Aula 08

INEQUAÇÕES

CN - 2020

Prof. Ismael Santos

Sumário

1 – Introdução

Olá, querido aluno!

Como andam os estudos? Espero que bem!!

Vamos à nossa aula!

O primeiro dos assuntos é: **Ordenação dos Reais**. Este tema é uma introdução para os demais. Ressalto que, na sua prova, essas inequações são bases para as demais, que são cobradas com mais frequência. No entanto, fiz questão de trazer em vídeos as demais forma de representação das inequações. Assim, os vídeos ficam como um complemento desta aula escrita!! Espero que gostem!!! Essa aula é um complemento da aula do estudo das funções afins e quadráticas.

Simbora?

Fale comigo!

@profismael_santos | *Ismael Santos* | *@IsmaelSantos*

2 – Relação de Ordem

1 – Axiomas da Relação de Ordem

Em um sistema de números reais é possível sim estabelecer uma relação de ordem, a partir, por exemplo, do símbolo <: "menor que". Veja:

- ✓ **Tricotomia dos reais**: Dados $a, b \in \mathbb{R}$, temos como verdade uma e, apenas uma, das seguintes sentenças.

$$a < b \;\; ; \;\; a = b \quad ou \quad a > b$$

Consequências da tricotomia dos números reais:

a) Se $a < b$, então $a - b < 0$ (Diferença Negativa)

b) Se $a = b$, então $a - b = 0$ (Diferença Nula)

c) Se $a > b$, então $a - b > 0$ (Diferença positiva)

- **Transitividade:** é possível relacionar três números reais da seguinte forma.

$$\text{Se } a < b \text{ e } b < c \text{, então } a < c$$

Exemplo:

$$\mathbf{2 < 3 \ e\ 3 < 5 \ \Rightarrow 2 < 5}$$

- **Monotonicidade da Adição:** ao somarmos um número real (*positivo ou negativo*), dos dois lados de uma desigualdade, o sinal da relação de ordem não se altera.

$$\text{Se } a < b \text{ e } c \in \mathbb{R} \Rightarrow a + c < b + c$$

Exemplo:

$$\mathbf{2 < 3 \ e\ c = 3 \ \Rightarrow 2 + 3 < 5 + 3 \Rightarrow 5 < 8}$$

- **Monotonicidade da Multiplicação:** ao multiplicarmos um número real (*positivo*), dos dois lados de uma desigualdade, o sinal da relação de ordem não se altera.

$$\text{Se } a < b \text{ e } c > 0 \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c$$

Exemplo:

$$\mathbf{2 < 5 \ e\ c = 3 > 0 \ \Rightarrow 2 \cdot 3 < 5 \cdot 3 \Rightarrow 6 < 15}$$

Veja que, se multiplicarmos uma desigualdade por um número real negativo, o sinal dos elementos e da desigualdade invertem. Como exemplo, segue:

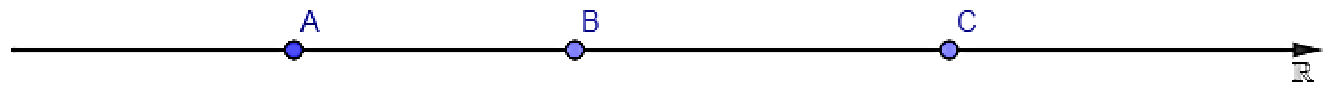
Exemplo:

$$\mathbf{2 < 5 \ e\ c = -3 < 0 \ \Rightarrow 2 \cdot (-3) < 5 \cdot (-3) \Rightarrow -6 > -15}$$

2 – Interpretação Geométrica de Ordem

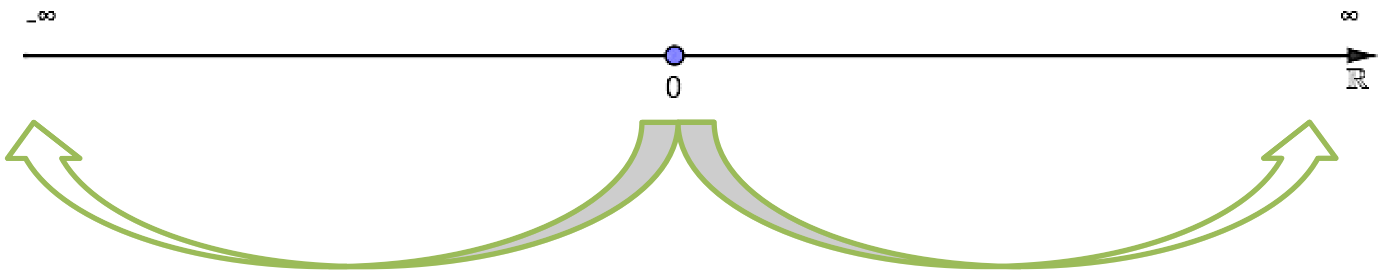
Saiba que, em uma reta real, cada ponto distinto, representa um número real diferente, ou seja, há uma correspondência biunívoca entre esses elementos.

A partir de dois pontos destacados numa reta real, é possível relacioná-los em ordem. Tenham em mente que: se $a < b$, então “a” está, necessariamente, à esquerda de "b”. Veja:



$$Conclusões \Rightarrow \begin{cases} a < b\,;pois\;está\;à\;esquerda. \\ a < c\,;pois\;está\;à\;esquerda. \\ b < c\,;pois\;está\;à\;esquerda. \\ b > a\,;pois\;está\;à\;direita. \\ c > b\,;pois\;está\;à\;direita. \\ c > a\,;pois\;está\;à\;diretia. \end{cases}$$

Saiba ainda que, a origem da reta real é o ZERO. Assim, temos que: números reais que estejam á direito dele, terão sinais positivos, enquanto os que estiverem à esquerda dele, terão sinais negativos. Observe:



Com base nas informações acima, podemos concluir que, quanto mais afastados, à direita da origem, maiores serão os números. Por outro lado, quanto mais afastados, à esquerda da origem, menores serão os números.

3 – Desigualdade

1 – Conceito

Uma desigualdade nada mais é que uma comparação estabelecida entre dois números reais, como exemplo a e b, mediante uma relação de ordem.

Sabemos que, no campo dos reais $(\mathbb{R})$, a relação de ordem é definida. Assim, destaco, abaixo, os principais símbolos do tema desigualdade.

$$\begin{cases} < \ : \text{"menor que"} \\ < \ : \text{"maior que"} \\ \leq \ : \text{"menor ou igual"} \\ \geq \ : \text{"maior ou igual"} \end{cases}$$

Exemplos:

$$2 < 5 \implies \textit{Desigualdade verdadeira}$$
$$-2 < 0 \implies \textit{Desigualdade verdadeira}$$
$$2 > 5 \implies \textit{Desigualdade falsa}$$
$$5 < 5 \implies \textit{Desigualdade falsa}$$
$$4 \geq 4 \implies \textit{Desigualdade verdadeira}$$
$$4 \leq 4 \implies \textit{Desigualdade verdadeira}$$

2 – Definições

A partir de quaisquer três números reais $(a, b \ e \ c)$, podemos destacar as seguintes definições.

- ✓ $\boldsymbol{a}$ é $\boldsymbol{positivo \implies a > 0}$
- ✓ $\boldsymbol{a}$ é $\boldsymbol{negativo \implies a < 0}$
- ✓ $\boldsymbol{a}$ é não $\boldsymbol{positivo \implies a \leq 0}$
- ✓ $\boldsymbol{a}$ é não $\boldsymbol{negativo \implies a \geq 0}$
- ✓ $\boldsymbol{a \geq b \implies a > b \text{ ou } a = b}$
- ✓ $\boldsymbol{a < b < c \implies a < b \ e \ b < c}$
- ✓ $\boldsymbol{a > b \implies a - b > 0 \ (diferença \ positiva)}$
- ✓ $\boldsymbol{a < b \implies a - b < 0 \ (diferença \ negativa)}$

Solicito que não deixe de ler as definições acima por menos de 189 vezes, rsrsrs. Essas definições farão parte de uma boa base para os demais conceitos que veremos em aula. Então, não dê mole.

Sigamos, agora, para alguns teoremas fundamentais dentro das desigualdades.

3 – Teoremas Fundamentais das Desigualdades

A partir de quaisquer quatros números reais $(a, b, c \ e \ d)$, podemos destacar as seguintes propriedades.

✓ **1ª Propriedade:**

$$a < b, com\ c \in \mathbb{R} \Longrightarrow a + c < b + c$$

Exemplo:

$$\mathbf{2 < 3\ e\ c = 4\ \ \Longrightarrow 2 + 4 < 3 + 4 \Longrightarrow 6 < 7\ (sentença\ verdadeira)}$$

✓ **2ª Propriedade:**

$$a < b\ e\ c < d \Longrightarrow a + c < c + d$$

Exemplo:

$$\mathbf{2 < 3\ e\ 4 < 5\ \ \Longrightarrow 2 + 4 < 3 + 5 \Longrightarrow 6 < 8\ (sentença\ verdadeira)}$$

✓ **3ª Propriedade:**

$$a < b\ e\ c > 0 \Longrightarrow a \cdot c < b \cdot c$$

Exemplo:

$$\mathbf{2 < 3\ e\ c = 4 > 0\ \ \Longrightarrow 2 \cdot 4 < 3 \cdot 4 \Longrightarrow 8 < 12\ (sentença\ verdadeira)}$$

✓ **4ª Propriedade:**

$$a < b\ \ \Longrightarrow -a > -b$$

Exemplo:

$$\mathbf{2 < 3\ \ \Longrightarrow -2 > -3\ (sentença\ verdadeira)}$$

✓ **5ª Propriedade:**

$$a < b\ e\ c < 0\ \ \Longrightarrow a \cdot c > b \cdot c$$

Exemplo:

$$\mathbf{2 < 3\ e\ c = -2\ \ \Longrightarrow 2 \cdot (-2) > 3 \cdot (-2) \Longrightarrow -4 < -6\ (sentença\ verdadeira)}$$

✓ **6ª Propriedade:**

$$\forall a \in \mathbb{R} \Longrightarrow a^2 > 0$$

Exemplo:

$$\left(-\sqrt{2}\right)^2 \Longrightarrow 2 > 0\ (sentença\ verdadeira)$$

✓ **7ª Propriedade:**

$$0 \leq a < b\ e\ 0 \leq c < d \Longrightarrow a \cdot c < b \cdot d$$

Exemplo:

$$2 < 3\ e\ 4 < 5 \Longrightarrow 2 \cdot 4 < 3 \cdot 5 \Longrightarrow 8 < 15\ (sentença\ verdadeira)$$

✓ **8ª Propriedade:**

$$a \cdot b > 0 \Longrightarrow \begin{cases} a > 0\ e\ b > 0 \\ a < 0\ e\ b < 0 \end{cases}$$

Exemplo:

$$6 > 0 \begin{cases} 2 > 0\ \ e\ \ 3 > 0 \\ -2 < 0\ \ e\ \ -3 < 0 \end{cases} (sentenças\ verdadeiras)$$

✓ **9ª Propriedade:**

$$a \cdot b < 0 \Longrightarrow \begin{cases} a > 0\ e\ b < 0 \\ a < 0\ e\ b > 0 \end{cases}$$

Exemplo:

$$-6 < 0 \begin{cases} 2 > 0\ \ e\ \ -3 < 0 \\ -2 < 0\ \ e\ \ 3 > 0 \end{cases} (sentenças\ verdadeiras)$$

✓ **10ª Propriedade:**

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \Longrightarrow o\ inverso\ de\ um\ nº\ real\ não\ nulo\ tem\ o\ mesmo\ sinal\ desse\ nº\ real$$

Exemplo:

$$2 > 0 \Rightarrow 2^{-1} = \frac{1}{2} > 0\ (sentença\ verdadeira)$$

$$-4 > 0 \Rightarrow (-4)^{-1} = -\frac{1}{4} < 0\ (sentença\ verdadeira)$$

✓ **11ª Propriedade:**

$$Se\ a\ e\ b\ têm\ o\ mesmo\ sinal, com\ a < b, então: \frac{1}{a} > \frac{1}{b}\ ; com\ a\ e\ b\ \neq 0$$

Exemplo:

$$2 < 5 \Rightarrow \frac{1}{2} > \frac{1}{5}\ (sentença\ verdadeira)$$

$$-4 < -3 \Rightarrow -\frac{1}{4} > -\frac{1}{3}\ (sentença\ verdadeira)$$

✓ **12ª Propriedade:**

$$Se\ a < b < c < 0 \Rightarrow \frac{1}{c} < \frac{1}{b} < \frac{1}{a} < 0$$

Exemplo:

$$-4 < -3 < -2 < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < -\frac{1}{3} < -\frac{1}{4} < 0\ (sentença\ verdadeira)$$

✓ **13ª Propriedade:**

$$Se\ 0 < a < b < c \Rightarrow 0 < \frac{1}{c} < \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$$

Exemplo:

$$0 < 2 < 3 < 4 \Rightarrow \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2}\ (sentença\ verdadeira)$$

- **14ª Propriedade:**

$$Se\ 0 < a < 1 \Rightarrow \frac{1}{a} > 1$$

Exemplo:

$$\mathbf{0 < \frac{1}{3} < 1 \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3 > 1\ (\mathit{sentença\ verdadeira})}$$

- **15ª Propriedade:**

$$Se - 1 < a < 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < -1$$

Exemplo:

$$\mathbf{-1 < -\frac{1}{3} < 0 \Rightarrow \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -3 < -1\ (\mathit{sentença\ verdadeira})}$$

- **16ª Propriedade:**

$$Se\ 0 < a < b < 1 \Rightarrow 0 < a \cdot b < a$$

Exemplo:

$$\mathbf{0,3 < 0,7 \Rightarrow 0 < (0,3) \cdot (0,7) < 0,3 \Rightarrow 0 < 0,21 < 0,3\ (\mathit{sentença\ verdadeira})}$$

- **17ª Propriedade:**

$$Se\ 0 < a < 1 \Rightarrow a^2 < a$$

Exemplo:

$$\mathbf{(0,2)^2 = 0,04 < 0,2\ (\mathit{sentença\ verdadeira})}$$

- ✓ **18ª Propriedade:**

$$Se -1 < a < 0 \Rightarrow a^2 > a$$

Exemplo:

$$(-0,2)^2 = 0,04 > -0,2 \ (\boldsymbol{sentença\ verdadeira})$$

UFAAAAAAA!!!

Quantas, não?!!

Continuemos com a nossa teoria.

