

## Exercícios de Matemática Poliedros

1. (Uerj)



O poliedro acima, com exatamente trinta faces quadrangulares numeradas de 1 a 30, é usado como um dado, em um jogo.

Admita que esse dado seja perfeitamente equilibrado e que, ao ser lançado, cada face tenha a mesma probabilidade de ser sorteada.

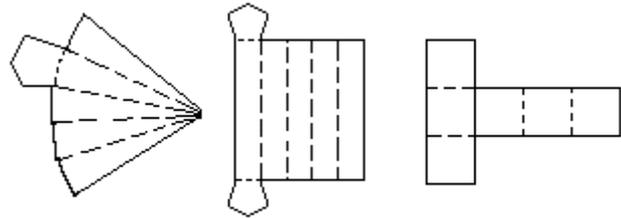
Calcule:

- a probabilidade de obter um número primo ou múltiplo de 5, ao lançar esse dado uma única vez;
- o número de vértices do poliedro.

2. (Fuvest) A base de uma pirâmide regular é um quadrado ABCD de lado 6 e diagonais AC e BD. A distância de seu vértice E ao plano que contém a base é 4.

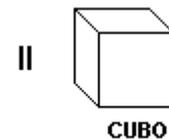
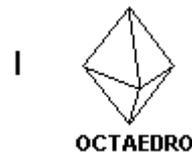
- Determine o volume do tetraedro ABDE.
- Determine a distância do ponto B ao plano que contém a face ADE.

3. (Unitau) Se dobrarmos convenientemente as linhas tracejadas das figuras a seguir, obteremos três modelos de figuras espaciais cujos nomes são:



- tetraedro, octaedro e hexaedro.
- paralelepípedo, tetraedro e octaedro.
- octaedro, prisma e hexaedro.
- pirâmide, tetraedro e hexaedro.
- pirâmide pentagonal, prisma pentagonal e hexaedro.

4. (Unitau) Indique quantas faces possuem, respectivamente, nessa ordem, os sólidos numerados como I, II, III e IV a seguir:



- 8, 6, 5, 6.
- 8, 6, 6, 5.
- 8, 5, 6, 6.
- 5, 8, 6, 6.
- 6, 18, 6, 5.

5. (Unitau) A soma  $S$  das áreas das faces de um tetraedro regular em função de sua aresta é:
- $a^2$ .
  - $\sqrt{3} a^2$ .
  - $4 a^2$ .
  - $\sqrt{5} a^2$ .
  - $\sqrt{2} a^2$ .
6. (Unitau) A soma dos ângulos das faces de um poliedro convexo vale  $720^\circ$ . Sabendo-se que o número de faces vale  $2/3$  do número de arestas, pode-se dizer que o número de faces vale:
- 6.
  - 4.
  - 5.
  - 12.
  - 9.
7. (Cesgranrio) Um poliedro convexo tem 14 vértices. Em 6 desses vértices concorrem 4 arestas, em 4 desses vértices concorrem 3 arestas e, nos demais vértices, concorrem 5 arestas. O número de faces desse poliedro é igual a:
- 16
  - 18
  - 24
  - 30
  - 44
8. (Ufpe) Unindo-se o centro de cada face de um cubo, por segmentos de reta, aos centros das faces adjacentes, obtém-se as arestas de um poliedro regular. Quantas faces tem esse poliedro?
9. (Ufpe) Calcule a oitava potência do comprimento, em  $m$ , da aresta de um icosaedro regular, sabendo-se que sua área mede  $15m^2$ .
10. (Uel) Num cubo, considere os seguintes pontos:
- $M$ , determinado pela intersecção das diagonais  $\overline{AC}$  e  $\overline{BD}$  de uma das faces;
  - $E, F, G$  e  $H$ , vértices consecutivos da face oposta à de  $M$ .
- Sobre o sólido cujas faces são  $EMF, FMG, GMH, HME$  e  $EFGH$ , é correto afirmar que
- se trata de um poliedro com 12 arestas.
  - se trata de um prisma de base triangular.
  - seu volume é a terça parte do volume do cubo.
  - seu volume é metade do volume do cubo.
  - se trata de um tetraedro.
11. (Ufpe) Um poliedro convexo possui 10 faces com três lados, 10 faces com quatro lados e 1 face com dez lados. Determine o número de vértices deste poliedro.
12. (Fuvest) Um recipiente cilíndrico cujo raio da base é  $6\text{cm}$  contém água até uma certa altura. Uma esfera de aço é colocada no interior do recipiente ficando totalmente submersa. Se a altura da água subiu  $1\text{cm}$  então o raio da esfera é
- $1\text{ cm}$
  - $2\text{ cm}$
  - $3\text{ cm}$
  - $4\text{ cm}$
  - $5\text{ cm}$
13. (Cesgranrio) Um poliedro convexo é formado por 4 faces triangulares, 2 faces quadrangulares e 1 face hexagonal. O número de vértices desse poliedro é de:
- 6
  - 7
  - 8
  - 9
  - 10
14. (Mackenzie) O menor natural  $n$  tal que  $(2.4.6. \dots .2n)/(1.2.3. \dots .n) > 250$  é:
- um número ímpar.
  - o grau do polinômio  $P(x) = [(x^2 - 3x + 2)^2]^4$ .
  - um divisor de 1050.
  - o número de arestas de um octaedro regular.
  - raiz real da equação  $\log(\sqrt{2})^{x^2} = x$ .

