{r_A}$$

$$\frac{(Q_B)}{r_B} = \frac{Q_A}{r_A}$$

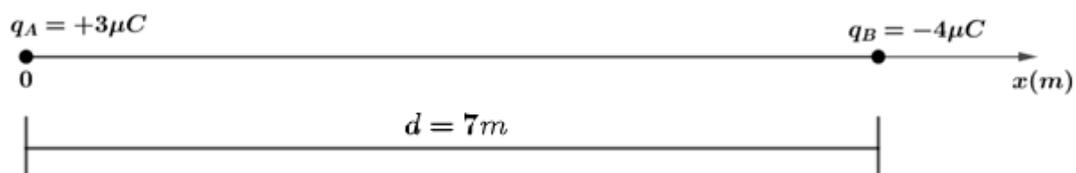
$$\frac{r_A}{r_B} = \frac{Q_A}{Q_B}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

**Gabarito:  $a/b = 3/4$ .**

### (2019/QUESTÃO)

Considere duas cargas elétricas puntiformes fixas em  $A$  e  $B$  sobre um segmento orientado  $x$ , como na figura:



Determine as abscissas onde o potencial é nulo.

### Comentários:

Podemos escrever os potenciais para cada carga da seguinte forma:

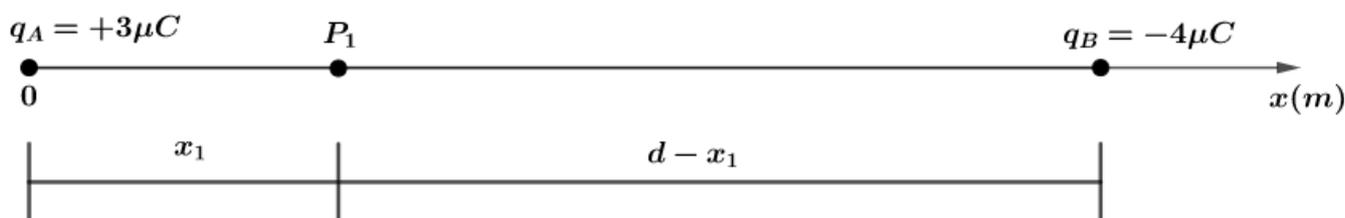
$$V_A = K \frac{Q_A}{r_A} \text{ e } V_B = K \frac{Q_B}{r_B}$$

Desenvolvendo as expressões:

$$V_A = K \cdot \frac{3\mu C}{r_A} \text{ e } V_B = K \cdot \frac{(-4\mu C)}{r_B}$$



Repare que em módulo, o numerador de  $V_B > V_A$ , portanto, devem existir pontos próximos de  $Q_A$ , onde a distância  $r_A$  é menor, para que  $V_A + V_B = 0$ . Vamos supor um ponto  $P_1$  a direita de A onde o potencial é nulo, então:



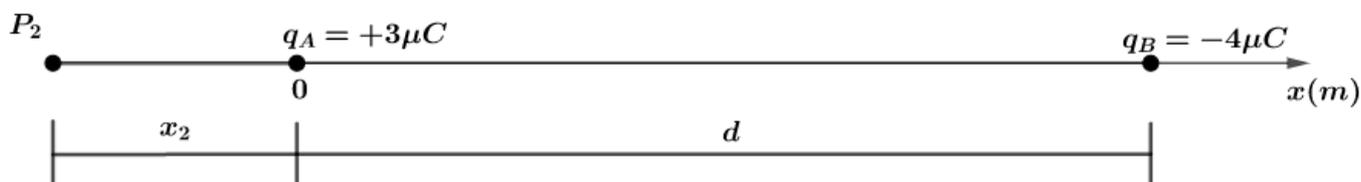
Para que o potencial elétrico no ponto  $P_1$  seja nulo, temos:

$$V_{P_1} = 0 \Rightarrow K \cdot \frac{3\mu C}{x_1} + K \frac{(-4\mu C)}{d - x_1} = 0$$

$$\frac{3}{x_1} = \frac{4}{d - x_1}$$

$$x_1 = \frac{3d}{7} = \frac{3}{7} \cdot 7 = 3 \text{ m}$$

Agora, vamos procurar um ponto  $P_2$  à esquerda de A, no qual o potencial elétrico também seja nulo:



Para que o potencial elétrico no ponto  $P_1$  seja nulo, devemos ter:

$$V_{P_2} = 0 \Rightarrow K \cdot \frac{3\mu C}{|x_2|} + K \frac{(-4\mu C)}{d + |x_2|} = 0$$

$$3d + 3|x_2| = 4|x_2|$$

$$|x_2| = 3d = 21 \text{ m}$$

Como a abscissa  $x_2$  está à esquerda da origem do segmento orientado, sabemos  $x_2 < 0$ . Portanto:

$$x_2 = -21 \text{ m}$$

**Gabarito:  $x_1 = 3 \text{ m}$  e  $x_2 = -21 \text{ m}$ .**



## 4.5 - Superfícies equipotenciais

Chamamos de superfícies equipotenciais o lugar geométrico dos pontos que apresentam um mesmo potencial elétrico. Exemplo: seja a carga puntiforme  $q > 0$ , em repouso, criando um campo elétrico, onde as linhas de força são representadas na figura abaixo:

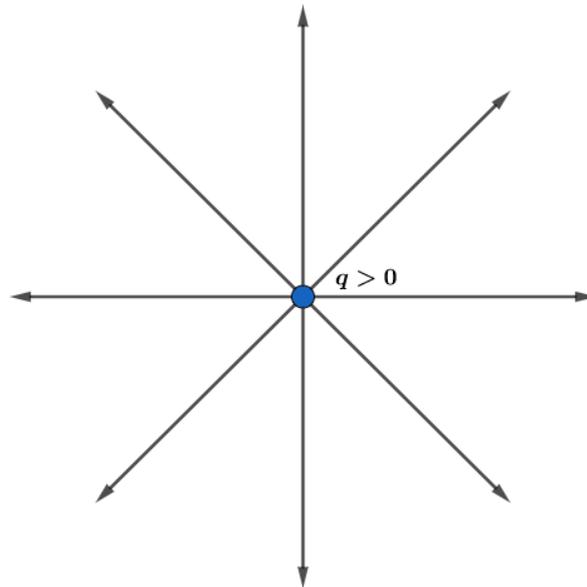


Figura 04.29: Campo elétrico de uma carga positiva tem direção radial, "saindo" da carga.

Dado que o potencial de uma carga puntiforme é dado por:

$$V = K \cdot \frac{q}{r}$$

Quando ponto do espaço a uma distância  $r_1$  bem definida terá o mesmo potencial. Em outras palavras, criamos uma **superfície esférica de centro em  $q$  e raio  $r_1$** . Nessa superfície, teremos o mesmo potencial em todos os pontos.

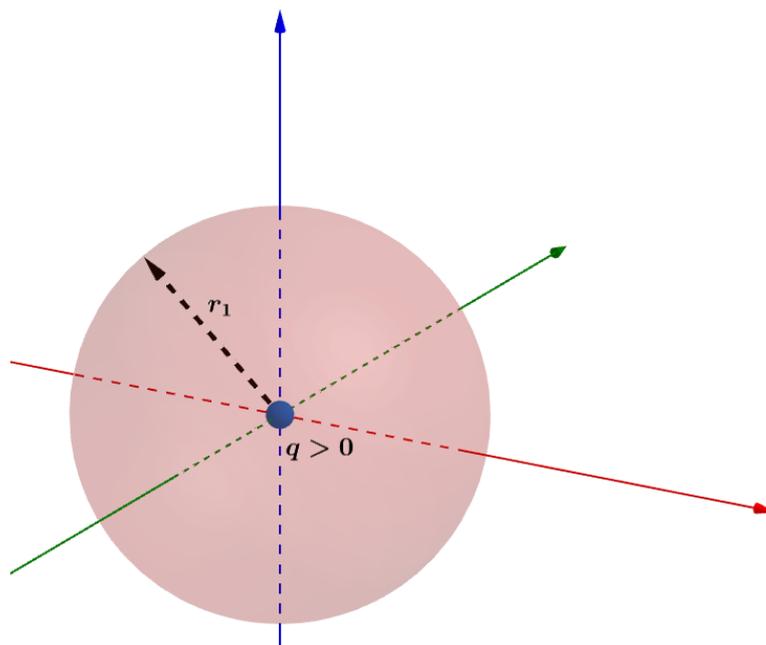


Figura 04.30: Superfície esférica equipotencial a uma distância  $r_1$ .

Quando variamos a distância  $r$  em relação à carga  $q$ , estamos criando várias superfícies esféricas equipotenciais. Dizemos que geramos uma família de superfícies equipotenciais.

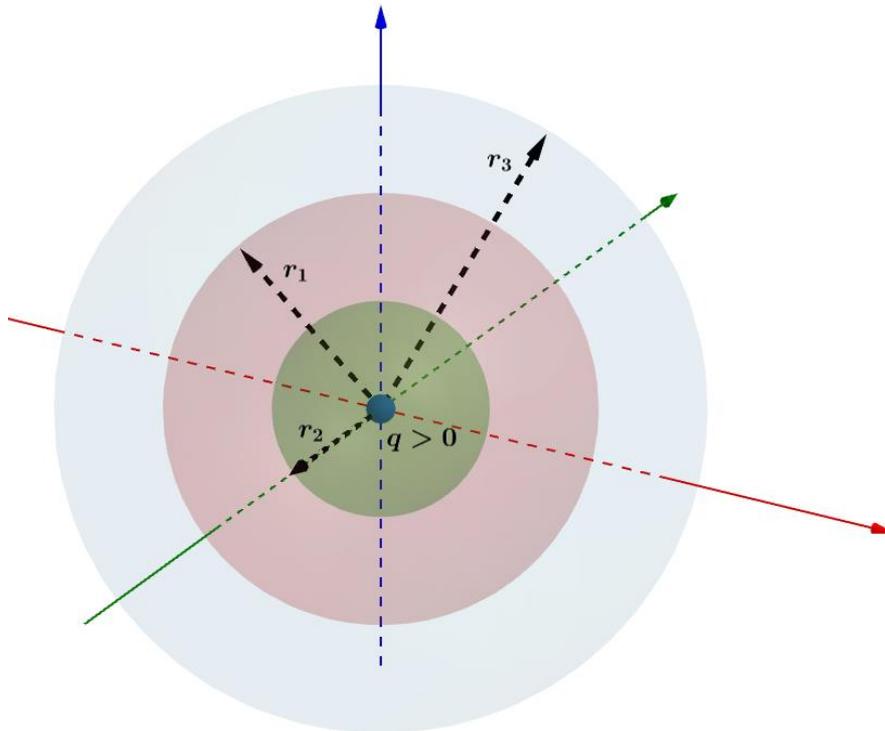


Figura 04.31: Família de superfícies equipotenciais.



