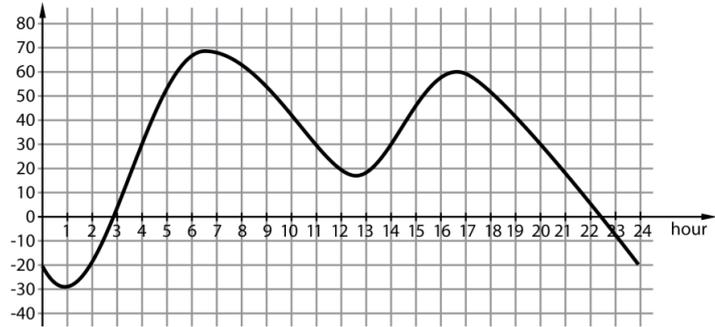


# KSF 2012 – Nível S (3ª série)

## Problemas de 3 pontos

1. O nível de água do mar numa cidade portuária sobe e desce num certo dia conforme indicado no gráfico. Nesse dia, durante quantas horas o nível de água esteve acima de 30 cm?



- (A) 5    (B) 6    (C) 7    (D) 9    (E) 13

2. O número  $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$  é igual a

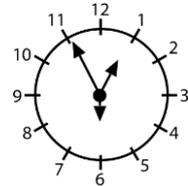
- (A) 1            (B)  $\sqrt{2}$             (C)  $\sqrt[6]{4}$             (D)  $\sqrt[3]{4}$             (E) 2

3. Na tabela com cinco, ao lado, o primeiro número é 2 e último, 12. O produto dos três primeiros é 30, o produto dos três do meio é 90 e o produto dos três últimos é 360. Qual número está no centro da tabela?

2				12
---	--	--	--	----

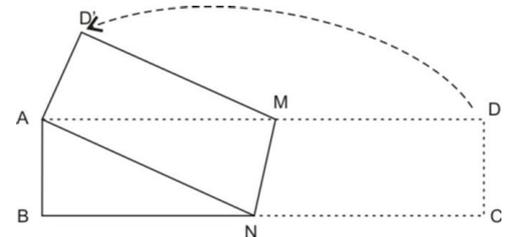
- (A) 3            (B) 4            (C) 5            (D) 6            (E) 10

4. Um relógio tem 3 ponteiros, com diferentes comprimentos (para horas, para minutos e para segundos). Não sabemos o que cada ponteiro marca, mas sabemos que o relógio está certo. Às 12h 55min 30s os ponteiros estavam na posição mostrada na figura ao lado. Qual dos desenhos a seguir mostra o relógio às 8h 10min 0s?



- (A)    (B)    (C)    (D)    (E)

5. Uma peça retangular de papel ABCD de 4 cm por 16 cm é dobrada ao longo da reta MN, de modo que o vértice C coincida com o vértice A, conforme a figura ao lado. Qual é a área do quadrilátero ANMD'?



- (A) 28 cm<sup>2</sup>    (B) 30 cm<sup>2</sup>    (C) 32 cm<sup>2</sup>    (D) 48 cm<sup>2</sup>    (E) 56 cm<sup>2</sup>

6. A soma dos algarismos de um número de 9 algarismos é igual a 8. Qual é o produto desses algarismos?

- (A) 0            (B) 1            (C) 8            (D) 9            (E) 9!

7. Qual é o maior valor do número inteiro n tal que  $n^{200} < 5^{300}$ ?

- (A) 5            (B) 6            (C) 8            (D) 11            (E) 12

8. Qual das funções a seguir satisfaz a equação  $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{f(x)}$ ?

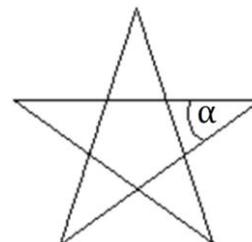
- (A)  $f(x) = \frac{2}{x}$    (B)  $f(x) = \frac{1}{x+1}$    (C)  $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$    (D)  $f(x) = \frac{1}{x}$    (E)  $f(x) = x + \frac{1}{x}$

9. O número real  $x$  satisfaz  $x^3 < 64 < x^2$ . Qual afirmação a seguir é correta para este  $x$ ?

- (A)  $0 < x < 64$    (B)  $-8 < x < 4$    (C)  $x > 8$    (D)  $-4 < x < 8$    (E)  $x < -8$

10. Qual é a medida do ângulo  $\alpha$  na estrela regular pentagonal representada ao lado?

- (A)  $24^\circ$    (B)  $30^\circ$    (C)  $36^\circ$    (D)  $45^\circ$    (E)  $72^\circ$



### Problemas de 4 pontos

11. Minha idade é um número de dois dígitos e uma potência de 5, enquanto a idade de meu primo é um número de dois dígitos, mas é uma potência de 2. A soma dos dígitos de nossas idades é um número ímpar. Qual é o produto de nossas idades?

- (A) 240   (B) 2010   (C) 60   (D) 50   (E) 300

12. Uma agência de viagem organizou quatro passeios opcionais pela cidade de Salvador para um grupo de turistas. Cada um dos passeios teve participação de 80%. Qual é a porcentagem mínima de turistas que foram aos quatro passeios?

