Prova de Polinômios – ITA

1 - (ITA-13) Seja n > 6 um inteiro positivo não divisível por 6. Se, na divisão de n^2 por 6, o quociente é um número ímpar, então o resto da divisão de n por 6 é
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

2 - (ITA-12) As raízes x_1, x_2 e x_3 do polinômio $p(x) = 16 + ax - (4+\sqrt{2})x^2 + x^3$ estão relacionadas pelas equações: $x_1 + 2x_2 + \frac{x_3}{2} = 2$ e $x_1 - 2x_2 - \sqrt{2}x_3 = 0$. Então, o coeficiente a é igual a
a) $2(1-\sqrt{2})$ b) $2(2+\sqrt{2})$ c) $4(\sqrt{2}-1)$
d) $4+\sqrt{2}$ e) $\sqrt{2}-4$

3 - (ITA-12) Considere um polinômio $p(x)$, de grau 5, com coeficientes reais. Sabe-se que $-2i$ e $i-\sqrt{3}$ são duas de suas raízes. Sabe-se, ainda, que dividindo-se $p(x)$ pelo polinômio $q(x) = x - 5$ obtém-se resto zero e que $p(1) = 20(5+2\sqrt{3})$. Então, $p(-1)$ é igual a
a) $5(5-2\sqrt{3})$ b) $15(5-2\sqrt{3})$ c) $30(5-2\sqrt{3})$
d) $45(5-2\sqrt{3})$ e) $50(5-2\sqrt{3})$

4 - (ITA-11) Se 1 é raiz de multiplicidade 2 da equação $x^4 + x^2 + ax + b = 0$, com $a, b \in R$, então $a^2 - b^3$ é igual a
A) -64 B) -36 C) -28 D) 18 E) 27

5 - (ITA-11) Com respeito à equação polinomial 2x4 — 3x3 — 3x2 + 6x — 2 = 0 é correto afirmar que
A ( ) todas as raízes estão em $\mathbb{Q}$.
B ( ) uma única raiz está em $\mathbb{Z}$ e as demais estão em $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$.
C ( ) duas raízes estão em $\mathbb{Q}$ e as demais têm parte imaginária não-nula.
D ( ) não é divisível por 2x — 1.
E ( ) uma única raiz está em $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ e pelo menos uma das demais está em $\mathcal{R} \setminus \mathbb{Q}$.

6 - (ITA-10) Sabe-se que o polinômio $p(x) = x^5 - ax^3 + ax^2 - 1$, $a \in \Re$, admite a raiz $-i$. Considere as seguintes afirmações sobre as raízes de *p*:
I. Quatro das raízes são imaginárias puras.
II. Uma das raízes tem multiplicidade dois.
III. Apenas uma das raízes é real.
Destas, é (são) verdadeira (s) apenas
(A) I. (B) II. (C) III.
(D) I e III. (E) II e III.

7 - (ITA-10) Um polinômio real $p(x) = \sum_{n=0}^{5} a_n x^n$, com $a_5 = 4$, tem três raízes reais distintas, *a, b e c*, que satisfazem o sistema $\begin{cases} a + 2b + 5c = 0 \\ a + 4b + 2c = 6 \\ 2a + 2b + 2c = 5 \end{cases}$
Sabendo que a maior das raízes é simples e as demais têm multiplicidade dois, pode-se afirmar que $p(1)$ é igual a
(A) - 4. (B) - 2. (C) 2. (D) 4. (E) 6.

8 - (ITA-10) Considere o polinômio $p(x) = \sum_{n=0}^{15} a_n x^n$ com coeficientes $a_0 = -1$ e $a_n = 1 + i a_{n-1}$, $n = 1, 2, 3, \ldots, 15$. Das afirmações:

I. $p(-1) \notin R$
II. $|p(x)| \le 4(3+\sqrt{2}+\sqrt{5})$, $\forall x \in [-1,1]$
III. $a_8 = a_4$

é(são) verdadeira(s) apenas
(A) I. (B) II. (C) III. (D) I e II. (E) II e III.