15. (Unirio) Um geólogo encontrou, numa de suas explorações, um cristal de rocha no formato de um poliedro, que satisfaz a relação de Euler, de 60 faces triangulares. O número de vértices deste cristal é igual a:

- a) 35
- b) 34
- c) 33
- d) 32
- e) 31

16. (Ufrs) Um poliedro convexo de onze faces tem seis faces triangulares e cinco faces quadrangulares. O número de arestas e de vértices do poliedro é, respectivamente,

- a) 34 e 10
- b) 19 e 10
- c) 34 e 20
- d) 12 e 10
- e) 19 e 12

17. (Cesgranrio) Considere o poliedro regular, de faces triangulares, que não possui diagonais. a soma dos ângulos das faces desse poliedro vale, em graus:

- a) 180
- b) 360
- c) 540
- d) 720
- e) 900

18. (Ita) Um poliedro convexo de 16 arestas é formado por faces triangulares e quadrangulares. Seccionando-o por um plano convenientemente escolhido, dele se destaca um novo poliedro convexo, que possui apenas faces quadrangulares. Este novo poliedro possui um vértice a menos que o original e uma face a mais que o número de faces quadrangulares do original. Sendo  $m$  e  $n$ , respectivamente, o número de faces e o número de vértices do poliedro original, então:

- a)  $m = 9, n = 7$
- b)  $m = n = 9$
- c)  $m = 8, n = 10$
- d)  $m = 10, n = 8$
- e)  $m = 7, n = 9$

19. (Fuvest) O número de faces triangulares de uma pirâmide é 11. Pode-se, então, afirmar que esta pirâmide possui

- a) 33 vértices e 22 arestas.
- b) 12 vértices e 11 arestas.
- c) 22 vértices e 11 arestas.
- d) 11 vértices e 22 arestas.
- e) 12 vértices e 22 arestas.

20. (Puccamp) Sobre as sentenças:

I - Um octaedro regular tem 8 faces quadradas.

II - Um dodecaedro regular tem 12 faces pentagonais.

III - Um icosaedro regular tem 20 faces triangulares.

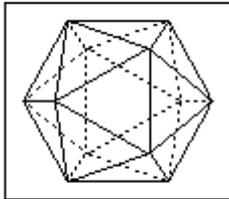
é correto afirmar que APENAS

- a) I é verdadeira.
- b) II é verdadeira.
- c) III é verdadeira.
- d) I e II são verdadeiras.
- e) II e III são verdadeiras.

21. (Ita) Um poliedro convexo de 10 vértices apresenta faces triangulares e quadrangulares. O número de faces quadrangulares, o número de faces triangulares e o número total de faces formam, nesta ordem, uma progressão aritmética. O número de arestas é:

- a) 10
- b) 17
- c) 20
- d) 22
- e) 23

22. (Uerj) Um icosaedro regular tem 20 faces e 12 vértices, a partir dos quais retiram-se 12 pirâmides congruentes. As medidas das arestas dessas pirâmides são iguais a  $\frac{1}{3}$  da aresta do icosaedro. O que resta é um tipo de poliedro usado na fabricação de bolas. Observe as figuras.



Para confeccionar uma bola de futebol, um artesão usa esse novo poliedro, no qual cada gomo é uma face. Ao costurar dois gomos para unir duas faces do poliedro, ele gasta 7 cm de linha.

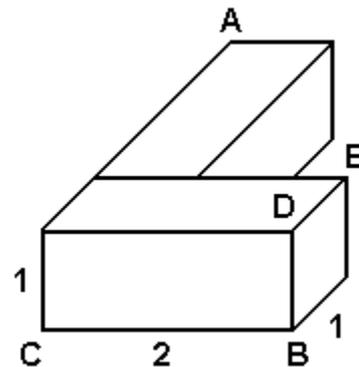
Depois de pronta a bola, o artesão gastou, no mínimo, um comprimento de linha igual a:

- a) 7,0 m
- b) 6,3 m
- c) 4,9 m
- d) 2,1 m

23. (Ufsm) Um poliedro convexo tem 12 faces triangulares e as demais, pentagonais. Sabendo que o número de arestas é o triplo do número de faces pentagonais, então a soma dos ângulos de todas as faces pentagonais é, em radianos, igual a

- a)  $3\pi$
- b)  $12\pi$
- c)  $36\pi$
- d)  $64\pi$
- e)  $108\pi$

24. (Unioeste) Justapondo dois paralelepípedos retangulares de arestas 1, 1 e 2, constrói-se um "L", conforme representado na figura a seguir.