Em uma superfície equipotencial, o trabalho da força elétrica ao longo de um deslocamento é **nulo**. Saiba também que as superfícies equipotenciais são **ortogonais** ao vetor campo elétrico,  $\vec{E}$ .

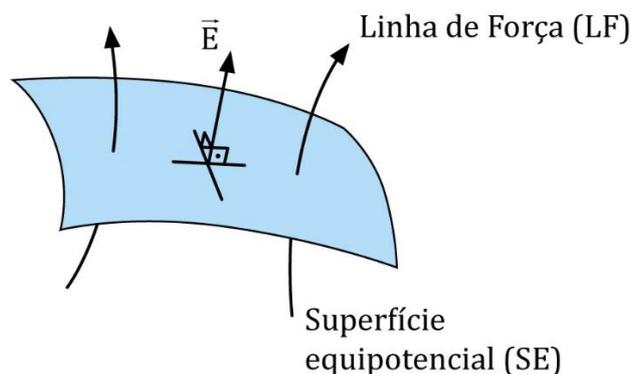


Figura 04.32: Superfície equipotencial ortogonal ao vetor  $\vec{E}$ .

Existem exemplos de aplicações de superfícies equipotenciais perpendiculares as linhas de campo que costumam ser cobrados em prova. O primeiro é o **campo elétrico uniforme**.

Nesse caso, sabemos que as linhas de força constituem um **feixe de retas paralelas** e, portanto, as superfícies equipotenciais são **planos perpendiculares as retas**.

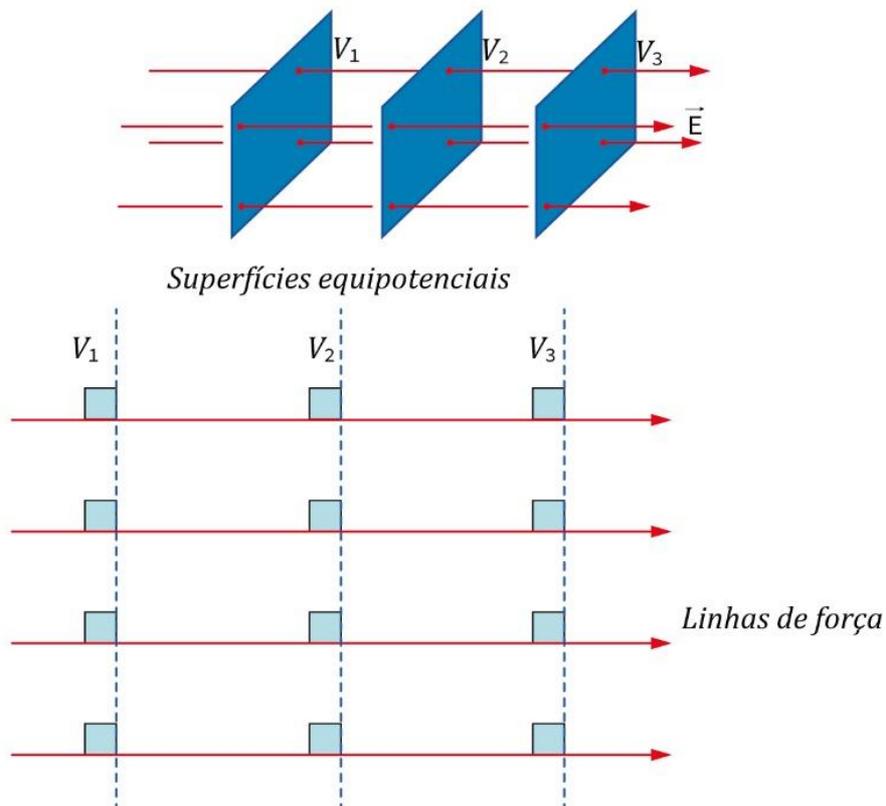


Figura 04.33: Linhas de campo perpendiculares às superfícies equipotenciais.

Para um campo gerado por carga puntiforme, sabemos que as linhas de força nesse caso são radiais para fora ( $q > 0$ ), portanto, as superfícies equipotenciais são superfícies esféricas centradas na carga geradora do campo.

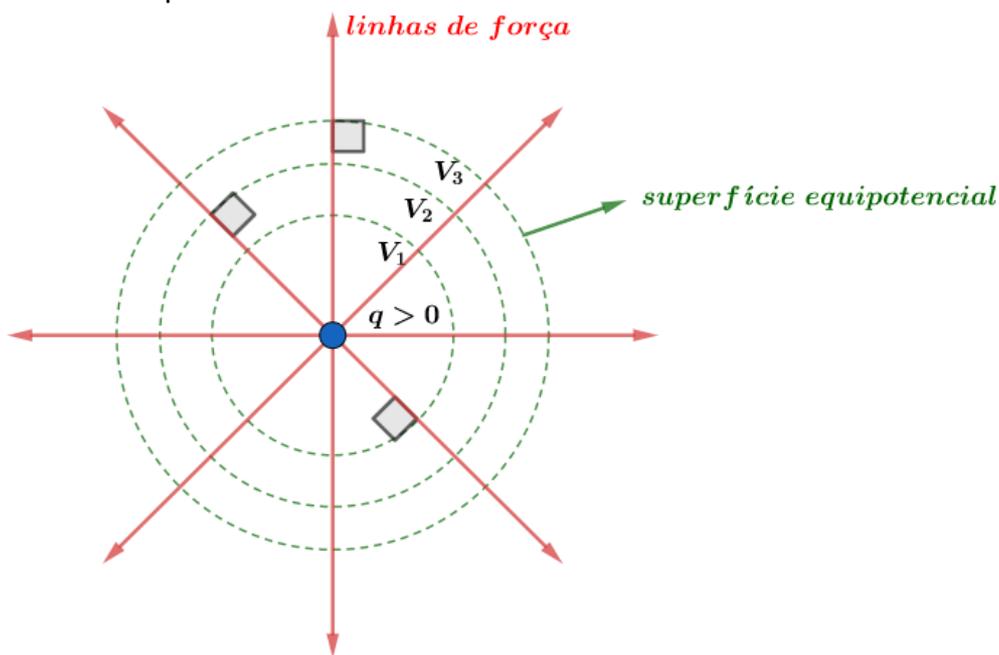
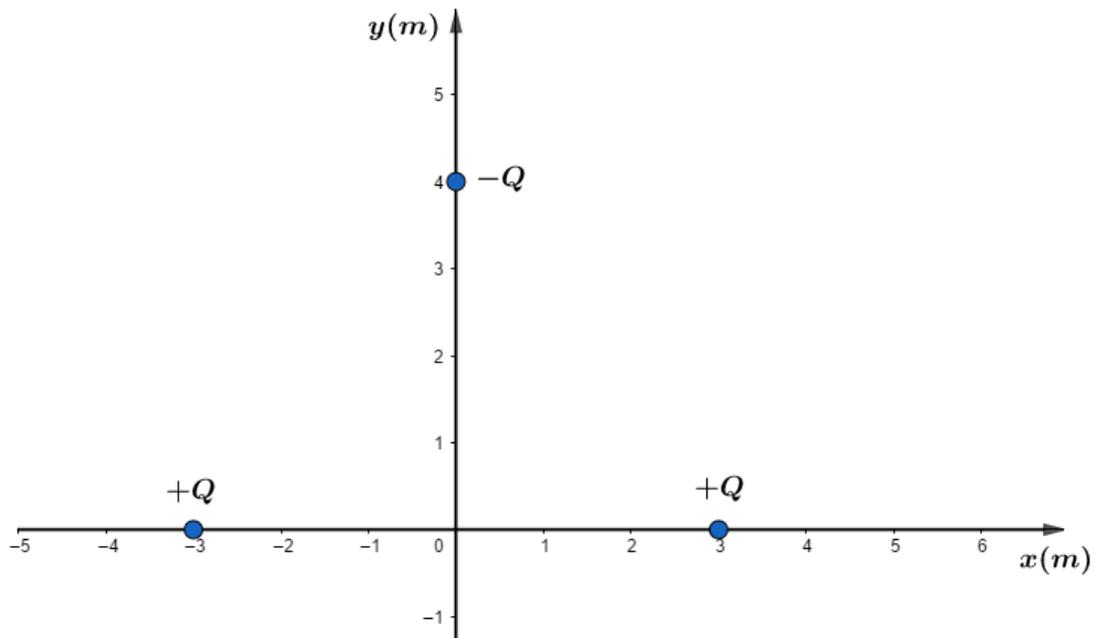


Figura 04.34: Superfícies equipotenciais geradas por uma carga puntiforme positiva.

(UFCE)

Considere três partículas de mesma massa  $M$ , eletricamente carregadas e dispostas no plano  $X - Y$ , como mostra a figura.





Duas delas, ambas com carga positiva  $+Q$ , estão fixadas, uma na posição  $(-3,0)$  e a outra na posição  $(3,0)$ . A terceira, de carga negativa  $-Q$  e originalmente na posição  $(0,4)$ , quando abandonada desloca-se ao longo do eixo  $Y$  devido à ação das partículas fixas, positivamente carregadas. Sabendo que  $|+Q| = |-Q| = 5 \times 10^{-6}C$ ,  $M = 1,2 \times 10^{-3}kg$  e  $K_0 = 9 \times 10^9 Nm^2/C^2$ , determine o módulo da velocidade, em  $m/s$ , com a qual a partícula de carga  $-Q$  passa pela origem  $(0,0)$ . Despreze atritos e efeitos de forças gravitacionais.