9 - (ITA-09) O polinômio de grau 4
$(a+2b+c)x^4 + (a+b+c)x^3 - (a-b)x^2 + (2a-b+c)x + 2(a+c)$

com $a, b, c \in IR$, é uma função par. Então, a soma dos módulos de suas raízes é igual a
a) $3+\sqrt{3}$ b) $2+3\sqrt{3}$ c) $2+\sqrt{2}$
d) $1+2\sqrt{2}$ e) $2+2\sqrt{2}$

10 - (ITA-09) Suponha que os coeficientes reais a e b equação $x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$ são tais que a equação admite solução não real r com $|r| \neq 1$. Das seguintes afirmações:
I. A equação admite quatro raízes distintas, sendo todas não reais.
II. As raízes podem ser duplas.
III. Das quatro raízes, duas podem ser reais.
é (são) verdadeira (s)

a) apenas I. b) apenas II.
c) apenas III. d) apenas II e III. e) nenhuma.

11 - (ITA-08) Um polinômio P é dado pelo produto de 5 polinômios cujos graus formam uma progressão geométrica. Se o polinômio de menor grau tem grau igual a 2 e o grau de P é 62, então o de maior grau tem grau igual a:
a) 30 b) 32 c) 34 d) 36 e) 38

12 - (ITA-08) Considere o polinômio $p(x)= a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 - a_1$, em que uma das raízes é x = -1. Sabendo-se que a_1, a_2, a_3 a_4 e a_5 são reais e formam, nesta ordem, uma progressão aritmética com a_4 = ½, então *p(-2)* é igual a:
a) – 25 b) – 27 c) – 36 d) – 39 e) – 40

13 - (ITA-08) Sobre a equação polinomial $2x^4 + ax^3 + bx^2 - cx - 1 = 0$, sabemos que os coeficientes a, b, c são reais, duas de suas raízes são inteiras e distintas e ½-*i*/2 também é sua raiz. Então, o máximo de *a, b, c* é igual a:
a) -1 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

14 - (ITA-08) É dada a equação polinomial
$(a + c + 2)x^3 + (b + 3c + 1)x^2 + (c – a)x + (a + b + 4) = 0$
Com *a, b, c* reais, sabendo-se que esta equação é recíproca de primeira espécie e que 1 é uma raiz, então o produto *abc* é igual a:
a) -2 b) 4 c) 6 d) 9 e) 12

15 - (ITA-07) Seja Q(z) um polinômio do quinto grau, definido sobre o conjunto dos números complexos, cujo coeficiente de z^5 é igual a 1. Sendo $z^3 + z^2 + z + 1$ um fator de Q(z), Q(0) = 2 e Q(1) = 8, então, podemos afirmar que a soma dos quadrados dos módulos das raízes de Q(z) é igual a
a) 9 b) 7 c) 5 d) 3 e) 1

16 - (ITA-07) Sendo c um número real a ser determinado, decomponha o polinômio $9x^2 - 63x + c$, numa diferença de dois cubos $(x+a)^3 - (x+b)^3$
Neste caso, $|a + |b| - c|$ é igual a
a) 104 b) 114 c) 124 d) 134 e) 144

17 - (ITA-06) Seja p um polinômio com coeficientes reais, de grau 7, que admite 1 – i como raiz de multiplicidade 2. Sabe-se que a soma e o produto de todas as raízes de p são, respectivamente, 10 e – 40. Sendo afirmado que três raízes de p são reais e distintas e formam uma progressão aritmética, então, tais raízes são
a) $3/2 - \sqrt{193}/6$, 3, $3/2 + \sqrt{193}/6$
b) $2 - 4\sqrt{13}$, 2, $2 + 4\sqrt{13}$
c) – 4, 2, 8 d) –2, 3, 8 e) –1, 2, 5

18 - (ITA-06) Sobre o polinômio $p(x) = x^5 - 5x^3 + 4x^2 - 3x - 2$ podemos afirmar que
a) x = 2 não é raiz de p.
b) p só admite raízes reais, sendo uma delas inteira, duas racionais e duas irracionais.
c) p admite uma única raiz real, sendo ela uma raiz inteira.
d) p só admite raízes reais, sendo duas delas inteiras.
e) p admite somente 3 raízes reais, sendo uma delas inteira e duas irracionais.

