Estratégia
Militares

Aula 06

DETERMINANTES

EEAR – 2021.2

Prof. Ismael Santos

Sumário

1 – Introdução

Olá, meu querido aluno!! Tudo bem?! Como andam os estudos?

Entraremos agora num novo tópico. Fique ligado que esta aula está muito relacionada com a aula anterior.

Preste atenção a cada detalhe. Nesta aula eu trago questões de provas militares de matriz e determinantes.

Vamos com tudo!!

2 – Determinantes de 1ª e 2ª Ordem

2.1 – Noção Introdutória

Determinantes são constantes (números reais) associados a toda e qualquer matriz quadrada.

Isso significa que, a qualquer matriz quadrada, será sempre possível associar um número real chamado de determinante. Veja:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 9 \end{pmatrix} \rightarrow -6$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 9 \\ 2 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow 23$$

Acima vemos os números à direita (os determinantes) associados às matrizes à esquerda.

2.2 – Notações

Considere a matriz que apresentamos inicialmente: $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$. Há duas principais formas de escrevermos o determinante dessa matriz. Veja:

$$\det A \quad \text{ou} \quad \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 9 \end{vmatrix}$$

Vamos aprender a calcular o determinante? Simbora!!!

✓ **Determinante 1 x 1**

Consideremos uma matriz $A = [a_{11}]$. O determinante de A pode ser calculado da seguinte forma:

$$\boldsymbol{detA = a_{11}}$$

O determinante de uma matriz 1 x 1 terá valor igual ao próprio elemento único desta matriz. Veja um exemplo:

Considere a matriz $K = [-7]$.

Então, $detK = -7$, visto que -7 é o elemento único de K.

✓ **Determinante 2 x 2**

Seja $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$. O determinante dessa matriz será o produto dos termos da diagonal principal subtraído do produto dos termos da diagonal secundária.

$$detA = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Vejamos como podemos calcular o determinante $\begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 5 & 9 \end{vmatrix}$:

$$\begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 5 & 9 \end{vmatrix} = 0.9 - 5.4 = 0 - 20 = -20$$

Pela notação que estou utilizando para facilitar o cálculo do determinante, estou multiplicando primeiro os elementos que estão conectados pela linha vermelha (diagonal principal) e, por último, aqueles conectados pela linha azul (diagonal secundária).

3 – Determinante 3 x 3

Seja $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, uma matriz quadrada de ordem 3. Assim, para calcularmos o determinante dela, utilizamos a conhecida **Regra de Sarrus**. Veja:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 2 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Primeiro, repetimos as primeiras duas colunas ao lado da matriz. Depois, multiplicamos elementos da matriz original da seguinte forma:

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 0 & 1 & 4 & 0 & 1 \\ 2 & 9 & -1 & 2 & 9 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & -1 \end{array}\right.$$

Primeiro multiplicamos os elementos que estão conectados em vermelho, somando-os:

$$0.9.3 + 1.(-1).(-1) + 4.2.(-1) = 0 + 1 - 8$$

$$= -7$$

Agora, multiplicamos o que está em azul, porém, alterando o sinal do produto:

$$36 + 0 - 6 = 30$$

Agora basta somar ambos os resultados encontrados:

$$30 + (-7) = 23$$

4 – Determinantes Quaisquer

4.1 - Cofator

Agora começaremos a falar sobre o cálculo de determinantes de ordens superiores, isto é, 4 x 4, 5 x 5 etc. Na verdade, o método que utilizaremos a seguir serve para calcular qualquer determinante.

Veremos agora o chamado **Teorema de Laplace**, mas antes precisamos aprender o que vem a ser um cofator.

Um **cofator** nada mais é que um número associado a cada um dos termos de uma matriz qualquer.

Vejamos na matriz abaixo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & -7 & 1 \\ \sqrt{2} & -1 & -17 \end{pmatrix}$$

Esta matriz possui 9 cofatores, cada um associado a cada um dos termos dessa matriz. Então, cada termo de uma matriz possui um respectivo cofator.

Vamos ver, então, como podemos calcular um cofator. A fórmula é a seguinte:

$$c_{ij} = (-1)^{i+j} \,. D_{ij}$$

Veja que o i e j são os índices característicos da linha e da coluna do elemento a que se deseja calcular o cofator. Por exemplo, se quiséssemos calcular o cofator do elemento a_{21} de determinada matriz, nossas contas ficariam da seguinte forma:

$$c_{ij} = (-1)^{i+j}. D_{ij}$$

$$c_{21} = (-1)^{2+1}. D_{21}$$

$$= (-1)^3. D_{21}$$

$$= (-1). D_{21}$$

$$= -D_{21}$$

Esse D_{ij} no final da fórmula dos cofatores é algo que chamamos de **menor complementar**. Consideremos a matriz que usamos como exemplo há pouco:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & -7 & 1 \\ \sqrt{2} & -1 & -17 \end{pmatrix}$$

Assim como o cofator, cada elemento de uma matriz quadrada qualquer também possui esse tal de menor complementar. Podemos calculá-lo da seguinte maneira: primeiro, envolvemos o termo ao qual se deseja calcular o menor complementar. Depois, excluímos a linha e a coluna a qual esse termo faz parte. Depois, finalmente, calculamos o determinante da matriz formada com os termos restantes.

Vejamos então como calcular, por exemplo, o menor complementar do termo a_{21}, isto é, D_{21}.

Primeiro, destacamos o termo a_{21}, como abaixo:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ \boxed{7} & -7 & 1 \\ \sqrt{2} & -1 & -17 \end{pmatrix}$$

Agora, cortamos a linha e a coluna associadas àquele elemento, como abaixo:

$$\begin{pmatrix} \cancel{2} & -1 & 3 \\ \boxed{\cancel{7}} & \cancel{-7} & \cancel{1} \\ \cancel{\sqrt{2}} & -1 & -17 \end{pmatrix}$$

Percebe que sobraram quatro elementos? Pois bem, esses 4 elementos formarão uma nova matriz, veja abaixo:

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 17 \end{pmatrix}$$

Agora basta calcularmos o determinante da matriz que sobrou, e esse resultado será o menor complementar do elemento a_{21}

$$D_{21} = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 17 \end{vmatrix}$$

$$= (-1).17 - 3.(-1)$$

$$= -17 + 3$$

$$= -14$$

Portanto o menor complementar do termo a_{21} é -14.

Perceba que isso nos diz de imediato qual é o cofator do termo a_{21}, observe:

$$c_{ij} = (-1)^{i+j}.D_{ij}$$

$$c_{21} = (-1)^{2+1}.D_{21}$$

$$= (-1)^3.(-14)$$

$$= (-1).(-14)$$

$$= 14$$

Então o cofator do termo a_{21} é 14, isto é, $c_{21} = 14$.

4.2 – Teorema de Laplace

O Teorema de Laplace, como já dito, servirá para calcularmos o determinante de uma matriz qualquer. Vamos ao Teorema.

Seja A uma matriz quadrada qualquer. Escolha uma linha ou uma coluna dessa matriz, qualquer uma das duas. Agora efetue a soma dos produtos de cada termo dessa linha/matriz com o seu respectivo cofator. Pois bem, essa soma terá valor igual ao do determinante dessa matriz A.

Vamos ver um exemplo de aplicação desse Teorema. Observe a matriz abaixo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 & 9 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Existe um critério de preferência para essa escolha: prefira escolher a linha ou a coluna que possua mais termos nulos, isto é, que possua mais "zeros". No caso da matriz exposta, é claro que a linha 2 é aquela a ser escolhida, pois é aquela com maior quantidade de termos nulos.

Escolhida a linha 2, devemos agora efetuar a soma dos produtos de cada termo pelos seus respectivos cofatores, isto é, devemos efetuar a seguinte operação:

$$detA = a_{21}.c_{21} + a_{22}.c_{22} + a_{23}.c_{23} + a_{24}.c_{24}$$

Agora. Fará sentido o porquê de termos escolhido a linha com mais zeros. É porque como $a_{21} = a_{23} = a_{24} = 0$, ficaremos com:

$$detA = a_{21}.c_{21} + a_{22}.c_{22} + a_{23}.c_{23} + a_{24}.c_{24}$$

$$= 0.c_{21} + 4.c_{22} + 0.c_{23} + 0.c_{24}$$

$$= 4.c_{22}$$

Daí não precisaremos calcular os quatro cofatores, apenas um deles, visto que os outros termos se anularam!

Primeiro, precisamos calcular o menor complementar do elemento a_{22}. Para isso, precisamos primeiro envolver o elemento a_{22}:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 & 9 \\ 0 & \boxed{4} & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Agora excluímos a linha e a coluna associadas a esse elemento:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \cancel{7} & -1 & 9 \\ \cancel{0} & \boxed{\cancel{4}} & \cancel{0} & \cancel{0} \\ 2 & \cancel{3} & 4 & 1 \\ 0 & \cancel{1} & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

E agora reunimos os termos restantes em uma matriz à parte:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 9 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Calculando cada determinante:

$$D_{22} = \left|\begin{matrix} 1 & -1 & 9 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \\ 0 & -1 \end{matrix}$$

$$= 1.4.0 + (-1).1.0 + 9.2.(-1) - 0.4.9 — 1.1.1 - 0.2.(-1)$$

$$= 0 + 0 - 18 + 0 + 1 - 0$$

$$= -17$$

Subtraindo na fórmula para o cálculo do cofator, temos:

$$c_{ij} = (-1)^{i+j}.D_{ij}$$

$$c_{22} = (-1)^{2+2}.D_{22}$$

$$= (-1)^4.(-17)$$

$$= -17$$

O determinante será:

$$detA = 4.(-17) = -68$$

5 – Propriedades

5.1 – Propriedades dos Determinantes

✓ **Propriedade 1: Determinante da transposta**

O determinante da transposta de uma matriz é igual ao determinante da sua matriz original

O que queremos dizer com isso é que, sendo A uma matriz quadrada qualquer:

$$detA = detA^t$$

Seja $M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, temos $M^t = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$. O determinante dessas matrizes é dado por:

$$\det M = ad - bc$$

$$\det M^t = ad - bc = \det M$$

✓ **Propriedade 2: Troca de filas**

Ao trocarmos duas filas de uma matriz, seu determinante será multiplicado por -1

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - b \cdot c$$

Vamos trocar de lugar a primeira e a segunda linhas e ver como $\det(A)$ é afetado.

$$A' = \begin{bmatrix} c & d \\ a & b \end{bmatrix}$$

$$\det(A') = \begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} = c \cdot b - d \cdot a$$

$$\det(A') = c \cdot b - d \cdot a$$

Colocando o sinal de negativo em evidência.

$$\det(A') = -(-c \cdot b + d \cdot a)$$

Alternando a ordem do argumento dos parênteses.

$$\det(A') = -(d \cdot a - c \cdot b)$$

$$\det(A') = -\det(A)$$

Essa propriedade é conhecida como teorema de Bézout.

Quando falo "filas", quero dizer que pode ser linha ou coluna. Mas podemos trocar apenas linha com linha ou coluna com coluna.

✓ **Propriedade 3: Fila Nula**

Considere uma matriz quadrada em que alguma fila (linha ou coluna) seja completamente nula. Então o determinante dessa matriz será nulo também.

✓ **Propriedade 4: Filas Iguais ou Proporcionais**

Se uma matriz possui duas filas iguais ou proporcionais, o seu determinante é nulo.

Dada a matriz A com uma linha sendo a multiplicação de outra linha por uma constante.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 12 \end{bmatrix}$$

Perceba que a segunda linha é o triplo da primeira.

Calculemos, então, $\det(A)$.

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 12 \end{vmatrix} = 2 \cdot 12 - 4 \cdot 6$$

$$\det(A) = 24 - 24$$

$$\det(A) = 0$$

Novamente, aqui tanto faz se são duas linhas ou duas colunas. Entenda proporcionalidade da seguinte forma: ao dividir cada elemento de uma fila por outra, encontramos sempre o mesmo valor.

✓ **Propriedade 5: Multiplicação de fila por escalar**

Seja $\lambda \in \mathbb{R}$ um escalar qualquer (isto é, um número real).

Ao multiplicarmos uma fila qualquer de uma matriz por λ, o determinante da matriz será também multiplicado por λ.

$$\det(A') = k \cdot \det(A)$$

Exemplo:

Vamos calcular o valor do determinante abaixo:

$$\begin{vmatrix} 9 & 27 & 27 \\ 3 & 5 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

Note que a primeira linha da matriz desse determinante possui o fator comum 9, podemos colocá-lo em evidência e, assim, facilitamos o seu cálculo:

$$\begin{vmatrix} 9 & 27 & 27 \\ 3 & 5 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 9 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 9 \cdot (5 + 12 + 27 - 30 - 6 - 9) = 9 \cdot (-1) = -9$$

✓ **Propriedade 6: Multiplicação de matriz por escalar**

Consideremos uma matriz quadrada A, de ordem n (ou seja, é uma matriz $n \ x \ n$).

Ao multiplicarmos essa matriz por $\lambda \in \mathbb{R}$, o determinante da matriz será multiplicado por λ^n

$$\boxed{\det(k \cdot A) = k^n \det A}$$

Exemplo:

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 8 & 2 & 10 \\ 8 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 2^3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 8 \cdot (2 + 40 + 8 - 8 - 5 - 16) = 8 \cdot 21 = 168$$

✓ **Propriedade 8: Adição de determinantes**

Considere duas matrizes A e B idênticas, exceto por alguma linha ou alguma coluna específica (com mesmas posições ordinais). Ao criarmos uma matriz C idênticas a A e B, porém, com a linha diferente igual à soma das duas desiguais de A e B, então:

$$\boldsymbol{det\, C = detA + detB}$$

✓ **Propriedade 9: Teorema de Jacobi**

Ao adicionarmos a uma fila qualquer outra fila multiplicada por um número, **o determinante não se altera.**

✓ **Propriedade 10: Propriedade da combinação Linear:**

Se uma fila de uma matriz é fruto da soma de outras duas, estejam estas multiplicadas ou não por um número, **o determinante dessa matriz será nulo.**

✓ **Propriedade 11: Teorema de Binet**

É sempre válido, para duas matrizes de quadradas de mesma ordem, que:

$$\boldsymbol{det(A.B) = detA.detB}$$

Exemplo:

Vamos testar o teorema de Binet com as matrizes A e B.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 9 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Temos que

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\det(A) = 1 \cdot 2 - 3 \cdot (-4)$$

$$\det(A) = 2 + 12$$

$$\det(A) = 14$$

$$\det(B) = \begin{vmatrix} 9 & 1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\det(B) = 9 \cdot 5 - 1 \cdot 4$$

$$\det(B) = 45 - 4$$

$$\det(B) = 41$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 9 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Preparando as matrizes para o produto matricial.