- (A) 80 %   (B) 60 %   (C) 40 %   (D) 20 %   (E) 16 %

13. O conjunto das soluções da inequação  $|x| + |x-3| > 3$  é:

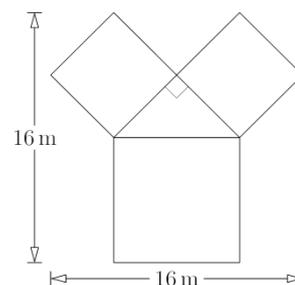
- (A)  $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$    (B)  $(3, 3)$    (C)  $(-\infty, -3)$    (D)  $(-3, +\infty)$    (E) o conjunto dos números reais

14. Numa certa escola, as notas das provas variam de 1 (a melhor) para 5. No último teste, os alunos da 3ª série não foram muito bem, pois sua média foi igual a 4. Os rapazes, com média 3,6, foram um pouco melhores do que as moças, com média 4,2. Sobre isso, qual afirmação a seguir é correta?

- (A) O número de rapazes é o dobro do número de moças.  
(B) O número de rapazes é 4 vezes o número de moças.  
(C) O número de moças é o dobro do número de rapazes.  
(D) O número de moças é 4 vezes o número de rapazes.  
(E) O número de rapazes é igual ao número de moças.

15. Na figura, representando uma plantação de rosas, os quadrados iguais são canteiros de rosas brancas, enquanto o quadrado maior é o canteiro das rosas vermelhas. As rosas amarelas são cultivadas no triângulo retângulo. A plantação fica confinada em um quadrado de 16m de lado, conforme indicado na figura. Qual é o total da área cultivada com rosas?

- (A)  $114 \text{ m}^2$    (B)  $130 \text{ m}^2$    (C)  $144 \text{ m}^2$    (D)  $160 \text{ m}^2$    (E)  $186 \text{ m}^2$

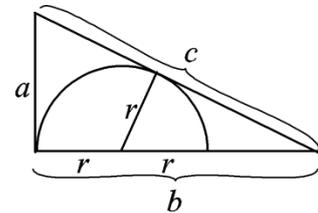


16. Todos os bilhetes da primeira fila para uma sessão de cinema foram vendidos. Os assentos são numerados consecutivamente, começando com 1. Por erro, um bilhete a mais foi vendido para esta fila. A soma dos números dos bilhetes vendidos para esta fila é 857. Qual é o número do bilhete que foi vendido duplamente?

- (A) 4            (B) 16            (C) 25            (D) 37            (E) 42

17. Na figura, o triângulo retângulo tem lados  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Qual é o valor do raio  $r$  do círculo inscrito no triângulo?

- (A)  $\frac{a(c-a)}{2b}$     (B)  $\frac{ab}{a+b+c}$     (C)  $\frac{ab}{b+c}$     (D)  $\frac{2ab}{a+b+c}$     (E)  $\frac{ab}{a+c}$

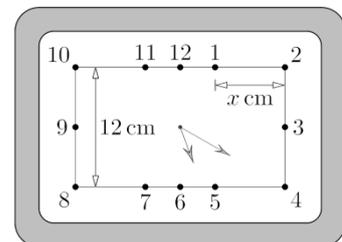


18. Um quadrado ABCD tem lados de comprimento 2. Os pontos E e F são os pontos médios dos lados  $\overline{AB}$  e  $\overline{AD}$ , respectivamente e G é um ponto sobre o lado  $\overline{CF}$  tal que  $3CG = 2GF$ . Qual é a área do triângulo BEG?

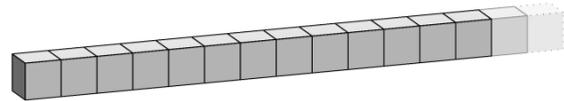
- (A)  $\frac{7}{10}$     (B)  $\frac{4}{5}$     (C)  $\frac{8}{5}$     (D)  $\frac{3}{5}$     (E)  $\frac{6}{5}$

19. O relógio representado ao lado tem a forma retangular. Qual é a distância  $x$  no mostrador entre os números 1 e 2, se a distância entre os números 8 e 10 é de 12 cm?

- (A)  $3\sqrt{3}$     (B)  $2\sqrt{3}$     (C)  $4\sqrt{3}$     (D)  $2 + \sqrt{3}$     (E)  $12 - 3\sqrt{3}$



20. Um canguru deseja fazer uma barra com dados comuns (faces opostas somam 7 pontos), colando duas faces juntas somente quando têm números iguais de pontos. Sua meta é fazer com que os pontos visíveis da barra tenham soma 2012. Quantos dados ele deverá usar para fabricar a barra?



- (A) 70            (B) 71            (C) 142            (D) 143            (E) Esta barra não pode ser feita

**Problemas de 5 pontos**

21. Qual é a menor medida de um ângulo em um triângulo isósceles que tem uma mediana que o divide em dois triângulos isósceles?