4 – Inequações

1 – Conceito

Uma inequação nada mais é que uma desigualdade condicional estabelecida entre expressões matemáticas, com ao menos uma variável. Há, basicamente, 4 formas de representação de uma desigualdade, a saber:

$$Formas\ de\ representação \Rightarrow \begin{cases} f(x) > g(x) \\ f(x) < g(x) \\ f(x) \geq g(x) \\ f(x) \leq g(x) \end{cases}$$

Exemplo:

$$5x + 2 < x + 3$$

$\boldsymbol{Note\ que}$:

$\boldsymbol{Para\ x = 0 \Rightarrow 5 \cdot (0) + 2 < (0) + 3 \Rightarrow 2 < 3\ (Setença\ verdadeira)}$

$\boldsymbol{Para\ x = -1 \Rightarrow 5 \cdot (-1) + 2 < (-1) + 3 \Rightarrow -3 < 2\ (Setença\ verdadeira)}$

$\boldsymbol{Para\ x = 3 \Rightarrow 5 \cdot (3) + 2 < (3) + 3 \Rightarrow 17 < 3\ (Setença\ falsa)}$

$\boldsymbol{Para\ x = -4 \Rightarrow 5 \cdot (-4) + 2 < (-4) + 3 \Rightarrow -18 < -1\ (Setença\ verdadeira)}$

Perceba que as inequações podem ser satisfeitas para um ou para alguns valores da incógnita. Quando digo que a desigualdade está sendo satisfeita implica dizer em uma sentença verdadeira.

2 – Solução Particular

Dizemos que um número real α é solução particular de uma inequação quando, ao ser substituído na variável da desigualdade, retorna uma sentença verdadeira.

Assim, toda vez que um determinado número satisfizer uma desigualdade, implica dizer que este valor real é uma solução particular.

Exemplo:

$$\mathbf{5x + 2 < x + 3}$$

$\boldsymbol{Note\ que}$:

$\boldsymbol{Para\ x = 0 \Longrightarrow 5 \cdot (0) + 2 < (0) + 3 \Longrightarrow 2 < 3\ (Solução\ Particular)}$

3 – Conjunto Solução de um Inequação

Nada mais é que o conjunto formado por todas as soluções particulares de uma determinada desigualdade.

Cabe ressaltar que, caso a inequação não apresente, nos reais, solução particular, dizemos então que o conjunto solução é vazio. Não apresentar solução significa que nenhum valor real torna a sentença (inequação) verdadeira. Assim:

$$S = \{\ \}\ \ ou\ \ S = \emptyset\ \ ou\ S =]a\,;a[\ \ ou\ S = (a\,;a)\,, com\ a \in \mathbb{R}$$

Duas ou mais inequação são ditas equivalentes quando possuírem o mesmo conjunto solução.

4 – Inequação do 1º grau

É toda desigualdade da forma:

$$Com\ f(x) = ax + b \Longrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \\ f(x) \leq 0 \end{cases}$$

Perceba que existe uma analogia na forma de representação com a função polinomial do 1º grau. Isso mesmo! Na verdade, a inequação tem a funcionalidade de verificar (analisar) a variação de sinal de uma função.

Veja, abaixo, como fazer a leitura correta de uma inequação.

$a)\ ax + b > 0\,;\, sendo\ f(x) = ax + b$

Nesse caso, queremos achar valores da variável x que fazem $f(x) = ax + b$ ser positiva.

$b)\ ax + b < 0\,;\, sendo\ f(x) = ax + b$

Nesse caso, queremos achar valores da variável x que fazem $f(x) = ax + b$ ser negativa.

$c)\ ax + b \geq 0\,;\, sendo\ f(x) = ax + b$

Nesse caso, queremos achar valores da variável x que fazem $f(x) = ax + b$ ser não negativa.

$d)\ ax + b \leq 0\,;\, sendo\ f(x) = ax + b$

Nesse caso, queremos achar valores da variável x que fazem $f(x) = ax + b$ ser não positiva.

5 – Resolução de uma Inequação do 1º grau

Resolver uma inequação do 1º grau nada mais é que encontrar o conjunto solução, ou seja, encontrar todas as soluções particulares. Perceba que, a depender da inequação, o conjunto solução é infinito, assim, o ideal é representarmos as soluções por meio de intervalo real.

Digo ainda que, o ato de resolver uma inequação está diretamente ligado a dois fatores, basicamente, a saber: encontrar a raiz da equação $f(x)$ e fazer o estudo dos sinais.

Destaco, abaixo, o passo a passo para a resolução de uma inequação do primeiro grau. Veja!

- **1º Passo)**

  Deixar a inequação na sua forma reduzida, caso não esteja.

- **2º Passo)**

  Observar o sinal da desigualdade, para que possamos fazer o estudo dos sinais.

- **3º Passo)**

  Igualar a expressão reduzida $f(x)$ a zero, para que possamos encontrar a raiz da inequação.

- **4º Passo)**

  Fazer o estudo dos sinais da inequação original, com base no sinal da desigualdade.

- **5º Passo)**

  Correr para o abraço, rsrsrsrs!

Acredito que, dentre os passos acima, o estudo dos sinais seja, de fato, o mais difícil. Assim, para facilitar sua vida, meu querido aluno, destaco o estudo dos sinais de forma bem detalhada. Veja!

$\boldsymbol{a)\ ax+b>0\ ;\ sendo\ f(x)=ax+b}$

Nesse caso, queremos achar valores da variável x que fazem $f(x) = ax + b$ ser positiva.

$$f(x) = ax + b = 0$$

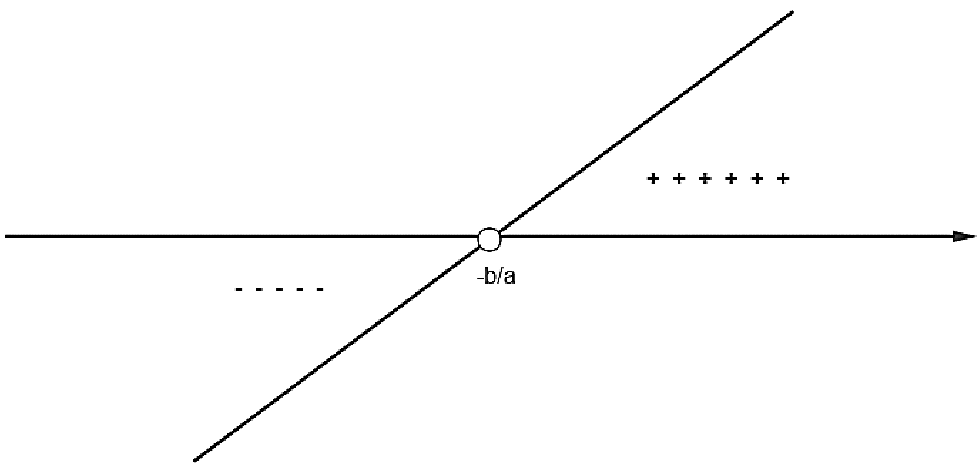
$$ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$\boldsymbol{x_o = -\frac{b}{a}}$$

Assim, temos:

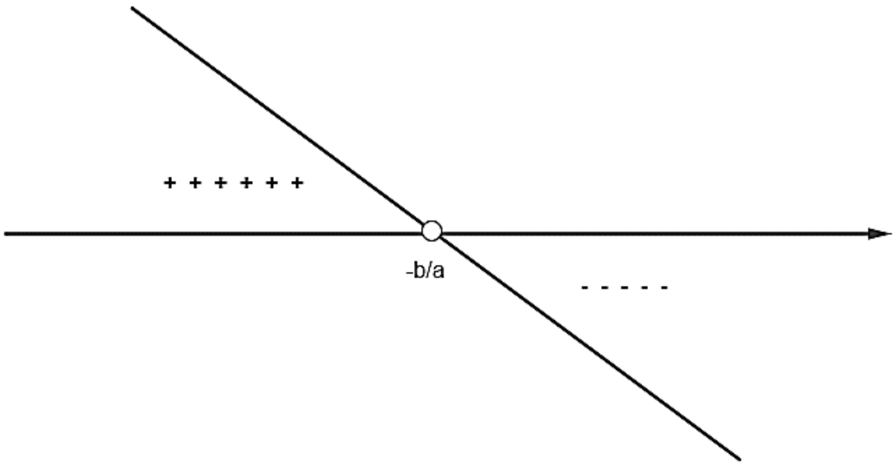
$Se\ a > 0$, o conjunto solução está à direita da raiz.



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$S = \left\{x \in \mathbb{R}/x > -\frac{b}{a}\right\} \text{ ou } S = \left(-\frac{b}{a};\ +\infty\right) \text{ ou } S = \left]-\frac{b}{a};\ +\infty\right[$$

$Se\ a < 0$, o conjunto solução está à esquerda da raiz.



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$S = \left\{x \in \mathbb{R}/x < -\frac{b}{a}\right\} \text{ ou } S = \left(-\infty\,;\ -\frac{b}{a}\right) \text{ ou } S = \left]-\infty\,;\ -\frac{b}{a}\right[$$

$\boldsymbol{b)\ ax + b < 0\,;sendo\ f(x) = ax + b}$

Nesse caso, queremos achar valores da variável x que fazem $f(x) = ax + b$ ser negativa.

$$f(x) = ax + b = 0$$

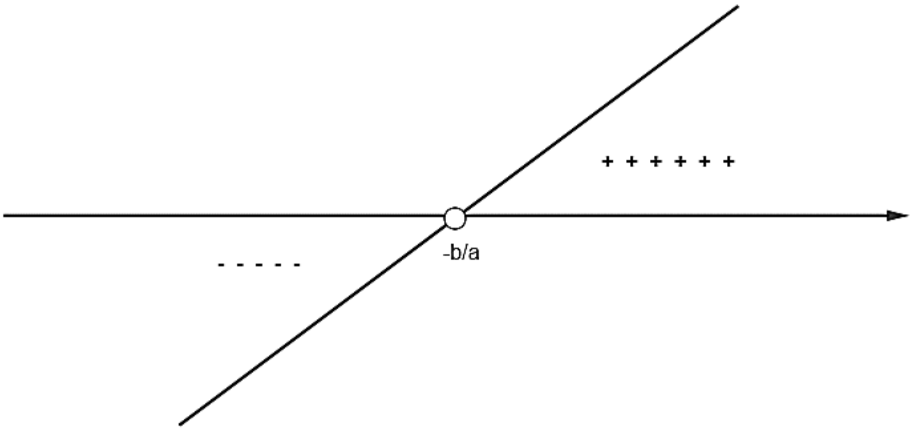
$$ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$\boldsymbol{x_o = -\frac{b}{a}}$$

Assim, temos:

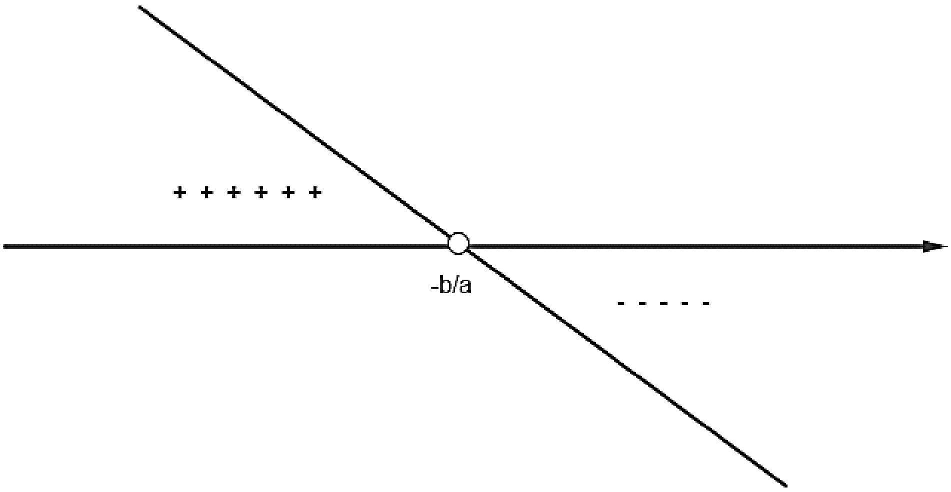
$Se\ a > 0$, o conjunto solução está à esquerda da raiz.



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} / x < -\frac{b}{a}\right\} \text{ ou } S = \left(-\infty\,;\, -\frac{b}{a}\right) \text{ ou } S = \left]-\infty\,;\, -\frac{b}{a}\right[$$

Se $a < 0$, o conjunto solução está à direita da raiz.



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} / x > -\frac{b}{a}\right\} \text{ ou } S = \left(-\frac{b}{a};\, +\infty\right) \text{ ou } S = \left]-\frac{b}{a};\, +\infty\right[$$

$\boldsymbol{c)\ ax + b \geq 0\ ;\ sendo\ f(x) = ax + b}$

Nesse caso, queremos achar valores da variável x que fazem $f(x) = ax + b$ ser não negativa.

$$f(x) = ax + b = 0$$

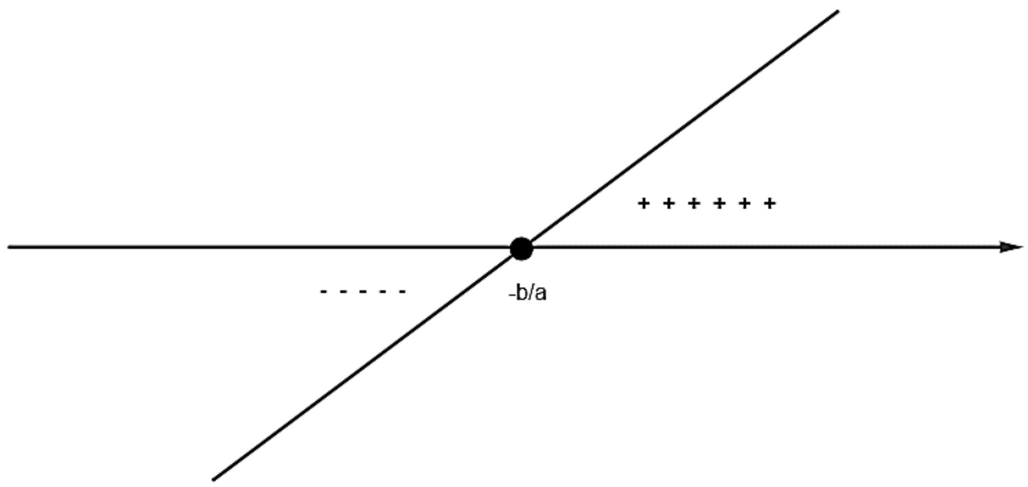
$$ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$\boldsymbol{x_o = -\frac{b}{a}}$$

Assim, temos:

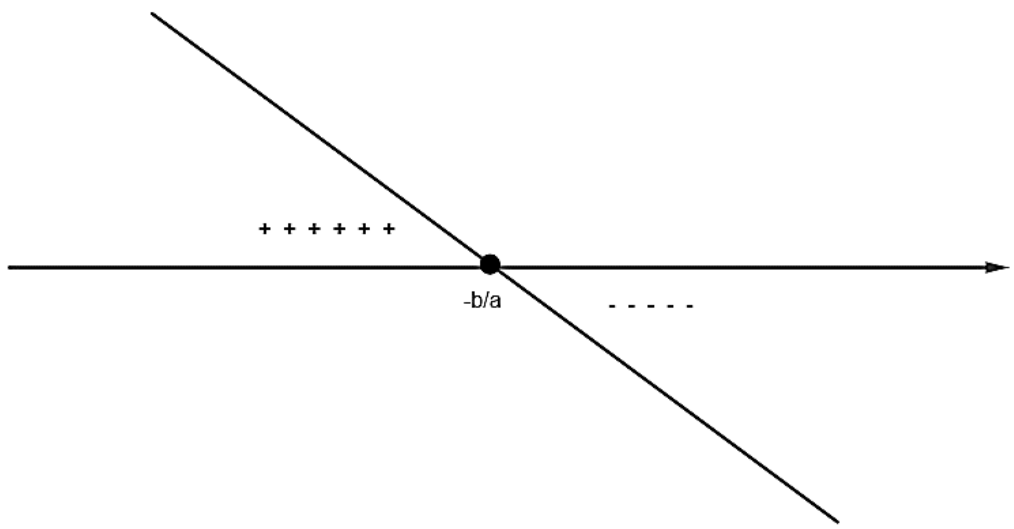
$Se\ a > 0$, o conjunto solução está à direita da raiz.