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 9 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 \cdot 9 + 3 \cdot 4 & 1 \cdot 1 + 3 \cdot 5 \\ (-4) \cdot 9 + 2 \cdot 4 & (-4) \cdot 1 + 2 \cdot 5 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 9 + 12 & 1 + 15 \\ -36 + 8 & -4 + 10 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 21 & 16 \\ -28 & 6 \end{bmatrix}$$

Então,

$$\det(A \cdot B) = \begin{vmatrix} 21 & 16 \\ -28 & 6 \end{vmatrix}$$

$$\det(A \cdot B) = 21 \cdot 6 - 16 \cdot (-28)$$

$$\det(A \cdot B) = 126 + 448$$
$$\det(A \cdot B) = 574$$

Segundo o teorema de Binet, temos

$$\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$$
$$574 = 14 \cdot 41$$
$$574 = 574 \rightarrow Verdadeiro$$

Confirmando a validade do teorema.

Consequência do teorema de Binet

Nós já vimos que

$$A \cdot A^{-1} = I$$

Então,

$$\det(A \cdot A^{-1}) = \det(I) = 1$$

Pelo teorema de Binet, podemos dizer, também, que

$$\det(A \cdot A^{-1}) = \det(A) \cdot \det(A^{-1}) = \det(I) = 1$$

Considerando apenas a parte destacada da equação.

$$\det(A) \cdot \det(A^{-1}) = 1$$

Dividindo ambos os termos da equação por $\det(A)$, temos.

$$\frac{\det(A) \cdot \det(A^{-1})}{\det(A)} = \frac{1}{\det(A)}$$
$$\frac{\cancel{\det(A)} \cdot \det(A^{-1})}{\cancel{\det(A)}} = \frac{1}{\det(A)}$$
$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$$

Excepcional, meu querido!!!! Entendo que essa aula foi um pouco pesada de conteúdo, mas não podemos desanimar.

Aproveite a extensa lista de exercícios. Qualquer dúvida, estou à disposição.

6 – Lista de Questões

1. (Unicamp 2019) Sabendo que a e b são números reais, considere a matriz quadrada de ordem 3,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ b & 1 & a \\ 2 & b & 2 \end{pmatrix}.$$

Se a soma dos elementos em cada linha da matriz A tem sempre o mesmo valor, então o determinante de A é igual a
a) 0.
b) 2.
c) 5.
d) 10.

---

2. (Uece 2019) Os elementos a, b, c, d da matriz $M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ são distintos entre si e escolhidos aleatoriamente no conjunto $\{1, 3, 5, 7\}$.
Considerando-se, para cada escolha destes elementos, d o determinante de M, o número de valores distintos que d pode assumir é
a) 6.
b) 8.
c) 16.
d) 24.

---

3. (Espcex (Aman) 2018) Uma matriz quadrada A, de ordem 3, é definida por $a_{ij} = \begin{cases} i - j, \text{ se } i > j \\ (-1)^{i+j}, \text{ se } i \le j \end{cases}.$
Então $\det(A^{-1})$ é igual a
a) 4.
b) 1.
c) 0.
d) $\frac{1}{4}$.
e) $\frac{1}{2}$.

---

4. (Mackenzie 2018) O valor do determinante $\begin{vmatrix} 0 & \log_3 3 & \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} \\ 1 & \log_3 27 & \log_{\frac{1}{3}} 27 \\ 0 & \log_3 81 & \log_3 243 \end{vmatrix}$ é

a) 0
b) 1
c) -1
d) 3
e) $\frac{1}{3}$

---

5. (Uece 2018) A solução real da equação $\begin{vmatrix} 1 & \log_2 (x) & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & \log_2 (x) & 1 \end{vmatrix} = 8,$ é um número inteiro

$\log_2 (x) \equiv$ logaritmo de x na base 2
a) par.
b) primo.
c) múltiplo de 3.
d) múltiplo de 5.

---

6. (Epcar (Afa) 2018) Sejam a e b números positivos tais que o determinante da matriz $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & a & 0 & 1 \\ 1 & -1 & b & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ vale 24.

Dessa forma o determinante da matriz $\begin{bmatrix} \sqrt{b} & \sqrt{2} \\ \sqrt{3} & \sqrt{a} \end{bmatrix}$ é igual a
a) 0
b) 6
c) -6
d) $\sqrt{6}$

---

7. (Uerj 2017) Observe a matriz:

$$\begin{bmatrix} 3+t & -4 \\ 3 & t-4 \end{bmatrix}$$

Para que o determinante dessa matriz seja nulo, o maior valor real de t deve ser igual a:

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

---

8. (Eear 2016) Para que o determinante da matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ seja $3,$ o valor de b deve ser igual a

a) 2

b) 0

c) -1

d) -2

---

9. (Uece 2016) Sobre a equação $\det M = -1,$ na qual M é a matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & x & 1 \\ x & 1 & x \end{bmatrix}$ e $\det M$ é o determinante da matriz $M,$ pode-se afirmar corretamente que a equação

a) não possui raízes reais.

b) possui três raízes reais e distintas.

c) possui três raízes reais, das quais duas são iguais e uma é diferente.

d) possui três raízes reais e iguais.

---

10. (G1 - ifal 2016) O valor do determinante abaixo:

$\begin{vmatrix} \cos x & -\text{sen } x \\ \text{sen } x & \cos x \end{vmatrix}$ é:

a) $1.$

b) $\cos 2x.$

c) $\text{sen } 2x.$

d) $\text{tg } 2x.$

e) $\cos^2 x - \text{sen}^2 x.$

---

11. (Uern 2015) Considere a seguinte matriz $A = (a_{ij})_{3X3}$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & \log_2 8 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & \log_2 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Pela regra de *Sarrus*, o determinante dessa matriz é

a) 8.

b) 9.

c) 15.

d) 24.

---

12. (Udesc 2015) Considerando que A é uma matriz quadrada de ordem 3 e invertível, se $\det(3A) = \det(A^2)$, então $\det(A)$ é igual a:

a) 9

b) 0

c) 3

d) 6

e) 27

---

13. (Ime 2013) Seja Δ o determinante da matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & x^2 & x^3 \\ x & x & 1 \end{bmatrix}$. O número de possíveis valores de *x* reais que anulam Δ é

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

---

14. (Uepb 2013) A equação $\begin{vmatrix} \log(x-1) & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \log(x-1) & 1 & \log(x-1) \end{vmatrix} = 0$ tem como solução real os valores de x:

a) 2 e 10

b) 0 e 2

c) 3 e 11
d) 4 e 11
e) 2 e 11

---

15. (Uepb 2012) Se a matriz com $\det(A)=1$ e $A^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ m & 0 \end{pmatrix}$, o valor de m é

a) -1
b) 1
c) 0
d) 2
e) -2

---

16. (G1 - ifal 2011) Se $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ e $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. O determinante da matriz $(AB)^{-1}$ é:

a) $-\frac{1}{10}$.
b) $\frac{21}{10}$.
c) $\frac{13}{10}$.
d) $-\frac{13}{10}$.
e) nda.

17. (Fgv 2011) O sistema linear nas incógnitas *x*, *y* e *z* :

$$\begin{cases} x-y=10+z \\ y-z=5-x \\ z+x=7+y \end{cases}$$

pode ser escrito na forma matricial *AX* = *B* , em que:

$$X=\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \text{ e } B=\begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}.$$

Nessas condições, o determinante da matriz *A* é igual a:
a) 5
b) 4

c) 3

d) 2

e) 1

---

18. (Espm 2011) Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & x \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ a diferença entre os valores de x, tais que $\det(A \cdot B) = 3x$, pode ser igual a:

a) 3

b) -2

c) 5

d) -4

e) 1

---

19. (Mackenzie 2010) Dadas as matrizes A = $(a_{ij})_{3x3}$ tal que $\begin{cases} a_{ij} = 10, \text{se } i = j \\ a_{ij} = 0, \text{se } i \neq j \end{cases}$ e B = $(b_{ij})_{3x3}$ tal que $\begin{cases} b_{ij} = 3, \text{se } i = j \\ b_{ij} = 0, \text{se } i \neq j \end{cases}$,

o valor de det(AB) é

a) 27×10^3

b) 9×10^3

c) 27×10^2

d) $3^2 \times 10^2$

e) 27×10^4

---

20. (EEAR-2001) Na resolução da equação matricial $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 4 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, o valor de $x + y + z$ é

a) -2

b) 1

c) -1

d) 0

21. (EEAR-2002) O par (x, y), soluções da equação matricial $\begin{pmatrix} x & -4 \\ x^2 & y \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x & 2 \\ y & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 2x-4 \\ x^3+y^2 & 8 \end{pmatrix}$ é

a) $(6, \pm\sqrt{3})$

b) $(\pm\sqrt{5}, -2)$

c) $\left(\pm\sqrt{\frac{1}{2}}, -5\right)$

d) $\left(-\frac{7}{3}, \frac{4}{5}\right)$

---

22. (EEAR-2002) O elemento $X_{3,2}$ da matriz solução da equação matricial

$3X + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 4 \\ 2 & 16 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$ é

a) 0

b) -2

c) 3

d) 1

---

23. (EEAR-2002) Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, o elemento $C_{1,2}$ da matriz $C = A.B$ é

a) -17

b) 7

c) -3

d) 3

---

24. (EEAR-2003)

Sendo $\begin{pmatrix} 2 & x \\ y & -3 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix}$, os valores de x e y na matriz acima são, respectivamente,

a) $3\ e - 3$

b) $-3\ e\ 3$

c) $\frac{9}{2}\ e - 3$

d) $-3\ e\frac{9}{2}$

---

25. (EEAR-2003) Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}\ e\ B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, então $A.B - B.A$ é igual a:

a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$b)$ $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

$c)$ $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$

$d)$ $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

---

26. (EEAR-2004) Seja B uma matriz. Se $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & -2 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 18 \\ -23 \end{pmatrix}$, então o elemento b_{21} da matriz B é

a) 1

$b)$ 2

$c)$ 3

$d)$ 4

---

27. (EEAR-2004) Considere as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, e\ B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\ e\ C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Então $A.B + C$ é igual a

a) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$b)$ $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

$c)$ $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

$d)$ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

-

28. (EEAR-2005) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ são duas matrizes que comutam se, e somente se,

a) $x = 2$ e $y = 1$

$b)$ $x = 1$ e $y = 2$

$c)$ $x = 1$

$d)$ $y = 2$

---

29. (EEAR-2005) Sabendo-se que $M + N = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $M - N = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, a matriz N é igual a:

$a)$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \frac{3}{2} & 2 \end{pmatrix}$

$b)$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{3}{2} & 2 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{3}{2} & 2 \end{pmatrix}$

$d)$ $\begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

---

30. (EEAR-2005) Sendo A uma matriz $3x4$ e B uma matriz NxM, coloque V(Verdadeiro) e F(Falso) nas afirmações a seguir:

( ) Existe $A + B$ se, e somente se, $N = 4$ e $M = 3$.

( ) Existe $A.B$ se, e somente se, $N = 4$ e $M = 3$.

( ) Existe $A.B$ e $B.A$ se, e somente se, $N = 4$ e $M = 3$.

( ) $A + B = B + A$ se, e somente se, $A = B$.

( ) $A.B = B.A$ se, e somente se, $A = B$.

Assinale a alternativa que contém a sequência correta:

a) V-V-V-V-V

b) F-V-F-V-F

c) F-F-V-F-F

d) V-V-V-F-V

31. (EEAR-2006) Se $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ x & y \end{pmatrix}$ é a matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, então $x - y$ é:

a) 2

b) 1

c) -1

d) 0

---

32. (EEAR-2006)

Sendo $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, a soma dos elementos da 1ª linha de $A.B$ é

a) 22

b) 30

c) 46

d) 58

---

33. (EEAR-2006) Sendo $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, a soma dos elementos da 2ª linha de $(A - B)^t$ é igual a:

$a)\ -4$

$b)\ -2$

$c)\ 2$

$d)\ 4$

---

34. (EEAR-2007) Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$. Se A^t e B^t são as matrizes transpostas de A e B, respectivamente, então $A^t + B^t$ é igual a

a) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

$b)\ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$

$c)\ \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$

$d)\ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

---

35. (EEAR-2008) Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 4 & a \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ $e\ B = \begin{pmatrix} b \\ 2 \end{pmatrix}$. Se $A.B$ é uma matriz nula $2x1$, como $a + b$ é

$a) - 1$

b) 0

c) 1

d) 2

---

36. (EEAR-2008) A soma dos elementos da diagonal principal da matriz $A = (a_{ij})_{3x3}$, tal que $a_{ij} = \begin{cases} i^2, se\ i \neq j \\ i + j, se\ i = j \end{cases}$ é um número

a) Múltiplo de 3.

b) Múltiplo de 5.

c) Múltiplo de 16.

d) Múltiplo de 121.

