DEFINIÇÃO

Dados os n elementos distintos do conjunto $I = \{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n\}$, chama-se **permutação simples** dos n elementos de I todo arranjo simples desses n elementos tomados n a n.

$$\boxed{P_n = n!}$$

Com relação à palavra TEORIA:

1- Quantas anagramas existem?

Na palavra TEORIA temos 6 elementos distintos

Por isso temos: ___ . ___ . ___ . ___ . ___ . ___

Com isso, $P_6 = 6! \rightarrow P_6 = 6.5.4.3.2.1 \rightarrow P_6 = 720$

Existem 720 anagramas distintos

2- Quantos anagramas começam pela letra T?

Agora existe uma restrição, queremos apenas anagramas que comecem pela letra T. Então:

T . ___ . ___ . ___ . ___ . ___

Com isso, restam 5 elementos (letras) que serão permutados entre si.

$P_5 = 5! \rightarrow P_5 = 5.4.3.2.1 \rightarrow P_5 = 120$ anagramas

3- Quantos anagramas começam por T e terminam com A?

Agora são duas restrições, que comece por T e termine com A. Logo, T . ___ . ___ . ___ . ___ . A

Restam, então, 4 elementos para permutarem entre si.

Então, $P_4 = 4! \rightarrow P_4 = 4.3.2.1 \rightarrow P_4 = 24$ anagramas

4- Quantos anagramas começam por vogal?

Queremos apenas os anagramas que começam com vogal. Na palavra TEORIA temos 4 vogais, então, cada anagrama pode iniciar com E, O, I ou A.

E . ___ . ___ . ___ . ___ . ___ O . ___ . ___ . ___ . ___ . ___

I . ___ . ___ . ___ . ___ . ___ A . ___ . ___ . ___ . ___ . ___

Em cada um deles restam 5 letras para permutarem entre si. Como são 4 vogais:

$P_5 = 5!.4 \rightarrow P_5 = 5.4.3.2.1.4 \rightarrow P_5 = 480$ anagramas

5- Quantos anagramas tem vogais juntas?

Para que fiquem juntas vamos considerá-las como uma letra só: $\underbrace{E . O . I . A}_{1 \text{ letra}} . \underbrace{\_\_\_ . \_\_\_}_{2 \text{ letras}}$ 1 letra + 2 letras

São 3 letras que permutam entre si. Ainda, as 4 vogais podem permutar entre si. Então:

$P_3.P_4 = 3!.4! \longrightarrow P_3.P_4 = (3.2.1).(4.3.2.1)$

$P_3.P_4 = 6 \times 24 \longrightarrow P_3.P_4 = 144$ anagramas formados.

6- Quantos anagramas da palavra FILTRO começam por consoantes?

Na palavra FILTRO temos 4 consoantes, então, cada anagrama pode ser iniciado por F, L, T ou R.

F . ___ . ___ . ___ . ___ . ___ L . ___ . ___ . ___ . ___ . ___

T . ___ . ___ . ___ . ___ . ___ R . ___ . ___ . ___ . ___ . ___

Como a palavra FILTRO tem 6 letras, restam 5 letras para permutarem entre si, como são 4 casos: $P_5 = 5!.4 \rightarrow P_5 = 120.4 \rightarrow P_5 = 480$ anagramas.

7- Quantas palavras distintas podemos formar com a palavra PERNAMBUCO? Quantas com a sílaba PER?

A palavra PERNAMBUCO tem 10 elementos distintos para permutarem entre si.

Logo, $P_{10} = 10!$ anagramas

Se fizermos das letras PER uma sílaba:

$\underbrace{P . E . R}_{1 \text{ letra}} . \underbrace{\_\_\_ . \_\_\_ . \_\_\_ . \_\_\_ . \_\_\_ . \_\_\_ . \_\_\_}_{7 \text{ letras}}$ 1 letra + 7 letras

Então, serão: $P_8 = 8!$ anagramas

8- Quantos anagramas da palavra PASTEL começam e terminam com consoante?

A palavra PASTEL tem 6 letras, sendo 4 consoantes. Para cada anagrama começar e terminar com consoante, devemos ter:

P . ___ . ___ . ___ . ___ . S, T ou L S . ___ . ___ . ___ . ___ . P, T ou L

T . ___ . ___ . ___ . ___ . P, S ou L L . ___ . ___ . ___ . ___ . P, S ou T

Temos 4 casos e em cada um deles 3 possibilidades para começar e terminar com consoante. Além disso, em cada caso, restam 4 letras que podem permutar entre si.

Por isso: $P_4 = 4.3.4! \longrightarrow P_4 = 4.3.4.3.2.1$

$P_4 = 288$ anagramas

9- Calcule o número de anagramas da palavra REPÚBLICA, nos quais vogais se mantêm nas respectivas posições?

Deixando as vogais na sua posição normal:

___ . E . ___ . Ú . ___ . ___ . I . ___ . A

Restam 5 letras para permutarem entre si.

$P_5 = 5! \longrightarrow P_5 = 5.4.3.2.1 \longrightarrow P_5 = 120$ anagramas.

10- Dez pessoas, entre elas Antônio e Beatriz, devem ficar em fila. De quantas formas isso pode ser feito se Antônio e Beatriz devem ficar sempre juntos?

São 10 pessoas, entre elas A e B que devem ficar juntas. Então:

$\underbrace{A . B}_{1 \text{ pessoa}} . \underbrace{\_\_\_ . \_\_\_ . \_\_\_ . \_\_\_ . \_\_\_ . \_\_\_ . \_\_\_ . \_\_\_}_{8 \text{ pessoas}}$

1 pessoa + 8 pessoas = 9 pessoas que permutam entre si.

Ainda, as pessoas pessoas A e B podem permutar entre si.

$P_2.P_9 = 2!.9!$ $P_2.P_9 = 2.1.9!$

Serão $2 \cdot 9!$ formas diferentes.

11- Temos 5 meninos e 5 meninas. De quantas formas eles podem ficar em fila se meninos e meninas ficam em posições alternadas?

Como eles devem ficar em posições alternadas:

Meninos = B e Meninas = G

B . G . B . G . B . G . B . G . B . G

Cada menina pode permutar entre si = 5!

Cada menino pode permutar entre si = 5!

Além disso, meninos e meninas podem inverter suas posições.

Logo, $P = 5!.5!.2$ $P = 120.120.2$ $P = 28.800$ formas