#### Comentários:

Devido ao fato de somente agir no corpo a força elétrica e sabendo que essa força é conservativa, podemos utilizar o teorema da energia cinética.

$$W_{F_{Res}} = \Delta E_c$$

Como a resultante é a força elétrica, temos que:

$$W_{F_{ele}} = (-Q) \cdot (V_{(0,4)} - V_{(0,0)})$$

O potencial no ponto  $(0,4)$  é dado por:

$$V_{(0,4)} = K_0 \frac{Q}{\sqrt{(-3-0)^2 + (0-4)^2}} + K_0 \frac{Q}{\sqrt{(3-0)^2 + (0-4)^2}}$$

$$V_{(0,4)} = 2,9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{5} = 18 \cdot 10^3 V$$

Já no ponto  $(0,0)$ :

$$V_{(0,0)} = 2,9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{3} = 30 \cdot 10^3 V$$

Portanto, utilizando o teorema, lembrando que a carga é abandonada no ponto  $(0,4)$ , temos:



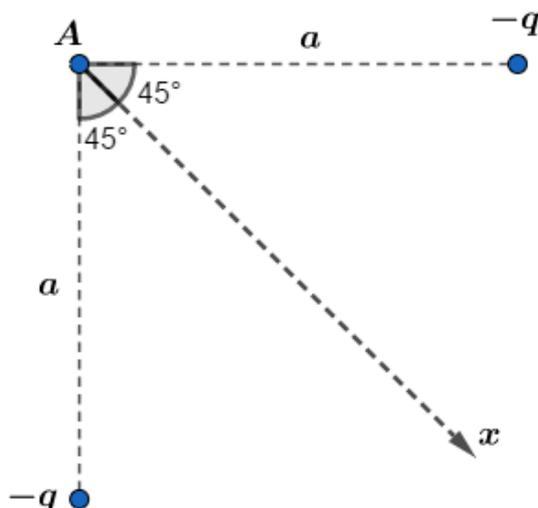
$$(-5 \cdot 10^{-6}) \cdot (18 \cdot 10^3 - 30 \cdot 10^3) = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot v^2$$

$$v^2 = 100 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

**Gabarito:  $v = 10 \text{ m/s}$ .**

**(FUVEST)**

Duas cargas  $-q$  distam  $a$  do ponto  $A$ , como indicado na figura.



- a) A que distância de  $A$ , sobre a reta  $Ax$ , devemos colocar uma carga  $+q$  para que o potencial eletrostático em  $A$  seja nulo?
- b) É este o único ponto do plano da figura em que a carga  $+q$  pode ser colocada para anular o potencial em  $A$ ? Justifique a resposta.

**Comentários:**

a) O potencial elétrico gerado pelas cargas  $-q$  em  $A$  são dados por:

$$V_1 = K \frac{(-q)}{a} \text{ e } V_2 = K \frac{(-q)}{a}$$

$$V_1 + V_2 = -2K \frac{q}{a}$$

Assim, devemos colocar uma carga  $+q$  a uma distância  $d$  igual a:

$$V_A = 0$$

$$K \frac{q}{d} - 2K \frac{q}{a} = 0$$

$$\boxed{d = \frac{a}{2}}$$

b) Quando fomos encontrar a distância  $d$  sobre a reta  $Ax$  onde o potencial é nulo, nós não restringimos apenas para pontos na reta  $Ax$ . Apenas colocamos a carga  $+q$  a uma distância  $d$ , pois dessa forma garantimos que o potencial em  $A$  será nulo. Dessa forma, basta que a carga  $+q$  esteja a uma distância  $d$  do ponto  $A$  que o potencial em  $A$  será nulo. Em outras palavras, qualquer ponto



da circunferência, com centro em  $A$  e raio  $d = \frac{a}{2}$ , fará com que a carga  $+q$  anule o potencial elétrico em  $A$ .

Portanto, o ponto encontrado no item a) não é único. O lugar geométrico dos pontos onde podemos colocar a carga  $+q$  para zerar o potencial em  $A$  é uma circunferência centrada em  $A$  e raio  $d = \frac{a}{2}$ .

**Gabarito: a)  $d = a/2$  b) Não. Qualquer ponto que faça parte da circunferência centrada em  $A$  e de raio  $d = a/2$  fará com que a carga  $+q$  anule o potencial elétrico em  $A$ .**

## 4.6 - Potencial de um condutor esférico

O campo elétrico de um condutor esférico para regiões externas, isto é, pontos fora da esfera, se passa como se o campo fosse gerado por uma carga puntiforme colocada no centro da esfera. Dessa forma, para pontos exteriores da esfera ocorrerá o mesmo para o potencial:

$$V_P = K \cdot \frac{q}{r}$$

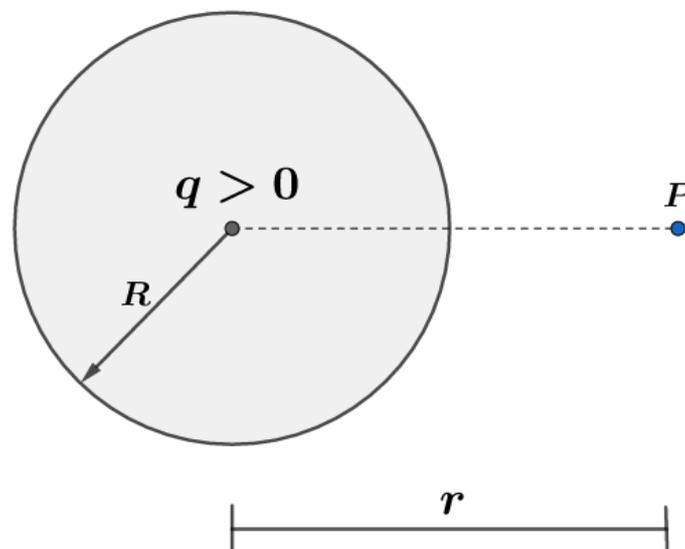


Figura 04.35: Potencial elétrico de um condutor esférico em função da distância ao centro dela.

Pode-se demonstrar que para pontos na superfície do condutor, o potencial é dado por:

$$V_{superfície} = K \cdot \frac{q}{R}$$

Como vimos agora a pouco, o potencial é o mesmo em qualquer ponto da esfera, portanto:

$$V_{esf} = V_{superfície} = K \cdot \frac{q}{R}$$

Assim, temos os seguintes gráficos para os potenciais das esferas condutoras em função da distância:



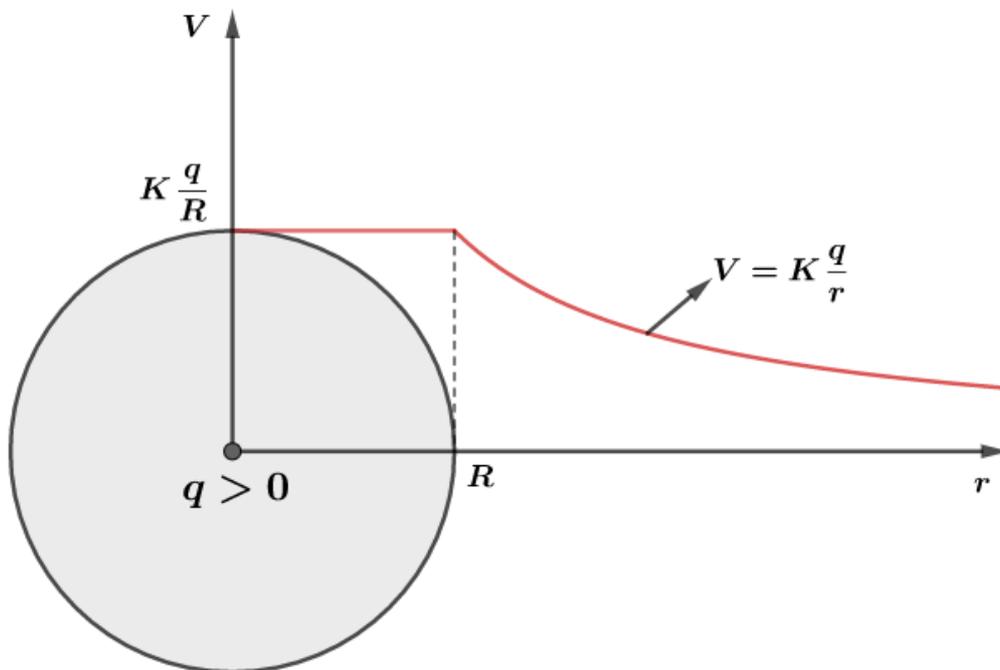


Figura 04.36: Potencial elétrico de um condutor esférico carregado com carga elétrica positiva em função da distância.

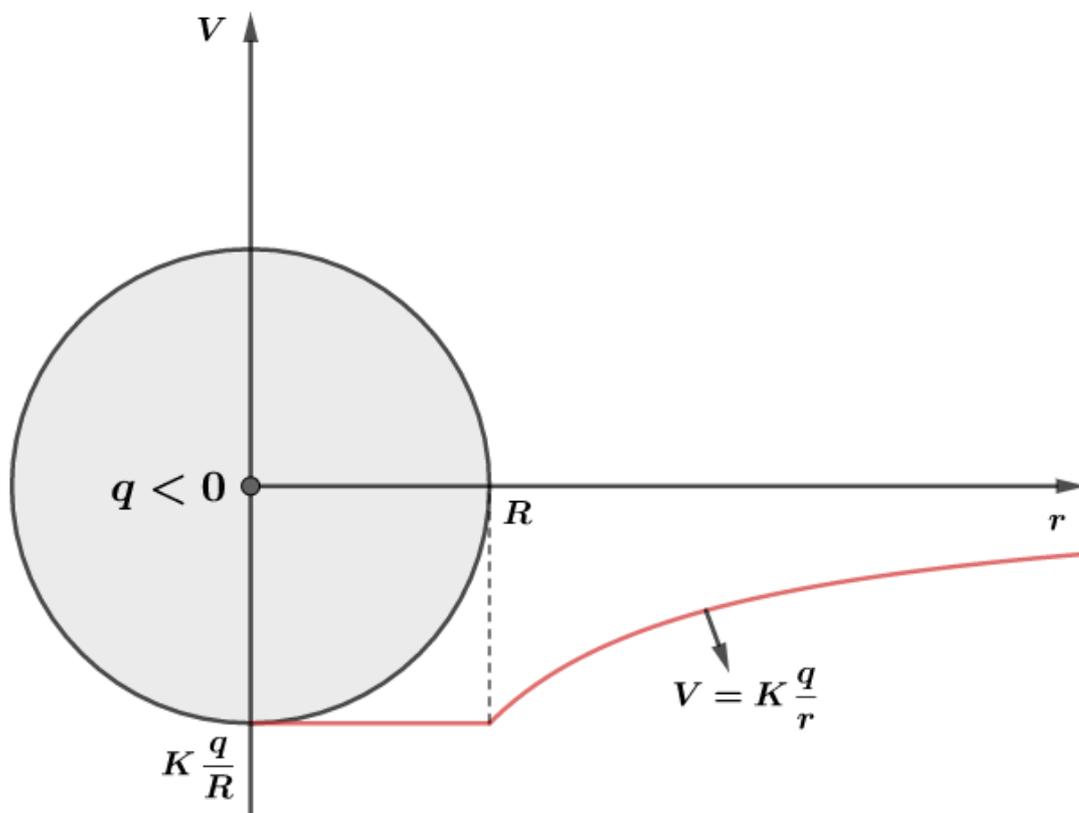


Figura 04.37: Potencial elétrico de um condutor esférico carregado com carga elétrica negativa em função da distância.