---

37. (EEAR-2009) Seja $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & x \end{pmatrix}$ a matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Sabendo que $A.A^{-1} = I_2$, o valor de x é:

$a)$ 3

b) 2

c) 1

d) 0

---

38. (EEAR-2009) Se $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$, então o valor de $x + y$ é

$a)$ 4

b) 5

c) 6

d) 7

---

39. (EEAR-2010) Seja a matriz $A = (a_{ij})_{2x2}$ tal que $a_{ij} = \begin{cases} 0, se\ i = j \\ i + j, se\ i \neq j \end{cases}$

A soma dos elementos de A é

a) 4

b) 5

c) 6

d) 7

---

40. (EEAR-2010) Sejam as matrizes $A_{mx3}, B_{pxq}\ e\ C_{5x3.}$ Se $A.B = C$, então $m + p + q$ é igual a

a) 10

b) 11

c) 12

d) 13

---

41. (EEAR-2011) Seja $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e P^t a matriz transposta de P. A matriz $Q = P.P^t$ é

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

$b)$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$c)$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$d)$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

---

42. (EEAR-2012) Na matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ \ldots & 2 & 1 \\ 5 & \ldots & 3 \end{pmatrix}$ faltam 2 elementos. Se nessa matriz $a_{ij} = 2i - j$, a soma dos elementos que faltam é

$a)$ 4

b) 5

c) 6

d) 7

---

43. (EEAR-2013) Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. A soma dos elementos de $A.B$ é

$a)$ 0

b) 1

c) 2

d) 3

---

44. (EEEAR-2014) Seja a matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$. A matriz $X = \frac{1}{2}A$ tem como soma de seus elementos o valor

$a)$ 7

$b)$ 5

$c)$ 4

$d)$ 1

---

45. (EEAR- 2015) Seja a matriz $A = (a_{ij})_{2x2}$ tal que $a_{ij} = |i^2 - j^2|$. A soma dos elementos de A é igual a

$a)$ 3

$b)$ 6

$c)$9

$d)$ 12

---

46. (EEAR-2016) Se $\begin{pmatrix} 1 & a \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} b & -1 \\ x & 2k \end{pmatrix}$ são matrizes opostas, os valores de $a, b, x\ e\ k$ são respectivamente

$a)$ $1, -1, 1, 1$

$b)$ $1, 1, -1, -1$

$c)$ $1, -1, 1, -1$

$d)$ $-1, -1, -2, -2$

---

47. (EEAR-2017) Considere as matrizes reais $A = \begin{pmatrix} x^2 & 1 \\ 2 & y+z \end{pmatrix}$ $e\ B = \begin{pmatrix} 9 & z \\ y & -x \end{pmatrix}$. Se $A = B^t$, então $y + z$ é igual a

$a)$ 3

$b)$ 2

$c)$ 1

d) -1

---

48. (EEAR-2019) Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ $e\ B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, o produto $A.B$ é a matriz:

$a)$ $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

$b)$ $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

$c)$ $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

$d)$ $\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

---

49. (EEAR-2000) Seja $A = (a_{ij})$ uma matriz real quadrada de ordem $2\ e\ I_2$ a matriz identidade também de ordem 2. Se $r_1\ e\ r_2$ são as raízes da equação $\det(A - rI_2) = nr$, onde n é um número inteiro positivo, podemos afirmar que:

$a)$ $r_1 + r_2 = a_{11} + a_{22}$

$b)$ $r_1 + r_2 = n(a_{11} + a_{22})$

$c)$ $r_1 . r_2 = detA$

$d)$ $r_1 . r_2 = -n. detA$

---

50. (EEAR-2001) Dada a equação $\begin{vmatrix} x & m & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$, quais os valores de m para os quais as raízes são reais?

$a)\ m \leq 3$

$b)\ m \geq -1$

$c)\ -1 \leq m \leq 3$

$d)\ m \leq -1\ ou\ m \geq 3$

---

51. (EEAR-2002) Os valores de x que tornam verdadeira a igualdade $\begin{vmatrix} x & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & x \end{vmatrix} = -2$ são tais que seu produto p é elemento do conjunto

$a)\ \{p \in \mathbb{R}\ |p > -3\}$

$b)\ \{p \in \mathbb{R}\ | -3 < p \leq 2\}$

$c)\ \{p \in \mathbb{R}\ |p < -6\}$

$d)\ \{p \in \mathbb{R}\ | -6 \leq p < 2\}$

---

52. (EEAR-2002) Pode-se afirmar que o valor do determinante

$$\begin{vmatrix} a-x & 0 & 1 \\ 0 & 2-x & x-2 \\ a & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

é igual a

a) $x^2 - 2$

b) $x^2 + 2x$

$c)\ x(x-2)$

$d)\ x(x-2a-2)$

---

53. (EEAR-2002) O determinante da matriz A de ordem 3, tal que $a_{ij} = \begin{cases} 2i - j, se\ i \neq j \\ 2i, se\ i = j \end{cases}$ é igual a:

$a)\ 72$

$b)\ 60$

$c)$ 48

$d)$ 40

---

54. (EEAR-2003) Seja $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 4 & x & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 64$. O valor de x que torna verdadeira a igualdade é

a) 4

$b)$ 5

$c)$ -4

d) -5

---

55. (EEAR-2003) Calculando o valor do determinante $\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ obtém-se

$a)$ -3

$b)$ -1

$c)$ 1

$d)$ 3

---

56. (EEAR-2004) Seja uma matriz M do tipo $2x2$. Se $detM = 2$, então det $(10M)$ é

a) 20

$b)$ 80

$c)$ 100

$d)$ 200

---

57. (EEAR-2005) Seja A uma matriz de ordem 2, cujo determinante é -6. Se $\det(2A) = x - 87$, então o valor de x é múltiplo de

a) 13

b) 11

$c)$ 7

$d)\ 5$

---

58. (EEEAR-2005) Se $A = (a_{ij})$ é a matriz quadrada de ordem 2 em que $a_{ij} = \begin{cases} 2, se\ i < j \\ i + j, se\ i = j \\ i - j, se\ i > j \end{cases}$ então o determinante da matriz A é

$a) - 10$

$b)\ 10$

$c)\ - 6$

$d)\ 6$

---

59. (EEAR-2006) O determinante da matriz $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ é

a) 9

$b)\ 8$

$c)\ 7$

$d)\ 6$

---

60. (EEAR-2007) Se as matrizes $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} -2a & 2c \\ -3b & 3d \end{pmatrix}$ têm determinantes respectivamente iguais a $x\ e\ y, e\ ad \neq bc$, então o valor de $\frac{y}{x}$ é

$a)\ 2$

$b)\ 3$

$c)\ - 6$

$d)\ - 4$

---

61. (EEAR-2009) Seja a matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{pmatrix}$. Se $detM = ax^2 + bx + c$, então o valor de a é

a) 12

b) 10

c) -5

d) -7

---

62. (EEAR-2011) Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $e\ B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$. O valor de $\frac{detA}{detB}$ é:

a) 4

$b)$ 3

$c)\ -1$

$d) -2$

---

63. (EEAR-2013) O número real x, tal que $\begin{vmatrix} x-1 & x+2 \\ -3 & x \end{vmatrix} = 5$, é

a) -2

b) -1

c) 0

d) 1

---

64. (EEAR-2015) Se $\begin{vmatrix} 2x & y & 0 \\ z & 0 & 2y \\ 0 & 2z & 0 \end{vmatrix} = 16\sqrt{3}$, então $(xyz)^2$ é igual a:

$a)$ 8

$b)$ 12

$c)$ 24

$d)$ 36

---

65. (EEAR-2015) O valor do determinante $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ é

a) -2

$b)$ 0

$c)$ 1

$d)$ 2

---

66. (EEAR-2016) Para que o determinante da matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ seja 3, o valor de b deve ser igual a

a) 2

$b)$ 0

$c)$ -1

$d)$ -2

---

67. (EEAR-2017) Se os pontos $A(a,2), B(b,3) e\ C(-3,0)$, estão alinhados, o valor de $3a - 2b$ é

a) 3

$b)$ 5

$c)$ -3

$d)$ -5

---

68. (EEAR-2018) Se $A = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ x & 0 & 2 \\ y & 2 & 0 \end{pmatrix}$ $e\ detA = 4\sqrt{3}$, então x^2y^2 é igual a:

$a)$ 24

$b)$ 12

$c)$ 6

$d)$ 3

---

69. (EEAR-2018) Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & x-1 \\ 2x & 4x-1 \end{pmatrix}$. Os termos $x-1, 2\,x, 4x-1$, são, nessa ordem, termos consecutivos de uma progressão aritmética. Dessa forma, $detA$ é igual a

$a)$ 1

$b)$ 2

$c)$ 3

$d)$ 4

---

70 (EsSA 2009) – Uma matriz B, de ordem 3, é tal que, em cada linha, os elementos são termos consecutivos de uma progressão aritmética de razão 2. Se as somas dos elementos da primeira, segunda e terceira linhas valem 6, 3 e 0, respectivamente, o determinante de B é igual a:

a) 1

b) 0

c) –1

d) 3

e) 2

---

71 (EsSA 2014) – Sabendo-se que uma matriz quadrada é invertível se, e somente se, seu determinante é não-nulo e que, se A e B são duas matrizes quadradas de mesma ordem, então $\det(A \cdot B) = (\det A) \cdot (\det B)$, pode-se concluir que, sob essas condições:

a) se A é invertível, então $A \cdot B$ é invertível.

b) se B não é invertível, então A é invertível.

c) se $A \cdot B$ é invertível, então A é invertível e B não é invertível.

d) se $A \cdot B$ não é invertível, então A ou B não é invertível.

e) se $A \cdot B$ é invertível, então B é invertível e A não é invertível.

---

72. (EEAR/2015)

O valor do determinante $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ é

a) -2

b) 0

c) 1

d) 2

---

73. (EEAR/2018)

Se $A = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ x & 0 & 2 \\ y & 2 & 0 \end{pmatrix}$ e $\det A = 4\sqrt{3}$, então x^2y^2 é igual a:

a) 24

b) 12

c) 6

d) 3

---

74. (EEAR/2016)

Para que o determinante da matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ seja 3, o valor de b deve ser igual a

a) 2

b) 0

c) -1

d) -2

---

75. (EEAR/2009)

Seja a matriz $M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{bmatrix}$. Se $\det M = ax^2 + bx + c$, então o valor de a é

a) 12

b) 10

c) -5

d) -7

---

76. (EEAR/2011)

Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$. O valor de $\frac{\det A}{\det B}$ é:

a) 4

b) 3

c)-1

d) -2

---

77. (EEAR/2015)

Se $\begin{vmatrix} 2x & y & 0 \\ z & 0 & 2y \\ 0 & 2z & 0 \end{vmatrix} = 16\sqrt{3}$ então $(xyz)^2$ é igual a:

a) 8

b) 12

c) 24

d) 36

---

78. (EEAR/2003)

Seja $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 4 & x & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 64$. O valor de x que torna verdadeira a igualdade é

a) 4

b) 5

c) -4

d) -5

---

79. (EEAR/2017)

Se os pontos $A(a, 2)$, $B(b, 3)$ e $C(-3, 0)$ estão alinhados, o valor de $3a - 2b$ é

a) 3

b) 5

c) -3

d) -5

80. (EEAR/2002)

Os valores de x que tornam verdadeira a igualdade $\begin{vmatrix} x & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & x \end{vmatrix} = -2$ são tais que seu produto p é elemento do conjunto

a) $\{p \in \mathbb{R} \mid p > -3\}$

b) $\{p \in \mathbb{R} \mid -3 < p \leq 2\}$

c) $\{p \in \mathbb{R} \mid p < -6\}$

d) $\{p \in \mathbb{R} \mid -6 \leq p < 2\}$

---

81. (EEAR/2002)

Pode-se afirmar que o valor do determinante

$$\begin{vmatrix} a-x & 0 & 1 \\ 0 & 2-x & x-2 \\ a & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

é igual a:

a) $x^2 - 2$

b) $x^2 + 2x$

c) $x(x-2)$

d) $x(x-2a-2)$

---

82. (EEAR/2002)

O determinante da matriz A de ordem 3, tal que $a_{ij} = \begin{cases} 2i - j, & se\ i \neq j \\ 2i, & se\ i = j \end{cases}$ é igual a:

a) 72

b) 60

c) 48

d) 40

---

83. (EEAR/2005)

Se $A = (a_{ij})$ é a matriz quadrada de ordem 2 em que $a_{ij} = \begin{cases} 2 & se\ i < j \\ i + j & se\ i = j \\ i - j & se\ i > j \end{cases}$, então o determinante da matriz A é

a) -10

b) 10

c) -6

d) 6

---

84. (EEAR/2004)

Seja uma matriz M do tipo 2×2. Se $\det M = 2$, então $\det(10M)$ é

a) 20

b) 80

c) 100

d) 200

---

85. (EEAR/2005)

Seja A uma matriz de ordem 2, cujo determinante é -6. Se $\det(2A) = x - 87$, então o valor de x é múltiplo de

a) 13

b) 11

c) 7

d) 5

---

86. (EEAR/2001)

Dada a equação $\begin{vmatrix} x & m & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$, quais os valores de m para os quais as raízes são reais?

a) $m \leq 3$

b) $m \geq -1$

c) $-1 \leq m \leq 0$

d) $m \leq -1$ ou $m \geq 3$

---

87. (EEAR/2000)

Seja $A = (a_{ij})$ uma matriz real quadrada de ordem 2 e I_2 a matriz identidade também de ordem 2. Se r_1 e r_2 são as raízes da equação $\det(A - r \cdot I_2) = nr$, onde n é um número inteiro positivo, podemos afirmar que:

a) $r_1 + r_2 = a_{11} + a_{22}$

b) $r_1 + r_2 = n(a_{11} + a_{22})$

c) $r_1 \cdot r_2 = \det A$

d) $r_1 \cdot r_2 = -n \det A$

---

88. (EEAR/2007)

Se as matrizes $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} -2a & 2c \\ -3b & 3d \end{bmatrix}$ têm determinantes respectivamente iguais a x e y, e $ad \neq bc$, então o valor de $\frac{y}{x}$ é

a) 2

b) 3

c) -6

d) -4

---

89. (EEAR/2003)

Calculando o valor do determinante $\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$, obtém-se

a) -3

b) -1

c) 1

d) 3

---

90. (EEAR/2006)

O determinante da matriz $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ é

a) 9

b) 8

c) 7

d) 6

---

91. (ESSA/2014)

Sabendo-se que uma matriz quadrada é invertível se, e somente se, seu determinante é não-nulo e que, se A e B são duas matrizes quadradas de mesma ordem, então $\det(A \cdot B) = (\det A) \cdot (\det B)$, pode-se concluir que, sob essas condições

a) se A é invertível, então $A \cdot B$ é invertível.

b) se B não é invertível, então A é invertível.

c) se $A \cdot B$ é invertível, então A é invertível e B não é invertível.

d) se $A \cdot B$ não é invertível, então A ou B não é invertível.

e) se $A \cdot B$ é invertível, então B é invertível e A não é invertível.

