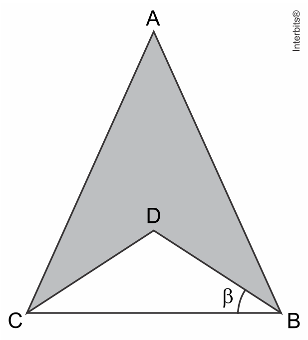
CIRCUNFERÊNCIA, ÁREAS E POLÍGONOS REGULARES

1. (FAMEMA 2020) O triângulo ABC é isósceles com $AB = AC = 4\text{ cm},$ e o triângulo DBC é isósceles com $DB = DC = 2\text{ cm},$ conforme a figura.



fora de escala

Seja β a medida do ângulo interno $D\hat{B}C$ do triângulo $DBC.$ Sabendo-se que $\text{sen}(\beta) = \frac{\sqrt{6}}{4},$ a área, em $cm^2,$ do quadrilátero $ABDC$ é

a. $\sqrt{35}$

b. 6

c. 4

d. $\sqrt{5}$

e. $\sqrt{15}$

2. (UECE 2019) Se a distância entre os centros de duas circunferências cujas medidas dos raios são respectivamente 6 m e 8 m é igual a $10\text{ m},$ então, a medida, em metros, do comprimento da corda comum às duas circunferências é

a. $9{,}4.$

b. $9{,}8.$

c. $9{,}2.$

d. $9{,}6.$

3. (ESPCEX (AMAN) 2019) Considere uma circunferência de centro O e raio 1 cm tangente a uma reta r no ponto $Q.$ A medida do ângulo $M\hat{O}Q$ é $30°,$ onde M é um ponto da circunferência. Sendo P o ponto da reta r tal que PM é paralelo a $OQ,$ a área (em cm^2) do trapézio $OMPQ$ é

a. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{8}.$

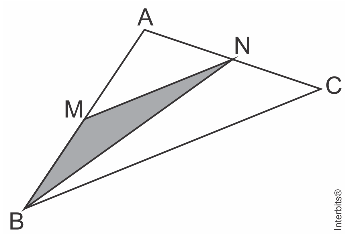
b. $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}.$

c. $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}.$

d. $2 - \frac{\sqrt{3}}{8}.$

e. $\frac{\sqrt{3}}{2}.$

4. (UNICAMP 2019) No triângulo ABC exibido na figura a seguir, M é o ponto médio do lado $AB,$ e N é o ponto médio do lado $AC.$



Se a área do triângulo MBN é igual a $t,$ então a área do triângulo ABC é igual a

a. $3t.$

b. $2\sqrt{3}t.$

c. $4t.$

d. $3\sqrt{2}t.$

5. (UFMS 2019) Para o projeto de reforma de uma casa, foi planejada a troca do piso da cozinha. Foi escolhido um modelo de piso representado pela Figura 1. No momento de assentar o piso, unindo quatro peças e invertendo a posição de três delas, obtém-se a Figura 2.

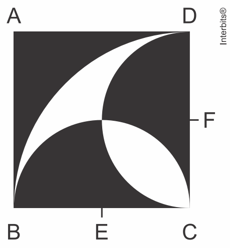


Figura 1

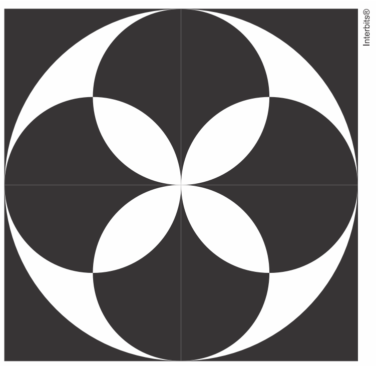


Figura 2

Os lados da Figura 1 medem 2 cm cada. A estampa do piso é formada por arcos de circunferência, com centros nos pontos E, C e F, de tal forma que $BE = EC$ e $DF = FC$. Quanto mede a área escura da Figura 2?

a. $6 - \pi\text{ cm}^2.$

b. $20 - 2\pi\text{ cm}^2.$

c. $4\pi - 8\text{ cm}^2.$

d. $\pi - 2\text{ cm}^2.$

e. $24 - 4\pi\text{ cm}^2.$

6. (UECE 2019) Considere o quadrado MNPQ, cuja medida do lado é igual a 5 cm. No interior desse quadrado, está o triângulo equilátero MJL, onde os vértices J e L estão respectivamente sobre os lados NP e PQ do quadrado. Nessas condições, pode-se afirmar corretamente que a medida, em cm^2, da área limitada pelo triângulo MJL é igual a

a. $-50 + 50\sqrt{3}.$

b. $25 + 25\sqrt{3}.$

c. $-25 + 25\sqrt{3}.$

d. $-75 + 50\sqrt{3}.$

7. (IME 2019) Em um setor circular de $45°$, limitado pelos raios $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$ iguais a R, inscreve-se um quadrado MNPQ, onde $\overline{MN}$ está apoiado em $\overline{OA}$ e o ponto Q sobre o raio $\overline{OB}$. Então, o perímetro do quadrado é:

a. 4R

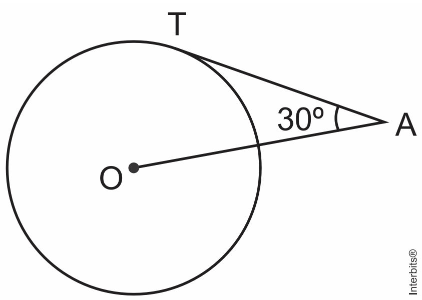
b. 2R

c. $2R\sqrt{2}$

d. $4R\sqrt{5}$

e. $4R\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

8. (EEAR 2019) O segmento $\overline{AT}$ é tangente, em T, à circunferência de centro O e raio $R = 8\text{ cm}$. A potência de A em relação à circunferência é igual a _______ cm^2.