Embora tenhamos tirados conclusões para um condutor carregado, isolado e em equilíbrio eletrostático, podemos tomar como válidas para cargas uniformemente distribuídas em uma superfície esférica qualquer, ainda que a superfície externa seja de um material isolante.

Não podemos esquecer que o campo elétrico de condutor carregado e em equilíbrio eletrostático é dado por:

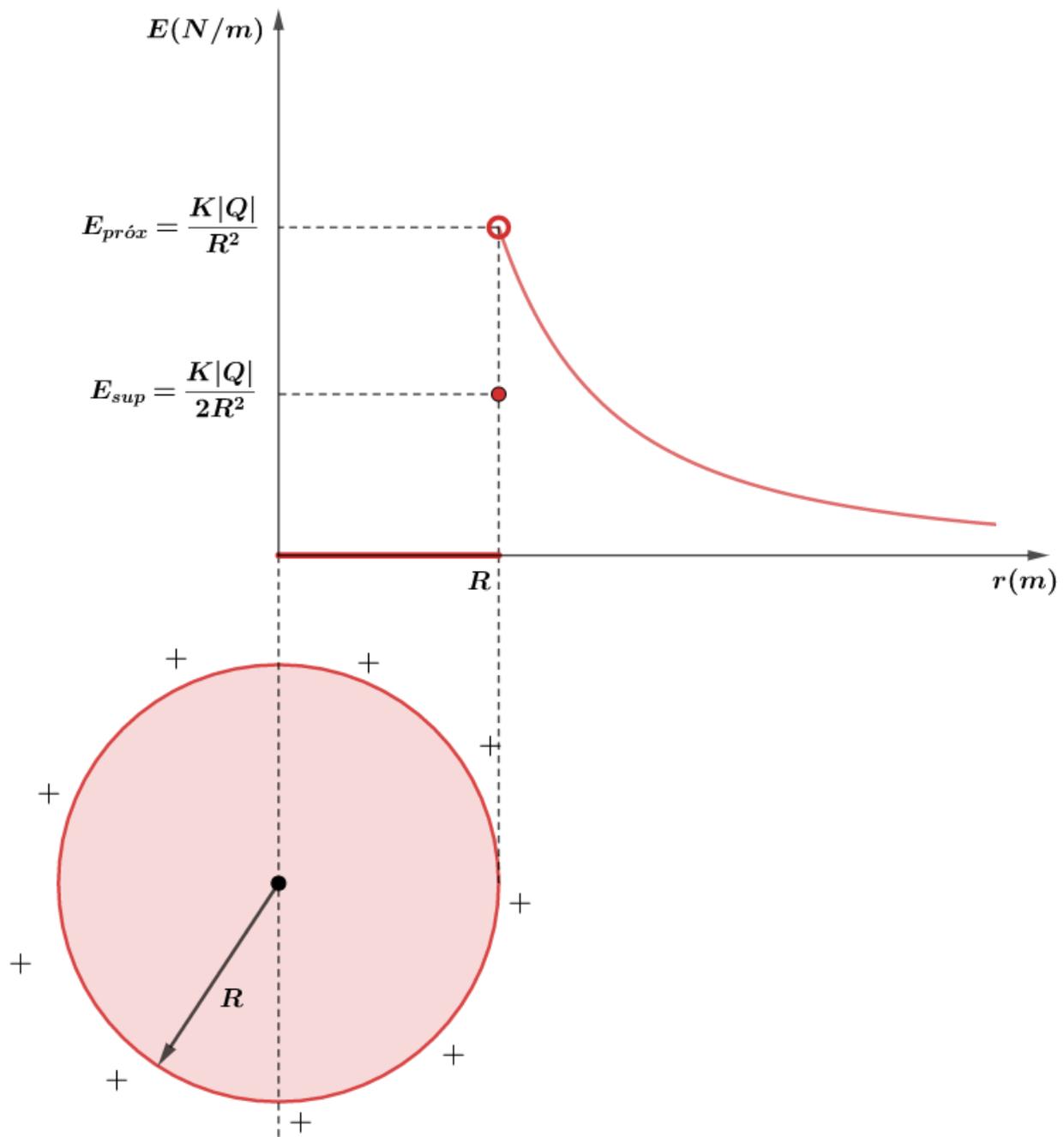


Figura 04.38: Campo elétrico em função da distância de um condutor carregado e em equilíbrio eletrostático.

## 4.7 - O potencial da Terra

A Terra pode ser considerada um grande condutor esférico negativamente eletrizada com carga próxima de  $-580\,000\text{ C}$ . Quando ligamos à Terra um condutor carregado negativamente, notamos que haverá fluxo de elétrons do condutor para a Terra, até o momento em que se anule a carga elétrica do corpo. Como visto anteriormente, os elétrons procuram, espontaneamente, potenciais maiores.

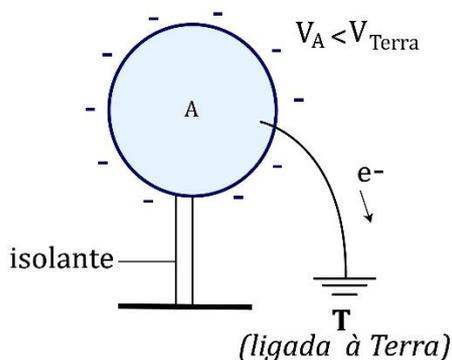


Figura 04.39: Carga negativa ligada à Terra.

No momento em que o condutor se neutralizar, seu potencial será o mesmo que o da Terra. Em contrapartida, quando ligamos à Terra um condutor carregado positivamente, notamos que haverá fluxo de elétrons da Terra para o condutor, até o momento em que se anule a carga elétrica do corpo. Novamente, os elétrons (cargas negativas) procuram, espontaneamente, potenciais maiores.

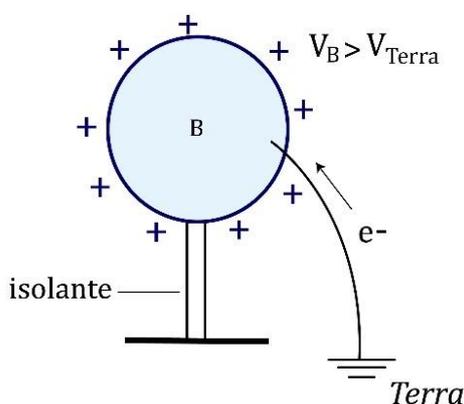


Figura 04.40: Carga positiva ligada à Terra.

Da mesma forma, quando o condutor se neutralizar, seu potencial será o mesmo que o da Terra. Sendo assim, é muito importante para o homem usar ligações à Terra para descarregar os corpos. Utilizamos esse artifício para descarregar corpos que foram atingidos por raios, por exemplo. Em vias de regra, sempre que ligamos um corpo metálico à Terra, asseguramos que o seu potencial elétrico se anule.

#### (UNICAMP)

Duas esferas condutoras A e B distantes possuem o mesmo raio  $R$  e estão carregadas com cargas  $Q_A = -q$  e  $Q_B = +2q$ , respectivamente. Uma terceira esfera condutora C, de mesmo raio  $R$  porém descarregada, é trazida desde longe e é levada a tocar primeiramente a esfera A, depois a esfera B e em seguida é levada novamente para longe.

- qual é a diferença de potencial entre as esferas A e B antes de a esfera C tocá-las?
- qual é a carga final da esfera C?

#### Comentários:

- antes do contato, os potenciais são:

$$V_A = K \cdot \frac{q_A}{r_A} = -K \cdot \frac{q}{R}$$



E para a esfera B:

$$V_B = K \cdot \frac{q_B}{r_B} = +2 \cdot K \cdot \frac{q}{R}$$

Portanto, a diferença de potencial  $V_A - V_B$  é de:

$$V_A - V_B = -K \cdot \frac{q}{R} - 2 \cdot K \cdot \frac{q}{R} = -3 \cdot K \cdot \frac{q}{R}$$

b) A carga da esfera C quando entra em contato com a esfera A é:

$$Q'_C = R_C \left( \frac{Q_A + Q_C}{R_A + R_C} \right) = R \left( \frac{-q + 0}{R + R} \right) = -\frac{q}{2}$$

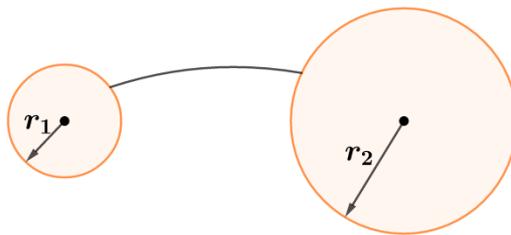
E quando a Esfera C, carregada com carga  $-\frac{q}{2}$ , é colocada em contato com B:

$$(Q_C)_{final} = R_C \left( \frac{Q'_C + Q_B}{R_C + R_B} \right) = R \left( \frac{-\frac{q}{2} + 2q}{R + R} \right) = \frac{3}{4}q$$

**Gabarito:** a)  $V_A - V_B = -3 \cdot K \cdot \frac{q}{R}$  e b)  $(Q_C)_{final} = \frac{3}{4}q$

**(PUC – SP)**

O sistema de condutores perfeitos da figura consta de duas esferas de raios  $r_1 = a$  e  $r_2 = 2a$ , interligados por um fio condutor de capacidade nula. Quando o sistema é eletrizado com carga positiva  $Q$ , após o equilíbrio eletrostático ser alcançado, o condutor de raio  $r_1$  apresenta densidade superficial de carga  $\sigma_1$  e o de raio  $r_2$  apresenta densidade superficial de carga  $\sigma_2$ . Nessa situação, a relação  $\sigma_1/\sigma_2$  vale:



- a) zero      b) 0,5      c) 1,0      d) 1,5      e) 2,0

**Comentários:**

Os dois condutores possuem o mesmo potencial após o equilíbrio eletrostático:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow K \frac{Q_1}{r_1} = K \frac{Q_2}{r_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

As densidades superficiais de carga são dadas pela razão entre a carga e a área superficial:

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{4\pi r_1^2} \text{ e } \sigma_2 = \frac{Q_2}{4\pi r_2^2}$$



Portanto a razão entre as duas será de:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\frac{Q_1}{4\pi r_1^2}}{\frac{Q_2}{4\pi r_2^2}} = \frac{Q_1 \cdot r_2^2}{Q_2 \cdot r_1^2}$$

Mas como  $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{r_1}{r_2}$ , então:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_1 \cdot r_2^2}{r_2 \cdot r_1^2}$$

Finalmente:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

Com isso, vemos que se  $r_2 > r_1$ , a esfera de raio menor possui maior densidade de cargas. Este fato evidencia nosso resultado acerca do poder das pontas:

*Se tomarmos um condutor não esférico, as cargas em excesso concentram-se mais nas regiões de menores raios de curvatura.*

Para o nosso caso,  $r_1 = a$  e  $r_2 = 2a$ , logo:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{2a}{a} \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 2$$

**Gabarito: “e”.**

---



## 5. Lista de exercícios

### 1. (2018/CN)

Sobre eletricidade e magnetismo analise as afirmativas abaixo e assinale a opção que apresenta o conceito INCORRETO.

(A) Partículas ou corpos com cargas elétricas de sinais iguais se repelem e com sinais opostos se atraem.

(B) Um corpo é dito neutro quando possui igual quantidade de prótons e elétrons.

(C) Um corpo é dito eletrizado positivamente quando inicialmente neutro, por algum processo de eletrização recebe prótons de outro corpo.

(D) Em um sistema eletricamente isolado, dois corpos inicialmente neutros e de materiais diferentes, quando atritados entre si adquirem cargas elétricas de mesmo módulo e sinais opostos.

(E) A Terra pode ser considerada como se fosse um grande imã, em que o polo magnético norte se encontra próximo ao polo geográfico sul e o polo magnético sul próximo ao polo geográfico norte.

### 2. (2018/EAM)

Em missão de treinamento de pouso e decolagem no Porta Aviões São Paulo, entre um pouso e uma decolagem, a aeronave TA-4KU (SKYHAWK) do Esquadrão VF-1, proveniente da Base Aérea Naval de São Pedro da Aldeia, é reabastecida. O Marinheiro responsável, conhecedor do processo de eletrização por atrito à qual toda aeronave fica sujeita em voo e conhecedor das normas de segurança que regulamentam o abastecimento de aeronaves, realiza o procedimento correto: antes de introduzir a mangueira de combustível no bocal do tanque, liga por meio de um fio condutor (fio terra) a aeronave a uma haste metálica no convés do São Paulo. Marque a opção que melhor descreve o processo de eletrização por atrito considerando para tal um sistema eletricamente isolado e constituído de dois corpos.

(A) Dois corpos inicialmente neutros, de materiais diferentes, quando atritados, adquirem cargas elétricas de sinais opostos.

(B) Dois corpos inicialmente neutros, de materiais diferentes, quando atritados, adquirem cargas elétricas de sinais iguais.

(C) Dois corpos inicialmente neutros, de materiais iguais, quando atritados, adquirem cargas elétricas de sinais opostos.

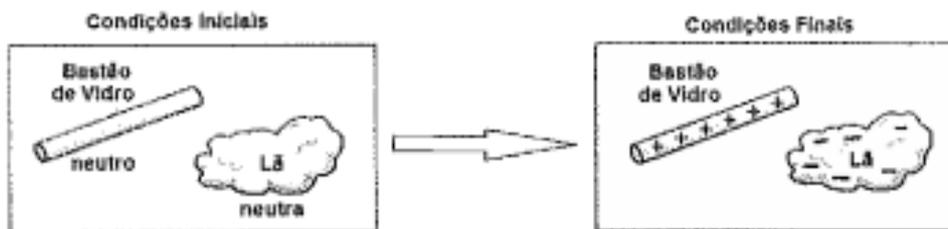
(D) Dois corpos inicialmente neutros, de materiais iguais, quando atritados, adquirem cargas elétricas de sinais iguais.

(E) Dois corpos inicialmente carregados, de materiais diferentes, quando atritados, adquirem cargas elétricas de sinais opostos.



### 3. (2016/EAM)

As figuras abaixo mostram as condições iniciais e finais de um processo de eletrização feito com dois corpos.



Com base nas condições acima, analise as afirmativas abaixo.

- I - A eletrização foi feita por indução.
  - II - A eletrização foi feita por atrito.
  - III - A eletrização foi feita por contato.
  - IV - O bastão de vidro ganhou prótons.
  - V - A lâmina ganhou elétrons.
- a) Apenas as afirmativas I e IV estão corretas.
  - b) Apenas as afirmativas II e V estão corretas.
  - c) Apenas as afirmativas III e IV estão corretas.
  - d) Apenas as afirmativas II, IV e V estão corretas.
  - e) Apenas as afirmativas III, IV e V estão corretas.

### 4. (2017/EEAR)

Duas esferas idênticas A e B, de cargas iguais a  $Q_A = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  e  $Q_B = -8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , estão inicialmente isoladas uma da outra. Em seguida, ambas são colocadas em contato e depois separadas por uma distância de 30cm no vácuo. Determine o valor aproximado da força elétrica que passa a atuar entre as cargas.

(Dados: constante eletrostática no vácuo  $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$ )

- a) 2 N
- b) 3 N
- c) 6 N
- d) 9 N

### 5. (2017/EEAR)

Duas cargas idênticas são colocadas no vácuo a uma certa distância uma da outra. No ponto médio entre as cargas, o campo elétrico resultante será \_\_\_\_\_ e o potencial elétrico resultante será \_\_\_\_\_ do potencial de uma das cargas. A sequência de palavras que completa corretamente as lacunas será:

- a) nulo – o dobro
- b) nulo – a metade
- c) o dobro – o dobro
- d) a metade – o dobro



## 6. (2018/AFA)

### RAIOS CAUSAM 130 MORTES POR ANO NO BRASIL; SAIBA COMO PREVENIR

Começou a temporada de raios e o Brasil é o lugar onde eles mais caem no mundo.

Os raios são fenômenos da natureza impressionantes, mas causam mortes e prejuízos. Todos os anos morrem em média 130 pessoas no país atingidas por essas descargas elétricas. (...)

(...) Segundo as pesquisas feitas pelo grupo de eletricidade atmosférica do INPE, o número de mortes por raios é maior do que por deslizamentos e enchentes. E é na primavera e no verão, época com mais tempestades, que a preocupação aumenta (...)

(Disponível em: [ww1.g1.globo.com/bom-dia-brasil](http://ww1.g1.globo.com/bom-dia-brasil). Acesso em: 16 fev. 2017)

Como se pode verificar na notícia acima, os raios causam mortes e, além disso, constantemente há outros prejuízos ligados a eles: destruição de linhas de transmissão de energia e telefonia, incêndios florestais, dentre outros.

As nuvens se eletrizam devido às partículas de gelo que começam a descer muito rapidamente, criando correntes de ar bastante bruscas, o que provoca fricção entre gotas de água e de gelo, responsável pela formação e, conseqüentemente, a acumulação de eletricidade estática.

Quando se acumula carga elétrica negativa demasiadamente na zona inferior da nuvem (este é o caso mais comum) ocorre uma descarga elétrica em direção ao solo (que por indução eletrostática adquiriu cargas positivas).

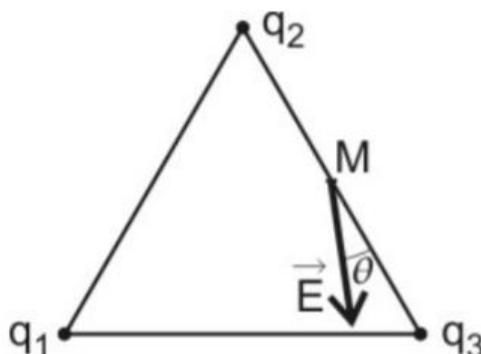
Considere que a base de uma nuvem de tempestade, eletricamente carregada com carga de módulo igual a  $2,0 \cdot 10^2 \text{ C}$ , situa-se a 500 m acima do solo. O ar mantém-se isolante até que o campo elétrico entre a base da nuvem e o solo atinja o valor de  $5,00 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ .

Nesse instante a nuvem se descarrega por meio de um raio que dura 0,10 s. Considerando que o campo elétrico na região onde ocorreu o raio seja uniforme, a energia liberada neste raio é, em joules, igual a

- a)  $5,00 \cdot 10^8$                       b)  $4,00 \cdot 10^{10}$                       c)  $2,50 \cdot 10^{11}$                       d)  $1,50 \cdot 10^{15}$

## 7. (2018/AFA)

Três cargas elétricas pontuais,  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$ , estão fixas de tal forma que os segmentos de reta que unem cada par de carga formam um triângulo equilátero com o plano na vertical, conforme ilustra a figura a seguir.