---

92. (ESSA/2009)

Uma matriz B de ordem 3, é tal que, em cada linha, os elementos são termos consecutivos de uma progressão aritmética de razão 2. Se as somas dos elementos da primeira, segunda e terceira linhas valem $6, 3$ e 0, respectivamente, o determinante de B é igual a:

a) 1

b) 0

c) -1

d) 3

e) 2

---

93. (EsPCEx/2016)

Considere a matriz $M = \begin{bmatrix} a & a^3 - b^3 & b \\ a & a^3 & 0 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}$. Se a e b são números reais não nulos e $\det(M) = 0$, então o valor de $14a^2 - 21b^2$ é igual a

a) 15

b) 28

c) 35

d) 49

e) 70

---

94. (EsPCEx/2004)

Seja a matriz $A_2 = (a_{ij}) = \begin{cases} 0, se\ i \neq j \\ i + j - \frac{4}{j}, se\ i = j \end{cases}$. O determinante da inversa de A é:

a) $-\frac{1}{4}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{3}{2}$

d) $-\frac{1}{2}$

e) $\frac{4}{3}$

---

95. (EsPCEx/2017)

Uma matriz quadrada A, de ordem 3, é definida por $a_{ij} = \begin{cases} i-j, se\ i > j \\ (-1)^{i+j}, se\ i \leq j \end{cases}$. Então $\det(A^{-1})$ é igual a:

a) 4

b) 1

c) 0

d) $\frac{1}{4}$

e) $\frac{1}{2}$

---

96. (EsPCEx/2014)

Seja x um número real, I a matriz identidade de ordem 2 e A a matriz quadrada de ordem 2, cujos elementos são definidos por $a_{ij} = i - j$. Sobre a equação em x definida por $\det(A - xI) = x + \det A$ é correto afirmar que

a) as raízes são 0 e $\frac{1}{2}$

b) todo x real satisfaz a equação.

c) apresenta apenas raízes inteiras.

d) uma raiz é nula e a outra negativa.

e) apresenta apenas raízes negativas.

---

7 – Questões Comentadas

1. (Unicamp 2019) Sabendo que a e b são números reais, considere a matriz quadrada de ordem 3,

$$A=\begin{pmatrix}1 & a & 1\\ b & 1 & a\\ 2 & b & 2\end{pmatrix}.$$

Se a soma dos elementos em cada linha da matriz A tem sempre o mesmo valor, então o determinante de A é igual a

a) $0.$

b) $2.$

c) $5.$

d) $10.$

Comentário:

Desde que $2+a=a+b+1=b+4,$ temos $a=3$ e $b=1.$ Logo, vem

$$\det A=\begin{vmatrix}1 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 3\\ 2 & 1 & 2\end{vmatrix}$$
$$\overset{\text{Chió}}{=}\begin{vmatrix}-2 & 2\\ -5 & 0\end{vmatrix}$$
$$=10.$$

Gabarito: D

---

2. (Uece 2019) Os elementos a, b, c, d da matriz $M=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ são distintos entre si e escolhidos aleatoriamente no conjunto $\{1, 3, 5, 7\}.$

Considerando-se, para cada escolha destes elementos, d o determinante de $M,$ o número de valores distintos que d pode assumir é

a) $6.$

b) $8.$

c) $16.$

d) $24.$

Comentário:

Escolhendo os elementos da diagonal principal, os elementos da diagonal secundária ficam determinados univocamente. Logo, a resposta é $\binom{4}{2}=\frac{4!}{2!\cdot 2!}=6.$

Gabarito: A

---

3. (Espcex (Aman) 2018) Uma matriz quadrada A, de ordem 3, é definida por $a_{ij} = \begin{cases} i - j, \text{ se } i > j \\ (-1)^{i+j}, \text{ se } i \leq j \end{cases}$.

Então $\det(A^{-1})$ é igual a

a) 4.

b) 1.

c) 0.

d) $\frac{1}{4}$.

e) $\frac{1}{2}$.

Comentário:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$a_{11} = (-1)^{1+1} = 1$

$a_{12} = (-1)^{1+2} = -1$

$a_{13} = (-1)^{1+3} = 1$

$a_{21} = 2 - 1 = 1$

$a_{22} = (-1)^{2+2} = 1$

$a_{23} = (-1)^{2+3} = -1$

$a_{31} = 3 - 1 = 2$

$a_{32} = 3 - 2 = 1$

$a_{33} = (-1)^{3+3} = 1$

Então,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

$$\det\left(A^{-1}\right) = \frac{1}{\det A} = \frac{1}{4}$$

Gabarito: D

---

4. (Mackenzie 2018) O valor do determinante $\begin{vmatrix} 0 & \log_3 3 & \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} \\ 1 & \log_3 27 & \log_{\frac{1}{3}} 27 \\ 0 & \log_3 81 & \log_3 243 \end{vmatrix}$ é

a) 0
b) 1
c) -1
d) 3
e) $\frac{1}{3}$

Comentário:

Calculando:

$$\begin{vmatrix} 0 & \log_3 3 & \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} \\ 1 & \log_3 27 & \log_{\frac{1}{3}} 27 \\ 0 & \log_3 81 & \log_3 243 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -3 \\ 0 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 4 - 5 = -1$$

Gabarito: C

---

5. (Uece 2018) A solução real da equação $\begin{vmatrix} 1 & \log_2(x) & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & \log_2(x) & 1 \end{vmatrix} = 8,$ é um número inteiro

$\log_2(x) \equiv$ logaritmo de x na base 2

a) par.
b) primo.
c) múltiplo de $3.$
d) múltiplo de $5.$

Comentário:

Tem-se que

$$\begin{vmatrix} 1 & \log_2(x) & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & \log_2(x) & 1 \end{vmatrix} = 8 \Leftrightarrow 1 + 6\log_2 x + 6\log_2 x - 9 - 2\log_2 x - 2\log_2 x = 8$$
$$\Leftrightarrow \log_2 x = 4$$
$$\Leftrightarrow x = 16.$$

Portanto, a solução real da equação é um número par, composto e que não é múltiplo nem de 3 e nem de $5.$

Gabarito: A

---

6. (Epcar (Afa) 2018) Sejam a e b números positivos tais que o determinante da matriz $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & a & 0 & 1 \\ 1 & -1 & b & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ vale $24.$

Dessa forma o determinante da matriz $\begin{bmatrix} \sqrt{b} & \sqrt{2} \\ \sqrt{3} & \sqrt{a} \end{bmatrix}$ é igual a

a) 0
b) 6
c) -6
d) $\sqrt{6}$

Comentário:

Tem-se que

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & a & 0 & 1 \\ 1 & -1 & b & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 24 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} a & 0 & 3 \\ -1 & b & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 24$$
$$\Leftrightarrow ab = 24.$$

Portanto, a resposta é

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \sqrt{b} & \sqrt{2} \\ \sqrt{3} & \sqrt{a} \end{vmatrix} &= \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \\ &= \sqrt{ab} - \sqrt{6} \\ &= \sqrt{24} - \sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{6} - \sqrt{6} \\ &= \sqrt{6}. \end{aligned}$$

Gabarito: D

---

7. (Uerj 2017) Observe a matriz:

$$\begin{bmatrix} 3+t & -4 \\ 3 & t-4 \end{bmatrix}$$

Para que o determinante dessa matriz seja nulo, o maior valor real de t deve ser igual a:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

Comentário:

Tem-se que

$$\begin{vmatrix} 3+t & -4 \\ 3 & t-4 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow (t+3)(t-4)+12=0$$
$$\Leftrightarrow t(t-1)=0$$
$$\Leftrightarrow t=0 \text{ ou } t=1.$$

Portanto, como $1>0$, segue que a resposta é 1.

Gabarito: A

---

8. (Eear 2016) Para que o determinante da matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ seja 3, o valor de b deve ser igual a

a) 2
b) 0
c) -1
d) -2

Comentário:

$$\left|\begin{matrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 2 & 1 \end{matrix}\right|\begin{matrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{matrix}$$

Calculando o determinante pela regra de Sarrus, temos:

$0-b+2-0-2b+1=3 \Rightarrow -3b+3=3 \Rightarrow -2b=0 \Rightarrow b=0$

Gabarito: B

---

9. (Uece 2016) Sobre a equação $\det M=-1$, na qual M é a matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & x & 1 \\ x & 1 & x \end{bmatrix}$ e $\det M$ é o determinante da matriz M, pode-se afirmar corretamente que a equação

a) não possui raízes reais.
b) possui três raízes reais e distintas.
c) possui três raízes reais, das quais duas são iguais e uma é diferente.
d) possui três raízes reais e iguais.

Comentário:

Tem-se que

$$\det M=-1 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & x & 1 \\ x & 1 & x \end{vmatrix}=-1$$
$$\Leftrightarrow x^2+2x+2x-x^3-1-4x=-1$$
$$\Leftrightarrow x^2(x-1)=0.$$

Logo, a equação possui três raízes reais, das quais duas são iguais a $x=0$ e a outra é $x=1.$

Gabarito: C

---

10. (G1 - ifal 2016) O valor do determinante abaixo:

$$\begin{vmatrix} \cos x & -\text{sen } x \\ \text{sen } x & \cos x \end{vmatrix} \text{ é:}$$

a) 1.

b) $\cos 2x.$

c) $\text{sen } 2x.$

d) $\text{tg } 2x.$

e) $\cos^2 x-\text{sen}^2 x.$

Comentário:

$$\begin{vmatrix} \cos x & -\text{sen } x \\ \text{sen } x & \cos x \end{vmatrix}=\cos^2 x+\text{sen}^2 x=1$$

Gabarito: A

---

11. (Uern 2015) Considere a seguinte matriz $A=(a_{ij})_{3X3}$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & \log_2 8 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & \log_2 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Pela regra de *Sarrus*, o determinante dessa matriz é

a) 8.

b) 9.

c) 15.

d) 24.

Comentário:

Reescrevendo a matriz A, tem-se:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & \log_2 8 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & \log_2 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

O determinante da mesma será:

$$\det A = -4 + 12 + 6 + 18 - 16 - 1$$
$$\det A = 15$$

Gabarito: C

---

12. (Udesc 2015) Considerando que A é uma matriz quadrada de ordem 3 e inversível, se $\det(3A) = \det(A^2)$, então $\det(A)$ é igual a:

a) 9
b) 0
c) 3
d) 6
e) 27

Comentário:

Pelo Teorema de Binet, sabemos que $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$, com A e B sendo matrizes invertíveis. Além disso, temos $\det(kA) = k^n \cdot \det(A)$, em que k é um número real e n é a ordem da matriz invertível A. Portanto, segue que

$$\begin{aligned} \det(3A) = \det(A^2) &\Leftrightarrow 3^3 \cdot \det(A) = \det^2(A) \\ &\Leftrightarrow \det(A) \cdot (\det(A) - 27) = 0 \\ &\Rightarrow \det(A) = 27. \end{aligned}$$

Gabarito: E

---

13. (Ime 2013) Seja Δ o determinante da matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & x^2 & x^3 \\ x & x & 1 \end{bmatrix}$. O número de possíveis valores de *x* reais que anulam Δ é

a) 0
b) 1
c) 2

d) 3
e) 4

Comentário:
Temos:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & x^2 & x^3 \\ x & x & 1 \end{vmatrix}$$
$$= x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x$$
$$= x \cdot (x^3 - 3x^2 + 4x - 2)$$
$$= x \cdot (x-1) \cdot (x^2 - 2x + 2).$$

Portanto, como $x^2 - 2x + 2 = 0$ não possui raízes reais, segue que apenas $x = 0$ e $x = 1$ anulam Δ.

Gabarito: C

---

14. (Uepb 2013) A equação $\begin{vmatrix} \log(x-1) & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \log(x-1) & 1 & \log(x-1) \end{vmatrix} = 0$ tem como solução real os valores de x:

a) 2 e 10
b) 0 e 2
c) 3 e 11
d) 4 e 11
e) 2 e 11

Comentário:
Temos

$$\begin{vmatrix} \log(x-1) & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \log(x-1) & 1 & \log(x-1) \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \log(x-1)[\log(x-1) - 1] = 0$$
$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} \log(x-1) = 0 \\ \quad \text{ou} \\ \log(x-1) - 1 = 0 \end{array} \right.$$
$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = 11.$$

Gabarito: E

---

15. (Uepb 2012) Se a matriz com $\det(A) = 1$ e $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ m & 0 \end{pmatrix}$, o valor de m é

a) -1

b) 1
c) 0
d) 2
e) -2

Comentário:
Temos

$$\det A^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ m & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - m \cdot (-1) = m.$$

Logo, pelo Teorema de Binet, segue que

$$\begin{aligned} \det A \cdot \det A^{-1} = 1 &\Leftrightarrow 1 \cdot m = 1 \\ &\Leftrightarrow m = 1. \end{aligned}$$

Gabarito: B

---

16. (G1 - ifal 2011) Se $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. O determinante da matriz $(AB)^{-1}$ é:

a) $-\frac{1}{10}$.
b) $\frac{21}{10}$.
c) $\frac{13}{10}$.
d) $-\frac{13}{10}$.
e) nda.