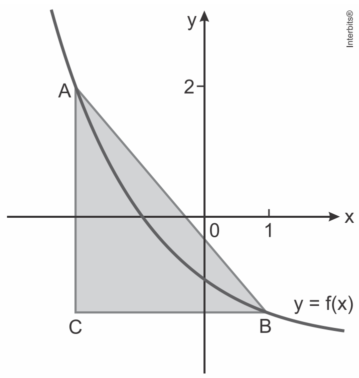
a. 16

b. 64

c. 192

d. 256

9. (UPF 2018) Na figura abaixo, está representado um triângulo retângulo em que os vértices A e B pertencem ao gráfico da função f, definida por $f(x) = 2^{-x} - 2$.



Como indica a figura, a abscissa do ponto B é 1, a ordenada do ponto A é 2 e os pontos A e C têm a mesma abscissa. A medida da área do triângulo ABC é

a. $\dfrac{21}{2}$

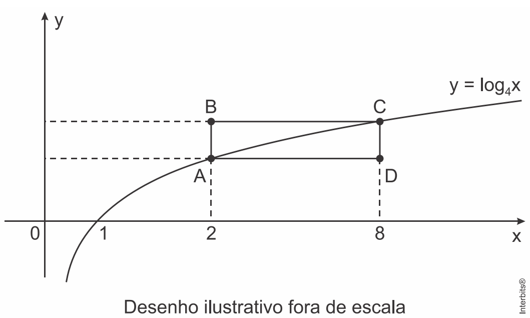
b. $\dfrac{3}{2}$

c. 6

d. 12

e. $\dfrac{21}{4}$

10. (ESPCEX (AMAN) 2018) A curva do gráfico abaixo representa a função $y = \log_4 x$



Desenho ilustrativo fora de escala

A área do retângulo ABCD é

a. 12.

b. 6.

c. 3.

d. $6\log_4 \frac{3}{2}$.

e. $\log_4 6$.

11. (UEM 2018) Considerando um retângulo ABCD, assinale o que for **correto**.

01. Quaisquer que sejam P e Q pontos do segmento $\overline{AB}$, os triângulos CDP e CDQ possuem a mesma área.

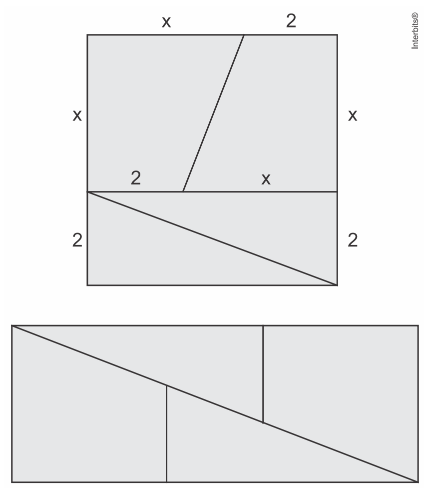
02. Quaisquer que sejam P e Q pontos do segmento $\overline{AB}$, os triângulos CDP e CDQ possuem o mesmo perímetro.

04. Quaisquer que sejam P e Q pontos do segmento $\overline{AB}$, os triângulos PQC e PQD possuem a mesma área.

08. Se o perímetro de ABCD é de 8 cm, então sua área não supera 4 cm^2.

16. Se a área de ABCD é de 8 cm^2, então seu perímetro não supera 16 cm.

12. (ESPM 2018) O quadrado e o retângulo da figura abaixo foram montados com as mesmas 4 peças. A medida x é igual a:



a. $2\sqrt{5}-1$

b. $\sqrt{5}-1$

c. $\sqrt{5}+1$

d. $3\sqrt{5}-2$

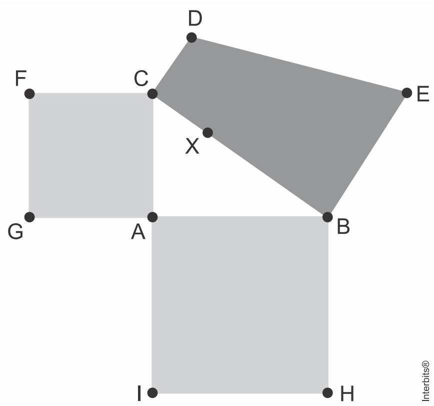
e. $\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

13. (UERJ 2018) Considere na imagem abaixo:

- os quadrados ACFG e ABHI, cujas áreas medem, respectivamente, S_1 e S_2;

- o triângulo retângulo ABC;

- o trapézio retângulo BCDE, construído sobre a hipotenusa BC, que contém o ponto X.



Sabendo que $CD = CX$ e $BE = BX$, a área do trapézio BCDE é igual a:

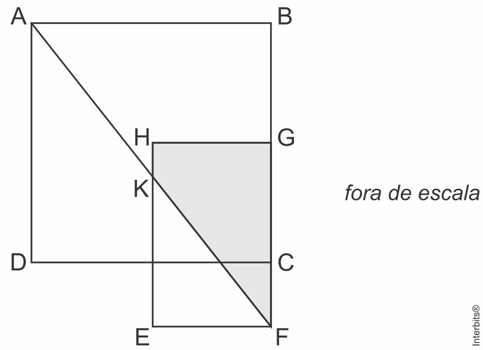
a. $\dfrac{S_1+S_2}{2}$

b. $\dfrac{S_1+S_2}{3}$

c. $\sqrt{S_1S_2}$

d. $\sqrt{(S_1)^2+(S_2)^2}$

14. (FAMEMA 2018) Considere o quadrado ABCD, de lado 4 cm, e o retângulo EFGH, com $EF = 2$ cm, $CF = 1$ cm e os pontos B, G, C e F alinhados, conforme mostra a figura.



Sabendo que G é ponto médio do lado $\overline{BC}$, que o ponto K pertence ao lado $\overline{HE}$ e que os pontos A, K e F estão alinhados, a área do quadrilátero FGHK é

a. $3{,}5\ cm^2$.

b. $4{,}0\ cm^2$.

c. $4{,}5\ cm^2$.

d. $3{,}0\ cm^2$.

e. $2{,}5\ cm^2$.