- (A)  $15^\circ$     (B)  $22,5^\circ$     (C)  $30^\circ$     (D)  $36^\circ$     (E)  $45^\circ$

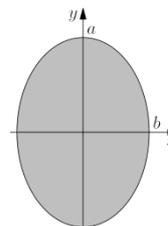
22. Aplicamos, a uma dada fração, duas operações distintas: 1) aumentamos seu numerador de 8; 2) aumentamos o seu denominador de 7. Começando com a fração  $\frac{7}{8}$ , depois de  $n$  operações, em alguma ordem, queremos obter uma fração equivalente a ela. Qual é o menor valor não nulo de  $n$ ?

- (A) 56            (B) 81            (C) 109            (D) 113            (E) 2012

23. Pedrinho desenha no computador a parábola de equação  $y = x^2$  e 2012 retas paralelas à reta de equação  $y = x$  que interceptam a parábola em dois pontos distintos. Qual é a soma das abscissas desses pontos de intersecção?

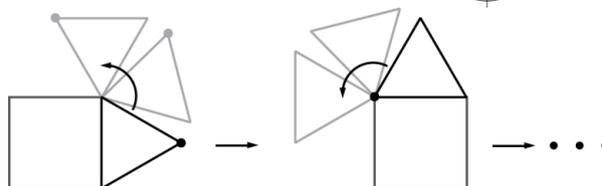
- (A) 0            (B) 1            (C) 1006            (D) 2012            (E) impossível calcular

24. Na elipse representada ao lado, temos  $a > b$ . Ao girar ao redor do eixo das abscissas, a elipse gera um sólido, o elipsoide  $E_x$  de volume igual a  $V_x$  e ao girar ao redor do eixo das ordenadas, a elipse gera o elipsoide  $E_y$ , de volume  $V_y$ . Qual das afirmações a seguir é verdadeira?



- (A)  $E_x = E_y$  e  $V_x = V_y$             (B)  $E_x = E_y$  mas  $V_x \neq V_y$             (C)  $E_x \neq E_y$  e  $V_x > V_y$   
 (D)  $E_x \neq E_y$  e  $V_x < V_y$             (E)  $E_x \neq E_y$  mas  $V_x = V_y$

25. Um triângulo equilátero gira ao redor de um quadrado, ambos de lado 1, conforme mostrado na figura. Qual é o comprimento do caminho percorrido pelo ponto destacado, desde o início até que o triângulo e o ponto voltem à posição inicial?



- (A)  $4\pi$             (B)  $\frac{28}{3}\pi$             (C)  $8\pi$             (D)  $\frac{14}{3}\pi$             (E)  $\frac{21}{2}\pi$

26. Quantas permutações  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  do conjunto de inteiros  $\{1, 2, 3, 4\}$  têm a propriedade de que a soma  $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_1$  é divisível por 3?

- (A) 8            (B) 12            (C) 14            (D) 16            (E) 24

27. Os pontos  $P(3;4;1)$ ,  $Q(5;2;9)$  e  $R(1;6;5)$  são vértices de um cubo, não necessariamente na mesma face. Qual é o centro do cubo?

- (A)  $A(4;3;5)$             (B)  $B(2;5;3)$             (C)  $C(3;4;7)$             (D)  $D(3;4;5)$             (E)  $E(2;3;5)$

28. Na sequência 1, 1, 0, 1, -1, ..., os dois primeiros elementos  $a_1$  e  $a_2$  são iguais a 1. O terceiro elemento é a diferença entre os dois primeiros elementos, isto é,  $a_3 = a_1 - a_2$ . O quarto elemento é a soma dos dois elementos precedentes, ou seja,  $a_4 = a_2 + a_3$ . Logo,  $a_5 = a_3 - a_4$ ,  $a_6 = a_4 + a_5$  e assim por diante. Qual é a soma dos 100 primeiros elementos desta sequência?

- (A) 0            (B) 3            (C) -21            (D) 100            (E) -1

29. Joana escolhe dois números  $a$  e  $b$  do conjunto  $\{1, 2, 3, \dots, 26\}$  tais que o seu produto seja igual à soma dos demais números do conjunto. Qual é o valor de  $|a - b|$ ?

- (A) 10            (B) 9            (C) 7            (D) 2            (E) 6

30. Todo gato no País das Maravilhas é sábio ou louco. Se um gato sábio estiver em um cômodo onde há mais três gatos loucos, então ele também se torna louco. Se um gato louco estiver com outros três gatos sábios num mesmo cômodo, então ele será declarado louco pelos gatos sábios. Três gatos entram num cômodo vazio e assim que um 4º gato entrou nesse cômodo, o 1º a entrar saiu. Assim que o 5º gato entrou, saiu o 2º a entrar, etc. Depois que o 2012º gato entrou, aconteceu pela primeira vez de um gato ser declarado louco. Quais gatos podem ter sido declarados loucos depois de entrar neste cômodo?

- (A) O 1º e o 2011º            (B) O 2º e o 2010º            (C) O 3º e o 2009º            (D) O 4º e o 2012º            (E) O 2º e o 2011º