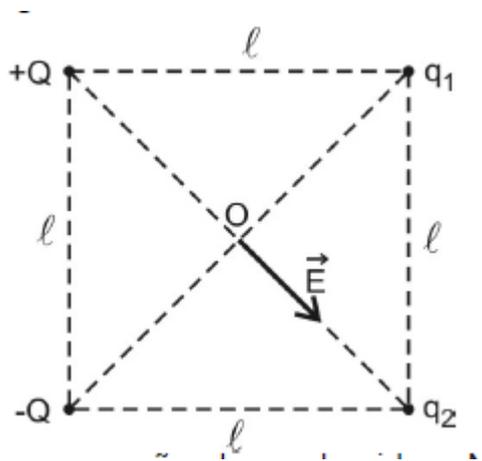


M é o ponto médio do segmento que une  $q_2$  e  $q_3$ . A carga elétrica  $q_2$  é positiva e igual a  $Q$ , enquanto que  $q_1$  e  $q_3$  são desconhecidas. Verifica-se que o vetor campo elétrico  $E$ , no ponto M, gerado por estas três cargas, forma com o lado que une  $q_2$  e  $q_3$  um ângulo  $\theta$  de  $19^\circ$  e está apontado para baixo. Sabendo-se, ainda, que a força elétrica de interação entre as cargas  $q_1$  e  $q_2$  é menor que a força elétrica entre  $q_2$  e  $q_3$ , é correto afirmar que

- a) o potencial elétrico gerado por estas três cargas no ponto M pode ser nulo.
- b) o potencial elétrico gerado por estas três cargas no ponto M é positivo.
- c) o trabalho realizado pela força aplicada por um agente externo para levar uma carga de prova positiva do ponto M até o infinito, com velocidade constante, é motor.
- d) a soma algébrica entre as cargas  $q_1$  e  $q_2$  é menor do que  $Q$ .

### 8. (2017/AFA)

Um sistema é composto por quatro cargas elétricas puntiformes fixadas nos vértices de um quadrado, conforme ilustrado na figura abaixo.



As cargas  $q_1$  e  $q_2$  são desconhecidas. No centro  $O$  do quadrado o vetor campo elétrico  $E$ , devido às quatro cargas, tem a direção e o sentido indicados na figura. A partir da análise deste campo elétrico, pode-se afirmar que o potencial elétrico em  $O$

- a) é positivo.
- b) é negativo.
- c) é nulo.
- d) pode ser positivo.

### 9. (E. Naval)

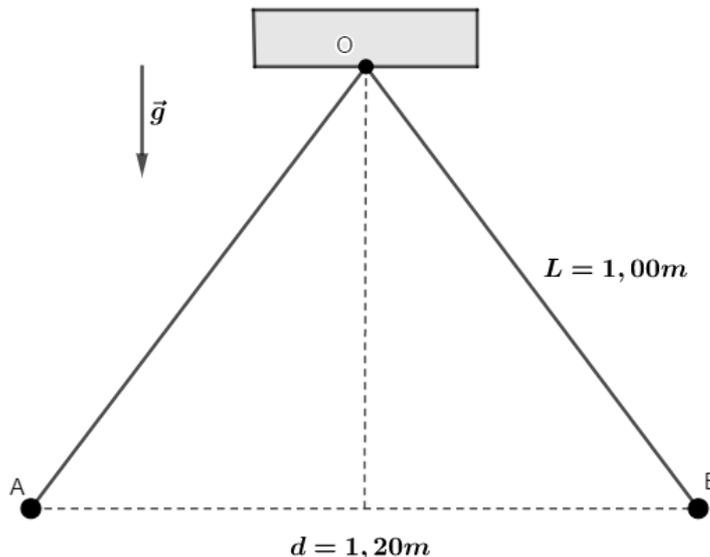
$A$ ,  $B$  e  $C$  são os vértices de um triângulo equilátero de 3 metros de lado e  $D$  é o ponto médio do lado  $BC$ . Em cada um dos vértices  $B$  e  $C$  há uma carga elétrica puntiforme, positiva, fixa, de 1,0 nanocoulomb ( $1 \text{ nano} = 10^{-9}$ ). Uma terceira carga, puntiforme, positiva, de 1,0 nanocoulomb é lançada, com energia cinética de 10 nanojoules, do vértice  $A$  em direção ao ponto  $D$ . Considerando que a constante eletrostática do meio (vácuo) seja  $9 \times 10^9$  uSI e que

as únicas forças atuantes na carga móvel sejam as decorrentes da interação elétrica com as duas cargas fixas mencionadas, a energia cinética da carga móvel, em nanojoules, ao passar pelo ponto  $D$  é:

- a) 0      b) 4      c) 6      d) 8      e) 16

### 10. (AFA)

Duas esferas condutoras idênticas muito pequenas, de mesma massa  $m = 0,4 \text{ g}$ , encontram-se no vácuo, suspensas por meio de dois fios leves, isolantes, de comprimentos iguais a  $L = 1,00 \text{ m}$ , presos a um mesmo ponto de suspensão  $O$ .



Estando as esferas separadas, eletriza-se uma delas com carga  $Q$ , mantendo-se a outra neutra. Em seguida, elas são colocadas em contato e, depois, abandonadas, verificando-se que na posição de equilíbrio a distância entre elas é  $d = 1,20 \text{ m}$ . Considere  $Q > 0$ .

Nessa situação, o valor de  $Q$  é?

Dados:  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

## 6. Gabarito sem comentários

1. C	2. A	3. B
4. B	5. A	6. C
7. D	8. B	9. B
10. $Q = 1,38 \mu\text{C}$		





## 7. Lista de exercícios comentada

### 1. (2018/CN)

Sobre eletricidade e magnetismo analise as afirmativas abaixo e assinale a opção que apresenta o conceito INCORRETO.

(A) Partículas ou corpos com cargas elétricas de sinais iguais se repelem e com sinais opostos se atraem.

(B) Um corpo é dito neutro quando possui igual quantidade de prótons e elétrons.

(C) Um corpo é dito eletrizado positivamente quando inicialmente neutro, por algum processo de eletrização recebe prótons de outro corpo.

(D) Em um sistema eletricamente isolado, dois corpos inicialmente neutros e de materiais diferentes, quando atritados entre si adquirem cargas elétricas de mesmo módulo e sinais opostos.

(E) A Terra pode ser considerada como se fosse um grande ímã, em que o polo magnético norte se encontra próximo ao polo geográfico sul e o polo magnético sul próximo ao polo geográfico norte.

#### Comentários:

Todos os itens estão corretos exceto a opção (C). Esta opção diz que um corpo é dito positivamente eletrizado quando, depois de neutro recebe prótons por algum processo de eletrização, quando na verdade deveria estar dizendo que ele perde elétrons por algum processo de eletrização, que é o correto, pois quem se move é o elétron.

**Gabarito: “c”.**

### 2. (2018/EAM)

Em missão de treinamento de pouso e decolagem no Porta Aviões São Paulo, entre um pouso e uma decolagem, a aeronave TA-4KU (SKYHAWK) do Esquadrão VF-1, proveniente da Base Aérea Naval de São Pedro da Aldeia, é reabastecida. O Marinheiro responsável, conhecedor do processo de eletrização por atrito à qual toda aeronave fica sujeita em voo e conhecedor das normas de segurança que regulamentam o abastecimento de aeronaves, realiza o procedimento correto: antes de introduzir a mangueira de combustível no bocal do tanque, liga por meio de um fio condutor (fio terra) a aeronave a uma haste metálica no convés do São Paulo. Marque a opção que melhor descreve o processo de eletrização por atrito considerando para tal um sistema eletricamente isolado e constituído de dois corpos.

(A) Dois corpos inicialmente neutros, de materiais diferentes, quando atritados, adquirem cargas elétricas de sinais opostos.

B) Dois corpos inicialmente neutros, de materiais diferentes, quando atritados, adquirem cargas elétricas de sinais iguais.



- (C) Dois corpos inicialmente neutros, de materiais iguais, quando atritados, adquirem cargas elétricas de sinais opostos.
- D) Dois corpos inicialmente neutros, de materiais iguais, quando atritados, adquirem cargas elétricas de sinais iguais.
- (E) Dois corpos inicialmente carregados, de materiais diferentes, quando atritados, adquirem cargas elétricas de sinais opostos.

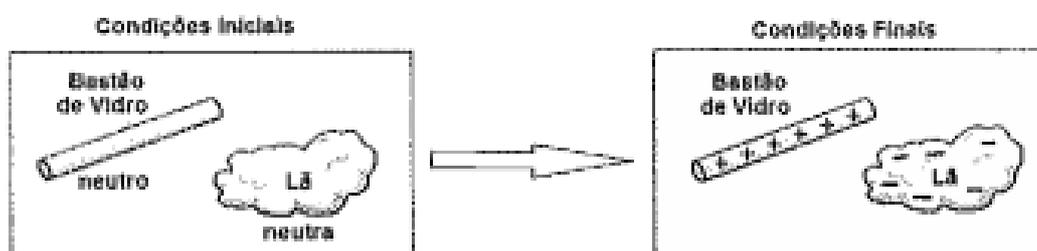
### Comentários:

Na eletrização por atrito, matérias diferentes a partir da fricção mútua realizam a troca de elétrons de modo a um dos corpos ficar positivo, com ausência de elétrons e o outro, negativo, com excesso de elétrons. Desse modo, adquirem cargas elétricas de sinais

**Gabarito: “a”.**

### 3. (2016/EAM)

As figuras abaixo mostram as condições iniciais e finais de um processo de eletrização feito com dois corpos.



Com base nas condições acima, analise as afirmativas abaixo.

- I - A eletrização foi feita por indução.
- II - A eletrização foi feita por atrito.
- III - A eletrização foi feita por contato.
- IV - O bastão de vidro ganhou prótons.
- V - A lâmina ganhou elétrons.
- a) Apenas as afirmativas I e IV estão corretas.
- b) Apenas as afirmativas II e V estão corretas.
- c) Apenas as afirmativas III e IV estão corretas.
- d) Apenas as afirmativas II, IV e V estão corretas.
- e) Apenas as afirmativas III, IV e V estão corretas.

### Comentários:

I – **Errado!** Eletrização por indução causaria uma concentração de elétrons em uma extremidade da barra e uma deficiência de elétrons na extremidade oposta, o que não é o caso.

II – **Correto!** Eletrização por atrito proporciona uma “polarização” dos objetos.

III – Errado! Eletrização por contato determinaria cargas de mesmo sinal em ambos os objetos.

IV – Errado! O bastão não ganhou prótons, mas está com deficiência de elétrons.

V – Correto! A lã está com uma concentração maior de elétrons que o padrão.

Gabarito: “b”.

#### 4. (2017/EEAR)

Duas esferas idênticas A e B, de cargas iguais a  $Q_A = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  e  $Q_B = -8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , estão inicialmente isoladas uma da outra. Em seguida, ambas são colocadas em contato e depois separadas por uma distância de 30cm no vácuo. Determine o valor aproximado da força elétrica que passa a atuar entre as cargas.