15. (ITA 2018) Os lados de um triângulo de vértices A, B e C medem $AB = 3$ cm, $BC = 7$ cm e $CA = 8$ cm. A circunferência inscrita no triângulo tangencia o lado $\overline{AB}$ no ponto N e o lado $\overline{CA}$ no ponto K. Então, o comprimento do segmento $\overline{NK}$, em cm, é

a. 2.

b. $2\sqrt{2}$.

c. 3.

d. $2\sqrt{3}$.

e. $\dfrac{7}{2}$.

16. (ITA 2018) Em um triângulo de vértices A, B e C são dados $\hat{B} = \dfrac{\pi}{2}$, $\hat{C} = \dfrac{\pi}{3}$ e o lado $BC = 1$ cm. Se o lado $\overline{AB}$ é o diâmetro de uma circunferência, então a área da parte do triângulo ABC externa à circunferência, em cm^2, é

a. $\frac{\pi}{8}-\frac{3\sqrt{3}}{16}$.

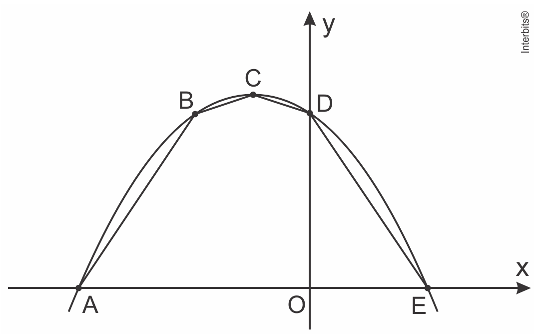
b. $\frac{5\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{2}$.

c. $\frac{5\pi}{8}-\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

d. $\frac{5\sqrt{3}}{16}-\frac{\pi}{8}$.

e. $\frac{5\pi}{8}-\frac{3\sqrt{3}}{16}$.

17. (EPCAR (AFA) 2017) No plano cartesiano abaixo estão representados o gráfico da função real f definida por $f(x)=-x^2-x+2$ e o polígono $ABCDE$.



Considere que:

- o ponto C é vértice da função f.

- os pontos B e D possuem ordenadas iguais.

- as abscissas dos pontos A e E são raízes da função f.

Pode-se afirmar que a área do polígono $ABCDE$, em unidades de área, é

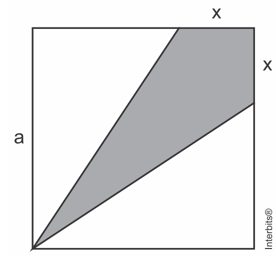
a. $8\frac{1}{16}$

b. $4\frac{1}{8}$

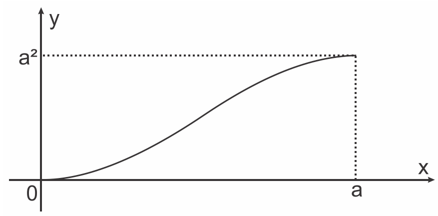
c. $4\frac{1}{4}$

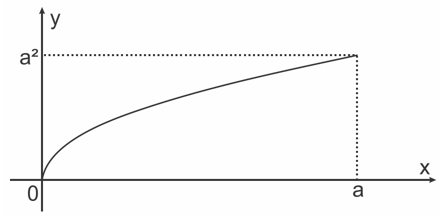
d. $8\frac{1}{2}$

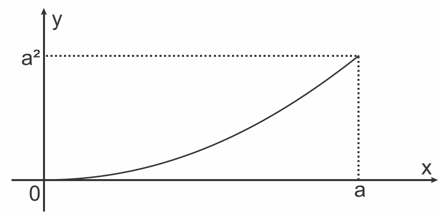
18. (UNICAMP 2017) Considere o quadrado de lado $a>0$ exibido na figura abaixo. Seja $A(x)$ a função que associa a cada $0 \le x \le a$ a área da região indicada pela cor cinza.

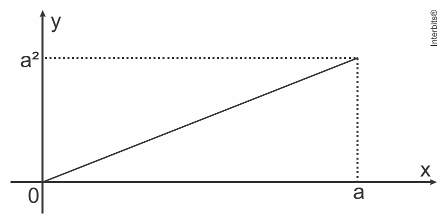


O gráfico da função $y=A(x)$ no plano cartesiano é dado por

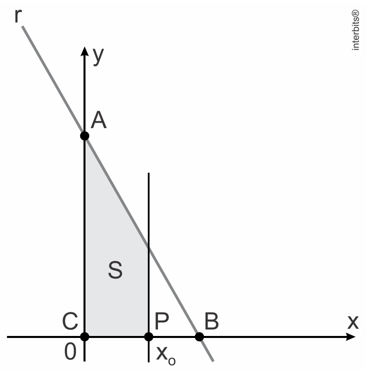
a.


b.


c.


d.


19. (UERJ 2017) Considere o gráfico a seguir, em que a área S é limitada pelos eixos coordenados, pela reta r, que passa por $A(0, 4)$ e $B(2, 0)$, e pela reta perpendicular ao eixo x no ponto $P(x_o, 0)$, sendo $0 \le x_o \le 2$.



Para que a área S seja a metade da área do triângulo de vértices $C(0,0)$, A e B, o valor de x_o deve ser igual a:

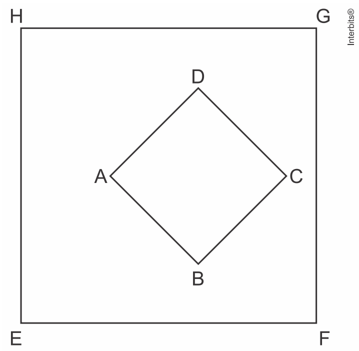
a. $2-\sqrt{2}$

b. $3-\sqrt{2}$

c. $4-\sqrt{2}$

d. $5-\sqrt{2}$

20. (UDESC 2017) Considere, na figura abaixo, o quadrado $ABCD$ inscrito na circunferência de equação $x^2+y^2-6x-10y+25=0$ e o quadrado $EFGH$ circunscrito à circunferência de equação $x^2+y^2-4x-10y+4=0$.



Com base nas informações e na figura, analise as sentenças.

