

TURMA ESPECIAL - EPCAR

Professor: Thiago Esquian

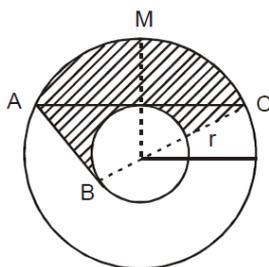
1) Determine as soluções reais do sistema

$$\begin{cases} x^2 y + xy^2 = 70 \\ (x+y)(x^2 + y^2) = 203 \end{cases}$$

2) (PERU) Determine o valor numérico de:

$${}_{2n+3}\sqrt{\frac{(225)^{2n+3} \cdot 225}{5^{2n+3} \cdot 5^2 \cdot 4 \cdot 5^{2n+3} \cdot 125}}$$

3) (IME) Na figura abaixo, AB e AC são tangentes ao círculo menor. Determinar, em função de r, a área da parte hachurada.



4) A carga do telefone celular de Gabriel é suficiente para 9 horas em espera ou 1,5 hora em uso. Se o telefone celular de Gabriel descarregou em 8 horas, ele esteve em uso durante:

- 11 min.
- 12 min.
- 13 min.
- 14 min.

5) Seja um hexágono regular de lado 3 cm. Sobre os lados AB, CD e EF marca-se os pontos P, Q, R respectivamente de modo que $PB=QD=FR=1$. Calcule o perímetro do triângulo PQR.

- $3\sqrt{21}$
- $9\sqrt{3}$
- 63
- 27
- 9

6) Gabriel resolveu uma prova de matemática com questões de álgebra, geometria e lógica. Após checar o resultado da prova Gabriel observou que respondeu corretamente 50% das questões de álgebra, 70% das questões de geometria e 80% das questões de lógica. Gabriel observou, também, que respondeu corretamente 62% das questões de álgebra e lógica e 74% das questões de geometria e lógica. Qual a porcentagem de questões corretas da prova de Gabriel?

7) Uma empresa foi contratada para executar serviço de pintura no alojamento dos alunos do 1º ano da CPCAR. O prazo estabelecido no contrato para a conclusão do serviço foi de 10 dias. O serviço começou a ser executado por uma equipe de 6 funcionários da empresa, cada um trabalhando 6 horas por dia. Ao final do 8º dia de serviço somente $\frac{3}{5}$ do serviço de pintura havia sido executado. Para terminar o serviço dentro do prazo, a equipe de serviço recebeu mais 2 funcionários e todos passaram a trabalhar 9 horas por dia. Com isso a produtividade da equipe duplicou. A nova equipe, para concluir o trabalho, gastou , mais de 1 dia porém menos de 2 dias. Se h representa o número de horas que cada funcionário da

nova equipe trabalhou no 10º dia de trabalho, então h é um número compreendido entre:

- 0 e 2
- 2 e 4
- 4 e 6
- 6 e 8

8) Sejam

$$a \text{ e } b \in \mathbb{R} \text{ tais que } a^3 - 3a^2 + 5a = 1 \text{ e } b^3 - 3b^2 + 5b = 5.$$

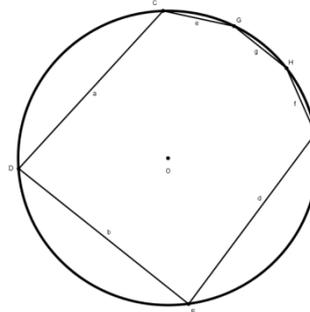
Qual a soma de todos os valores possíveis para a+b:

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

9) A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisfaz $f(x + f(y)) = x + f(y)$ para todos os números reais x e y. Sabendo que $f(2) = 8$, calcule $f(2005)$.

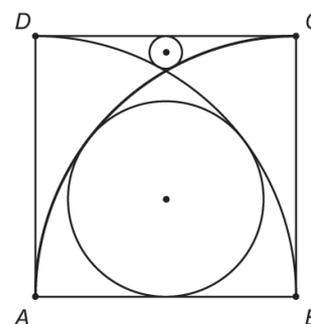
- 2010
- 2011
- 2012
- 2013
- 2014

10) Calcule o valor do raio da figura sendo a=b=c=5; e=f=g=2



11) Na figura, ABCD é um quadrado de lado 1 e os arcos BD e AC têm centros A e B, respectivamente. Os círculos tangenciam esses arcos e um lado do quadrado, como indicado. Qual é a razão entre os raios do círculo maior e do círculo menor?

- 4,5
- 5
- 5,5
- 6
- 6,5



12) (Olimpíada Grega) Encontre todos os inteiros n para os quais $-5^4 + 5^5 + 5^n$ um quadrado perfeito.

13) (IIT) Calcule o valor da soma

$$\frac{1}{2+\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$$