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} / x \geq -\frac{b}{a}\right\} \text{ ou } S = \left[-\frac{b}{a};\ +\infty\right) \text{ ou } S = \left[-\frac{b}{a};\ +\infty\right[$$

$Se\ a < 0$, o conjunto solução está à esquerda da raiz.



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} / x \leq -\frac{b}{a}\right\} \text{ ou } S = \left(-\infty\, ;\, -\frac{b}{a}\right] \text{ ou } S = \left]-\infty\, ;\, -\frac{b}{a}\right]$$

$\boldsymbol{d) \; ax + b \leq 0\, ;\, sendo\; f(x) = ax + b}$

Nesse caso, queremos achar valores da variável x que fazem $f(x) = ax + b$ ser não positiva.

$$f(x) = ax + b = 0$$

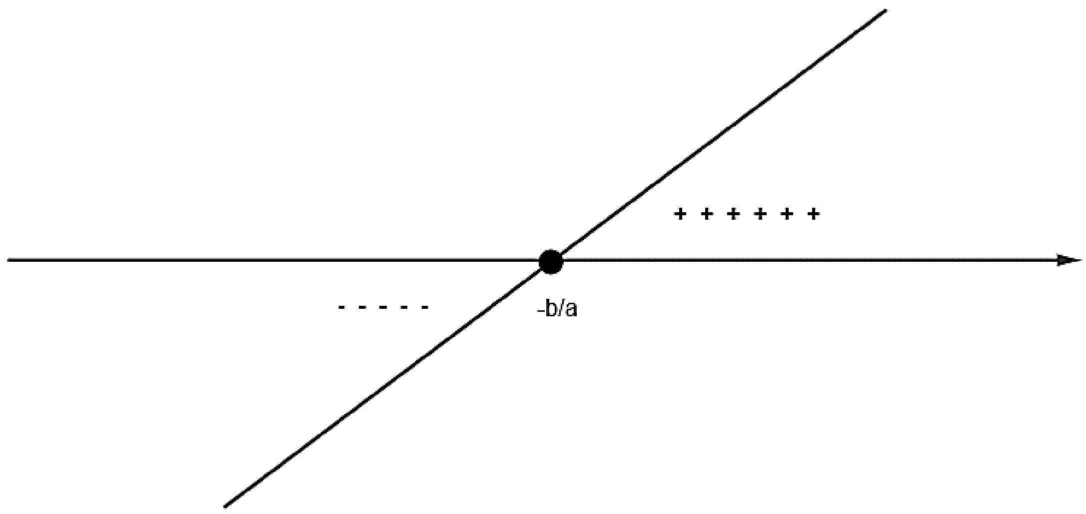
$$ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$\boldsymbol{x_o = -\frac{b}{a}}$$

Assim, temos:

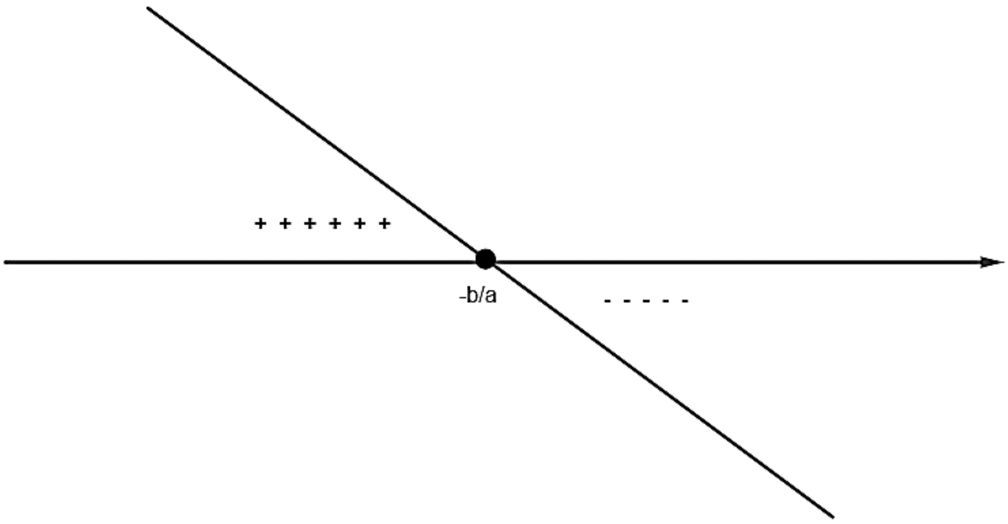
$\boldsymbol{Se\ a > 0}$, o conjunto solução está à esquerda da raiz.



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} / x \leq -\frac{b}{a}\right\} \text{ ou } S = \left(-\infty\, ;\, -\frac{b}{a}\right] \text{ ou } S = \left]-\infty\, ;\, -\frac{b}{a}\right]$$

$Se\ a < 0$, o conjunto solução está à direita da raiz.



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} / x \geq -\frac{b}{a}\right\} \text{ ou } S = \left[-\frac{b}{a};\ +\infty\right) \text{ ou } S = \left[-\frac{b}{a};\ +\infty\right[$$

Vejamos um exemplo prático de como se resolver uma inequação do 1º grau.

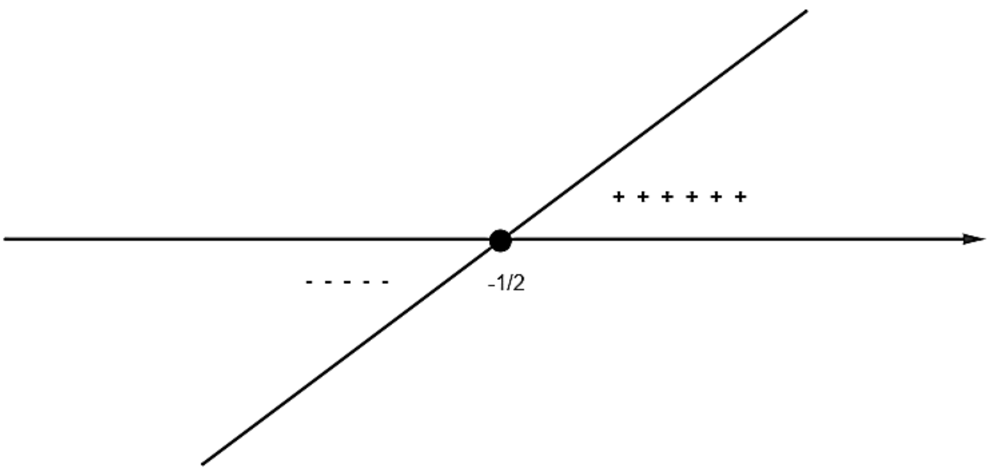
Exemplo:

$$\boldsymbol{Resolva\ a\ inequação:\ 2x + 1 \geq 0}$$

$\boldsymbol{Comentário}$:

$$f(x) = 2x + 1 = 0 \Longrightarrow x_o = -\frac{1}{2}$$

$Assim, como\ a = 2 > 0, temos:$



$$S = \left\{x \in \mathbb{R}/x \geq -\tfrac{1}{2}\right\} \text{ ou } S = \left[-\tfrac{1}{2}\,;\, +\infty\right[\text{ ou } S = \left[-\tfrac{1}{2}\,;\, +\infty\right)$$

Que tal agora, fazermos um resumo das situações estudadas acima?!

Seguem então, dois quadros, um com $a > 0$ e outro com $a < 0$. Veja!

$\boldsymbol{a > 0\,;\ \alpha \in \mathbb{R}}$	$\boldsymbol{a.f(\alpha) > 0 \Rightarrow \alpha > {}^{-b}/_{a}}$; ***assim α está à direita da raiz***
	$a.f(\alpha) = 0 \Rightarrow \alpha = {}^{-b}/_{a}$; *assim α será a raiz*
	$a.f(\alpha) < 0 \Rightarrow \alpha < {}^{-b}/_{a}$; *assim α está à esquerda da raiz*

$\boldsymbol{a < 0\,;\ \alpha \in \mathbb{R}}$	$\boldsymbol{a.f(\alpha) > 0 \Rightarrow \alpha > {}^{-b}/_{a}}$; ***assim α está à direita da raiz***
	$a.f(\alpha) = 0 \Rightarrow \alpha = {}^{-b}/_{a}$; *assim α será a raiz*
	$a.f(\alpha) < 0 \Rightarrow \alpha < {}^{-b}/_{a}$; *assim α está à esquerda da raiz*

Top!!! Meu querido.

Sigamos agora com nossa teoria, entrando, assim, nas Inequações do 2º grau. Lembro que todo esse conteúdo está explicado também em vídeo. Assim, aproveite para aprofundar o conhecimento.

Sem mais, vamos à luta.

6 – Inequação do 2º grau

É toda desigualdade da forma:

$$Com\ f(x) = ax^2 + bx + c \Longrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \\ f(x) \leq 0 \end{cases} ; \{a; b; c\} \subset \mathbb{R}, a \neq 0$$

Perceba que existe uma analogia na forma de representação com a função polinomial do 2º grau. Isso mesmo! Na verdade, a inequação tem a funcionalidade de verificar (analisar) a variação de sinal de uma função.

Veja, abaixo, como fazer a leitura correta de uma inequação.

$a)\ ax^2 + bx + c > 0\,;sendo\ f(x) = ax^2 + bx + c$

Nesse caso, queremos achar valores da variável x que fazem $f(x) = ax^2 + bx + c$ser positiva.

$b)\ ax^2 + bx + c < 0\,;sendo\ f(x) = ax^2 + bx + c$

Nesse caso, queremos achar valores da variável x que fazem $f(x) = ax^2 + bx + c$ser negativa.

$c)\ ax^2 + bx + c \geq 0\,;sendo\ f(x) = ax^2 + bx + c$

Nesse caso, queremos achar valores da variável x que fazem $f(x) = ax^2 + bx + c$ser não negativa.

$d)\ ax^2 + bx + c \leq 0\,;sendo\ f(x) = ax^2 + bx + c$

Nesse caso, queremos achar valores da variável x que fazem $f(x) = ax^2 + bx + c$ ser não positiva.

4 – Resolução de uma Inequação do 2º grau

Resolver uma inequação do 2º grau nada mais é que encontrar o conjunto solução, ou seja, encontrar todas as soluções particulares. Perceba que, a depender da inequação, o conjunto solução é infinito, assim, o ideal é representarmos as soluções por meio de intervalo real.

Digo ainda que, o ato de resolver uma inequação está diretamente ligado a dois fatores, basicamente, a saber: encontrar as raízes da equação $f(x)$ e fazer o estudo dos sinais.

Destaco, abaixo, o passo a passo para a resolução de uma inequação do primeiro grau.

Veja!

- **1º Passo)**

  Deixar a inequação na sua forma reduzida, caso não esteja.

- **2º Passo)**

  Observar o sinal da desigualdade, para que possamos fazer o estudo dos sinais.

- **3º Passo)**

  Igualar a expressão reduzida $f(x)$ a zero, para que possamos encontrar as raíes da inequação. Destaco que, a depender do sinal do discriminante, o estudo dos sinais varia. Então, fique ligado ao "delta".

- **4º Passo)**

  Fazer o estudo dos sinais da inequação original, com base no sinal da desigualdade.

- **5º Passo)**

  Correr para o abraço, rsrsrsrs!

Acredito que, dentre os passos acima, o estudo dos sinais seja, de fato, o mais difícil. Assim, para facilitar sua vida, meu querido aluno, destaco o estudo dos sinais de forma bem detalhada. Veja!

$\boldsymbol{a)\ ax^2 + bx + c > 0\ ;\ sendo\ f(x) = ax^2 + bx + c}$

Nesse caso, queremos achar valores da variável x que fazem $f(x) = ax^2 + bx + c$ ser positiva.

$$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$$

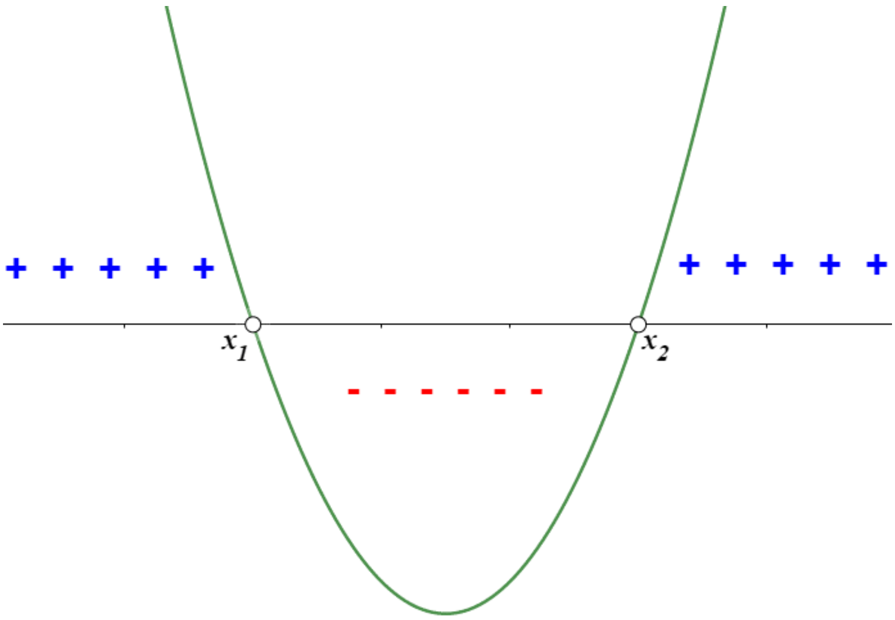
$$Aplicando\ a\ fórmula\ de\ \text{BÁSKARA}:$$

$$x_o = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}\ ;com\ \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\boldsymbol{x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\quad e\quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

Assim, temos:

$Se\ a > 0\ \ e\ \Delta = b^2 - 4ac > 0$, o conjunto solução estará fora do intervalo das raízes.