A respeito do sólido correspondente ao L, é correto afirmar que

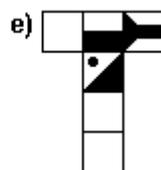
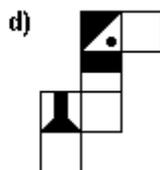
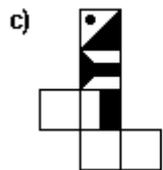
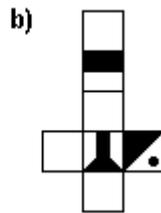
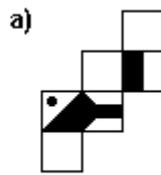
- 01. tem 6 faces.
- 02. tem 12 vértices.
- 04. tem 18 arestas.
- 08. a distância do vértice A ao vértice B é igual a  $\sqrt{14}$  unidades de comprimento.
- 16. o plano que passa pelos vértices C, D e E divide o sólido em duas partes tais que a razão entre o volume da parte maior e o volume da parte menor é igual a  $\frac{5}{3}$ .

25. (Pucpr) Um poliedro convexo tem 7 faces. De um dos seus vértices partem 6 arestas e de cada um dos vértices restantes partem 3 arestas.

Quantas arestas tem esse poliedro?

- a) 8
- b) 10
- c) 12
- d) 14
- e) 16

26. (Uel) Em qual das alternativas está a planificação do cubo representado à esquerda?



27. (Pucpr) Quantas arestas tem um poliedro convexo de faces triangulares em que o número de vértices é  $\frac{3}{5}$  do número de faces?

- a) 60
- b) 30
- c) 25
- d) 20
- e) 15

28. (Ufc) Um poliedro convexo de nove vértices possui quatro ângulos triédricos e cinco ângulos tetraédricos. Então o número de faces deste poliedro é:

- a) 12
- b) 11
- c) 10
- d) 9
- e) 8

29. (Pucrs) Um poliedro convexo possui duas faces pentagonais e cinco quadrangulares. O número de vértices deste poliedro é

- a) 4
- b) 6
- c) 8
- d) 9
- e) 10

30. (Ufc) Um poliedro convexo só tem faces triangulares e quadrangulares. Se ele tem 20 arestas e 10 vértices, então, o número de faces triangulares é:

- a) 12
- b) 11
- c) 10
- d) 9
- e) 8

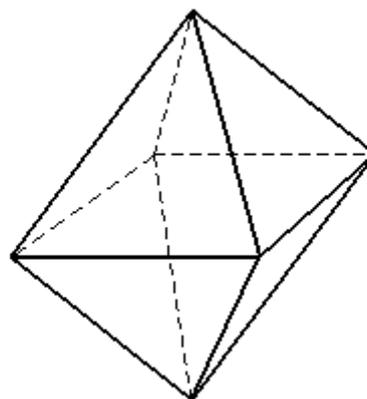
31. (Pucpr) Um poliedro convexo é formado por faces quadrangulares e 4 faces triangulares. A soma dos ângulos de todas as faces é igual a 12 retos. Qual o número de arestas desse poliedro?

- a) 8
- b) 6
- c) 4
- d) 2
- e) 1

32. (Pucpr) Um garimpeiro encontrou um diamante bruto, com a forma de um cristal octaédrico perfeito, que pesou 1,031 quilates, com volume  $0,009\sqrt{2} \text{ cm}^3$ . - ---- split ---->

A aresta deste cristal mediu:

- a) 0,2 cm
- b) 0,5 cm
- c) 0,4 cm
- d) 0,3 cm
- e) 0,6 cm



## GABARITO

1. a) O espaço amostral  $\Omega$  é  
 $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$   
 Sejam os eventos:  
 A: número primo  
 B: múltiplo de 5  
 Temos:  
 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$   
 e  
 $B = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$   
 Onde  $P(A) = 10/30$  e  $P(B) = 6/30$ .  
 Mas  $A \cap B = \{5\}$ , então  $P(A \cap B) = 1/30$ .  
 Logo  
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$   
 $P(A \cup B) = (10/30) + (6/30) - (1/30) = 1/2$ .
- b) Como  $F = 30$ , o número de arestas é dado por  
 $2A = 4F \Leftrightarrow A = 60$   
 Da relação de Euler, temos:  
 $V + F = A + 2$   
 $V = 62 - 30 = 32$ .
2. a) 24 U. volume.  
 b) 4,8 U. comprimento.
3. [E]  
 4. [A]  
 5. [B]  
 6. [B]  
 7. [A]  
 8. 8  
 9. 9  
 10. [C]  
 11. 21  
 12. [C]  
 13. [C]
14. [E]  
 15. [D]  
 16. [B]  
 17. [D]  
 18. [B]  
 19. [E]  
 20. [E]  
 21. [C]  
 22. [B]  
 23. [E]  
 24. F V V V V  
 25. [C]  
 26. [D]  
 27. [B]  
 28. [D]  
 29. [E]  
 30. [E]  
 31. [A]  
 32. [D]