I. A diferença das áreas dos quadrados $EFGH$ e $ABCD$ é de 82 unidades de área.

II. Se os lados do quadrado $EFGH$ forem paralelos aos eixos do plano cartesiano e às diagonais do quadrado $ABCD$, então a área do triângulo EAB é de 12 unidades de área.

III. A soma dos perímetros dos quadrados $ABCD$ e $EFGH$ é de $52\sqrt{2}$ unidades de comprimento.

Assinale a alternativa **correta**.

a. Somente as sentenças I e II são verdadeiras.

b. Somente a sentença III é verdadeira.

c. Somente as sentenças II e III são verdadeiras.

d. Somente a sentença II é verdadeira.

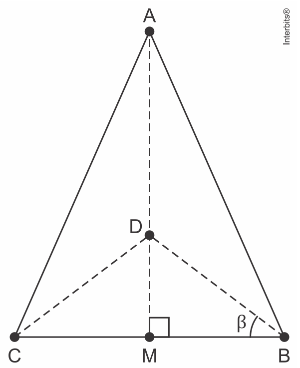
e. Somente a sentença I é verdadeira.

ANOTAÇÕES

GABARITO

1. [E]

Considere a figura.



Sabendo que os triângulos ABC e BDC são isósceles, podemos concluir que A, D e M estão alinhados e, portanto, M é o ponto médio de $BC.$

Sendo $\overline{BD} = 2\,\text{cm},$ do triângulo $BDM,$ vem

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{\overline{DM}}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\overline{DM}}{2}$$
$$\Leftrightarrow \overline{DM} = \frac{\sqrt{6}}{2}\text{cm}$$

Ainda do triângulo $BDM,$ pelo Teorema de Pitágoras, temos

$$\overline{BM}^2 = \overline{BD}^2 - \overline{DM}^2 \Rightarrow \overline{BM} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}$$
$$\Rightarrow \overline{BM} = \frac{\sqrt{10}}{2}\text{cm}.$$

Portanto, segue que $\overline{BC} = \sqrt{10}\,\text{cm}$ e, assim, a área do triângulo BCD é igual a

$$\frac{1}{2}\cdot\overline{BC}\cdot\overline{DM} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{10}\cdot\frac{\sqrt{6}}{2}$$
$$= \frac{\sqrt{15}}{2}\text{cm}^2.$$

Por outro lado, do triângulo $ABM,$ pelo Teorema de Pitágoras, vem

$$\overline{AM}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BM}^2 \Rightarrow \overline{AM} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2}$$
$$\Rightarrow \overline{AM} = \frac{3\sqrt{6}}{2}\text{cm}.$$

Em consequência, a área do triângulo ABC é

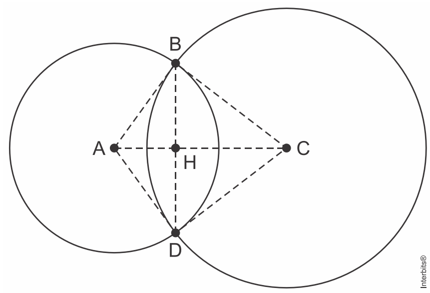
$$\frac{1}{2}\cdot\overline{BC}\cdot\overline{AM} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{10}\cdot\frac{3\sqrt{6}}{2}$$
$$= \frac{3\sqrt{15}}{2}\text{cm}^2.$$

A resposta é igual a

$$(ABDC) = (ABC) - (BCD)$$
$$= \frac{3\sqrt{15}}{2} - \frac{\sqrt{15}}{2}$$
$$= \sqrt{15}\,\text{cm}^2.$$

2. [D]

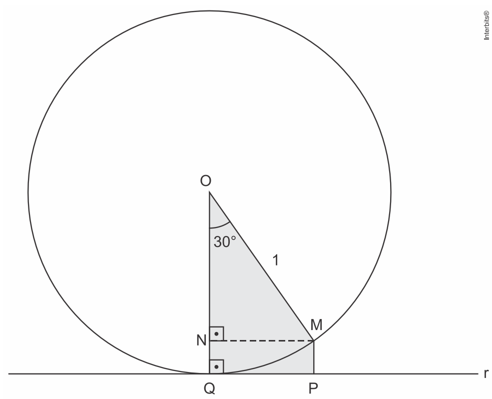
Considere a figura, em que $\overline{AB} = \overline{AD} = 6\,\text{m},$ $\overline{CB} = \overline{CD} = 8\,\text{m}$ e $\overline{AC} = 10\,\text{m}.$



Os triângulos ABC e CBA são congruentes por LLL. Ademais, é imediato que os triângulos ABC e ADC são semelhantes ao triângulo retângulo de lados $3, 4$ e $5.$ Portanto, sendo a altura desse triângulo igual a $2{,}4,$ segue que a altura dos triângulos ABC e ADC é $2\cdot 2{,}4 = 4{,}8\,\text{m}.$

A resposta é $2\cdot 4{,}8 = 9{,}6\,\text{m}.$

3. [A]



$$\operatorname{sen}30^\circ = \frac{MN}{1} \Rightarrow MN = \frac{1}{2} \Rightarrow NQ = \frac{1}{2}$$
$$\cos 30^\circ = \frac{ON}{1} \Rightarrow ON = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow MP = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Portanto, a área do trapézio $OMPQ$ será dada por:

$$A = \frac{\left(1 + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{8}$$

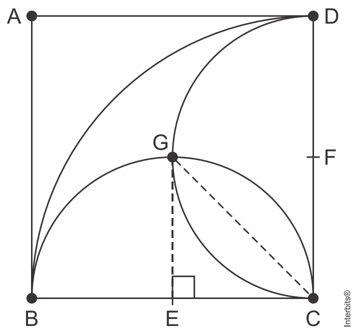
4. [C]

Sendo M o ponto médio de AB e tendo os triângulos AMN e MBN a mesma altura, temos $(AMN) = (MBN) = t.$ Analogamente, sendo N o ponto médio de $AC,$ vem $(BCN) = (BAN).$

Portanto, a reposta é $4(MBN) = 4t.$

5. [E]

Considere a figura.