19 - (ITA-06) Considere o polinômio $p(x) = x_3 - (a + 1)$, onde a ∈ Z. O conjunto de todos os valores de *a*, para os quais o polinômio *p* (x) só admite raízes inteiras, é
a) {2n, n ∈ IN} b) { $4n^2$,n ∈ IN}
c) {6n – 4n, n ∈ IN} d) {n (n +1), n ∈ IN}
e) IN

20 - (ITA-05) No desenvolvimento de $(ax^2 - 2bx + c + 1)^5$ obtém-se um polinômio p(x) cujos coeficientes somam 32. Se 0 e –1 são raízes de p(x), então a soma a + b + c é igual a
a) $-\frac{1}{2}$ b) $-\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{2}$ d) 1 e) $\frac{3}{2}$

21 - (ITA-05) O número complexo 2 + i é raiz do polinômio $f(x) = x^4 + x^3 + px^2 + x + q$
com p, q ∈ IR. Então, a alternativa que mais se aproxima da soma das raízes reais de f é
a) 4 b) –4 c) 6 d) 5 e) –5

22 - (ITA-04) Para algum número real **r**, o polinômio $\mathbf{8x^3 - 4x^2 - 42x + 45}$ é divisível por $\mathbf{(x - r)^2}$. Qual dos números abaixo está mais próximo de **r**?
a) 1,62 b) 1,52 c) 1,42 d) 1,32 e) 1,22

23 - (ITA-04) Dada a equação $\mathbf{x^3 + (m + 1)\,x^2 + (m + 9)\,x + 9 = 0}$, em que **m** é uma constante real, considere as seguintes afirmações:
I – Se **m** ∈ **]–6, 6[**, então existe apenas uma raiz real.
II – Se **m = -6** ou **m = +6**. então existe raiz com multiplicidade **2**.
III - ∀ **m** ∈ ℝ, todas as raízes são reais.

Então, podemos afirmar que é (são) verdadeira(s) apenas.
a) I b) II c) III d) II e III e) I e II

24 - (ITA-03) Dividindo-se o polinômio $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^2 + cx + 1$ por $(x - 1)$, obtém-se resto igual a 2,. Dividindo-se P(x) por (x + 1), obtém-se resto igual a 3. Sabendo que P(x) é divisível por (x – 2), tem-se que o valor de $\frac{ab}{c}$ é igual a:
a) – 6 b) – 4 c) 4 d) 7 e) 9

25 - (ITA-02) A divisão de um polinômio $f(x)$ por $(x - 1)(x - 2)$ tem resto x + 1. Se os restos das divisões de $f(x)$ por x – 1 e x – 2 são, respectivamente, os números a e b, então $a^2 + b^2$ vale
a) 13 b) 5 c) 2 d) 1 e) 0

26 - (ITA-02) Sabendo que a equação

$$x^3 - px^2 = q^m,\ p, q > 0,\ q \neq 1,\ m \in N,$$

possui três raízes reais positivas a, b, e c, então

$$\log_q\left[abc\left(a^2 + b^2 + c^2\right)^{a+b+c}\right]$$

é igual a:
a) $2m + p\log_q p$
b) $m + 2p\log_q p$
c) $m + p\log_q p$
d) $m - p\log_q p$
e) $m - 2p\log_q p$

27 - (ITA-01) O valor da soma a + b para que as raízes do polinômio $4x^4 - 20x^3 + ax^2 - 25x + b$ estejam em progressão aritmética de razão 1/2 é.
a) 36 b) 41 c) 26 d) – 27 e) –20

28 - (ITA-01) Sabendo que é de 1024 a soma dos coeficientes do polinômio em x e y, obtido pelo desenvolvimento do binômio $(x + y)^m$, temos que o número de arranjos sem repetição de *m* elementos, tomados 2 a 2, é:
a) 80 b) 90 c) 70 d) 100 e) 60

29 - (ITA-01) O polinômio com coeficientes reais
$P(x) = x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$
tem duas raízes distintas, cada uma delas com multiplicidade 2, e duas de suas raízes são 2 e i. Então, a soma dos coeficientes é igual a:
a) – 4 b) – 6 c) – 1 d) 1 e) 4