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R} / \boldsymbol{x} < \boldsymbol{x_1} \ \boldsymbol{ou} \ \boldsymbol{x} > \boldsymbol{x_2}\}$$

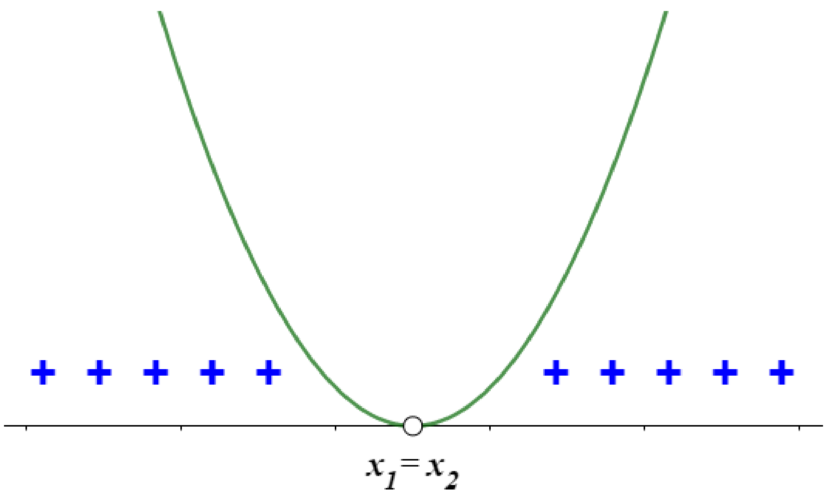
ou

$$\boldsymbol{S} = (-\infty \, ; \ \boldsymbol{x_1}) \cup (\ \boldsymbol{x_2} \, ; +\infty)$$

ou

$$\boldsymbol{S} = \,]-\infty \, ; \ \boldsymbol{x_1}[\ \cup \ ]\boldsymbol{x_2} \, ; +\infty[$$

$Se\ a > 0\ \ e\ \Delta = b^2 - 4ac = 0\ (Teorema\ do\ Trinômio\ Não\ Negativo)$, o conjunto solução será qualquer real, exceto as próprias raízes.



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R} / \boldsymbol{x} \neq \boldsymbol{x_1} = \boldsymbol{x_2}\}$$

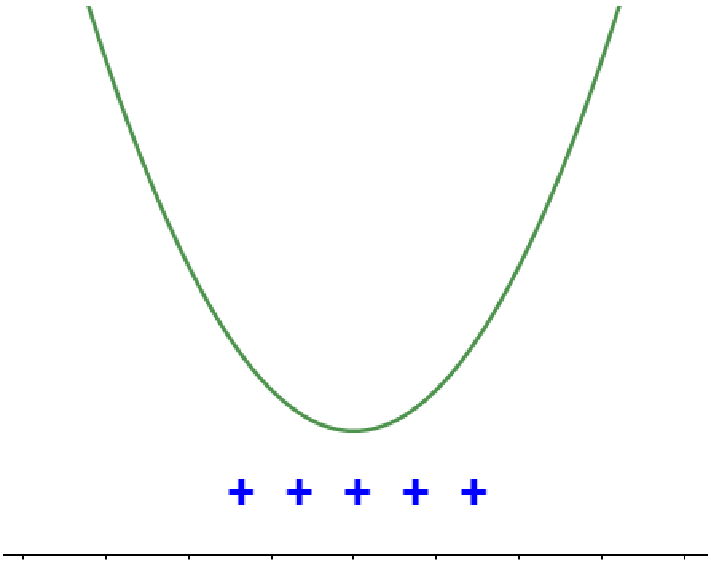
ou

$$\boldsymbol{S} = (-\infty\, ;\, +\infty\ ) - \{\boldsymbol{x_1}\, ;\, \boldsymbol{x_2}\}$$

ou

$$\boldsymbol{S} =]-\infty\, ;\, +\infty[\ - \{\boldsymbol{x_1}\, ;\, \boldsymbol{x_2}\}$$

$Se\ a > 0\ \ e\ \Delta = b^2 - 4ac < 0\ (Teorema\ do\ Trinômio\ Positivo)$, o conjunto solução será qualquer real, pois as raízes são não reais (complexas).



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}\}$$

ou

$$\boldsymbol{S} = (-\infty\, ;\, +\infty\ )$$

ou

$$\boldsymbol{S} =]-\infty\, ;\, +\infty[$$

$\boldsymbol{b)\ ax^2 + bx + c < 0\ ;\ sendo\ f(x) = ax^2 + bx + c}$

Nesse caso, queremos achar valores da variável x que fazem $f(x) = ax^2 + bx + c$ ser negativa.

$$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$$

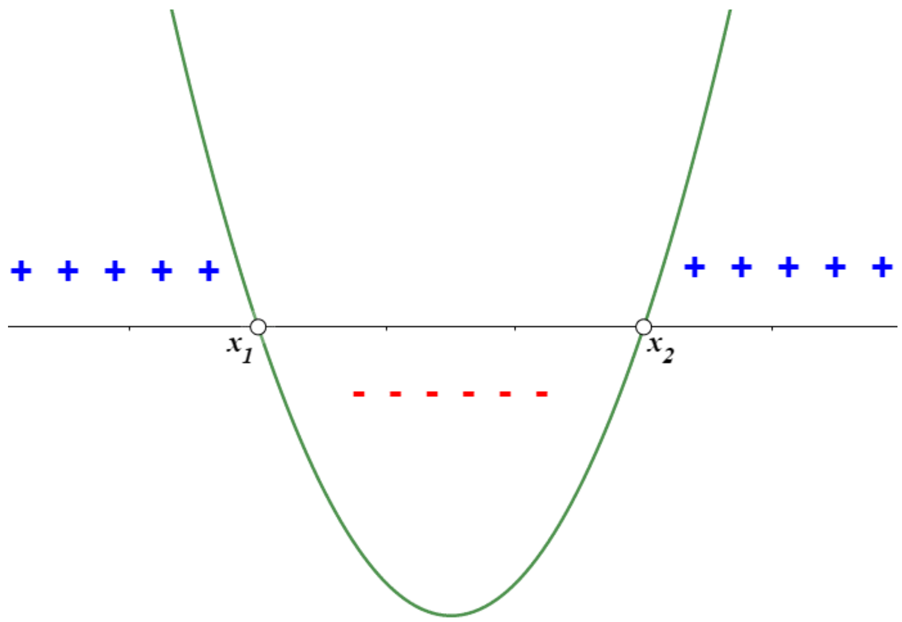
$$Aplicando\ a\ fórmula\ de\ \text{BÁSKARA}:$$

$$x_o = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}\ ;\ com\ \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\boldsymbol{x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\quad e\quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

Assim, temos:

$Se\ a > 0\ \ e\ \Delta = b^2 - 4ac > 0$, o conjunto solução estará no intervalo das raízes.



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$\boldsymbol{S = \{x \in \mathbb{R} / x_1 < x < x_2\}}$$

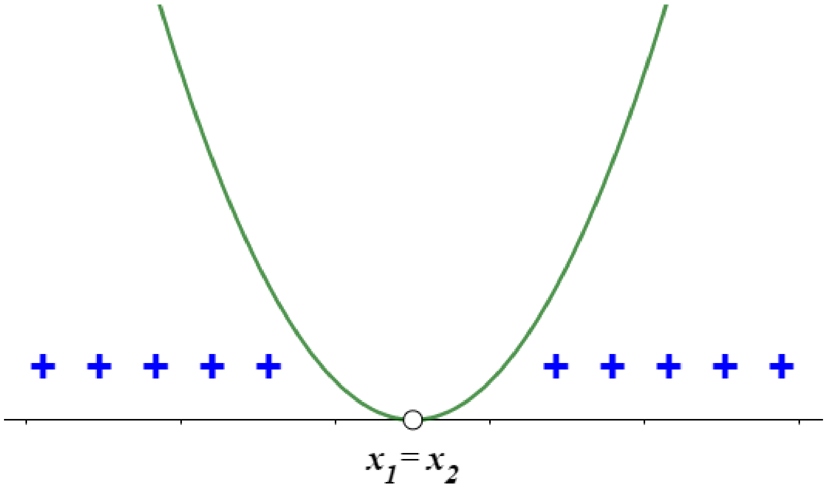
ou

$$\boldsymbol{S = (x_1\ ;\ x_2)}$$

ou

$$S =]x_1\ ;\ x_2[$$

$Se\ a > 0\ \ e\ \Delta = b^2 - 4ac = 0\ (Teorema\ do\ Trinômio\ Não\ Negativo)$, o conjunto solução será vazio, pois esse trinômio não assume valor negativo.



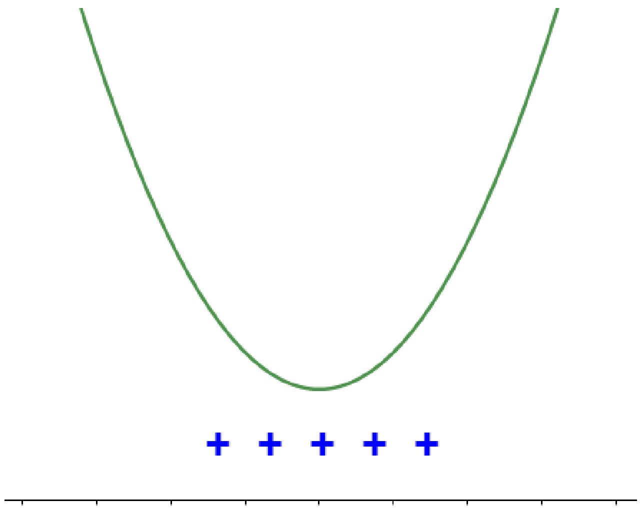
Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$S = \{\ \ \}\ \text{ ou }\ S = \emptyset$$

$$S = (x_1\ ;\ x_2)\ , como\ as\ raízes\ são\ iguais, não\ há\ elementos\ entre\ elas.$$

$$S =]x_1\ ;\ x_2[\ , como\ as\ raízes\ são\ iguais, não\ há\ elementos\ entre\ elas.$$

$Se\ a > 0\ \ e\ \Delta = b^2 - 4ac < 0\ (Teorema\ do\ Trinômio\ Positivo)$, o conjunto solução será qualquer real, pois as raízes são não reais (complexas).



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}\}$$

ou

$$\boldsymbol{S} = (-\infty\ ;\ +\infty\ )$$

ou

$$\boldsymbol{S} =]-\infty\ ;\ +\infty[$$

$\boldsymbol{c)\ ax^2 + bx + c \geq 0\ ; sendo\ f(x) = ax^2 + bx + c}$

Nesse caso, queremos achar valores da variável x que fazem $f(x) = ax^2 + bx + c$ ser não negativa (ou seja, nula ou positiva).

$$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$$

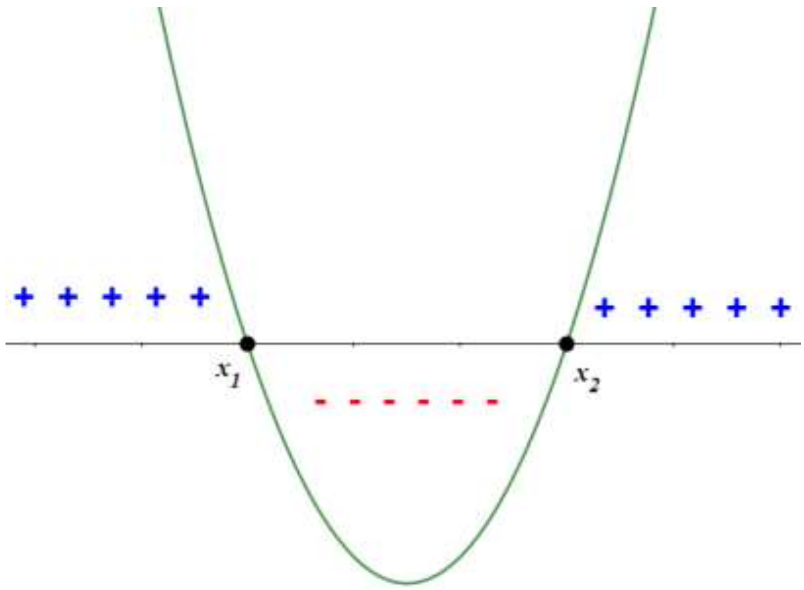
Aplicando a fórmula de BÁSKARA:

$$x_o = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}\ ; com\ \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\boldsymbol{x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad e \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

Assim, temos:

$\boldsymbol{Se\ a > 0\ \ e\ \Delta = b^2 - 4ac > 0}$, o conjunto solução estará fora do intervalo das raízes.



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R} / \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{x_1} \ \boldsymbol{ou} \ \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{x_2}\}$$

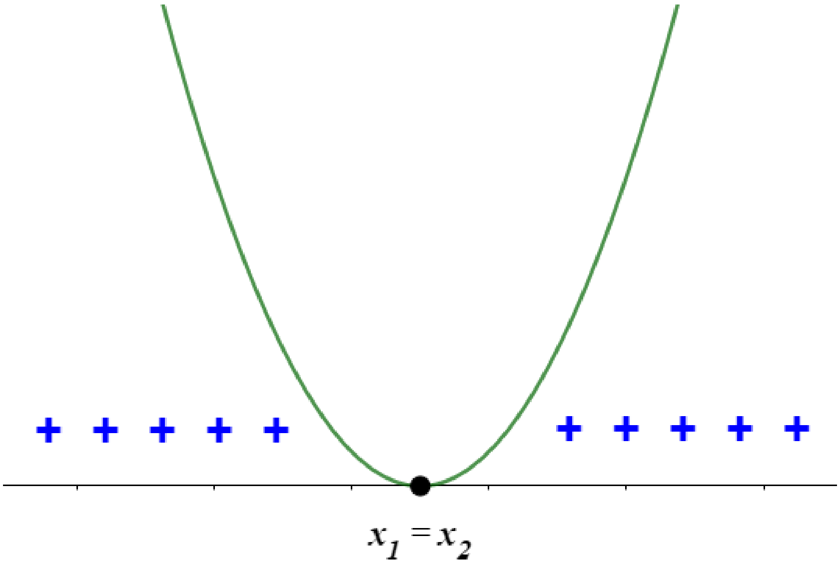
ou

$$\boldsymbol{S} = (-\infty\,;\ \boldsymbol{x_1}] \cup [\boldsymbol{x_2}\,;+\infty)$$

ou

$$\boldsymbol{S} =]-\infty\,;\ \boldsymbol{x_1}] \cup [\boldsymbol{x_2}\,;+\infty[$$

$Se\ a > 0\ \ e\ \Delta = b^2 - 4ac = 0$ ($Teorema\ do\ Trinômio\ Não\ Negativo$) , o conjunto solução será qualquer real, incluindo as próprias raízes.