A área do segmento circular definido pela corda $CG,$ no círculo de centro E e raio $EC,$ é dada por

$$\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot \overline{EC}^2 - \frac{1}{2} \cdot \overline{EC}^2 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot 1^2$$
$$= \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) cm^2.$$

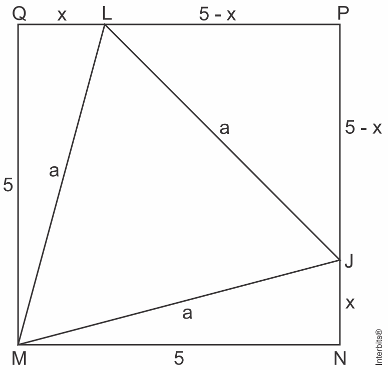
Em consequência, área da parte escura da figura 1 é dada por

$$\overline{AB}^2 - \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot \overline{AB}^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \overline{EC}^2 - 2 \cdot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right)\right) = 2^2 - \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 2^2 + \pi \cdot 1^2 - 4 \cdot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right)$$
$$= (6 - \pi) cm^2.$$

Desse modo, para encontrar a resposta, basta multiplicar a área da figura 1 por $4,$ isto é, $4 \cdot (6 - \pi) = (24 - 4\pi) cm^2.$

6. [D]

Do enunciado, segue a figura:



A área do triângulo equilátero MJL é dada por:

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

No triângulo $LPJ,$

$$a^2 = 2 \cdot (5 - x)^2$$
$$a^2 = 2 \cdot \left(25 - 10x + x^2\right)$$

No triângulo $MJN,$

$$a^2 = x^2 + 25$$

Daí,

$$50 - 20x + 2x^2 = x^2 + 25$$
$$x^2 - 20x + 25 = 0$$
$$x = \frac{20 \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2}$$
$$x = \frac{20 \pm 10\sqrt{3}}{2}$$
$$x = 10 \pm 5\sqrt{3}$$

Como $x < 5,$

$$x = 10 - 5\sqrt{3}$$

De $x = 10 - 5\sqrt{3},$

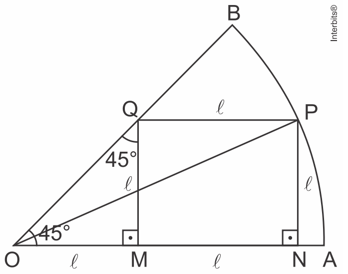
$$x^2 = \left(10 - 5\sqrt{3}\right)^2$$
$$x^2 = 100 - 100\sqrt{3} + 75$$
$$x^2 = 175 - 100\sqrt{3}$$
$$a^2 = 175 - 100\sqrt{3} + 25$$
$$a^2 = 200 - 100\sqrt{3}$$
$$a^2 = 100 \cdot \left(2 - \sqrt{3}\right)$$

Portanto, a área pedida é:

$$\frac{100\left(2 - \sqrt{3}\right)\sqrt{3}}{4} = -75 + 50\sqrt{3}$$

7. [E]

Do enunciado, segue a figura:



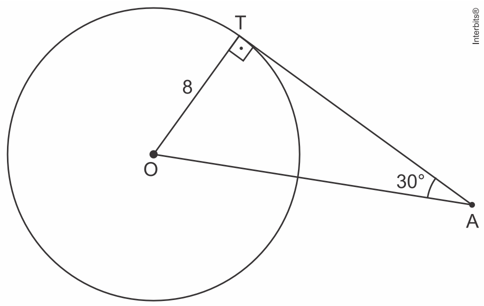
No triângulo $OPN,$

$$R^2 = \ell^2 + (2\ell)^2$$
$$R^2 = 5\ell^2$$
$$\ell = \frac{R\sqrt{5}}{5}$$

Logo, o perímetro do quadrado $MNPQ$ é $4R\dfrac{\sqrt{5}}{5}.$

8. [C]

Do enunciado, temos:



No triângulo $OAT,$

$$\text{tg } 30° = \frac{8}{AT}$$
$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{8}{AT}$$
$$AT \cdot \sqrt{3} = 8 \cdot 3$$
$$AT = \frac{8 \cdot 3}{\sqrt{3}}$$
$$AT = \frac{8 \cdot 3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$
$$AT = 8\sqrt{3}$$
$$(AT)^2 = 192$$

Portanto, a potência de A em relação à circunferência é igual a $192 \text{ cm}^2.$

9. [E]

Do enunciado e do gráfico, temos:

$A(x_A, 2), B(1, y_B)$ e $C(x_A, y_B).$

Como $A(x_A, 2)$ é um ponto da função $f(x) = 2^{-x} - 2,$

$$2 = 2^{-x_A} - 2$$
$$4 = 2^{-x_A}$$
$$2^2 = 2^{-x_A}$$
$$x_A = -2$$

Como $B(1, y_B)$ é um ponto da função $f(x) = 2^{-x} - 2,$

$$y_B = 2^{-1} - 2$$
$$y_B = -\frac{3}{2}$$

Assim, os pontos $A(-2, 2), B\left(1, -\dfrac{3}{2}\right)$ e $C\left(-2, -\dfrac{3}{2}\right),$ formam o triângulo $ABC,$ retângulo no vértice C.

A área do triângulo ABC é dada por:

$$S_{ABC} = (1+2) \cdot \left(2 + \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{1}{2}$$
$$S_{ABC} = \frac{21}{4}$$

10. [B]

Sendo S a área do retângulo $ABCD,$

$$S = (8-2) \cdot (y_C - y_D)$$

C é um ponto do gráfico da função $y = \log_4 x,$ logo,

$$y_C = \log_4 8$$
$$y_C = \log_{2^2} 2^3$$
$$y_C = 3 \cdot \frac{1}{2} \log_2 2$$
$$y_C = \frac{3}{2}$$

$y_D = y_A$ e A é um ponto do gráfico da função $y = \log_4 x,$ logo,

$$y_A = \log_4 2$$
$$y_A = \log_{2^2} 2$$
$$y_A = \frac{1}{2} \log_2 2$$
$$y_A = \frac{1}{2} \Rightarrow y_D = \frac{1}{2}$$

Assim,

$$S = (8-2)\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right)$$
$$S = 6\cdot 1$$
$$S = 6$$

11. 01 + 04 + 08 = 13.