30 - (ITA-00) Sendo 1 e $1+2i$ raízes da equação $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, em que a, b e c são números reais, então:
(A) $b + c = 4$ (B) $b + c = 3$ (C) $b + c = 2$
(D) $b + c = 1$ (E) $b + c = 0$

31 - (ITA-00) Seja $p(x)$ um polinômio divisível por $x - 1$. Dividindo-o por $x^2 + x$, obtêm-se o quociente $Q(x) = x^2 - 3$ e o resto $R(x)$. Se $R(4) = 10$, então o coeficiente do termo de grau 1 de $P(x)$ é igual a :
(A) – 5 (B) – 3 (C) – 1 (D) 1 (E) 3

32 - (ITA-99) Seja p(x) um polinômio de grau 3 tal que $p(x) = p(x + 2) - x^2 - 2$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Se – 2 é uma raiz de p(x), então o produto de todas as raízes de p(x) é:
a) 36 b) 18 c) – 36 d) – 18 e) 1

33 - (ITA-99) A equação polinomial p(x) = 0 de coeficientes reais e grau 6 é recíproca de 2ª espécie e admite i como raiz. Se $p(2) = -\frac{105}{8}$ e $p(-2) = \frac{255}{8}$, então a soma de todas as raízes de p(x) é igual a:
a) 10 b) 8 c) 6 d) 2 e) 1

34 - (ITA-98) Seja **a** um número real tal que o polinômio

$$p(x) = x^6 + 2x^5 + ax^4 - ax^2 - 2x - 1$$

admite apenas raízes reais. Então:
a) $a \in [2, \infty[$ b) $a \in [-1, 1]$ c) $a \in]-\infty, -7]$
d) $a \in [-2, -1[$ e) $a \in]1, 2[$

35 - (ITA-98) Seja p(x) um polinômio de grau 4 com coeficientes reais. Na divisão de p(x) por x – 2 obtém-se um quociente q(x) e resto igual a 26. Na divisão de p(x) por $x^2 + x - 1$ obtém-se um quociente h(x) e resto 8x – 5. Sabe-se que q(0) = 13 e q(1) = 26. Então, h(2) + h(3) é igual a:
a) 16 b) zero c) – 47 d) – 28 e) 1

36 - (ITA-97) Seja S o conjunto de todas as raízes da equação $2x^6 - 4x^5 + 4x - 2 = 0$. Sobre os elementos de S podemos afirmar que:
a) Todos são números reais.
b) 4 são números reais positivos.
c) 4 não são números reais.
d) 3 são números reais positivos e 2 não são reais.
e) 3 são números reais negativos.

37 - (ITA-97) Sejam $p_1(x)$, $p_2(x)$ e $p_3(x)$ polinômios na variável real x de graus n_1, n_2 e n_3, respectivamente, com $n_1 > n_2 > n_3$. Sabe-se que $p_1(x)$ e $p_2(x)$ são divisíveis

por $p_3(x)$. Seja $r(x)$ o resto da divisão de $p_1(x)$ por $p_2(x)$. Considere as afirmações:
I - $r(x)$ é divisível por $p_3(x)$.
II - $p_1(x) - ½\, p_2(x)$ é divisível por $p_3(x)$.
III - $p_1(x)\, r(x)$ é divisível por $\{p_3(x)\}^2$.
Então,
a) Apenas I e II são verdadeiras
b) Apenas II é verdadeira.
c) Apenas I e III são verdadeiras.
d) Todas as afirmações são verdadeiras
e) Todas as afirmações são falsas

38 - (ITA-96) Considere o polinômio:
$P(z) = z^6 + 2z^5 + 6z^4 + 12z^3 + 8z^2 + 16z$
a) Apenas uma é real.
b) Apenas duas raízes são reais e distintas.
c) Apenas duas raízes são reais e iguais.
d) Quatro raízes são reais, sendo duas a duas distintas.
e) Quatro raízes são reais, sendo apenas duas iguais.