(Dados: constante eletrostática no vácuo  $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ )

- a) 2 N                      b) 3 N                      c) 6 N                      d) 9 N

#### Comentários:

Por serem idênticas, ao colocarmos em contato, ambas as esferas adquirem o mesmo potencial elétrico, assim:

$$V_{Af} = V_{Bf} \rightarrow \frac{KQ_{Af}}{r} = \frac{KQ_{Bf}}{r} \rightarrow Q_{Bf} = Q_{Af} \text{ (Cargas finais iguais!)}$$

Assim, temos também que:

$$Q_{Ai} + Q_{Bi} = Q_{Af} + Q_{Bf} \rightarrow Q_{Af} = Q_{Bf} = 5,5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

Como a distância entre as esferas é 0,3 m:

$$F = \frac{K \cdot Q_{Af} \cdot Q_{Bf}}{(r)^2} \rightarrow \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (5,5 \cdot 10^{-6})^2}{(0,3)^2} \cong 3 \text{ N}$$

Gabarito: “b”.

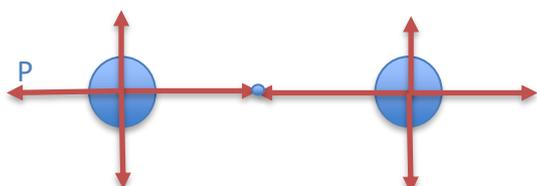
#### 5. (2017/EEAR)

Duas cargas idênticas são colocadas no vácuo a uma certa distância uma da outra. No ponto médio entre as cargas, o campo elétrico resultante será \_\_\_\_\_ e o potencial elétrico resultante será \_\_\_\_\_ do potencial de uma das cargas. A sequência de palavras que completa corretamente as lacunas será:

- a) nulo – o dobro                      b) nulo – a metade  
c) o dobro – o dobro                      d) a metade – o dobro

#### Comentários:

Sabendo que campo elétrico é um vetor, com origem na carga, temos:



No ponto “P”, portanto, temos que os vetores das cargas são contrários e então se anulam. Entretanto, para o potencial elétrico, que não é um vetor, tal raciocínio não se aplica. Os potenciais elétricos no ponto P se somam.

$$V(p) = \frac{-kq^2}{d} + \frac{-kq^2}{d} = \frac{-2kq^2}{d}$$

**Gabarito: “a”.**

## 6. (2018/AFA)

### RAIOS CAUSAM 130 MORTES POR ANO NO BRASIL; SAIBA COMO PREVENIR

Começou a temporada de raios e o Brasil é o lugar onde eles mais caem no mundo.

Os raios são fenômenos da natureza impressionantes, mas causam mortes e prejuízos. Todos os anos morrem em média 130 pessoas no país atingidas por essas descargas elétricas. (...)

(...) Segundo as pesquisas feitas pelo grupo de eletricidade atmosférica do INPE, o número de mortes por raios é maior do que por deslizamentos e enchentes. E é na primavera e no verão, época com mais tempestades, que a preocupação aumenta (...)

*(Disponível em: [ww1.g1.globo.com/bom-dia-brasil](http://ww1.g1.globo.com/bom-dia-brasil). Acesso em: 16 fev. 2017)*

Como se pode verificar na notícia acima, os raios causam mortes e, além disso, constantemente há outros prejuízos ligados a eles: destruição de linhas de transmissão de energia e telefonia, incêndios florestais, dentre outros.

As nuvens se eletrizam devido às partículas de gelo que começam a descer muito rapidamente, criando correntes de ar bastante bruscas, o que provoca fricção entre gotas de água e de gelo, responsável pela formação e, conseqüentemente, a acumulação de eletricidade estática.

Quando se acumula carga elétrica negativa demasiadamente na zona inferior da nuvem (este é o caso mais comum) ocorre uma descarga elétrica em direção ao solo (que por indução eletrostática adquiriu cargas positivas).

Considere que a base de uma nuvem de tempestade, eletricamente carregada com carga de módulo igual a  $2,0 \cdot 10^2 \text{ C}$ , situa-se a 500 m acima do solo. O ar mantém-se isolante até que o campo elétrico entre a base da nuvem e o solo atinja o valor de  $5,00 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ .

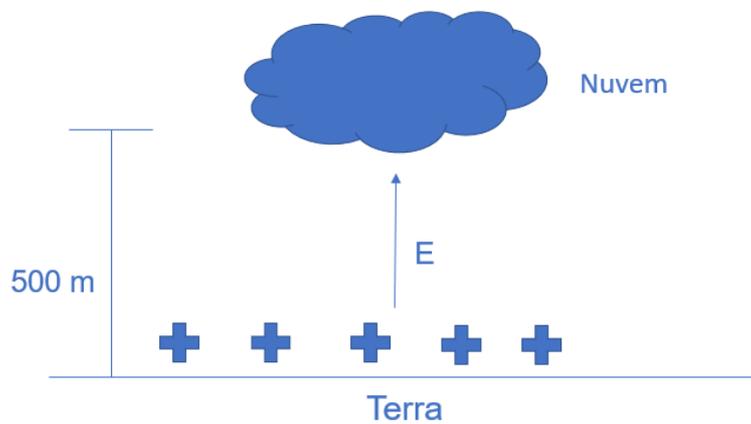
Nesse instante a nuvem se descarrega por meio de um raio que dura 0,10 s. Considerando que o campo elétrico na região onde ocorreu o raio seja uniforme, a energia liberada neste raio é, em joules, igual a

- a)  $5,00 \cdot 10^8$                       b)  $4,00 \cdot 10^{10}$                       c)  $2,50 \cdot 10^{11}$                       d)  $1,50 \cdot 10^{15}$

### Comentários:

Vamos observar o esquema abaixo:





Esse esquema forma um capacitor! Logo, temos:

$$Energ = \frac{q \cdot U}{2}$$

Mas, a tensão é dada por:

$$U = E \cdot d = 5 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^2 = 25 \cdot 10^8 \text{ V}$$

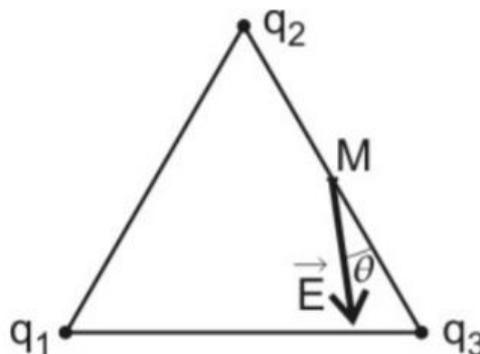
Daí:

$$Energ = \frac{25 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^2}{2} = 2,5 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

**Gabarito: "c".**

### 7. (2018/AFA)

Três cargas elétricas pontuais,  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$ , estão fixas de tal forma que os segmentos de reta que unem cada par de carga formam um triângulo equilátero com o plano na vertical, conforme ilustra a figura a seguir.



M é o ponto médio do segmento que une  $q_2$  e  $q_3$ . A carga elétrica  $q_2$  é positiva e igual a  $Q$ , enquanto que  $q_1$  e  $q_3$  são desconhecidas. Verifica-se que o vetor campo elétrico  $E$ , no ponto M, gerado por estas três cargas, forma com o lado que une  $q_2$  e  $q_3$  um ângulo  $\theta$  de  $19^\circ$  e está apontado para baixo. Sabendo-se, ainda, que a força elétrica de interação entre as cargas  $q_1$  e  $q_2$  é menor que a força elétrica entre  $q_2$  e  $q_3$ , é correto afirmar que

- a) o potencial elétrico gerado por estas três cargas no ponto M pode ser nulo.
- b) o potencial elétrico gerado por estas três cargas no ponto M é positivo.



- c) o trabalho realizado pela força aplicada por um agente externo para levar uma carga de prova positiva do ponto M até o infinito, com velocidade constante, é motor.
- d) a soma algébrica entre as cargas  $q_1$  e  $q_2$  é menor do que  $Q$ .

**Comentários:**

$Q_2$  é positiva: gera campo divergente em M.

$Q_1$  tem que ser negativa, pois precisa gerar campo convergente em M, devido ao campo elétrico E.

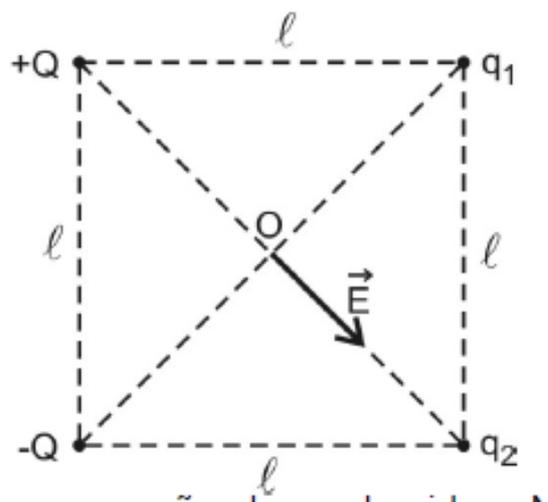
$Q_3$  pode ser negativa ou positiva. Caso negativa, pode ter qualquer módulo, visto que gera campo na direção do próprio  $Q_3$ . Caso positiva, deve ter módulo menor que  $Q_2$  para que a resultante do campo no eixo que une  $Q_2$  e  $Q_3$  esteja na direção de  $Q_3$ .

Como  $Q_1 < 0$  e  $Q_2 = Q > 0$ , temos que a soma algébrica de  $Q_1$  e  $Q_2$  é menor do que  $Q$ .

**Gabarito: “d”.**

**8. (2017/AFA)**

Um sistema é composto por quatro cargas elétricas puntiformes fixadas nos vértices de um quadrado, conforme ilustrado na figura abaixo.



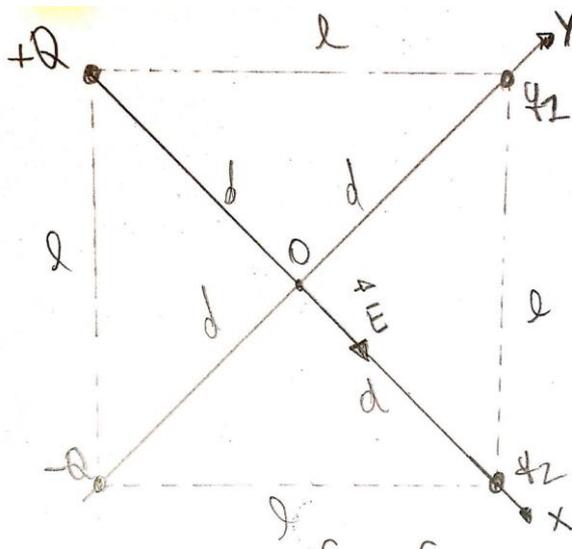
As cargas  $q_1$  e  $q_2$  são desconhecidas. No centro O do quadrado o vetor campo elétrico E, devido às quatro cargas, tem a direção e o sentido indicados na figura. A partir da análise deste campo elétrico, pode-se afirmar que o potencial elétrico em O

- a) é positivo.
- b) é negativo.
- c) é nulo.
- d) pode ser positivo.