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}\}$$

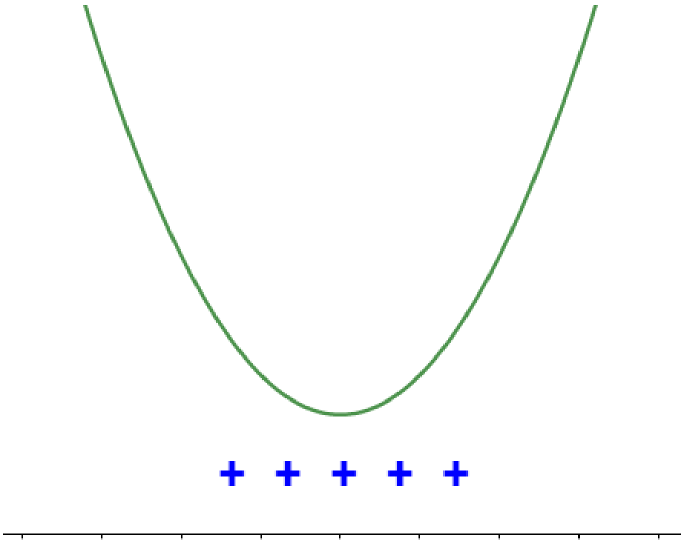
ou

$$\boldsymbol{S} = (-\infty\,;\ +\infty\ )$$

ou

$$\boldsymbol{S} =]-\infty\,;\ +\infty[$$

$Se\ a > 0\ \ e\ \Delta = b^2 - 4ac < 0$ ($Teorema\ do\ Trinômio\ Positivo$) , o conjunto solução será qualquer real.



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}\}$$

ou

$$\boldsymbol{S} = (-\infty\,;\ +\infty\ )$$

ou

$$\boldsymbol{S} =]-\infty\,;\ +\infty[$$

$\boldsymbol{d)\ ax^2 + bx + c \leq 0\ ;sendo\ f(x) = ax^2 + bx + c}$

Nesse caso, queremos achar valores da variável x que fazem $f(x) = ax^2 + bx + c$ ser não positiva (ou seja, pode ser nula ou negativa).

$$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$$

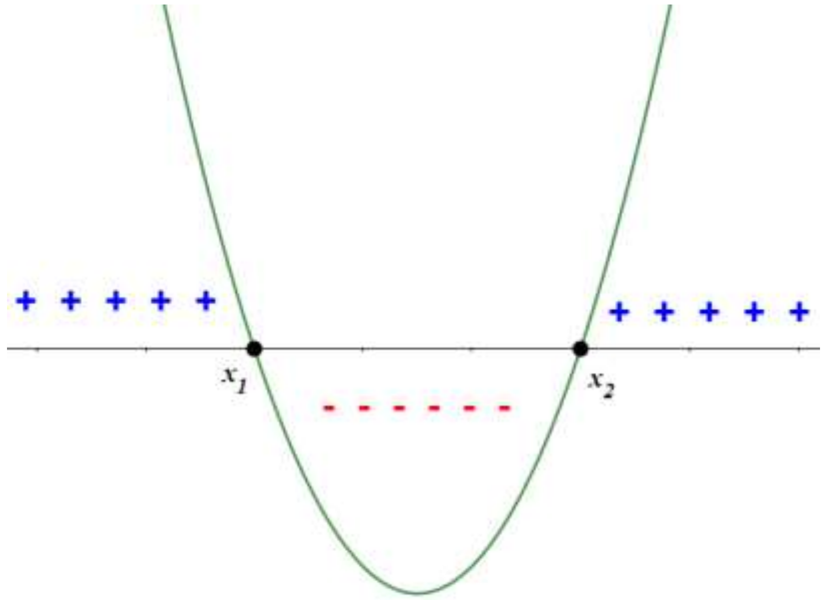
$Aplicando\ a\ fórmula\ de$ BÁSKARA:

$$x_o = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}\ ; com\ \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\boldsymbol{x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\quad e\quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

Assim, temos:

$Se\ a > 0\ \ e\ \Delta = b^2 - 4ac > 0$, o conjunto solução estará no intervalo das raízes.



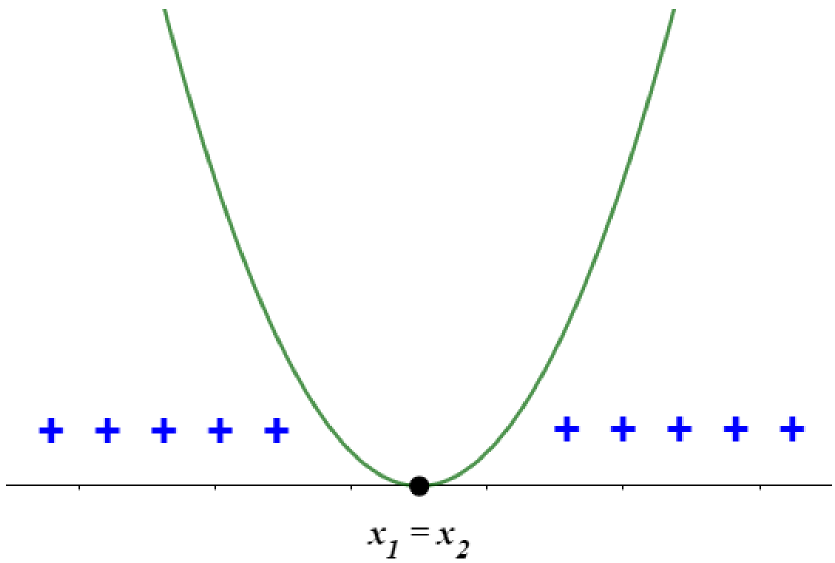
Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$\boldsymbol{S = \{x \in \mathbb{R} / x_1 \leq\ x \leq x_2\}}$$

ou

$$\boldsymbol{S = [x_1\ ;\ x_2]}$$

$Se\ a > 0\ \ e\ \Delta = b^2 - 4ac = 0$ $(Teorema\ do\ Trinômio\ Não\ Negativo)$, o conjunto solução será vazio, pois esse trinômio não assume valor negativo.

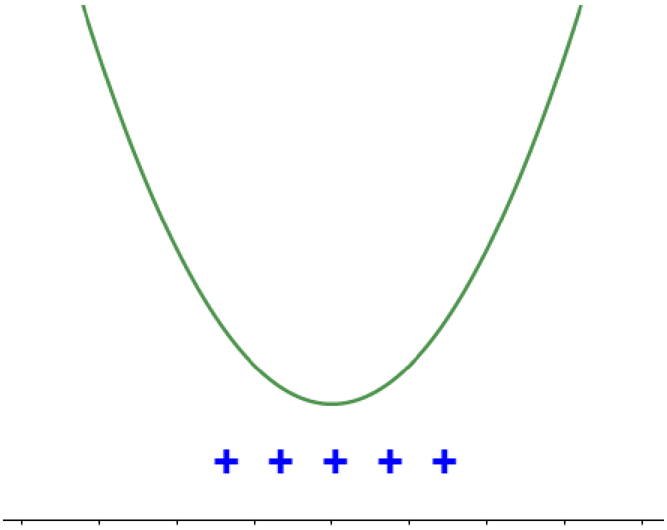


Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$\boldsymbol{S = \{\ x_1\ ;\ x_2\ \}}$$

$$\boldsymbol{S = [x_1\ ;\ x_2], como\ as\ raízes\ são\ iguais, elas\ são\ soluções\ da\ inequação.}$$

$\boldsymbol{Se\ a > 0\ \ e\ \Delta = b^2 - 4ac < 0\ (Teorema\ do\ Trinômio\ Positivo)}$, o conjunto solução será qualquer real, pois as raízes são não reais (complexas).



Assim, o conjunto solução pode ser descrito da forma:

$$\boldsymbol{S = \{\ \ \}}\ \text{ ou }\ \boldsymbol{S = \emptyset}$$

$$ou$$

$$\boldsymbol{S = (x_1\ ;\ x_2)\ , como\ as\ raízes\ são\ iguais, não\ há\ elementos\ entre\ elas.}$$

$$ou$$

$$\boldsymbol{S =]x_1\ ;\ x_2[\ , como\ as\ raízes\ são\ iguais, não\ há\ elementos\ entre\ elas.}$$

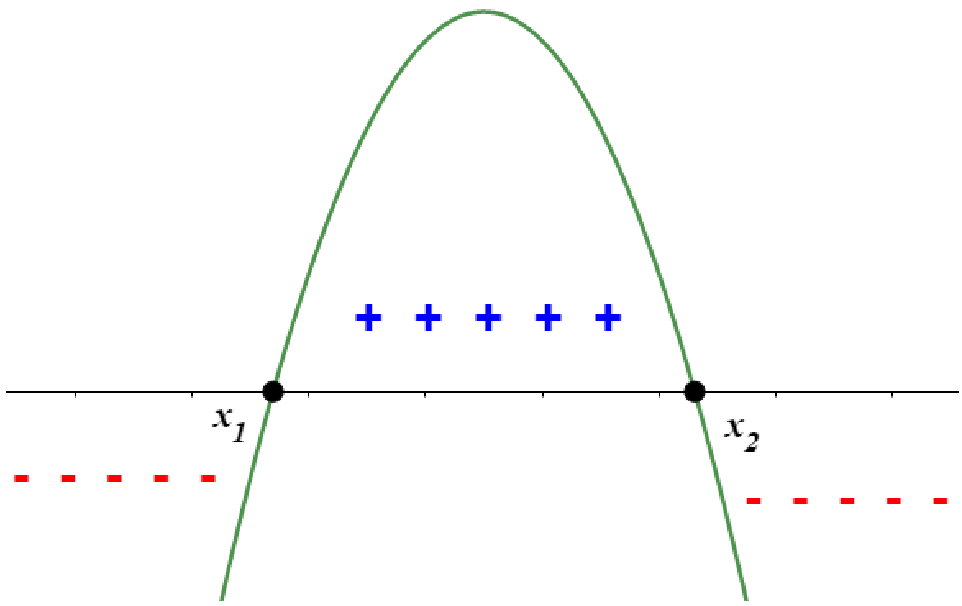
Ufaaaaaaaa.....Quanta coisa, não..?? Pois é, meu querido!!! Faz parte!! Tudo valerá à pena.

Vamos seguir ao nosso último detalhe. OK??!

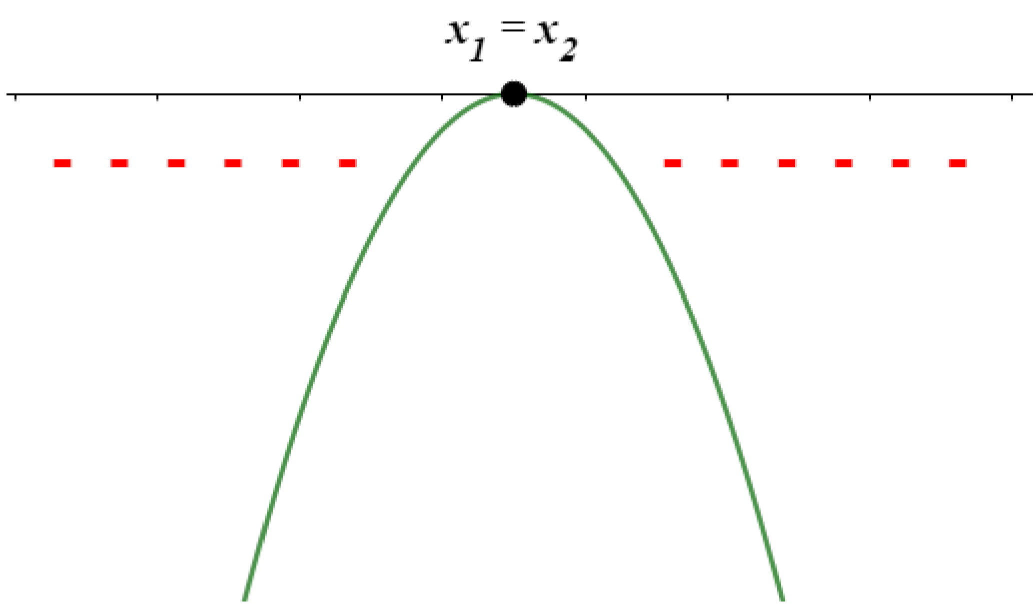
Você deve estar se perguntado: “Mas mestre, o senhor bater passo a passo, para todas as representações da inequação quadrática e com os possíveis valores do discriminante. Porém, como eu faria se o coeficiente a for negativo?? Como faria..??”

Eu respondo de forma simples: nada muda. Ou melhor, bem parecido com o que nós vimos, mesmas observações, no entanto, como uma análise de sinal um pouco diferente, veja um resumo:

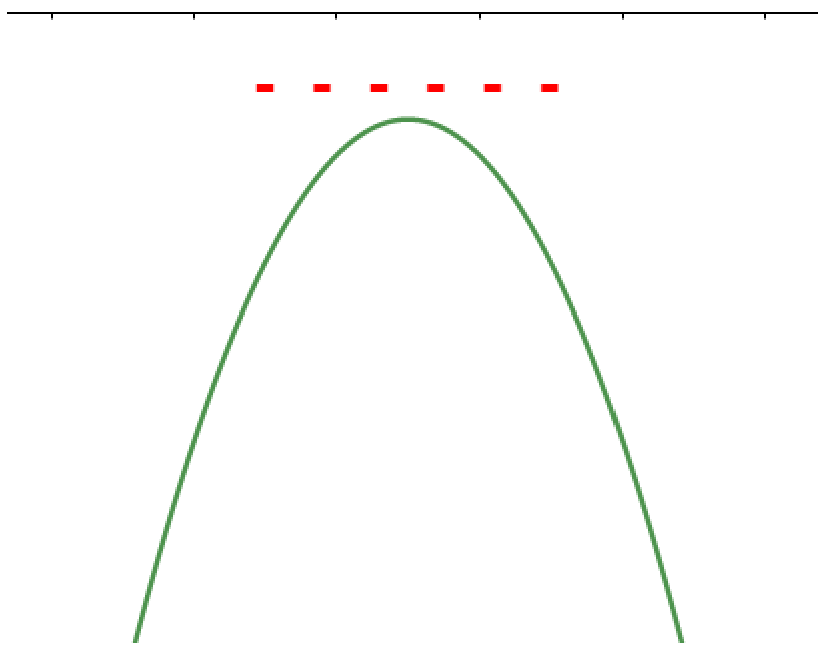
$$Se\ a < 0\ \ e\ \Delta = b^2 - 4ac > 0$$



$$Se\ a < 0\ \ e\ \Delta = b^2 - 4ac = 0\ (Teorema\ Trinômio\ Não\ Positovo)$$



$$\boldsymbol{Se\ a < 0\ \ e\ \Delta = b^2 - 4ac = 0\ (Teorema\ Trin\hat{o}mio\ Negativo)}$$



E aí, meu querido?? Tranquilo, não? A partir dessas análises, você pode definir qualquer inequação do 2º grau. Bastando, para isso, saber o sinal da desigualdade e o discriminante.