[01] CORRETA. Terão a mesma área pois possuem mesma base e mesma altura.

[02] INCORRETA. Não, pois não possuem os mesmos lados.

[04] CORRETA. Terão a mesma área pois possuem mesma base e mesma altura.

[08] CORRETA. Calculando:

$$P = 8 \Rightarrow \frac{P}{2} = 4 \Rightarrow \begin{cases} 1\cdot 3 = 3\text{ cm}^2 \\ 2\cdot 2 = 4\text{ cm}^2 \end{cases}$$

[16] INCORRETA. Há duas opções de medidas:

$$1\cdot 8 = 8\text{ cm}^2 \Rightarrow P = 1+1+8+8 = 18\text{ cm} > 16$$
$$2\cdot 4 = 8\text{ cm}^2 \Rightarrow P = 2+2+4+4 = 14\text{ cm} < 16$$

12. [C]

Calculando:

$$(x+2)^2 = x\cdot(x+2+x) \Rightarrow x^2+4x+4 = x\cdot(2+2x) \Rightarrow x^2+4x+4 = 2x+2x^2$$
$$x^2-2x-4=0$$
$$\Delta = 2^2 - 4\cdot 1\cdot(-4) = 4+16 = 20$$
$$x = \frac{2\pm\sqrt{20}}{2} = \frac{2\pm 2\sqrt{5}}{2} = 1\pm\sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} x = 1+\sqrt{5} \\ \text{ou} \\ x = 1-\sqrt{5}\ \ \text{(não convém)} \end{cases}$$

13. [A]

Tem-se que $(ACFG) = \overline{AC}^2 = S_1$ e $(ABHI) = \overline{AB}^2 = S_2$. Logo, do triângulo ABC, pelo Teorema de Pitágoras, vem

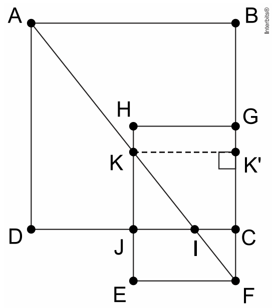
$$\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = S_1 + S_2.$$

Portanto, segue que a área do trapézio $BCDE$ é dada por

$$\begin{aligned}(BCDE) &= \frac{1}{2}\cdot(\overline{CD}+\overline{BE})\cdot\overline{BC} \\ &= \frac{1}{2}\cdot(\overline{CX}+\overline{BX})\cdot\overline{BC} \\ &= \frac{1}{2}\cdot\overline{BC}\cdot\overline{BC} \\ &= \frac{1}{2}\cdot\overline{BC}^2 \\ &= \frac{S_1+S_2}{2}.\end{aligned}$$

14. [A]

Considere a figura.



Os triângulos ADI e FCI são semelhantes por AA. Desse modo, vem

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{CF}} = \frac{\overline{CD}-\overline{CI}}{\overline{CI}} \Leftrightarrow \frac{4}{1} = \frac{4-\overline{CI}}{\overline{CI}}$$
$$\Leftrightarrow \overline{CI} = \frac{4}{5}\text{cm}.$$

Ademais, os triângulos FCI e $FK'K$ são semelhantes por AA. Logo, temos

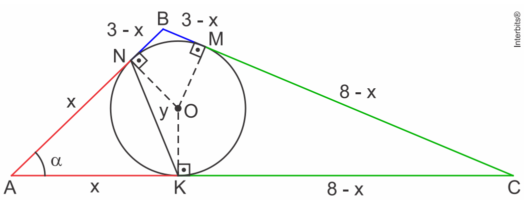
$$\frac{\overline{CF}}{\overline{K'C}+\overline{CF}} = \frac{\overline{CI}}{\overline{K'K}} \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{K'C}+1} = \frac{\frac{4}{5}}{2}$$
$$\Leftrightarrow \overline{K'C} = \frac{3}{2}\text{cm}.$$

Portanto, como $\overline{CG} = 2\text{cm}$, segue que $\overline{GK'} = \frac{1}{2}\text{cm}$ e, assim, o resultado é

$$\frac{1}{2}\cdot(\overline{HK}+\overline{GF})\cdot\overline{HG} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}+3\right)\cdot 2$$
$$= 3{,}5\text{cm}^2.$$

15. [A]

Do enunciado, temos:



M é ponto de tangência entre a circunferência e o lado BC.

Sendo $AK = x$,

$$\begin{cases} AK = AN = x \\ BN = BM = 3-x \\ CK = CM = 8-x \end{cases}$$

Como $BC = 7$ e $BC = BM + MC,$

$$7 = 3 - x + 8 - x$$
$$x = 2$$

Sendo $B\hat{A}C = á,$ temos:

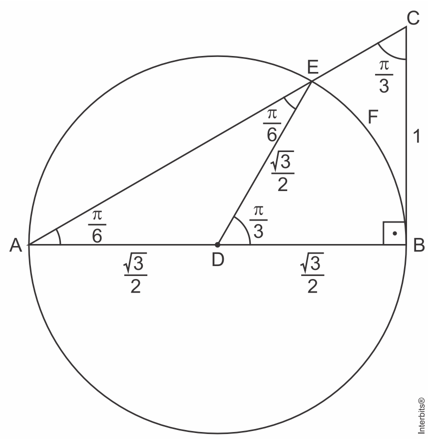
$$7^2 = 3^2 + 8^2 - 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot \cos\alpha$$
$$\cos\alpha = \frac{1}{2}$$

Sendo $NK = y,$ temos:

$$y^2 = 2^2 + 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cos\alpha$$
$$y^2 = 4 + 4 - 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}$$
$$y = 2\text{ cm}$$
$$NK = 2\text{ cm}$$

16. [D]

Do enunciado, temos:



No triângulo $ABC,$

$$\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{AC}$$
$$AC = 2$$

D é o centro da circunferência.