**Comentários:**

Assumindo como eixos ortogonais as diagonais do quadrado, temos que  $E(\text{res})$  em y é nulo. Para isso, a carga  $q_1$  precisa ser de mesmo módulo e sinal que a oposta a ela em relação ao centro. Assim,  $q_1 = -Q$ .





No eixo x, temos um  $E(\text{res})$  diferente de zero. Como as linhas de campo saem da carga positiva, percebemos que a carga  $+Q$  já proporciona um  $E(\text{res})$  como o indicado na figura. Por isso, temos três opções para  $q_2$ :

1 –  $q_2=0$ ;

2 –  $0 < q_2 < -Q$ , para o  $E(\text{res})$  permanecer no sentido da figura quando fizermos a soma vetorial;

3 –  $q_2 < 0$ , apenas aumentaria o módulo do  $E(\text{res})$  no sentido da figura;

Portanto, como potencial é uma grandeza escalar, o potencial no centro é a soma dos potenciais:  $V = -Q * d + (-Q * d) + q_2 * d + Q * d = d * (q_2 - Q)$ ; ( $d$  igual à metade da diagonal do quadrado).

Dessa forma, pelas restrições de  $q_2$  acima, temos que o potencial sempre será negativo.

**Gabarito: “b”.**

### 9. (E. Naval)

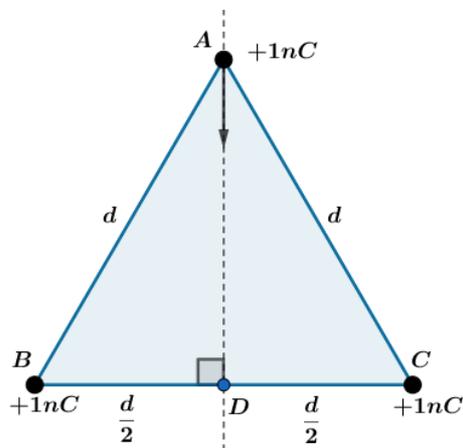
$A$ ,  $B$  e  $C$  são os vértices de um triângulo equilátero de 3 metros de lado e  $D$  é o ponto médio do lado  $BC$ . Em cada um dos vértices  $B$  e  $C$  há uma carga elétrica puntiforme, positiva, fixa, de 1,0 nanocoulomb ( $1 \text{ nano} = 10^{-9}$ ). Uma terceira carga, puntiforme, positiva, de 1,0 nanocoulomb é lançada, com energia cinética de 10 nanojoules, do vértice  $A$  em direção ao ponto  $D$ . Considerando que a constante eletrostática do meio (vácuo) seja  $9 \times 10^9 \text{ uSI}$  e que as únicas forças atuantes na carga móvel sejam as decorrentes da interação elétrica com as duas cargas fixas mencionadas, a energia cinética da carga móvel, em nanojoules, ao passar pelo ponto  $D$  é:

- a) 0      b) 4      c) 6      d) 8      e) 16

### Comentários:

Vamos construir uma figura que representa a disposição física das cargas:





Novamente, devido ao fato de as forças atuantes serem apenas da interação elétrica, podemos utilizar o teorema da energia cinética:

$$\tau_{F_{res}} = \Delta E_c$$

$$\tau_{F_{ele}} = (E_c)_D - (E_c)_A$$

$$q \cdot (V_A - V_D) = (E_c)_D - (E_c)_A$$

Calculamos os potenciais em  $A$  e em  $D$  pela expressão:

$$V_A = K_0 \frac{q_B}{d} + K_0 \frac{q_C}{d} = \frac{9 \times 10^9 \cdot 2 \times 10^{-9}}{3} = 6 \text{ V}$$

$$V_D = K_0 \frac{q_B}{\frac{d}{2}} + K_0 \frac{q_C}{\frac{d}{2}} = 2 \left( K_0 \frac{q_B}{d} + K_0 \frac{q_C}{d} \right) = 2V_A = 12 \text{ V}$$

Logo, a energia cinética no ponto  $D$ , em nanojoules ( $nJ$ ), é de:

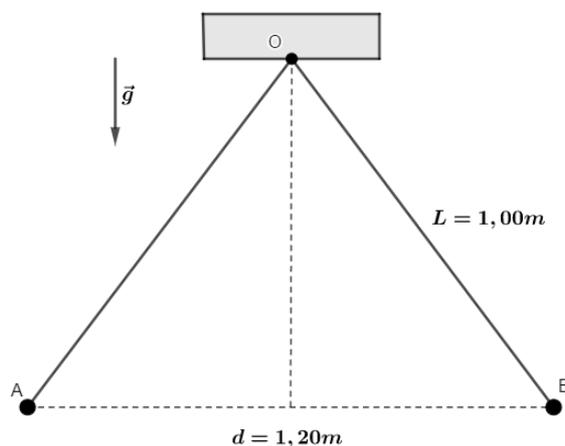
$$(E_c)_D = q \cdot (V_A - V_D) + (E_c)_A$$

$$(E_c)_D = 1 \times 10^{-9}(6 - 12) + 10 \times 10^{-9} = 4 \times 10^{-9} = 4 \text{ nJ}$$

**Gabarito: "b".**

### 10. (AFA)

Duas esferas condutoras idênticas muito pequenas, de mesma massa  $m = 0,4 \text{ g}$ , encontram-se no vácuo, suspensas por meio de dois fios leves, isolantes, de comprimentos iguais a  $L = 1,00 \text{ m}$ , presos a um mesmo ponto de suspensão  $O$ .



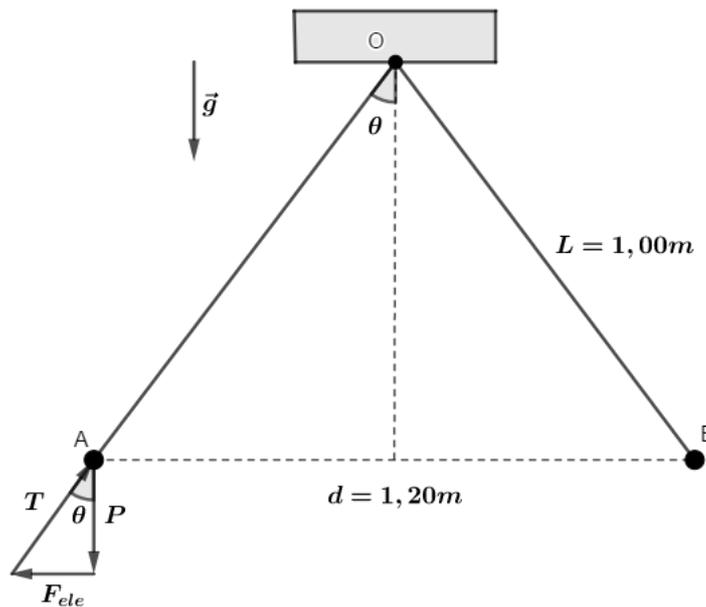
Estando as esferas separadas, eletriza-se uma delas com carga  $Q$ , mantendo-se a outra neutra. Em seguida, elas são colocadas em contato e, depois, abandonadas, verificando-se que na posição de equilíbrio a distância entre elas é  $d = 1,20 \text{ m}$ . Considere  $Q > 0$ .

Nessa situação, o valor de  $Q$  é?

Dados:  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

**Comentários:**

Para a determinação da carga  $Q$ , podemos analisar a posição de equilíbrio do corpo A. Para isso, vamos fazer o diagrama de forças de A:



Após o contato das esferas, cada esfera tem carga  $Q/2$ . Pela geometria do problema, temos que:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \frac{F_{ele}}{P} \\ \frac{0,6}{0,8} &= \frac{9 \times 10^9 \left(\frac{Q}{2}\right) \left(\frac{Q}{2}\right)}{4 \times 10^{-4} \cdot 10} \\ Q &= 2 \cdot \sqrt{\frac{6 \cdot 4 \times 10^{-4} \cdot 10 \cdot 1,2^2}{8 \cdot 9 \times 10^9}} = 2 \cdot \frac{2 \times 10^{-2} \cdot 1,2}{3 \times 10^4} \cdot \sqrt{\frac{6}{8}} = 1,38 \times 10^{-6} \text{ C} \\ \boxed{Q = 1,38 \mu\text{C}} \end{aligned}$$

**Gabarito:  $Q = 1,38 \mu\text{C}$ .**

## 8. Considerações finais da aula

Tome nota nos exercícios mais difíceis e faça mais de uma vez, com consciência completa do que você está fazendo. Não deixe nada passar com dúvidas.

Sabemos que o caminho para a aprovação é árduo, mas comentarei o maior número de questões da EAM e passarei todos os bizus possíveis.

Conte conosco nessa jornada. Quaisquer dúvidas, críticas ou sugestões entre em contato pelo fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:



 @prof.lucascosta



 @profhenriquegoulart



## 9. Referências bibliográficas

- [1] Calçada, Caio Sérgio. Física Clássica. 1. Ed. Saraiva Didáticos, 2012. 576p.
- [2] Bukhovtsev, B.B. Krivtchenkov, V.D. Miakishev, G.Ya. Saraeva, I. M. Problemas Seleccionados de Física Elementar. 1 ed. MIR, 1977.518p.
- [3] Brito, Renato. Fundamentos de Mecânica. 2 ed. VestSeller, 2010. 496p.
- [4] Newton, Gualter, Helou. Tópicos de Física. 11ª ed. Saraiva, 1993. 303p.
- [5] Toledo, Nicolau, Ramalho. Os Fundamentos da Física 1. 9ª ed. Moderna. 490p.
- [6] Resnick, Halliday. Fundamentos de Física. 8ª ed. LTC.394p.



## 10. Versão de aula

Versão da aula	Data da atualização
1.0	31/03/2020