5 – Listas de Questões

1. (FN 2014) – Para cada inequação à esquerda, associe uma inequação à direita com as mesmas soluções:

	I) $x > 1$
a) $x + 3 < 4$	II) $x > 4$
b) $x - 2 > -1$	III) $x < 1$
c) $3x > 12$	IV) $x < 3$
d) $-5x < -15$	V) $x > 3$
	VI) $x < 4$

a) III, I, II, V

b) I, I, VI, V

c) III, IV, II, IV

d) I, V, VI, IV

e) I, III, II, V

---

2. (FN 2017) – Coloque C (certo) ou E (Errado) na afirmação sobre as inequações, assinalando a seguir a opção correta.

( ) Se $-2x > 4$, então $x < -2$.

( ) Se $3x > -18$, então $x < -6$.

( ) Se $-6 < -x$, então $6 > x$.

( ) Se $-5x < 35$, então $x > -7$.

a) C, C, E, E

b) C, E, C, C

c) E, E, C, C

d) C, E, C, E

e) E, C, C, E

---

3. (FN 2018) – Determine o maior valor inteiro que satisfaz à inequação abaixo.

$$\frac{x}{2}+\frac{4x}{5}<1$$

a) 4

b) 3

c) 2

d) 1

e) 0

---

4. (FN 2019) – Qual o valor de X na inequação $\frac{1}{2}+\frac{2X}{3}>\frac{3}{2}$?

a) $x>4$

b) $x<\frac{5}{2}$

c) $x<\frac{3}{2}$

d) $x>\frac{3}{2}$

e) $x>-\frac{3}{2}$

---

5. Se $a < -2$, os valores de x, tais que $\frac{a}{2}(x-a) < -(x+2)$, são aqueles que satisfazem:

a) $x < 2 - a$

b) $x < a - 2$

c) $x > 2 - a$

d) $x > a - 2$

---

6. Sejam $p(x) = x^2 - 5x + 6$ e $q(x) = x^2 - 3x + 1$. Se a é um número real e $p(a) < 0$, então $q(a)$ satisfaz

a) $-1 < q(a) < 1$

b) $q(a) < -1$ ou $q(a) > 1$

c) $-2 < q(a) < 2$

d) $q(a) < -2$ ou $q(a) > 2$

---

7. Se $A = \{x \in \mathbb{R} | 3x - 2x^2 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | 1 \leq x \leq 3\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - x - 2 \leq 0\}$, então $(A \cup B) \cap C$ é:

a) $\{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 0 \; ou \; 1 \leq x \leq 2\}$

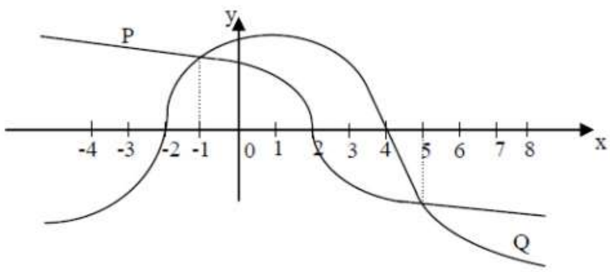
b) $\left\{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 0 \; ou \; \frac{3}{2} \leq x \leq 2\right\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 2\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 2\}$

---

8. O gráfico abaixo representa as funções reais P(x) e Q(x).



Então, no intervalo $[-4, 8]$ tem-se que $P(x) \cdot Q(x) < 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$ tal que:

a) $-2 < x < 4$

b) $-2 < x < -1$ ou $5 < x < 8$

c) $-4 \leq x < -2$ ou $2 < x < 4$

d) $-1 \leq x < 5$

---

9. O maior número inteiro que satisfaz a inequação $\frac{2}{3}\left(\frac{x+1}{2}\right) - 1 \geq \frac{1}{2}(2x+3)$ é:

a) – 4

b) – 3

c) – 2

d) 3

---

10. Dada a inequação $2 - x < 3x + 2 < 4x + 1$, o menor valor inteiro que a satisfaz é um número múltiplo de:

a) 3.

b) 2.

c) 7.

d) 5.

---

11. Resolvendo a inequação $(2x-6)(4x+8) \leq 0$, para $x \in \mathbb{R}$, obtemos:

a) $-2 < x < 3$

b) $-2 \leq x \leq 3$

c) $-6 < x < 1$

d) $-6 \leq x \leq 1$

---

12. Seja a função real definida por $f(x)=(x+2)(-x+5)$. Para que se tenha $f(x)>0$, os valores reais de x devem ser tais que:

a) $-1<x<6$.

b) $-2<x<5$.

c) $x>-1$.

d) $x<7$.

---

13. A função $f: A \to \mathbb{R}$, definida por $f(x)=\sqrt{x^2+4x+3}$ tem conjunto domínio A igual a:

a) $\{x \in \mathbb{R} | x \leq 1 \; ou \; x \geq 3\}$.

b) $\{x \in \mathbb{R} | x < 1 \; ou \; x > 3\}$.

c) $\{x \in \mathbb{R} | x < -3 \; ou \; x > -1\}$.

d) $\{x \in \mathbb{R} | x \leq -3 \; ou \; x \geq -1\}$.

---

14. O número de valores inteiros de x para os quais se verifica a inequação $x^2<7x-6$ é:

a) três.

b) seis.

c) cinco.

d) quatro

---

15. A solução da inequação $2(x+2)+5x \leq 4(x+3)$ é um intervalo real. Pode-se afirmar que pertence a esse intervalo o número

a) 2.

b) 3.

c) 4.

d) 5.

---

16. Resolvendo, em $\mathbb{R}$, o sistema de inequações abaixo:

$$\begin{cases} 2x+3\geq 0 \\ x-8<3x-5 \end{cases}$$

tem-se como solução o conjunto:

a) $S=\{x\in\mathbb{R}|0\leq x\}$

b) $S=\left\{x\in\mathbb{R}|0\leq x\leq\frac{3}{2}\right\}$

c) $S=\left\{x\in\mathbb{R}|x>-\frac{3}{2}\right\}$

d) $S=\left\{x\in\mathbb{R}|\ x\geq-\frac{3}{2}\right\}$

---

17. Considere a inequação $x^2-1\leq 3$. Está contido no conjunto solução dessa inequação o intervalo:

a) $[-3,0]$

b) $[-1,1]$

c) $[1,3]$

d) $[3,4]$

---

18. (EsSA 2017) – O conjunto solução da inequação $x^2+5x+6<0$, onde x é um número real$(x\in\mathbb{R})$, é:

a) $\{x\in\mathbb{R}|-2<x<3\}$

b) $\{x\in\mathbb{R}|-3<x<-2\}$

c) $\{x\in\mathbb{R}|-3\leq x<2\}$

d) $\{x\in\mathbb{R}|-5<x<1\}$

e) $\{x\in\mathbb{R}|-5<x<-6\}$

---

19. (Uerj 2020) Um número N, inteiro e positivo, que satisfaz à inequação $N^2-17N+16>0$ é:

a) 2

b) 7
c) 16
d) 17

---

20. (Upf 2019) Sejam p e q números reais positivos tais que $p > q$, é verdadeiro afirmar que
a) $2 - p < 2 - q$
b) $2 - p > 2 - q$
c) $\frac{p+q}{2} < q$
d) $\frac{p+q}{2} > p$
e) $\frac{p}{2} < \frac{q}{2}$

---

21. (G1 - cftrj 2019) Chamamos força do conjunto solução de um sistema de inequações resolvido no conjunto dos números inteiros a soma de todos os elementos desse conjunto solução.

No sistema a seguir:

$$\begin{cases} 2(x+2) \geq 5x + 13 \\ \frac{x}{2} - \frac{x}{3} > -1 \end{cases}$$

Se x é um número do conjunto dos inteiros que torna verdadeiras as inequações, a *força* do conjunto solução desse sistema será igual a:
a) -12
b) -9
c) -6
d) -3

---

22. (G1 - ifsc 2019) Sabendo que $x \in \mathbb{Z}$ e que a metade de *x* acrescida de 14 é maior que o quádruplo de x, podemos afirmar que o maior valor possível para x é:

Assinale a alternativa **CORRETA**.
a) 0
b) 4

c) 1
d) 5
e) 3

---

23. (Ufjf-pism 1 2019) Considere a seguinte inequação:

$$x^2 - 2x - 15 \leq 0$$

O produto entre os números inteiros negativos que são soluções dessa inequação é
a) -15
b) -6
c) 2
d) 6
e) 15

---

24. (Upf 2018) Considere os seguintes conjuntos de números reais:

$A = \{x \in \mathbb{R} : 4 - 3x \geq 6\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 > 2x - 8\}$

Qual dos conjuntos abaixo representa o conjunto $A \cap B$?
a) $\left(-\frac{2}{3}, +\infty\right)$
b) $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$
c) $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right]$
d) $\mathbb{R}$
e) $\varnothing$

---

25. (G1 - cftmg 2018) O número de soluções inteiras pertencentes ao conjunto solução da inequação $\frac{(3x-9)}{2} \cdot \frac{(x+6)}{3} < 0$, em $\mathbb{R}$, é
a) 4.
b) 6.
c) 8.
d) 10.

26. (Fac. Albert Einstein - Medicin 2018) Para arrecadar recursos para a festa de formatura, os formandos de uma escola decidiram vender convites para um espetáculo. Cada formando recebeu para vender um número de convites que é igual ao número total de formandos mais $3.$ Se todos os formandos conseguirem vender todos os convites a 5 reais, o dinheiro arrecadado será menor do que R\$ 26.270,00. Nessas condições, o maior número de formandos que essa escola pode ter é múltiplo de

a) $12.$
b) $13.$
c) $14.$
d) $15.$

---

27. (Espm 2018) Para que o domínio da função $f(x)=\sqrt{x(x-k)+1}$ seja todo o conjunto dos reais, deve-se ter:

a) $k<0$
b) $k>-1$
c) $-1\leq k\leq 1$
d) $-2\leq k\leq 2$
e) $-1\leq k\leq 3$

---

28. (Enem 2018) Uma empresa de comunicação tem a tarefa de elaborar um material publicitário de um estaleiro para divulgar um novo navio, equipado com um guindaste de $15\,\text{m}$ de altura e uma esteira de $90\,\text{m}$ de comprimento. No desenho desse navio, a representação do guindaste deve ter sua altura entre $0{,}5\,\text{cm}$ e $1\,\text{cm},$ enquanto a esteira deve apresentar comprimento superior a $4\,\text{cm}.$ Todo o desenho deverá ser feito em uma escala $1:X.$

Os valores possíveis para X são, apenas,

a) $X>1.500.$
b) $X<3.000.$
c) $1.500<X<2.250.$
d) $1.500<X<3.000.$
e) $2.250<X<3.000.$

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

Leia o texto para responder à(s) questão(ões)a seguir.

Uma peça pode ser fabricada pelo técnico A, com moldagem manual, ou pelo técnico B, com impressora 3D. Para fabricar a peça com moldagem manual, gastam-se 4 horas de trabalho do técnico A e $R\$\,40{,}00$ de material. O valor da hora de trabalho do técnico A é $R\$\,17{,}00.$ Quando feita com impressora 3D, a mesma peça é fabricada em 3 horas de trabalho do técnico B, com gasto de $R\$\,12{,}00$ com material.

29. (Insper 2018) A fabricação dessa peça é mais cara com impressora 3D se o valor da hora de trabalho do técnico B for, no
a) mínimo, superior a $R\$\,32{,}00.$
b) mínimo, $R\$\,32{,}00.$
c) mínimo, superior a $R\$\,24{,}00.$
d) máximo, $R\$\,32{,}00.$
e) máximo, inferior a $R\$\,24{,}00.$

---

30. (G1 - ifsp 2017) A capacidade de um reservatório de água é maior que 250 litros e menor que 300 litros. O número x de litros que há nesse reservatório satisfaz à inequação $\frac{x}{2}+1<127.$
Assinale a alternativa que apresenta quantos litros de água há nesse reservatório.
a) 250 litros.
b) 251 litros.
c) 252 litros.
d) 253 litros.
e) 255 litros.

---

31. (G1 - cftrj 2017) Antes de iniciar o estudo das inequações do 1º grau, o professor de Matemática propôs a seguinte atividade para seus alunos:

“Observe a seguinte pergunta e a solução proposta:

Quais os valores reais de x que tornam verdadeira a sentença $\frac{-2x}{-3}\geq 4?$

<u>Solução:</u>

1. Multiplicando ambos os membros por $-3,$ encontramos $-2x\geq(-3)\cdot 4=-12;$

2. Dividindo ambos os membros de $-2x \geq -12$ por $-2,$ obtemos $x \geq \frac{-12}{-2};$

3. Os valores procurados são os que atendem à desigualdade $x \geq 6.$

Discuta com seus colegas as afirmações 1, 2 e 3 analisando se cada uma delas é ou não verdadeira".

O número de afirmações verdadeiras na discussão proposta pelo professor é
a) 3
b) 2
c) 1
d) 0

---

32. (G1 - cp2 2017) Joana corre tanto quanto Renata e menos do que Juliana. Fernanda corre tanto quanto Juliana. Logo,
a) Fernanda corre mais que Joana.
b) Juliana corre menos do que Joana.
c) Juliana corre menos do que Renata.
d) Renata corre mais do que Fernanda.