Seja r a medida do raio da circunferência.

$$AB = 2r$$

No triângulo $ABC,$

$$\text{sen}\frac{\pi}{3} = \frac{2r}{2}$$
$$r = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

A reta suporte do segmento $\overline{AC}$ é secante à circunferência e o ponto de intersecção entre tal reta e a circunferência é o ponto $E.$

Assim,

$$DE = DA = DB = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

No triângulo $ABC,$

$$C\hat{A}B + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} = \pi$$
$$C\hat{A}B = \frac{\pi}{6}$$

O triângulo AED é isósceles, com $AD = DE,$ logo,

$$D\hat{A}E = D\hat{E}A = \frac{\pi}{6}.$$

$B\hat{D}E$ é ângulo externo do triângulo $AED,$ logo,

$$B\hat{D}E = 2 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}.$$

$S:$ área da parte do triângulo ABC externa à circunferência.

$S_{DEFB}:$ área do setor circular centrado no ponto D com raio cuja medida é $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e ângulo cuja medida é $\frac{\pi}{3}.$

$S_{ADE}:$ área do triângulo ADE

$S_{ABC}:$ área do triângulo ABC

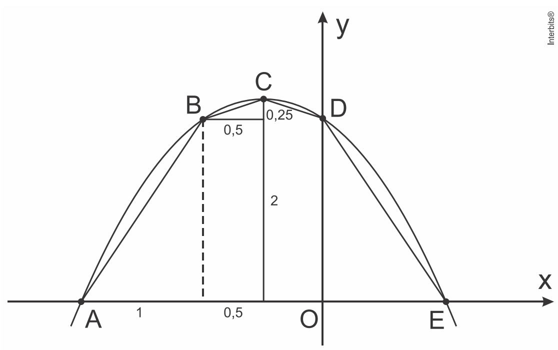
$$S = S_{ABC} - S_{AED} - S_{DEFB}$$
$$S = \frac{\sqrt{3} \cdot 1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \text{sen}\frac{2\pi}{3} - \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$
$$S = \frac{5\sqrt{3}}{16} - \frac{\pi}{8}$$

17. [B]

$$\left.\begin{array}{l} x_V = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2 \cdot (-1)} \rightarrow x_V = -\frac{1}{2} \\ y_V = -\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - \left(\frac{-1}{2}\right) + 2 \rightarrow y_V = \frac{9}{4} \end{array}\right\} C\left(-\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right)$$

$$f(x) = -x^2 - x + 2 \rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array} \right\} A(-2, 0) \text{ e } E(1, 0)$$

$$D(0, y_D) \rightarrow f(0) = -0^2 - 0 + 2 = 2 \rightarrow D(0, 2)$$
$$B(x_B, 2) \rightarrow 2 = -x^2 - x + 2 \rightarrow -x \cdot (x + 1) = 0 \rightarrow B(-1, 2)$$



$$S = 2 \cdot \left[\left(\frac{1{,}5 + 0{,}5}{2} \right) \cdot 2 + \frac{0{,}5 \cdot 0{,}25}{2} \right] \to S = 4\frac{1}{8}$$

18. [D]

Calculando:

$$A(x) = a^2 - \left(2 \cdot \frac{a \cdot (a - x)}{2} \right) = a^2 - a^2 + ax \to A(x) = ax$$

O único gráfico que apresenta uma função linear é o mostrado na alternativa [D].

19. [A]

$$S\Delta = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4 \to \text{Metade de } S\Delta \text{ será } 2$$

$$\text{Reta } r \to a = \frac{0 - 4}{2 - 0} = -2 \to y = -2x + 4$$

$$\text{Ponto } D = (x_0, y) \to y = -2x_0 + 4 \ \text{ com } \ x_0 < 2$$

$$S_{\text{trapézio}} = \frac{(4 - 2x_0 + 4) \cdot x_0}{2} = 2 \to -2x_0^2 + 8x_0 - 4 = 0 \to x_0^2 - 4x_0 + 2 = 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 \to \Delta = 8$$

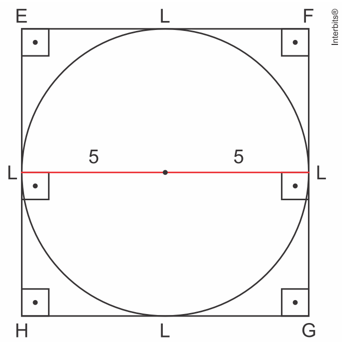
$$x_0 = \frac{-(-4) \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} \to \begin{cases} x_0 = 2 + \sqrt{2} \to 2 + \sqrt{2} > 2 \text{ (não convém)} \\ x_0 = 2 - \sqrt{2} \end{cases}$$

20. [A]

[I] De $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 4 = 0,$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 10y + 25 = 0 + 25$$

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 5^2$$



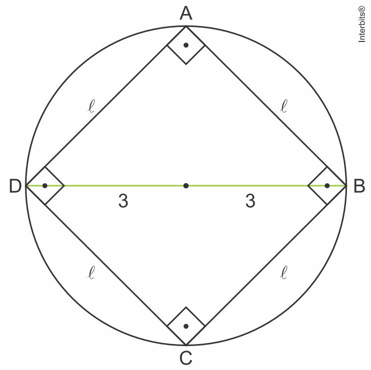
$$L = 2 \cdot 5$$
$$L = 10$$

$$S_{EFGH} = 10^2$$
$$S_{EFGH} = 100$$

De $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 25 = 0,$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 10y + 25 = 0 + 9$$

$$(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 3^2$$



$$S_{ABCD} = \ell^2$$

No triângulo $ABD,$

$$6^2 = \ell^2 + \ell^2$$
$$\ell^2 = 18$$

Logo,

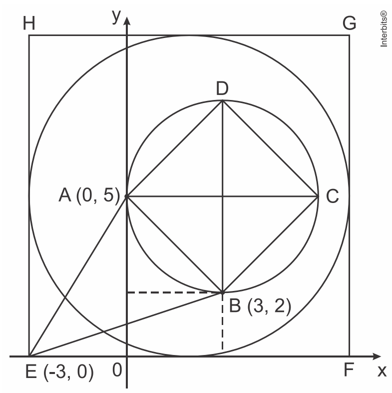
$$S_{ABCD} = 18$$

Daí,

$$S_{EFGH} - S_{ABCD} = 100 - 18$$
$$S_{EFGH} - S_{ABCD} = 82$$

Assim, a afirmação [I] é verdadeira.