39 - (ITA-95) A divisão de um polinômio P(x) por $x^2 - x$ resulta no quociente $6x^2 + 5x + 3$ e resto $-7x$. O resto da divisão de P(x) por $2x + 1$ é igual a:
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

40 - (ITA-95) Sabendo que $4 + i\sqrt{2}$ e $\sqrt{5}$ são raízes do polinômio $2x^5 - 22x^4 + 74x^3 + 2x^2 - 420x + 540$, então a soma dos quadrados de todas as raízes reais é:
a) 17 b) 19 c) 21 d) 23 e) 25

41 - (ITA-94) Seja P(x) um polinômio de grau 5, com coeficientes reais, admitindo 2 e i como raízes. Se $P(1)P(-1) < 0$, então o número de raízes reais de P(x) pertencentes ao intervalo $]-1, 1[$ é:
a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

42 - (ITA-93) Sabendo-se que a equação de coeficientes reais
$x^6 - (a + b + c)x^5 + 6x^4 + (a - 2b)x^3 - 3cx^2 + 6x - 1 = 0$
é uma equação recíproca de segunda classe, então o número de raízes reais desta equação desta equação é:
a) 0 b) 2 c) 3 d) 4 e) 6

43 - (ITA-93) Considere a equação de coeficientes reais
$$x^5 + mx^4 + 2\frac{P}{m}x^3 - 316x^2 + 688x + P = 0,\quad m \neq 0$$
para a qual $1 + 3i$ é raiz. Sabendo-se que a equação admite mais de uma raiz real e que suas raízes reais formam uma progressão geométrica de razão inteira *q* cujo produto é igual a 64, podemos afirmar que *P/m* é igual a:
a) 20 b) 30 c) 40 d) 120 e) 160

44 - (ITA-92) Sejam a e b constante reais. Sobre a equação: $x^4 - (a + b)x^3 + (ab + 2)x^2 - (a + b)x + 1 = 0$ podemos afirmar que:
a) Não possui raiz real se $a < b < -3$.
b) Não possui raiz real se $a > b > 3$.
c) Todas as raízes são reais se $|a| \geq 2$ e $|b| \geq 2$.
d) Possui pelo menos uma raiz real se $-1 < a \leq b < 1$.
e) n.d.a.

45 - (ITA-91) Os valores de m de modo que a equação $x^3 - 6x^2 - m^2x + 30 = 0$ tenha duas de suas raízes somando um, são:
a) 0 b) $\sqrt{3}$ e 3 c) 1 e -1
d) 2 e -2 e) nda

46 - (ITA-91) Seja S o conjunto de todas as raízes da equação $12x^3 - 16x^2 - 3x + 4 = 0$. Podemos afirmar que:
a) $S \subset]-1, 0[\cup]0, 1[\cup]1, 2[$
b) $S \subset]-2, -1[\cup]0, 1[\cup]3, 4[$
c) $S \subset [0, 4]$
d) $S \subset]-2, -1[\cup]1, 2[\cup]3, 4[$
e) n.d.a.

47 - (ITA-91) Considere as afirmações:
I - A equação $3x^4 - 10x^3 + 10x - 3 = 0$ só admite raízes reais.
II - Toda equação recíproca admite um número par de raízes.
III - As raízes da equação $x^3 + 4x^2 - 4x - 16 = 0$. São exatamente o dobro das raízes de $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$.
Então:
a) Apenas I é verdadeira.
b) Apenas II é falsa.
c) Apenas III é verdadeira.
d) Todas são verdadeiras.
e) n.d.a.

48 - (ITA-90) Seja $p(x) = 16x^5 - 78x^4 + \ldots + \alpha x - 5$ um polinômio de coeficientes reais tal que a equação $p(x) = 0$ admite mais do que uma raiz real e ainda, $a + bi$ é uma raiz complexa desta equação com $ab \neq 0$. Sabendo-se que $\frac{1}{a}$ é a razão da progressão geométrica formada pelas raízes reais de $p(x) = 0$ e que a soma destas raízes reais vale $\frac{7}{8}$ enquanto que o produto é $\frac{1}{6}$, o valor de α é:
a) 32 b) 56 c) 71 d) 11 e) 0