---

33. (Pucrj 2017) Assinale a menor solução inteira da inequação $4x - 10 > 2.$
a) 2
b) 3
c) 4
d) 12
e) 60

---

34. (Enem 2ª aplicação 2016) Um clube tem um campo de futebol com área total de $8.000\,\text{m}^2,$ correspondente ao gramado. Usualmente, a poda da grama desse campo é feita por duas máquinas do clube próprias para o serviço. Trabalhando no mesmo ritmo, as duas máquinas podam juntas $200\,\text{m}^2$ por hora. Por motivo de urgência na realização de uma partida de futebol, o administrador do campo precisará solicitar ao clube vizinho máquinas iguais às suas para fazer o serviço de poda em um tempo máximo de $5\,\text{h}.$

Utilizando as duas máquinas que o clube já possui, qual o número mínimo de máquinas que o administrador do campo deverá solicitar ao clube vizinho?
a) 4

b) 6
c) 8
d) 14
e) 16

---

35. (Fgv 2016) O domínio da função real definida por é $f(x)=\sqrt{6-\sqrt{2x+7}}$ é $\{x\in\mathbb{R}\,|\,m\le x\le n\}$. Em tal condição, a média aritmética simples entre o menor valor possível para m e o maior valor possível para n é igual a
a) $5{,}8.$
b) $5{,}5.$
c) $5{,}0.$
d) $-4{,}6.$
e) $-4{,}8.$

---

36. (Fgv 2016) Quantos são os valores inteiros de x que satisfazem $-2\le 2x+5\le 10$?
a) Infinitas
b) 6
c) 4
d) 7
e) 5

---

37. (Enem 2ª aplicação 2016) O gerente de um estacionamento, próximo a um grande aeroporto, sabe que um passageiro que utiliza seu carro nos traslados casa-aeroporto-casa gasta cerca de R$ 10,00 em combustível nesse trajeto. Ele sabe, também, que um passageiro que não utiliza seu carro nos traslados casa-aeroporto-casa gasta cerca de R$ 80,00 com transporte.

Suponha que os passageiros que utilizam seus próprios veículos deixem seus carros nesse estacionamento por um período de dois dias.

Para tornar atrativo a esses passageiros o uso do estacionamento, o valor, em real, cobrado por dia de estacionamento deve ser, no máximo, de
a) R$ 35,00.
b) R$ 40,00.
c) R$ 45,00.

d) R$ 70,00.
e) R$ 90,00.

---

38. (Pucrj 2016) Considere as funções reais $f(x) = x^2 + 4x$ e $g(x) = x.$

Qual é o maior inteiro para o qual vale a desigualdade $f(x) < g(x)$?
a) -3
b) -1
c) 0
d) 3
e) 4

---

39. (G1 - cftmg 2015) No conjunto dos números reais, o conjunto solução da inequação $\frac{2x}{3} - \frac{5x-3}{4} > 1$ é o intervalo
a) $]-\infty, -3[$
b) $\left]-\infty, -\frac{3}{7}\right[$
c) $\left]-\frac{3}{7}, \infty\right[$
d) $]-3, \infty[$

---

40. (Pucrj 2015) Quantas soluções inteiras tem a inequação abaixo:

$x^2 - 10x + 21 \leq 0.$
a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7

---

41. (Enem 2015) Uma padaria vende, em média, 100 pães especiais por dia e arrecada com essas vendas, em média, $R\$\,300,00.$ Constatou-se que a quantidade de pães especiais vendidos diariamente aumenta, caso o preço seja reduzido, de acordo com a equação

$$q = 400 - 100\,p,$$

na qual q representa a quantidade de pães especiais vendidos diariamente e $p,$ o seu preço em reais.
A fim de aumentar o fluxo de clientes, o gerente da padaria decidiu fazer uma promoção. Para tanto, modificará o preço do pão especial de modo que a quantidade a ser vendida diariamente seja a maior possível, sem diminuir a média de arrecadação diária na venda desse produto.

O preço $p,$ em reais, do pão especial nessa promoção deverá estar no intervalo
a) $R\$\,0,50 \le p < R\$\,1,50$
b) $R\$\,1,50 \le p < R\$\,2,50$
c) $R\$\,2,50 \le p < R\$\,3,50$
d) $R\$\,3,50 \le p < R\$\,4,50$
e) $R\$\,4,50 \le p < R\$\,5,50$

---

42. (Pucrj 2015) A soma dos valores inteiros que satisfazem a desigualdade $x^2 + 6x \le -8$ é:
a) -9
b) -6
c) 0
d) 4
e) 9

---

43. (Acafe 2014) Uma pequena fábrica de tubos de plástico calcula a sua receita em milhares de reais, através da função $R(x) = 3,8x,$ onde x representa o número de tubos vendidos. Sabendo que o custo para a produção do mesmo número de tubos é 40% da receita mais R$ 570,00. Nessas condições, para evitar prejuízo, o número mínimo de tubos de plástico que devem ser produzidos e vendidos pertence ao intervalo:
a) [240 ; 248].
b) [248 ; 260].
c) [252 ; 258].
d) [255 ; 260].

44. (Fuvest 2014) Um apostador ganhou um prêmio de R$ 1.000.000,00 na loteria e decidiu investir parte do valor em caderneta de poupança, que rende 6% ao ano, e o restante em um fundo de investimentos, que rende 7,5% ao ano. Apesar do rendimento mais baixo, a caderneta de poupança oferece algumas vantagens e ele precisa decidir como irá dividir o seu dinheiro entre as duas aplicações. Para garantir, após um ano, um rendimento total de pelo menos R$ 72.000,00, a parte da quantia a ser aplicada na poupança deve ser de, no máximo,

a) R$ 200.000,00
b) R$ 175.000,00
c) R$ 150.000,00
d) R$ 125.000,00
e) R$ 100.000,00

45. (Fgv 2013) Laura caminha pelo menos 5 km por dia. Rita também caminha todos os dias, e a soma das distâncias diárias percorridas por Laura e Rita em suas caminhadas não ultrapassa 12 km. A distância máxima diária percorrida por Rita, em quilômetros, é igual a

a) 4.
b) 5.
c) 6.
d) 7.
e) 8.

46. (G1 - cftmg 2013) O número de soluções inteiras da inequação $x - 1 < 3x - 5 < 2x + 1$, é

a) 4.
b) 3.
c) 2.
d) 1.

47. (G1 - ifsp 2013) O preço de venda de uma mercadoria é obtido através da expressão $5p - 7$, em que **p** é a quantidade de produtos vendidos. Já, o preço de custo para produzi-la é obtido através da expressão $2p + 11$, em que **p** é a quantidade de produtos produzidos. A quantidade mínima de itens produzidos e vendidos para que não se tenha prejuízo é

a) 4.
b) 5.
c) 6.
d) 7.
e) 8.

48. (Ufg 2013) Um comerciante comprou um lote de um produto **A** por R$ 1.000,00 e outro, de um produto **B**, por R$ 3.000,00 e planeja vendê-los, durante um certo período de tempo, em kits contendo um item de cada produto, descartando o que não for vendido ao final do período. Cada kit é vendido ao preço de R$ 25,00, correspondendo a R$ 10,00 do produto **A** e R$ 15,00 do **B**. Tendo em vista estas condições, o número mínimo de kits que o comerciante precisa vender, para que o lucro obtido com o produto **B** seja maior do que com o **A,** é:
a) 398
b) 399
c) 400
d) 401
e) 402

49. (Pucrj 2013) O conjunto das soluções inteiras da inequação $x^2 - 3x \leq 0$ é:
a) {0,3}
b) {1,2}
c) {–1,0,2}
d) {1,2,3}
e) {0,1,2,3}

50. (Ime 2013) Considere as inequações abaixo:

I) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$
II) $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$
III) $(a^2 - b^2) \geq (a - b)^4$

Está(ão) correta(s), para quaisquer valores reais positivos de a, b e $c,$ a(s) inequação(ões)
a) II apenas.
b) I e II apenas.
c) I e III apenas.
d) II e III apenas.
e) I, II e III.

51. (Espm 2013) O número de soluções inteiras do sistema de inequações $\begin{cases} \dfrac{2x-3}{-2} < 3 \\ x^2 + 2x \le 8 \end{cases}$ é igual a:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

6. Questões Comentadas

1. (FN 2014) – Para cada inequação à esquerda, associe uma inequação à direita com as mesmas soluções:

	I) $x > 1$
a) $x + 3 < 4$	II) $x > 4$
b) $x - 2 > -1$	III) $x < 1$
c) $3x > 12$	IV) $x < 3$
d) $-5x < -15$	V) $x > 3$
	VI) $x < 4$

a) III, I, II, V

b) I, I, VI, V

c) III, IV, II, IV

d) I, V, VI, IV

e) I, III, II, V

Comentário:

Vamos resolver cada uma das inequações dadas, veja:

$a)\ x + 3 < 4 \Rightarrow x < 4 - 3 \Rightarrow x < 1\ \ (III)$

$b)\ x - 2 > -1 \Rightarrow x > -1 + 2 \Rightarrow x > 1\ \ (I)$

$c)\ 3x > 12 \Rightarrow x > {}^{12}/_{3} \Rightarrow x > 4\ \ (II)$

$d) - 5x < -15 \Rightarrow (-1)[-5x < -15] \Rightarrow 5x > 15 \Rightarrow x > {}^{15}/_{5} \Rightarrow x > 3\ \ (V)$

Gabarito: A

---

2. (FN 2017) – Coloque C (certo) ou E (Errado) na afirmação sobre as inequações, assinalando a seguir a opção correta.

( ) Se $-2x > 4$, então $x < -2$.

( ) Se $3x > -18$, então $x < -6$.

( ) Se $-6 < -x$, então $6 > x$.

( ) Se $-5x < 35$, então $x > -7$.

a) C, C, E, E

b) C, E, C, C

c) E, E, C, C

d) C, E, C, E

e) E, C, C, E

Comentário:

Vamos resolver cada uma das inequações dadas, veja:

$a) - 2x > 4 \Rightarrow (-1)[-2x > 4]\ \Rightarrow 2x < -4 \Rightarrow x < -2\ (V)$

$b)\ 3x > -18 \Rightarrow x > {}^{-18}/_{3}\ \Rightarrow x > -6\ (F)$

$c) - 6 < -x \Rightarrow (-1)[-6 < -x] \Rightarrow 6 > x\ \ (V)$

$d) - 5x < 35 \Rightarrow (-1)[-5x < 35] \Rightarrow 5x > -35 \Rightarrow x > {}^{-35}/_{5} \Rightarrow x > -7\ (V)$

Gabarito: B

---

3. (FN 2018) – Determine o maior valor inteiro que satisfaz à inequação abaixo.

$\frac{x}{2}+\frac{4x}{5}<1$

a) 4

b) 3

c) 2

d) 1

e) 0

Comentário:

Sabendo que o MMC entre 2 e 5 é 10, então, podemos multiplicar toda a desigualdade por este valor, veja:

$$\frac{x}{2}+\frac{4x}{5}<1 \Rightarrow (10)\left[\frac{x}{2}+\frac{4x}{5}<1\right]$$

$$5x+8x<10$$

$$13x<10$$

$$x<{}^{10}/_{13} \Rightarrow x<0{,}76 \;\; (aprox.)$$

Desta forma, o menor valor que satisfaz essa condição é o 0.

Gabarito: E

---

4. (FN 2019) – Quais os valores de x na inequação $\frac{1}{2}+\frac{2X}{3}>\frac{3}{2}$?

a) $x>4$

b) $x<\frac{5}{2}$

c) $x<\frac{3}{2}$

d) $x>\frac{3}{2}$

e) $x>-\frac{3}{2}$

Comentário:

Sabendo que o MMC entre 2 e 3 é 6, então, podemos multiplicar toda a desigualdade por este valor, veja:

$$\frac{1}{2}+\frac{2x}{3}>\frac{3}{2}\Longrightarrow(6)\left[\frac{1}{2}+\frac{2x}{3}>\frac{3}{2}\right]$$

$$3+4x>9$$

$$4x>9-3\Longrightarrow 4x>6\Longrightarrow x>\frac{3}{2}$$

Gabarito: D

---

5. Se $a<-2$, os valores de x, tais que $\frac{a}{2}(x-a)<-(x+2)$, são aqueles que satisfazem:

a) $x<2-a$

b) $x<a-2$

c) $x>2-a$

d) $x>a-2$

Comentário:

Vamos desenvolver a expressão

$$\frac{a}{2}(x-a)<-(x+2)$$

$$ax-a^2<-2x-4\rightarrow x(a+2)<(a-2)(a+2)$$

$$x<a-2$$

Gabarito: B

---

6. Sejam $p(x)=x^2-5x+6$ e $q(x)=x^2-3x+1$. Se a é um número real e $p(a)<0$, então $q(a)$ satisfaz

a) $-1<q(a)<1$

b) $q(a)<-1$ ou $q(a)>1$

c) $-2 < q(a) < 2$

d) $q(a) < -2$ ou $q(a) > 2$

Comentário:

Vamos descobrir o intervalo onde $p(x)$ seja menor que $zero$.

$$p(x) < 0 \rightarrow x^2 - 5x + 6 < 0$$

$$a \in 2 < x < 3$$

Agora vamos ver os valores de $q(2), q\left(\frac{5}{2}\right)$ e $q(3)$.

$$\begin{cases} q(2) = -1 \\ q\left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{1}{4} \\ q(3) = 1 \end{cases}$$

Dessa forma, temos que $-1 < q(a) < 1$.

Gabarito: A

---

7. Se $A = \{x \in \mathbb{R} | 3x - 2x^2 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | 1 \leq x \leq 3\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - x - 2 \leq 0\}$, então $(A \cup B) \cap C$ é:

a) $\{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 0 \text{ } ou \text{ } 1 \leq x \leq 2\}$

b) $\left\{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 0 \text{ } ou \text{ } \frac{3}{2} \leq x \leq 2\right\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 2\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 2\}$

Comentário:

Temos que para o conjunto A

$$A: 3x - 2x^2 \geq 0 \rightarrow x(3 - 2x) \geq 0$$

$$0 \leq x \leq \frac{3}{2}$$

O conjunto B

$$B: 1 \leq x \leq 3$$

O conjunto C

$$C: x^2 - x - 2 \leq 0 \rightarrow (x-2)(x+1) \leq 0$$

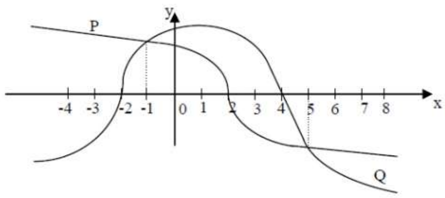
$$-1 \leq x \leq 2$$

Dessa forma

$$(A \cup B) \cap C \rightarrow (0 \leq x \leq 3) \cap (-1 \leq x \leq 2) \rightarrow 0 \leq x \leq 2$$

Gabarito: D

8. O gráfico abaixo representa as funções reais P(x) e Q(x).



Então, no intervalo $[-4, 8]$ tem-se que $P(x) \cdot Q(x) < 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$ tal que:

a) $-2 < x < 4$

b) $-2 < x < -1$ ou $5 < x < 8$

c) $-4 \leq x < -2$ ou $2 < x < 4$

d) $-1 \leq x < 5$

Comentário:

Temos que analisar os intervalos onde

$$P(x) > 0 \; e \; Q(x) < 0 \rightarrow -4 \leq x < -2$$

e também quando

$$P(x) < 0 \; e \; Q(x) > 0 \rightarrow 2 < x < 4$$

Gabarito: C

9. O maior número inteiro que satisfaz a inequação $\frac{2}{3}\left(\frac{x+1}{2}\right) - 1 \geq \frac{1}{2}(2x+3)$ é:

a) – 4

b) – 3

c) – 2

d) 3

Comentário:

Temos que

$$\frac{x+1}{3} - 1 \geq x + \frac{3}{2}$$

$$x \leq -\frac{13}{4} \therefore x = -4$$

Gabarito: A

---

10. Dada a inequação $2-x<3x+2<4x+1$, o menor valor inteiro que a satisfaz é um número múltiplo de:

a) 3.

b) 2.

c) 7.

d) 5.