Comentário:
Como $A = B$, segue que

$$\det(AB)^{-1} = \det(A^2)^{-1} = \frac{1}{\det(A^2)} = \frac{1}{(\det A)^2}.$$

Portanto,

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - (-1) \cdot 2 = 2 \Rightarrow \det(AB)^{-1} = \frac{1}{4}.$$

Gabarito: E

---

17. (Fgv 2011) O sistema linear nas incógnitas *x*, *y* e *z* :

$$\begin{cases} x - y = 10 + z \\ y - z = 5 - x \\ z + x = 7 + y \end{cases}$$

pode ser escrito na forma matricial $AX = B$, em que:

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}.$$

Nessas condições, o determinante da matriz *A* é igual a:

a) 5

b) 4

c) 3

d) 2

e) 1

Comentário:

Reescrevendo o sistema dado, obtemos:

$$\begin{cases} x - y = 10 + z \\ y - z = 5 - x \\ z + x = 7 + y \end{cases} \sim \begin{cases} x - y - z = 10 \\ x + y - z = 5 \\ x - y + z = 7 \end{cases}.$$

Desse modo,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

e, portanto,

$$\det A = 1 + 1 + 1 - (-1 + 1 - 1) = 4.$$

Gabarito: B

---

18. (Espm 2011) Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & x \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ a diferença entre os valores de x, tais que $\det(A \cdot B) = 3x$, pode ser igual a:

a) 3

b) -2

c) 5
d) -4
e) 1

Comentário:
De acordo com o Teorema Binet, segue que

$$\begin{aligned}\det(A\cdot B)=3x &\Leftrightarrow \det A\cdot\det B=3x\\ &\Leftrightarrow (x-2)\cdot(x+2)=3x\\ &\Leftrightarrow x^2-3x-4=0\\ &\Leftrightarrow x=-1 \text{ ou } x=4.\end{aligned}$$

Portanto, a diferença entre os valores de x, tais que $\det(A\cdot B)=3x$, pode ser igual a $4-(-1)=5$.

Gabarito: C

19. (Mackenzie 2010) Dadas as matrizes A = $(a_{ij})_{3x3}$ tal que $\begin{cases} a_{ij}=10, \text{se } i=j \\ a_{ij}=0, \text{se } i\neq j \end{cases}$ e B = $(b_{ij})_{3x3}$ tal que $\begin{cases} b_{ij}=3, \text{se } i=j \\ b_{ij}=0, \text{se } i\neq j \end{cases}$,

o valor de det(AB) é

a) 27×10^3
b) 9×10^3
c) 27×10^2
d) $3^2 \times 10^2$
e) 27×10^4

Comentário:

$$A=\begin{pmatrix}10&0&0\\0&10&0\\0&0&10\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A)=10^3$$

$$B=\begin{pmatrix}3&0&0\\0&3&0\\0&0&3\end{pmatrix}\Rightarrow \det(B)=3^3$$

$\det(A.B) = \det(A).\det(B) = 10^3.3^3 = 27.10^3$

Gabarito: A

---

20. (EEAR-2001) Na resolução da equação matricial $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 4 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, o valor de $x + y + z$ é

a) -2

b) 1

c) -1

d) 0

Comentário:

Pelo produto entre as duas matrizes, podemos chegar no seguinte sistema linear 3x3:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 4x - y + z = 2 \\ -3y = 0 \end{cases}$$

Assim, chegamos que

$y = 0;\ x = 1;\ z = -2$

Logo,

$x + y + z = -1$

Gabarito: C

---

21. (EEAR-2002) O par (x, y), soluções da equação matricial $\begin{pmatrix} x & -4 \\ x^2 & y \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x & 2 \\ y & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 2x - 4 \\ x^3 + y^2 & 8 \end{pmatrix}$ é

a) $\left(6, \pm\sqrt{3}\right)$

b) $\left(\pm\sqrt{5}, -2\right)$

c) $\left(\pm\sqrt{\frac{1}{2}}, -5\right)$

d) $\left(-\frac{7}{3}, \frac{4}{5}\right)$

Comentário:

Do produto de matrizes, podemos seguir com as seguintes equações

$$\begin{cases} x^2 - 4y = 13 \\ 2x - 4 = 2x - 4 \\ x^3 + y^2 = x^3 + y^2 \\ 2x^2 + y = 8 \end{cases}$$

Dessa forma, teremos

$y = -2\ e\ x = \pm\sqrt{5}$

Gabarito: B

22. (EEAR-2002) O elemento $X_{3,2}$ da matriz solução da equação matricial

$3X + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 4 \\ 2 & 16 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$ é

a) 0

b) -2

c) 3

d) 1

Comentário:

Temos que a matriz X pode ser escrita como a subtração dos termos correspondentes das outras duas matrizes divididos por 3. Assim,

$$X = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 0 & 12 \\ -6 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Assim, o termo $X_{3,2}$ corresponde ao número 0.

Gabarito: A

23. (EEAR-2002) Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\ e\ B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, o elemento $C_{1,2}$ da matriz $C = A.B$ é

a) -17

b) 7

c) -3

d) 3

Comentário:

Utilizando o algoritmo da multiplicação de matrizes, teremos que

$$C = A.B = \begin{pmatrix} -1 & -17 \\ 3 & -3 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$$

Dessa forma, o elemento $C_{1,2} = 3$.

Gabarito: D

---

24. (EEAR-2003)

Sendo $\begin{pmatrix} 2 & x \\ y & -3 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix}$, os valores de $x\ e\ y$ na matriz acima são, respectivamente,

a) $3\ e -3$

b) $-3\ e\ 3$

c) $\frac{9}{2}\ e -3$

d) $-3\ e \frac{9}{2}$

Comentário:

Fazendo-se uso do algoritmo da multiplicação entre duas matrizes e resolvendo a igualdade matricial, temos

$8 - 5x = -7\ \rightarrow x = 3$

$4y + 15 = 3\ \rightarrow y = -3$

Gabarito: A

---

25. (EEAR-2003) Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}\ e\ B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, então $A.B - B.A$ é igual a:

a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$b)$ $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

$c)$ $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$

$d)$ $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

Comentário:

Fazendo as devidas multiplicações matriciais,

$A.B = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 10 & 1 \end{pmatrix}$ e $B.A = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Assim,

$A.B - B.A = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Gabarito: C

26. (EEAR-2004) Seja B uma matriz. Se $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & -2 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 18 \\ -23 \end{pmatrix}$, então o elemento b_{21} da matriz B é

a) 1

$b)$ 2

$c)$ 3

$d)$ 4

Comentário:

Realizando o algoritmo da multiplicação, teremos

$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Gabarito: B

27. (EEAR-2004) Considere as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, e\ B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\ e\ C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Então $A.B + C$ é igual a

a) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$b)$ $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

$c)$ $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

$d)$ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Comentário:

Inicialmente, aplique o algoritmo da multiplicação entre as matrizes $A\ e\ B$,

$A.B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

Por fim, podemos fazer a soma seguinte

$A.B + C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

Gabarito: B

---

28. (EEAR-2005) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ são duas matrizes que comutam se, e somente se,

a) $x = 2$ e $y = 1$

$b)$ $x = 1$ e $y = 2$

$c)$ $x = 1$

$d)$ $y = 2$

Comentário:

Duas matrizes comutam se, e somente se, satisfazem a seguinte relação:

$A.B = B.A$

$A.B = \begin{pmatrix} x & y+2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $B.A = \begin{pmatrix} x & 2x+y \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Assim, igualando as matrizes

$y + 2 = 2x + y \rightarrow x = 1$

Gabarito: C

---

29. (EEAR-2005) Sabendo-se que $M + N = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $M - N = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, a matriz N é igual a:

$a)$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \frac{3}{2} & 2 \end{pmatrix}$

$b)$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{3}{2} & 2 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{3}{2} & 2 \end{pmatrix}$

$d)$ $\begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Comentário:

Nos é dado duas equações matriciais. Fazendo a primeira menos a segunda, teremos

$$2N = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Assim,

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{3}{2} & 2 \end{pmatrix}$$

Gabarito: C

---

30. (EEAR-2005) Sendo A uma matriz $3x4$ e B uma matriz NxM, coloque V(Verdadeiro) e F(Falso) nas afirmações a seguir:

( ) Existe $A + B$ se, e somente se, $N = 4 \; e \; M = 3$.

( ) Existe $A.B$ se, e somente se, $N = 4 \; e \; M = 3$.

( ) Existe $A.B \; e \; B.A$ se, e somente se, $N = 4 \; e \; M = 3$.

( ) $A + B = B + A$ se, e somente se, $A = B$.

( ) $A.B = B.A$ se, e somente se, $A = B$.

Assinale a alternativa que contém a sequência correta:

a) V-V-V-V-V

b) F-V-F-V-F

c) F-F-V-F-F

d) V-V-V-F-V

Comentário:

Falso, afinal a verdade é que $N = 3 \; e \; M = 4$.

Falso, pois para existir $A.B$, $N = 4 \; e \; M = qualquer$.

Verdadeiro, pela restrição do algoritmo da multiplicação.

Falso, isso sempre é verdade.

Falso, matrizes que comutam apresentam essa relação e não são, necessariamente, igual.

Gabarito: C

---

31. (EEAR-2006) Se $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ x & y \end{pmatrix}$ é a matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, então $x - y$ é:

a) 2

b) 1

c) -1

d) 0

Comentário:

Se B é matriz inversa de A, então

$A.B = I_{2x2}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ x & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Assim,

$2 + 2x = 1 \ \rightarrow x = -\dfrac{1}{2}$

$-1 + 2y = 0 \ \rightarrow y = \dfrac{1}{2}$

Dessa forma, $x - y = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$.

Gabarito: C

---

32. (EEAR-2006)

Sendo $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, a soma dos elementos da 1ª linha de $A.B$ é

a) 22

b) 30

c) 46

d) 58

Comentário:

Vamos calcular, com o algoritmo da multiplicação, o produto entre as matrizes:

$A.B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 10 & 3 \\ 11 & 20 & 27 \end{pmatrix}$

Assim, temos que a soma da 1ª linha vale

$9 + 10 + 3 = 22$

Gabarito: A

---

33. (EEAR-2006) Sendo $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, a soma dos elementos da 2ª linha de $(A - B)^t$ é igual a:

$a)$ -4

$b)$ -2

$c)$ 2

$d)$ 4

Comentário:

Realizando a subtração das matrizes, temos

$$A - B = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

Para fazermos a transposição, basta trocas as linhas pelas colunas, afinal $(c_{ij})^t = c_{ji}$. Assim,

$$(A - B) = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$$

Logo, a soma dos elementos da segunda linha é $6 + (-2) = 4$.

Gabarito: D

---

34. (EEAR-2007) Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$. Se A^t e B^t são as matrizes transpostas de A e B, respectivamente, então $A^t + B^t$ é igual a

a) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

$b)$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$

$c)$ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$

$d)$ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

Comentário:

Para fazermos a transposição matricial, teremos que trocar linhas com colunas da matriz, afinal $(c_{ij})^t = c_{ji}$. Assim,

$$A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \; e \; B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Por fim, somando

$$A^t + B^t = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Gabarito: A

35. (EEAR-2008) Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 4 & a \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} b \\ 2 \end{pmatrix}$. Se $A.B$ é uma matriz nula $2x1$, como $a + b$ é

$a) - 1$

b) 0

c) 1

d) 2

Comentário:

Aplicando o algoritmo da multiplicação, temos

$A.B = 0_{2x1} \rightarrow \begin{pmatrix} 4 & a \\ 2 & -1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} b \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Assim,

$4b + 2a = 0$

$2b - 2 = 0$

Logo, $b = 1$ e $a = -2$.

Por fim, $a + b = -1$.

Gabarito: A

36. (EEAR-2008) A soma dos elementos da diagonal principal da matriz $A = (a_{ij})_{3x3}$, tal que $a_{ij} = \begin{cases} i^2, se\ i \neq j \\ i + j, se\ i = j \end{cases}$ é um número

a) Múltiplo de 3.

b) Múltiplo de 5.

c) Múltiplo de 16.

d) Múltiplo de 121.

Comentário:

Vamos primeiramente montar a matriz com base na sua lei de formação:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \\ 9 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

Assim, a soma da diagonal principal é

$2 + 4 + 6 = 12$

Trata-se, portanto, de um múltiplo de 3.