49 - (ITA-90) Sabendo-se que $3x - 1$ é fator de $12x^3 - 19x^2 + 8x - 1$ então as soluções reais da equação $12(3^{3x}) - 19(3^{2x}) + 8(3^x) - 1 = 0$ somam:

a) $-\log_3 12$ b) 1 c) $-\frac{1}{3}\log_3 12$ d) -1 e) $\log_3 7$

50 - (ITA-88) Se P(x) e Q(x) são polinômios com coeficientes reais, de graus 2 e 4 respectivamente, tais que P(i) = 0 e Q(i) = 0 então podemos afirmar que:

a) P(x) é divisível por x + 1.
b) P(x) é divisível por x – 1.
c) P(x).Q(x) é divisível por $x^4 + 2x^2 + 1$.
d) P(x) e Q(x) são primos entre si.
e) Q(x) não é divisível por P(x).

51 - (ITA-87) Multiplicando-se por 2 as raízes da equação $x^3 - 2x^2 + 2x - 1 = 0$ vamos obter raízes da seguinte equação:

a) $2y^3 - 6y^2 + 6y - 4 = 0$ b) $y^3 - 4y^2 + 8y - 8 = 0$ c) $8y^3 - 8y^2 + 4y - 1 = 0$
d) $y^3 - 8y^2 + 8y + 8 = 0$ e) $4y^3 - 4y^2 - 4y - 8 = 0$

52 - (ITA-85) Como $ax^4 + bx^3 + 5x + 3 = 0$ é recíproca e tem o 1 como raiz, o produto das raízes reais desta equação é:

a) 2 b) –1 c) 1 d) 3 e) 4

53 - (ITA-83) Dado o polinômio P definido por $P(x) = \text{sen}\,\theta - (\text{tg}\,\theta)x + (\sec^2\theta)x^2$, os valores de θ no intervalo [0, 2π] tais que P admita somente raízes reais são:

a) $0 \le \theta \le \pi/2$
b) $\pi/2 < \theta < \pi$ ou $\pi < \theta < 3\pi/2$
c) $\pi \le \theta \le 3\pi/2$ ou $3\pi/2 < x \le 2\pi$
d) $0 \le x \le 3\pi/2$
e) $\pi/2 \le x < 3\pi/2$

54 - (ITA-83) Determine o polinômio P de 3º grau que representa uma raiz nula e satisfaz a condição $P(x - 1) = P(x) + (2x)^2$ para todo x real. Com o auxílio deste, podemos calcular a soma $2^2 + 4^2 + \ldots + (2n)^2$, onde n é um número natural, que é igual a:

a) $\frac{4}{3}n^3 - 2n^2 - \frac{2}{3}n$ d) $4n^3 + 2n^2 + n$
b) $\frac{4}{3}n^3 + 2n^2 + \frac{2}{3}n$ e) $n^3 + n^2 + 2n$
c) $\frac{4}{3}n^3 - 2n^2 + \frac{2}{3}n$

55 - (ITA-83) As equações $x^3 + ax^2 + 18 = 0$ e $x^3 + nbx + 12 = 0$, onde *a* e *b* são constantes reais e *n* um inteiro, têm duas raízes comuns. Das afirmativas abaixo, qual é a verdadeira?

a) As raízes não comuns às equações têm sinais opostos.
b) As raízes não comuns às equações são negativas quando *a* é negativo.
c) A soma das raízes não comuns às equações é 5.
d) *b* e *n* possuem o mesmo sinal.
e) As raízes comuns às equações dependem de *n*.

GABARITO

1	C
2	C
3	C
4	C
5	E
6	C
7	A
8	E
9	E
10	A
11	B
12	A
13	C
14	E
15	B
16	B
17	E
18	E
19	D
20	A
21	E
22	B
23	E
24	E
25	A
26	B
27	B
28	B

29	A
30	C
31	C
32	C
33	C
34	C
35	A
36	D
37	D
38	B
39	E
40	B
41	B
42	D
43	SR
44	C
45	C
46	A
47	B
48	C
49	A
50	C
51	B
52	B
53	C
54	B
55	D