[II] Do enunciado, temos:



$$S_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot |D|, \ \text{onde } D = \begin{vmatrix} 0 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$D = \left| \begin{matrix} 0 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \end{matrix} \right| \begin{matrix} 0 & 5 \\ 3 & 2 \\ -3 & 0 \end{matrix}$$

$$D = (0 \cdot 2 \cdot 1 + 5 \cdot 1 \cdot (-3) + 1 \cdot 3 \cdot 0) - (1 \cdot 2 \cdot (-3) + 0 \cdot 1 \cdot 0 + 5 \cdot 3 \cdot 1)$$
$$D = -15 - 9$$
$$D = -24$$

Logo,

$$S_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot |-24|$$

$$S_{ABE} = 12$$

Assim, a afirmação [II] é verdadeira.

[III] De [I], sendo p_{ABCD} e p_{EFGH}, respectivamente, os perímetros dos quadrados ABCD e EFGH, temos:

$$p_{ABCD} = 4\ell$$

$$p_{ABCD} = 4 \cdot \sqrt{18}$$

$$p_{ABCD} = 12\sqrt{2}$$

$$p_{EFGH} = 4L$$

$$p_{EFGH} = 4 \cdot 10$$

$$p_{EFGH} = 40$$

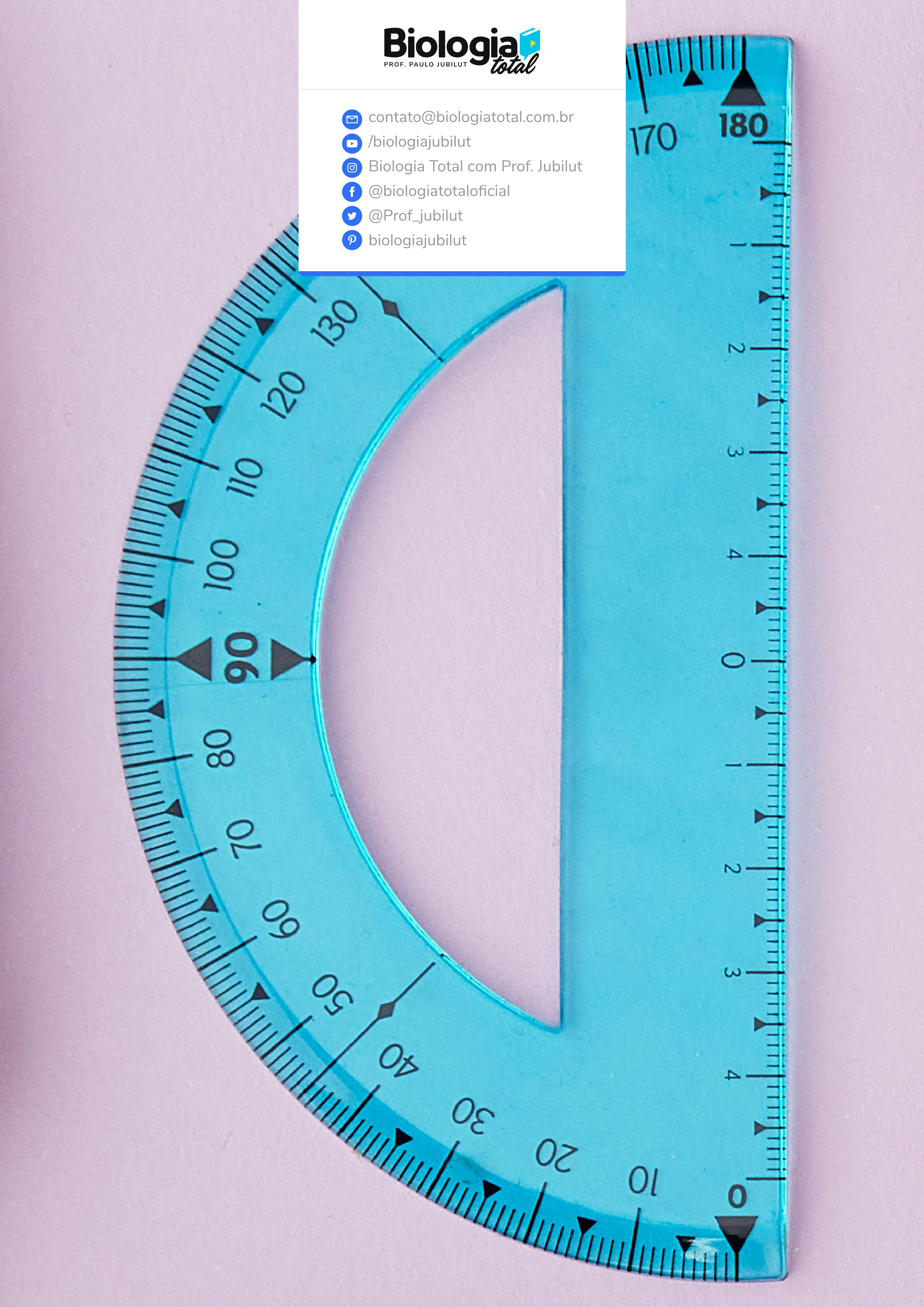
Dessa forma,

$$p_{ABCD} + p_{EFGH} = 12\sqrt{2} + 40 \neq 52\sqrt{2}$$

Assim, a afirmação [III] é falsa.

Portanto, somente as sentenças [I] e [II] são verdadeiras.

ANOTAÇÕES



Biologia total
PROF. PAULO JUBILUT

contato@biologiatotal.com.br
/biologiajubilut
Biologia Total com Prof. Jubilut
@biologiatotaloficial
@Prof_jubilut
biologiajubilut