Gabarito: A

---

37. (EEAR-2009) Seja $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & x \end{pmatrix}$ a matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Sabendo que $A.A^{-1} = I_2$, o valor de x é:

$a)$ 3

b) 2

c) 1

d) 0

Comentário:

Faremos a multiplica das matrizes A e sua inversa da seguinte maneira

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Assim, teremos

$-1 + x = 0 \ \rightarrow x = 1$

Gabarito: C

---

38. (EEAR-2009) Se $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$, então o valor de $x + y$ é

$a)$ 4

b) 5

c) 6

d) 7

Comentário:

Utilizando-se do algoritmo da multiplicação,

$2x + y = 6$

$x - y = 0$

Assim,

$x = y = 3$

Logo,

$x + y = 6.$

Gabarito: C

39. (EEAR-2010) Seja a matriz $A = (a_{ij})_{2x2}$ tal que $a_{ij} = \begin{cases} 0, se\ i = j \\ i + j, se\ i \neq j \end{cases}$

A soma dos elementos de A é

a) 4

b) 5

c) 6

d) 7

Comentário:

Vamos primeiramente construir toda a matriz A com base na sua lei de formação

$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

Assim, a soma de seus elementos é $3 + 3 = 6.$

Gabarito: C

40. (EEAR-2010) Sejam as matrizes $A_{mx3}, B_{pxq}\ e\ C_{5x3.}$ Se $A.B = C$, então $m + p + q$ é igual a

a) 10

b) 11

c) 12

d) 13

Comentário:

Uma multiplicação de matrizes deve satisfazer a seguinte equação

$X_{axb}.Y_{bxc} = Z_{axc}$

Assim, para

$A_{mx3}.B_{pxq} = C_{5x3}$

Temos que

$p = 3, m = 5\ e\ q = 3$

Assim,

$m+p+q=11.$

Gabarito: B

41. (EEAR-2011) Seja $P=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ e P^t a matriz transposta de P. A matriz $Q=P.P^t$ é

a) $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 2\end{pmatrix}$

$b)$ $\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$

$c)$ $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$

$d)$ $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$

Comentário:

Primeiramente, vamos efetuar a transposição da matriz de modo a trocar as linhas e as colunas

$P^t=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$

Assim, agora faremos o produto

$P.P^t=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$

Gabarito: B

42. (EEAR-2012) Na matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ \dots & 2 & 1\\ 5 & \dots & 3\end{pmatrix}$ faltam 2 elementos. Se nessa matriz $a_{ij}=2i-j$, a soma dos elementos que faltam é

$a)$ 4

b) 5

c) 6

d) 7

Comentário:

Os elementos que faltam na matriz são $a_{21}\ e\ a_{32}$. Seguindo a lei de formação para essa matriz, temos

$a_{21}=3\ e\ a_{32}=4$

Assim,

$a_{21} + a_{32} = 7$

Gabarito: D

43. (EEAR-2013) Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. A soma dos elementos de $A.B$ é

$a)$ 0

b) 1

c) 2

d) 3

Comentário:

Executando o algoritmo da multiplicação de matrizes, temos

$A.B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Dessa forma, temos que a soma dos elementos vale

$-1 + 2 = 1$

Gabarito: B

44. (EEEAR-2014) Seja a matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$. A matriz $X = \frac{1}{2}A$ tem como soma de seus elementos o valor

$a)$ 7

$b)$ 5

$c)$ 4

$d)$ 1

Comentário:

Calculando a matriz X,

$X = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -6 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

Assim, a soma dos seus elementos vale

$2 + 1 + (-3) + 1 = 1$

Gabarito: D

45. (EEAR- 2015) Seja a matriz $A = (a_{ij})_{2x2}$ tal que $a_{ij} = |i^2 - j^2|$. A soma dos elementos de A é igual a

$a)$ 3

$b)$ 6

$c)$9

$d)$ 12

Comentário:

Com base na lei de formação da matriz, vamos montar essa matriz elemento por elemento

$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

Dessa forma, a soma dos elementos de A é

$3 + 3 = 6$

Gabarito: B

46. (EEAR-2016) Se $\begin{pmatrix} 1 & a \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} b & -1 \\ x & 2k \end{pmatrix}$ são matrizes opostas, os valores de $a, b, x\ e\ k$ são respectivamente

$a)$ $1, -1, 1, 1$

$b)$ $1, 1, -1, -1$

$c)$ $1, -1, 1, -1$

$d)$ $-1, -1, -2, -2$

Comentário:

Sabemos que para se ter uma matriz oposta basta trocar o sinal de cada um dos elementos, temos

$b = -1, a = 1, x = 1\ e\ k = -1$

Gabarito: C

47. (EEAR-2017) Considere as matrizes reais $A = \begin{pmatrix} x^2 & 1 \\ 2 & y + z \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 9 & z \\ y & -x \end{pmatrix}$. Se $A = B^t$, então $y + z$ é igual a

$a)$ 3

$b)$ 2

$c)$ 1

d) -1

Comentário:

Temos que para uma matriz genérica X, $(x_{ij})^t = x_{ij}$. Assim,

$x^2 = 9 \ \rightarrow x = \pm 3$

$1 = y$

$2 = z$

$y + z = -x$

Assim,

$y + z = 1 + 2 = 3$

Gabarito: A

---

48. (EEAR-2019) Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ $e\ B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, o produto $A.B$ é a matriz:

$a)$ $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

$b)$ $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

$c)$ $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

$d)$ $\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Comentário:

Utilizando o algoritmo da multiplicação, teremos

$A.B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Gabarito: C

---

49. (EEAR-2000) Seja $A = (a_{ij})$ uma matriz real quadrada de ordem $2\ e\ I_2$ a matriz identidade também de ordem 2. Se $r_1\ e\ r_2$ são as raízes da equação $\det(A - rI_2) = nr$, onde n é um número inteiro positivo, podemos afirmar que:

$a)\ r_1 + r_2 = a_{11} + a_{22}$

$b)\ r_1 + r_2 = n(a_{11} + a_{22})$

$c)\ r_1.r_2 = detA$

$d)\ r_1.r_2 = -n.detA$

Comentário:

Dada a equação

$$\det\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} - r\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = nr$$

$$det\begin{pmatrix} a_{11} - r & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - r \end{pmatrix} = nr$$

Assim,

$$(a_{11} - r)(a_{22} - r) - a_{12}a_{12} = nr$$

$$r^2 - (n + a_{11} + a_{22})r + (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}) = 0$$

Desse modo,

$$r_1.r_2 = detA = (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})$$

Gabarito: C

---

50. (EEAR-2001) Dada a equação $\begin{vmatrix} x & m & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$, quais os valores de m para os quais as raízes são reais?

$a)\ m \leq 3$

$b)\ m \geq -1$

$c)\ -1 \leq m \leq 3$

$d)\ m \leq -1\ ou\ m \geq 3$

Comentário:

Resolvendo o determinante,

$$x^2 + (m - 1)x + 1 = 0$$

Para que as raízes sejam reais, o delta deve ser maior ou igual a zero:

$$\Delta \geq 0$$

$$(m - 1)^2 - 4.1.1 \geq 0 \ \rightarrow (m - 1)^2 \geq 4$$

$$-2 \leq m - 1 \leq 2$$

Assim,

$$-1 \leq m \leq 3.$$

Gabarito: C

51. (EEAR-2002) Os valores de x que tornam verdadeira a igualdade $\begin{vmatrix} x & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & x \end{vmatrix} = -2$ são tais que seu produto p é elemento do conjunto

$a)$ $\{p \in \mathbb{R} \,|p > -3\}$

$b)$ $\{p \in \mathbb{R} \,| -3 < p \leq 2\}$

$c)$ $\{p \in \mathbb{R} \,|p < -6\}$

$d)$ $\{p \in \mathbb{R} \,| -6 \leq p < 2\}$

Comentário:

Calculando o determinante, temos

$-x^2 - x + 4 = -2$

Assim,

$x^2 + x - 6$

O produto dos valores de x que tornam verdadeira a igualdade é $p = -6$. Logo, esse valor deve pertencer ao intervalo.

Gabarito: D

52. (EEAR-2002) Pode-se afirmar que o valor do determinante

$$\begin{vmatrix} a-x & 0 & 1 \\ 0 & 2-x & x-2 \\ a & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

é igual a

a) $x^2 - 2$

b) $x^2 + 2x$

$c)$ $x(x-2)$

$d)$ $x(x-2a-2)$

Comentário:

Calculando o determinante, teremos

$$det = (a-x)(2-x) - (2-x)a$$

$det = x^2 - 2x - ax + 2a - 2a + ax$

Assim,

$det = x(x-2)$

Gabarito: C

53. (EEAR-2002) O determinante da matriz A de ordem 3, tal que $a_{ij} = \begin{cases} 2i - j, se\ i \neq j \\ 2i, se\ i = j \end{cases}$ é igual a:

$a)$ 72

$b)$ 60

$c)$ 48

$d)$ 40

Comentário:

Primeiramente vamos montar a matriz com base na sua lei de formação

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Dessa forma, utilizando o algoritmo do determinante

$$detA = 48 - 12 + 20 - 8$$

$$detA = 48$$

Gabarito: C

54. (EEAR-2003) Seja $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 4 & x & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 64$. O valor de x que torna verdadeira a igualdade é

a) 4

$b)$ 5

$c)$ -4

d) -5

Comentário:

Fazendo uso do algoritmo do cálculo do determinante,

$$-4x + 12x + 24 = 64$$

$$8x = 40$$

$$x = 5$$

Gabarito: B

55. (EEAR-2003) Calculando o valor do determinante $\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ obtém-se

$a) - 3$

$b)\ - 1$

$c)\ 1$

$d)\ 3$

Comentário:

Utilizando o método de Laplace para o cálculo de determinante na coluna 3, temos

$$det = (-1)^{3+3}(-1)\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = (-1)(-2+1)$$

$$det = 1$$

Gabarito: C

56. (EEAR-2004) Seja uma matriz M do tipo $2x2$. Se $detM = 2$, então det $(10M)$ é

a) 20

$b)\ 80$

$c)\ 100$

$d)\ 200$

Comentário:

Para uma matriz $Xnxn$ genérica,

$\det(kX) = k^n detX$

Assim, para M

$\det(10M) = 10^2 detM$

$\det(10M) = 200$

Gabarito: D

57. (EEAR-2005) Seja A uma matriz de ordem 2, cujo determinante é -6. Se $\det(2A) = x - 87$, então o valor de x é múltiplo de

a) 13

b) 11

$c)$ 7

$d)$ 5

Comentário:

Para uma matriz $Xnxn$ genérica,

$\det(kX) = k^n detX$

Logo,

$\det(2A) = 2^2 detA = 4.(-6) = -24$

Assim,

$-24 = x - 87$

$x = 63$

Trata-se, portanto, de um múltiplo de 7.

Gabarito: C

58. (EEEAR-2005) Se $A = (a_{ij})$ é a matriz quadrada de ordem 2 em que $a_{ij} = \begin{cases} 2, se\ i < j \\ i + j, se\ i = j \\ i - j, se\ i > j \end{cases}$ então o determinante da matriz A é

$a) - 10$

$b)$ 10

$c)$ $- 6$

$d)$ 6

Comentário:

De início, vamos montar a matriz conforme a lei de formação dada

$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

Assim o determinante será

$detA = 8 - 2 = 6$

Gabarito: D

59. (EEAR-2006) O determinante da matriz $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ é

a) 9

$b)$ 8

$c)$ 7

$d)$ 6

Comentário:

Utilizando o artifício de Chió para abaixar a ordem da matriz, temos

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & -5 \\ 2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -5 \end{vmatrix} = -45 - 10 + 50 + 12 = 7$$

Gabarito: C

---

60. (EEAR-2007) Se as matrizes $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} -2a & 2c \\ -3b & 3d \end{pmatrix}$ têm determinantes respectivamente iguais a x e y, e $ad \neq bc$, então o valor de $\frac{y}{x}$ é

$a)$ 2

$b)$ 3

$c)$ -6

$d)$ -4

Comentário:

Do enunciado, temos

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc = x$$

$$\begin{vmatrix} -2a & 2c \\ -3b & 3d \end{vmatrix} = -6ad + 6bc = -6(ad - bc) = y$$

Dessa forma,

$$y = -6.x \rightarrow \frac{y}{x} = -6$$

Gabarito: C

---

61. (EEAR-2009) Seja a matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{pmatrix}$. Se $detM = ax^2 + bx + c$, então o valor de a é

a) 12

b) 10

c) -5

d) -7

Comentário:

Fazendo o algoritmo para o determinante, temos

$detM = -3x^2 + 4x + 18 + 12 - 2x^2 - 9x = -5x^2 - 5x + 30$

Da equação do segundo grau,

$a = -5$

Gabarito: C

62. (EEAR-2011) Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $e\ B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$. O valor de $\frac{detA}{detB}$ é:

a) 4

$b)\ 3$

$c)\ -1$

$d) -2$

Comentário:

Calculando cada determinante separadamente, teremos

$detA = 10 + 3 - 45 - 4 = -36$

$detB = 18$

Assim,

$$\frac{detA}{detB} = \frac{-36}{18} = -2$$

Gabarito: D

63. (EEAR-2013) O número real x, tal que $\begin{vmatrix} x-1 & x+2 \\ -3 & x \end{vmatrix} = 5$, é

a) -2

b) -1

c) 0

d) 1

Comentário:

Pelo algoritmo para cálculo de determinante,

$x(x-1)+3(x+2)=5$

$x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0$

Por fim,

$x=-1.$

Gabarito: B

---

64. (EEAR-2015) Se $\begin{vmatrix} 2x & y & 0 \\ z & 0 & 2y \\ 0 & 2z & 0 \end{vmatrix} = 16\sqrt{3}$, então $(xyz)^2$ é igual a:

$a)$ 8

$b)$ 12

$c)$ 24

$d)$ 36

Comentário:

Por meio do algoritmo do cálculo do determinante,

$-8xyz=16\sqrt{3}$

Assim,

$xyz=-2\sqrt{3} \rightarrow (xyz)^2=12$

Gabarito: B

---

65. (EEAR-2015) O valor do determinante $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ é

a) -2

$b)$ 0

$c)$ 1

$d)$ 2

Comentário:

Pelo método de cálculo de determinante da matriz A,

$detA = -6 + 6 = 0$

Ou então, poderíamos verificar que o determinante é nulo pelo fato de termos a coluna 3 sendo uma combinação linear da coluna 1:

$a_{i3} = 2a_{i1}$

Gabarito: B

---

66. (EEAR-2016) Para que o determinante da matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ seja 3, o valor de b deve ser igual a

a) 2

$b)$ 0

$c)$ -1

$d)$ -2

Comentário:

Utilizando o algoritmo para o determinante de uma matriz,

$det = -b + 2 + 1 - 2b = 3$

$b = 0$

Gabarito: B

---

67. (EEAR-2017) Se os pontos $A(a, 2), B(b, 3) e\ C(-3,0)$, estão alinhados, o valor de $3a - 2b$ é

a) 3

$b)$ 5

$c)$ -3

$d)$ -5

Comentário:

Como os pontos sugeridos estão alinhados, o determinante de suas coordenadas vale zero. Assim,

$$\begin{vmatrix} a & 2 & 1 \\ b & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$3a - 6 + 9 - 2b = 0$$

$$3a - 2b = -3$$

Gabarito: C

---

68. (EEAR-2018) Se $A = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ x & 0 & 2 \\ y & 2 & 0 \end{pmatrix}$ $e\ detA = 4\sqrt{3}$, então x^2y^2 é igual a:

$a)$ 24

$b)$ 12

$c)$ 6

$d)$ 3

Comentário:

Para o cálculo do determinante de A,

$$detA = 2xy + 2xy = 4xy$$

$$4\sqrt{3} = 4xy$$

$$xy = \sqrt{3}$$

Assim,

$$x^2y^2 = (xy)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$$

Gabarito: D

---

69. (EEAR-2018) Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & x-1 \\ 2x & 4x-1 \end{pmatrix}$. Os termos $x - 1, 2\,x, 4x - 1$, são, nessa ordem, termos consecutivos de uma progressão aritmética. Dessa forma, $detA$ é igual a

$a)$ 1

$b)$ 2

$c)$ 3

$d)$ 4

Comentário:

Dada a progressão aritmética $(x-1, x, 4x-1)$, temos

$4x = (x-1) + (4x-1)$

$x = 2$

Dessa forma,

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$

Por fim,

$detA = 7 - 4 = 3.$

Gabarito: C

---

70 (EsSA 2009) – Uma matriz B, de ordem 3, é tal que, em cada linha, os elementos são termos consecutivos de uma progressão aritmética de razão 2. Se as somas dos elementos da primeira, segunda e terceira linhas valem 6, 3 e 0, respectivamente, o determinante de B é igual a:

a) 1

b) 0

c) –1

d) 3

e) 2

Comentário:

Vamos escrever a matriz B como proposto pelo enunciado

$$B = \begin{pmatrix} a & a+2 & a+4 \\ b & b+2 & b+4 \\ c & c+2 & c+4 \end{pmatrix}$$

Temos que

$$\begin{cases} a + (a+2) + (a+4) = 6 \to a = 0 \\ b + (b+2) + (b+4) = 3 \to b = -1 \\ c + (c+2) + (c+4) = 0 \to c = -2 \end{cases}$$

Logo, temos que B

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$detB = (0 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot (-2) + 4 \cdot (-1) \cdot 0 - (-2) \cdot 1 \cdot 4 - 0 \cdot 3 \cdot 0 - 2 \cdot (-1) \cdot 2$$

$$detB = \ -12 + 8 + 4 = 0$$

Gabarito: B

---

71 (EsSA 2014) – Sabendo-se que uma matriz quadrada é invertível se, e somente se, seueterminante é não-nulo e que, se A e B são duas matrizes quadradas de mesma ordem, então $\det(A \cdot B) = (\det A) \cdot (\det B)$, pode-se concluir que, sob essas condições:

a) se A é invertível, então $A \cdot B$ é invertível.

b) se B não é invertível, então A é invertível.

c) se $A \cdot B$ é invertível, então A é invertível e B não é invertível.

d) se $A \cdot B$ não é invertível, então A ou B não é invertível.

e) se $A \cdot B$ é invertível, então B é invertível e A não é invertível.

Comentários:

Na análise dos itens, temos que se uma matriz NÃO é invertível, então seu determinante deve ser zero. Dessa forma,

$$\text{Se } \det(A \cdot B) = 0 \ \rightarrow detA \cdot detB = 0$$

$$\begin{cases} detA = 0 \\ \quad ou \\ detB = 0 \end{cases}$$

Logo, se $A \cdot B$ não é invertível, então A ou B não é invertível.

Gabarito: D

---

72. (EEAR/2015)

O valor do determinante $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ é

a) -2

b) 0

c) 1

d) 2

Comentário:

Utilizando a Regra de Sarrus, obtemos:

$$\left|\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & 4 \end{array}\right|\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{array}$$

0 -6 0 0 0 -6

(0+0-6)-(0-6+0)=(-6)-(-6)=0

Gabarito: B

---

73. (EEAR/2018)

Se $A = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ x & 0 & 2 \\ y & 2 & 0 \end{pmatrix}$ e $\det A = 4\sqrt{3}$, então x^2y^2 é igual a:

a) 24

b) 12

c) 6

d) 3

Comentário:

Utilizando a Regra de Sarrus, obtemos:

$$\det A = \det \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ x & 0 & 2 \\ y & 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= (0 \cdot 0 \cdot 0 + x \cdot 2 \cdot y + y \cdot x \cdot 2) - (y \cdot 0 \cdot y + 0 \cdot 2 \cdot 2 + x \cdot x \cdot 0) =$$

$$= (4 \cdot x \cdot y) - (0) = 4 \cdot x \cdot y$$

Mas,

$$\det A = 4\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad 4xy = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \quad xy = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x^2y^2 = (xy)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$$

Gabarito: D

74. (EEAR/2016)

Para que o determinante da matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ seja 3, o valor de b deve ser igual a

a) 2

b) 0

c) -1

d) -2

Comentário:

Utilizando a Regra de Sarrus, obtemos:

$$\det \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = 3(1-b)$$

Queremos que $3(1-b) = 3$

$$\Rightarrow 1 - b = 1$$

$$\Rightarrow \quad b = 0$$

Gabarito: B

75. (EEAR/2009)

Seja a matriz $M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{bmatrix}$. Se $\det M = ax^2 + bx + c$, então o valor de a é

a) 12

b) 10

c) -5

d) -7

Comentário:

Utilizando a Regra de Sarrus, obtemos:

$$\det M = \det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{bmatrix} = -5x^2 - 5x + 30$$

Mas, $\det M = ax^2 + bx + c$. Então:

$$-5x^2 - 5x + 30 = ax^2 + bx + c$$

Pela igualdade de polinômios, $a = -5$

Gabarito: C

---

76. (EEAR/2011)

Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$. O valor de $\frac{\det A}{\det B}$ é:

a) 4

b) 3

c)-1

d) -2

Comentário:

$$\det A = \det \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = -\,36$$

$$\det B = \det \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} = 18$$

Logo,

$$\frac{\det A}{\det B} = \frac{-36}{18} = -2$$

Gabarito: D

---

77. (EEAR/2015)

Se $\begin{vmatrix} 2x & y & 0 \\ z & 0 & 2y \\ 0 & 2z & 0 \end{vmatrix} = 16\sqrt{3}$ então $(xyz)^2$ é igual a:

a) 8

b) 12

c) 24

d) 36

Comentário:

Utilizando a Regra de Sarrus, obtemos:

$$\begin{vmatrix} 2x & y & 0 \\ z & 0 & 2y \\ 0 & 2z & 0 \end{vmatrix} = -8 \cdot x \cdot y \cdot z$$

Mas, do enunciado,

$$\begin{vmatrix} 2x & y & 0 \\ z & 0 & 2y \\ 0 & 2z & 0 \end{vmatrix} = 16\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \quad -8xyz = 16\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \quad xyz = -2\sqrt{3}$$

Portanto,

$$(xyz)^2 = \left(-2\sqrt{3}\right)^2 = 12$$

Gabarito: B

---

78. (EEAR/2003)

Seja $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 4 & x & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 64$. O valor de x que torna verdadeira a igualdade é

a) 4

b) 5

c) -4

d) -5

Comentário:

Utilizando a Regra de Sarrus, obtemos:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 4 & x & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 8x + 24$$

Mas, do enunciado,

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 4 & x & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 64$$

$$\Rightarrow \quad 8x + 24 = 64$$

$$\Rightarrow \quad x = 5$$

Gabarito: B

---

79. (EEAR/2017)

Se os pontos $A(a, 2)$, $B(b, 3)$ e $C(-3, 0)$ estão alinhados, o valor de $3a - 2b$ é

a) 3

b) 5

c) -3

d) -5

Comentário:

Na geometria analítica, sabemos que quando 3 pontos estão alinhados o determinante da matriz completa de seus afixos é nulo, conforme:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} \boldsymbol{x} & \boldsymbol{y} & \boldsymbol{1} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \begin{array}{r} ponto\ A \rightarrow \\ ponto\ B \rightarrow \\ ponto\ C \rightarrow \end{array} & \begin{vmatrix} a & 2 & 1 \\ b & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad 3a - 2b + 3 = 0$$

$$\Rightarrow \quad 3a - 2b = -3$$

Gabarito: C

---

80. (EEAR/2002)

Os valores de x que tornam verdadeira a igualdade $\begin{vmatrix} x & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & x \end{vmatrix} = -2$ são tais que seu produto p é elemento do conjunto

a) $\{p \in \mathbb{R} \mid p > -3\}$

b) $\{p \in \mathbb{R} \mid -3 < p \leq 2\}$

c) $\{p \in \mathbb{R} \mid p < -6\}$

d) $\{p \in \mathbb{R} \mid -6 \leq p < 2\}$

Comentário:

$$\begin{vmatrix} x & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & x \end{vmatrix} = -x^2 - x + 4$$

Mas sabemos que

$$\begin{vmatrix} x & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & x \end{vmatrix} = -2$$

$$\Rightarrow \quad -x^2 - x + 4 = -2$$

$$\Rightarrow \quad -x^2 - x + 6 = 0$$

Utilizando as Relações de Girard, sabemos que o produto das raízes é dado por:

$$p = x_1 \cdot x_2 = \frac{(6)}{(-1)} = -6$$

Observando os intervalos dados nas alternativas, percebemos que

$$\{p \in \mathbb{R} \mid -6 \leq p < 2\}$$

Gabarito: D

---

81. (EEAR/2002)

Pode-se afirmar que o valor do determinante

$$\begin{vmatrix} a-x & 0 & 1 \\ 0 & 2-x & x-2 \\ a & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

é igual a:

a) $x^2 - 2$

b) $x^2 + 2x$

c) $x(x-2)$

d) $x(x-2a-2)$

Comentário:

Aplicando a Regra de Sarrus:

$$\begin{vmatrix} a-x & 0 & 1 \\ 0 & 2-x & x-2 \\ a & 0 & 1 \end{vmatrix}\begin{matrix} a-x & 0 \\ 0 & 2-x \\ a & 0 \end{matrix} =$$

$$= [(a-x)\cdot(2-x)\cdot 1 + 0 + 0] - [1\cdot(2-x)\cdot a + 0 + 0] =$$

$$= [2a - ax - 2x + x^2] - [2a - ax] =$$

$$= 2a - ax - 2x + x^2 - 2a + ax =$$

$$= x^2 - 2x =$$

$$= x(x-2)$$

Gabarito: C

---

82. (EEAR/2002)

O determinante da matriz A de ordem 3, tal que $a_{ij} = \begin{cases} 2i - j, & se\ i \neq j \\ 2i, & se\ i = j \end{cases}$ é igual a:

a) 72

b) 60

c) 48

d) 40

Comentário:

Montando a matriz dada, temos que

$$A = \begin{pmatrix} 2\cdot 1 & 2\cdot 1 - 2 & 2\cdot 1 - 3 \\ 2\cdot 2 - 1 & 2\cdot 2 & 2\cdot 2 - 3 \\ 2\cdot 3 - 1 & 2\cdot 3 - 2 & 2\cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Sendo assim,

$$\det A = \det\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 5 & 4 & 6 \end{pmatrix} = 48$$

$$\det A = 48$$

Gabarito: C

---

97. (EEAR/2005)

Se $A = (a_{ij})$ é a matriz quadrada de ordem 2 em que $a_{ij} = \begin{cases} 2 & se\ \ i < j \\ i + j & se\ i = j \\ i - j & se\ i > j \end{cases}$, então o determinante da matriz A é

a) -10

b) 10

c) -6

d) 6

Comentário:

Montando a matriz dada, temos que

$$A = \begin{pmatrix} 1+1 & 2 \\ 2-1 & 2+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Sendo assim,

$$\det A = \det\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = 6$$

$$\det A = 6$$

Gabarito: D

---

98. (EEAR/2004)

Seja uma matriz M do tipo 2×2. Se $\det M = 2$, então $\det(10M)$ é

a) 20

b) 80

c) 100

d) 200

Comentário:

Seja $M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ então $\det M = \det\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$

Sendo assim,

$$\alpha \cdot M = \begin{pmatrix} \alpha \cdot a_{11} & \alpha \cdot a_{12} \\ \alpha \cdot a_{21} & \alpha \cdot a_{22} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad \det(\alpha \cdot M) = \det \begin{pmatrix} \alpha \cdot a_{11} & \alpha \cdot a_{12} \\ \alpha \cdot a_{21} & \alpha \cdot a_{22} \end{pmatrix} =$$

$$= (\alpha \cdot a_{11}) \cdot (\alpha \cdot a_{22}) - (\alpha \cdot a_{12}) \cdot (\alpha \cdot a_{21}) =$$

$$= \alpha^2 \cdot (a_{11} \cdot a_{22}) - \alpha^2 \cdot (a_{12} \cdot a_{21}) =$$

$$= \alpha^2 (a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}) = \alpha^2 \cdot \det M$$

Obs.: o expoente de α corresponde à ordem a matriz que será multiplicada.

Generalizando, para uma matriz M_n temos que:

$$\det(\alpha \cdot M) = \alpha^n \cdot \det M$$

Do enunciado temos:

$$\begin{cases} n = 2 \\ \alpha = 10 \\ \det M = 2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \det(10M) = 10^2 \cdot 2 = 200$$

Gabarito: D

---

99. (EEAR/2005)

Seja A uma matriz de ordem 2, cujo determinante é -6. Se $\det(2A) = x - 87$, então o valor de x é múltiplo de

a) 13

b) 11

c) 7

d) 5

Comentário:

Sabemos que, para uma matriz A_n temos que:

$$\det(\alpha \cdot A) = \alpha^n \cdot \det A$$

Do enunciado temos:

$$\begin{cases} n = 2 \\ \alpha = 2 \\ \det A = -6 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \det(2A) = 2^2 \cdot (-6) = -24$$

Mas $\det(2A) = x - 87$, então:

$$x - 87 = -24$$

$$x = 87 - 24 = 63$$

Podemos decompor 63 conforme:

$$63 = 3 \cdot 21 = 3 \cdot 3 \cdot 7 = 9 \cdot 7$$

Ou seja, 63 é múltiplo de $3, 7, 9$ e 21. Analisando as alternativas, chega-se ao item c.

Gabarito: C

100. (EEAR/2001)

Dada a equação $\begin{vmatrix} x & m & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$, quais os valores de m para os quais as raízes são reais?

a) $m \leq 3$

b) $m \geq -1$

c) $-1 \leq m \leq 0$

d) $m \leq -1$ ou $m \geq 3$

Comentário:

$$\begin{vmatrix} x & m & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{vmatrix} = x^2 + (m-1)x + 1 = 0$$

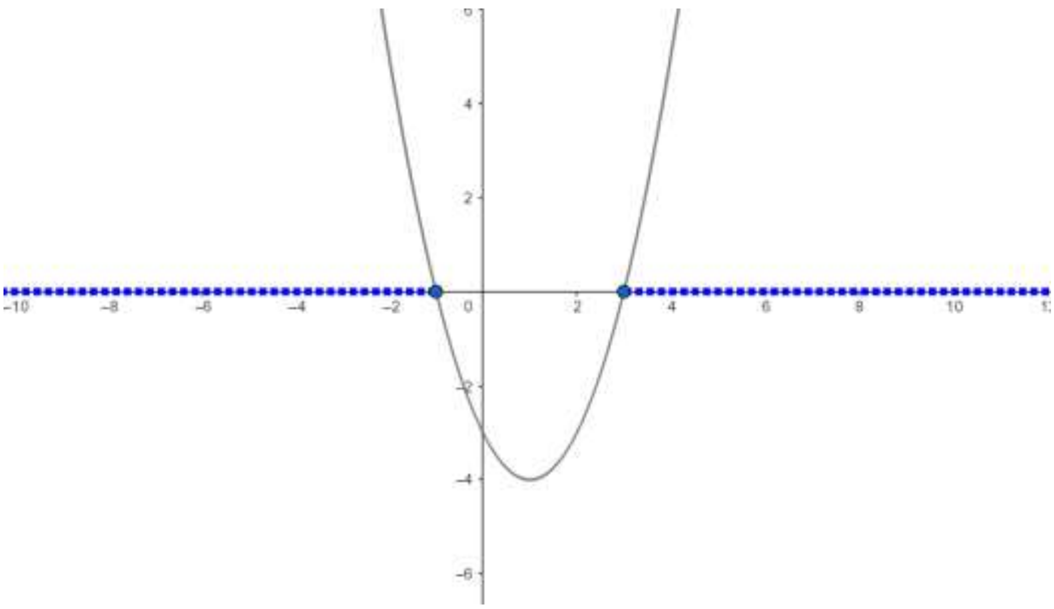
Para as raízes serem reais, queremos $\Delta \geq 0$

$$(m-1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1) \geq 0$$

$$m^2 - 2m - 3 \geq 0$$

$$(m+1) \cdot (m-3) \geq 0$$

Desenhando o gráfico, obtemos:



Sendo assim, $m \leq -1$ ou $m \geq 3$

Gabarito: D

101. (EEAR/2000)

Seja $A = (a_{ij})$ uma matriz real quadrada de ordem 2 e I_2 a matriz identidade também de ordem 2. Se r_1 e r_2 são as raízes da equação $\det(A - r \cdot I_2) = nr$, onde n é um número inteiro positivo, podemos afirmar que:

a) $r_1 + r_2 = a_{11} + a_{22}$

b) $r_1 + r_2 = n(a_{11} + a_{22})$

c) $r_1 \cdot r_2 = \det A$

d) $r_1 \cdot r_2 = -n \det A$

Comentário:

$$\det(A - r \cdot I_2) = \det\left(\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} - r\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\begin{pmatrix} a_{11} - r & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - r \end{pmatrix} =$$

$$= (a_{11} - r) \cdot (a_{22} - r) - a_{12} \cdot a_{21} =$$

$$= (a_{11} \cdot a_{22} - r \cdot a_{11} - r \cdot a_{22} + r^2) - a_{12} \cdot a_{21} =$$

$$= r^2 - r(a_{11} + a_{22}) + (a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \det(A - r \cdot I_2) = r^2 - r(a_{11} + a_{22}) + \det A$$

Queremos estudar quando $\det(A - r \cdot I_2) = nr$, então

$$r^2 - r(a_{11} + a_{22}) + \det A = nr$$

$$r^2 - r(a_{11} + a_{22} + n) + \det A = 0$$

Aplicando as Relações de Girard:

$$r_1 + r_2 = -\frac{(a_{11} + a_{22} + n)}{(1)} = -(a_{11} + a_{22} + n)$$

$$r_1 \cdot r_2 = \frac{(\det A)}{(1)} = \det A$$

Gabarito: C

---

102. (EEAR/2007)

Se as matrizes $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} -2a & 2c \\ -3b & 3d \end{bmatrix}$ têm determinantes respectivamente iguais a x e y, e $ad \neq bc$, então o valor de $\frac{y}{x}$ é

a) 2

b) 3

c) -6

d) -4

Comentário:

Devemos manipular o determinante extraindo múltiplos das filas da segunda matriz, conforme:

$$\det\begin{bmatrix} -2a & 2c \\ -3b & 3d \end{bmatrix} = 2\cdot\det\begin{bmatrix} -a & c \\ -3b & 3d \end{bmatrix} = 2\cdot 3\cdot\det\begin{bmatrix} -a & c \\ -b & d \end{bmatrix} = 2\cdot 3\cdot(-1)\cdot\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \det\begin{bmatrix} -2a & 2c \\ -3b & 3d \end{bmatrix} = -6\cdot\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$

Mas, do enunciado, $\det\begin{bmatrix} -2a & 2c \\ -3b & 3d \end{bmatrix} = y$ e $\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = x$, então

$$y = -6\cdot x$$

Como $ad \neq bc$ então $x \neq 0$, sendo assim, podemos fazer:

$$\Rightarrow \frac{y}{x} = -6$$

Gabarito: C

---

103. (EEAR/2003)

Calculando o valor do determinante $\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$, obtém-se

a) -3

b) -1

c) 1

d) 3

Comentário:

Utilizaremos a Regra De Chió, mas primeiramente, iremos extrair o -1 multiplicado na primeira e terceira linhas, conforme:

$$\det\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = -1\cdot -1\cdot\det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Agora temos o número 1 na posição a_{11}, vamos agora aplicar a Regra De Chió:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3-2\cdot 1 & 0-2\cdot 0 & -1-2\cdot 0 \\ 1-2\cdot 1 & 0-2\cdot 0 & 0-2\cdot 0 \\ 0-0\cdot 1 & -1-0\cdot 0 & 1-0\cdot 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

Aplicando novamente a Regra De Chió

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0-(-1)\cdot 0 & 0-(-1)\cdot(-1) \\ -1-0\cdot 0 & 1-0\cdot(-1) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = [0\cdot 1] - [(-1)\cdot(-1)] = -1$$

Portanto,

$$\det\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = -1$$

Gabarito: B

---

104. (EEAR/2006)

O determinante da matriz $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ é

a) 9

b) 8

c) 7

d) 6

Comentário:

Utilizaremos a Regra De Chió.

Temos o número 1 na posição a_{11}, vamos agora aplicar a Regra De Chió:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3-2\cdot 0 & 5-2\cdot 0 & 1-2\cdot 3 \\ 2-1\cdot 0 & 3-1\cdot 0 & -1-1\cdot 3 \\ 0-3\cdot 0 & 1-3\cdot 0 & 4-3\cdot 3 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 5 & -5 \\ 2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -5 \end{vmatrix}$$

Resolvendo o determinante pela Regra de Sarrus, obtemos:

$$\det\begin{pmatrix} 3 & 5 & -5 \\ 2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -5 \end{pmatrix} = 7$$

Portanto,

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} = 7$$

Gabarito: C

---

105. (ESSA/2014)

Sabendo-se que uma matriz quadrada é invertível se, e somente se, seu determinante é não-nulo e que, se A e B são duas matrizes quadradas de mesma ordem, então $\det(A \cdot B) = (\det A) \cdot (\det B)$, pode-se concluir que, sob essas condições

a) se A é invertível, então $A \cdot B$ é invertível.

b) se B não é invertível, então A é invertível.

c) se $A \cdot B$ é invertível, então A é invertível e B não é invertível.

d) se $A \cdot B$ não é invertível, então A ou B não é invertível.

e) se $A \cdot B$ é invertível, então B é invertível e A não é invertível.

Comentário:

a) Falso.

Sendo A invertível, considere B não invertível. $\Rightarrow \det B = 0 \quad \therefore \det(A \cdot B) = (\det A) \cdot (0) = 0 \Rightarrow$ $A \cdot B$ não é invertível.

b) Falso.

Nada se pode concluir, a assertiva é desconexa.

c) Falso.

Se $A \cdot B$ é invertível $\det(A \cdot B) \neq 0$. Logo, $(\det A) \cdot (\det B) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} \det A \neq 0 \\ \det B \neq 0 \end{cases}$. Ou seja, A e B são invertíveis.

d) Verdadeiro.

Se $A \cdot B$ não é invertível $\det(A \cdot B) = 0$. Logo, $(\det A) \cdot (\det B) = 0 \Rightarrow \det A = 0$ ou $\det B = 0$. Ou seja, A ou B não é invertível.

e) Falso.

Conforme já feito no item c.

Gabarito: D

---

106. (ESSA/2009)

Uma matriz B de ordem 3, é tal que, em cada linha, os elementos são termos consecutivos de uma progressão aritmética de razão 2. Se as somas dos elementos da primeira, segunda e terceira linhas valem $6, 3$ e 0, respectivamente, o determinante de B é igual a:

a) 1

b) 0

c) -1

d) 3

e) 2

Comentário:

A matriz B é da forma:

$$B = \begin{pmatrix} a-2 & a & a+2 \\ b-2 & b & b+2 \\ c-2 & c & c+2 \end{pmatrix}$$

Mas, segundo o enunciado,

$$\Rightarrow \begin{cases} (a-2)+(a)+(a+2)=6 \\ (b-2)+(b)+(b+2)=3 \\ (c-2)+(c)+(c+2)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a=6 \\ 3b=3 \\ 3c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \\ c=0 \end{cases}$$

Sendo assim, a matriz B é dada por:

$$\Rightarrow \quad B = \begin{pmatrix} 2-2 & 2 & 2+2 \\ 1-2 & 1 & 1+2 \\ 0-2 & 0 & 0+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\det B = \det \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} = 0$$

Gabarito: B

---

107. (EsPCEx/2016)

Considere a matriz $M = \begin{bmatrix} a & a^3-b^3 & b \\ a & a^3 & 0 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}$. Se a e b são números reais não nulos e $\det(M)=0$, então o valor de $14a^2-21b^2$ é igual a

a) 15

b) 28

c) 35

d) 49

e) 70

Comentário:

Aplicando a Regra De Sarrus, obtemos:

$$\det M = \det \begin{bmatrix} a & a^3-b^3 & b \\ a & a^3 & 0 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix} =$$

$$= [\mathrm{a}\cdot \mathrm{a}^3 \cdot 3 + (\mathrm{a}^3-\mathrm{b}^3)\cdot 0 \cdot 2 + \mathrm{a}\cdot 5 \cdot \mathrm{b}] - [\mathrm{b}\cdot \mathrm{a}^3 \cdot 2 + 5 \cdot 0 \cdot \mathrm{a} + (\mathrm{a}^3-\mathrm{b}^3)\cdot \mathrm{a}\cdot 3] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \det M = ab(3b^2-2a^2+5)$$

Mas

$$\det M = 0 \Rightarrow \quad ab(3b^2 - 2a^2 + 5) = 0$$

Porém, sabemos que $a \neq 0$ e $b \neq 0$ então:

$$(3b^2 - 2a^2 + 5) = 0$$

$$(3b^2 - 2a^2) = -5$$

$$-7 \cdot (3b^2 - 2a^2) = -7 \cdot (-5)$$

$$14a^2 - 21b^2 = 35$$

Gabarito: C

---

108. (EsPCEx/2004)

Seja a matriz $A_2 = (a_{ij}) = \begin{cases} 0, se\ i \neq j \\ i + j - \frac{4}{j}, se\ i = j \end{cases}$. O determinante da inversa de A é:

a) $-\frac{1}{4}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{3}{2}$

d) $-\frac{1}{2}$

e) $\frac{4}{3}$

Comentário:

A matriz A_2 é da forma:

$$A = \begin{bmatrix} 1 + 1 - \frac{4}{1} & 0 \\ 0 & 2 + 2 - \frac{4}{2} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Sendo assim,

$$\det A = \det \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = -4$$

Sabemos que

$$\det A^{-1} = \frac{1}{\det A} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

Gabarito: A

---

109. (EsPCEx/2017)

Uma matriz quadrada A, de ordem 3, é definida por $a_{ij} = \begin{cases} i - j, se\ i > j \\ (-1)^{i+j}, se\ i \leq j \end{cases}$. Então $\det(A^{-1})$ é igual a:

a) 4

b) 1

c) 0

d) $\frac{1}{4}$

e) $\frac{1}{2}$

Comentário:

A matriz A_3 é da forma:

$$A = \begin{bmatrix} (-1)^{1+1} & (-1)^{1+2} & (-1)^{1+3} \\ 2-1 & (-1)^{2+2} & (-1)^{2+3} \\ 3-1 & 3-2 & (-1)^{3+3} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Sendo assim,

$$\det A = \det \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 4$$

Sabemos que

$$\det A^{-1} = \frac{1}{\det A} = \frac{1}{4}$$

Gabarito: D

---

110. (EsPCEx/2014)

Seja x um número real, I a matriz identidade de ordem 2 e A a matriz quadrada de ordem 2, cujos elementos são definidos por $a_{ij} = i - j$. Sobre a equação em x definida por $\det(A - xI) = x + \det A$ é correto afirmar que

a) as raízes são 0 e $\frac{1}{2}$

b) todo x real satisfaz a equação.

c) apresenta apenas raízes inteiras.

d) uma raiz é nula e a outra negativa.

e) apresenta apenas raízes negativas.

Comentário:

A matriz A_2 é da forma:

$$A = \begin{bmatrix} 1-1 & 1-2 \\ 2-1 & 2-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\det A = \det \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = 1$$

Sendo assim,

$$\det(A - xI) = \det\left(\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - x\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right) = \det\begin{bmatrix} -x & -1 \\ 1 & -x \end{bmatrix} = x^2 + 1$$

$$\det(A - xI) = x^2 + 1$$

Sabemos que

$$\det(A - xI) = x + \det A$$

$$(x^2 + 1) = x + (1)$$

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Analisando as alternativas, obtemos que o item c é verdadeiro.

Gabarito: C