Comentário:

Temos que

$$2 - x < 3x + 2 < 4x + 1 \rightarrow \begin{cases} 2 - x < 3x + 2 \\ 3x + 2 < 4x + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 1 \end{cases} \rightarrow x = 2$$

Gabarito: B

---

11. Resolvendo a inequação $(2x-6)(4x+8)\leq 0$, para $x \in \mathbb{R}$, obtemos:

a) $-2<x<3$

b) $-2\leq x\leq 3$

c) $-6<x<1$

d) $-6\leq x\leq 1$

Comentário:

Temos que

$$(2x-6)\cdot(4x+8)\leq 0$$

$$(x-3)\cdot(x+2)\leq 0$$

$$-2\leq x\leq 3$$

Gabarito: B

---

12. Seja a função real definida por $f(x)=(x+2)(-x+5)$. Para que se tenha $f(x)>0$, os valores reais de x devem ser tais que:

a) $-1<x<6$.

b) $-2<x<5$.

c) $x>-1$.

d) $x<7$.

Comentário:

Temos a seguinte condição $f(x)>0$

$$(x+2)\cdot(-x+5)>0$$

$$-2<x<5$$

Gabarito: B

---

13. A função $f: A\to\mathbb{R}$, definida por $f(x)=\sqrt{x^2+4x+3}$ tem conjunto domínio A igual a:

a) $\{x\in\mathbb{R}|x\leq 1\ ou\ x\geq 3\}$.

b) $\{x\in\mathbb{R}|x<1\ ou\ x>3\}$.

c) $\{x\in\mathbb{R}|x<-3\ ou\ x>-1\}$.

d) $\{x\in\mathbb{R}|x\leq -3\ ou\ x\geq -1\}$.

Comentário:

Devemos analisar a condição de existência da função, em que

$$x^2 + 4x + 3 \geq 0 \rightarrow (x + 1) \cdot (x + 3) \geq 0$$

$$x \leq -3 \; ou \; x \geq -1$$

Gabarito: D

---

14. O número de valores inteiros de x para os quais se verifica a inequação $x^2 < 7x - 6$ é:

a) três.

b) seis.

c) cinco.

d) quatro

Comentário:

Vamos descobrir o intervalo onde essa inequação é válida

$$x^2 < 7x - 6 \rightarrow x^2 - 7x + 6 < 0$$

$$(x - 1)(x - 6) < 0$$

$$1 < x < 6$$

Logo, os inteiros que validam essa inequação são: $\{2, 3, 4, 5\}$

Gabarito: D

---

15. A solução da inequação $2(x+2)+5x \leq 4(x+3)$ é um intervalo real. Pode-se afirmar que pertence a esse intervalo o número

a) 2.

b) 3.

c) 4.

d) 5.

Comentário:

Vamos resolver a inequação

$$2x + 4 + 5x \leq 4x + 12 \rightarrow x \leq \frac{8}{3} \cong 2{,}66$$

Nesse caso, 2 pertence a esse intervalo.

Gabarito: A

---

16. Resolvendo, em $\mathbb{R}$, o sistema de inequações abaixo:

$$\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ x-8 < 3x-5 \end{cases}$$

tem-se como solução o conjunto:

a) $S = \{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x\}$

b) $S = \left\{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq \frac{3}{2}\right\}$

c) $S = \left\{x \in \mathbb{R} | x > -\frac{3}{2}\right\}$

d) $S = \left\{x \in \mathbb{R} | \, x \geq -\frac{3}{2}\right\}$

Comentário:

Temos que

$$\begin{cases} 2x + 3 \geq 0 \\ x - 8 < 3x - 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -\dfrac{3}{2} \\ x > -\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{3}{2}\}$$

Gabarito: C

17. Considere a inequação $x^2 - 1 \leq 3$. Está contido no conjunto solução dessa inequação o intervalo:

a) $[-3, 0]$

b) $[-1, 1]$

c) $[1, 3]$

d) $[3, 4]$

Comentário:

Temos

$$x^2 - 1 \leq 3 \rightarrow x^2 \leq 4$$

$$-2 \leq x \leq 2$$

Dessa forma, o único intervalo que pertence a $[-2, 2]$ é $[-1, 1]$.

Gabarito: B

18. (EsSA 2017) – O conjunto solução da inequação $x^2 + 5x + 6 < 0$, onde x é um número real$(x \in \mathbb{R})$, é:

a) $\{x \in \mathbb{R} | -2 < x < 3\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} | -3 < x < -2\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} | -3 \leq x < 2\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} | -5 < x < 1\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} | -5 < x < -6\}$

Comentário:

Temos que analisar as raízes da equação do segundo grau acima

$x^2 + 5x + 6 = 0$

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1}$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ x = -2 \end{cases}$$

Dessa forma, temos o seguinte, visto que $x^2 + 5x + 6 < 0$

Logo, temos que $S = \{x \in \mathbb{R} \,/ -3 < x < -2\}$.

Gabarito: B

---

19. (Uerj 2020) Um número N, inteiro e positivo, que satisfaz à inequação $N^2 - 17N + 16 > 0$ é:
a) 2
b) 7
c) 16
d) 17

Comentário:

Desde que N é um inteiro positivo, temos

$$N^2 - 17N + 16 > 0 \Leftrightarrow (N-1)(N-16) > 0$$
$$\Rightarrow N > 16.$$

Logo, o menor inteiro positivo que satisfaz a desigualdade é 17.

Gabarito: D

---

20. (Upf 2019) Sejam p e q números reais positivos tais que $p > q$, é verdadeiro afirmar que
a) $2 - p < 2 - q$
b) $2 - p > 2 - q$
c) $\frac{p+q}{2} < q$
d) $\frac{p+q}{2} > p$
e) $\frac{p}{2} < \frac{q}{2}$

Comentário:

Calculando:

$$2 - p < 2 - q$$
$$-p < -q$$
$$p > q$$

Logo, a alternativa correta é a alternativa [A].

Gabarito: A

21**.** (G1 - cftrj 2019) Chamamos força do conjunto solução de um sistema de inequações resolvido no conjunto dos números inteiros a soma de todos os elementos desse conjunto solução.

No sistema a seguir:

$$\begin{cases} 2(x+2) \geq 5x + 13 \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{x}{3} > -1 \end{cases}$$

Se x é um número do conjunto dos inteiros que torna verdadeiras as inequações, a *força* do conjunto solução desse sistema será igual a:
a) -12
b) -9
c) -6
d) -3

Comentário:

Resolvendo o sistema de inequações, obtemos:

$$\begin{cases} 2(x+2) \geq 5x + 13 \Rightarrow 2x + 4 \geq 5x + 13 \Rightarrow -3x \geq 9 \Rightarrow x \leq -1 \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{x}{3} > -1 \Rightarrow 3x - 2x > -6 \Rightarrow x > -6 \end{cases}$$

Logo, a solução do sistema será dada por todos os números reais tais que $-6 < x \leq -3$ e a força deste conjunto solução será dada por: $(-5) + (-4) + (-3) = -12.$

Gabarito: A

---

22. (G1 - ifsc 2019) Sabendo que $x \in \mathbb{Z}$ e que a metade de *x* acrescida de 14 é maior que o quádruplo de x, podemos afirmar que o maior valor possível para x é:

Assinale a alternativa **CORRETA**.
a) 0
b) 4
c) 1
d) 5
e) 3

Comentário:

Calculando:

$$\frac{x}{2}+14>4x \Rightarrow \frac{x+28}{2}>\frac{8x}{2} \Rightarrow x+28>8x \Rightarrow 28>7x \Rightarrow 4>x \Rightarrow x<4$$

Se $x \in \mathbb{Z}$, então $x_{máx}=3.$

Gabarito: E

---

23. (Ufjf-pism 1 2019) Considere a seguinte inequação:

$x^2-2x-15 \leq 0$

O produto entre os números inteiros negativos que são soluções dessa inequação é
a) -15
b) -6
c) 2
d) 6
e) 15

Comentário:

Calculando:

$$x^2-2x-15 \leq 0$$
$$x^2-2x-15=0$$
$$\Delta=4-4\cdot 1\cdot(-15)=64$$
$$x=\frac{2\pm\sqrt{64}}{2\cdot 1}=\left\langle\begin{array}{l} x=5 \\ \text{ou} \\ x=-3 \end{array}\right. \Rightarrow x^2-2x-15\leq 0 \Rightarrow S=[-3\,,5]$$

Produtos inteiros negativos $=(-3)\cdot(-2)\cdot(-1)=-6$

Gabarito: B

---

24. (Upf 2018) Considere os seguintes conjuntos de números reais:

$A=\{x\in\mathbb{R}:4-3x\geq 6\}$ e $B=\{x\in\mathbb{R}:x^2>2x-8\}$

Qual dos conjuntos abaixo representa o conjunto $A\cap B$?

a) $\left(-\frac{2}{3},+\infty\right)$
b) $\left(-\infty,\frac{2}{3}\right)$
c) $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right]$
d) $\mathbb{R}$
e) $\varnothing$

Comentário:

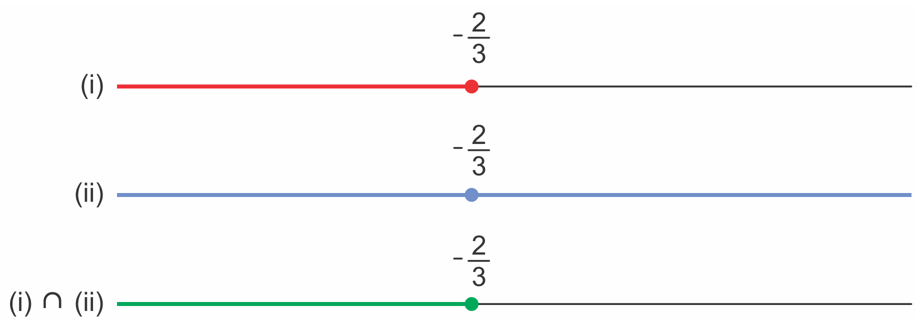
De $4-3x\geq 6$,

$$\begin{aligned}&4-3x\geq 6\\&4-6\geq 3x\\&-2\geq 3x\\&x\leq -\frac{2}{3}\quad \text{(i)}\end{aligned}$$

De $x^2>2x-8$,

$$\begin{aligned}&x^2-2x+8>0\\&x^2-2x+1+7>0\\&(x-1)^2+7>0\quad \text{(ii)}\end{aligned}$$

Daí,



Assim,

$$A \cap B = \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$$

Gabarito: C

---

25. (G1 - cftmg 2018) O número de soluções inteiras pertencentes ao conjunto solução da inequação $\frac{(3x-9)}{2} \cdot \frac{(x+6)}{3} < 0,$ em $\mathbb{R},$ é

a) $4.$
b) $6.$
c) $8.$
d) $10.$

Comentário:

Tem-se que

$$\begin{aligned} \frac{(3x-9)}{2} \cdot \frac{(x+6)}{3} < 0 &\Leftrightarrow (x-3)(x+6) < 0 \\ &\Leftrightarrow -6 < x < 3. \end{aligned}$$

Portanto, como as soluções inteiras da inequação são $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1$ e $2,$ segue que a resposta é $8.$

Gabarito: C

---

26. (Fac. Albert Einstein - Medicin 2018) Para arrecadar recursos para a festa de formatura, os formandos de uma escola decidiram vender convites para um espetáculo. Cada formando recebeu para vender um número de convites que é igual ao número total de formandos mais $3.$ Se todos os formandos conseguirem vender todos os convites a 5 reais, o dinheiro arrecadado será menor do que $R\$\ 26.270,00.$ Nessas condições, o maior número de formandos que essa escola pode ter é múltiplo de

a) $12.$
b) $13.$
c) $14.$
d) $15.$

Comentário:

Calculando:

nº de formandos $= x$
total de convites $= x \cdot (x+3)$

$$5x \cdot (x+3) < 26270$$
$$x^2 + 3x - 5254 < 0$$
$$\Delta = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-5254) = 21025 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 145$$
$$x = \frac{-3 \pm 145}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -74 \Rightarrow \text{não convém} \\ x = 71 \Rightarrow 0 \le x < 71 \Rightarrow x_{máx} = 70 \end{cases}$$

Como 70 é múltiplo de 14, a alternativa correta é a [C].

Gabarito: C

---

27. (Espm 2018) Para que o domínio da função $f(x) = \sqrt{x(x-k)+1}$ seja todo o conjunto dos reais, deve-se ter:
a) $k < 0$
b) $k > -1$
c) $-1 \le k \le 1$
d) $-2 \le k \le 2$
e) $-1 \le k \le 3$

Comentário:

Calculando:

$$f(x) = \sqrt{x \cdot (x-k)+1}$$
$$x \cdot (x-k) + 1 \ge 0 \Rightarrow x^2 - xk + 1 = 0$$
$$\Delta = k^2 - 4 \ge 0 \Leftrightarrow -2 \le k \le 2$$

Gabarito: D

---

28. (Enem 2018) Uma empresa de comunicação tem a tarefa de elaborar um material publicitário de um estaleiro para divulgar um novo navio, equipado com um guindaste de $15\,\text{m}$ de altura e uma esteira de $90\,\text{m}$ de comprimento. No desenho desse navio, a representação do guindaste deve ter sua altura entre $0{,}5\,\text{cm}$ e $1\,\text{cm}$, enquanto a esteira deve apresentar comprimento superior a $4\,\text{cm}$. Todo o desenho deverá ser feito em uma escala $1 : X$.

Os valores possíveis para X são, apenas,
a) $X > 1.500$.
b) $X < 3.000$.

c) $1.500 < X < 2.250.$
d) $1.500 < X < 3.000.$
e) $2.250 < X < 3.000.$

Comentário:

Sendo $15\,m = 1500\,cm$ e $90\,m = 9000\,cm,$ temos

$$\frac{1}{X}\cdot 9000 > 4 \Leftrightarrow X < 2250.$$

e

$$\frac{1}{2} < 1500\cdot\frac{1}{X} < 1 \Leftrightarrow 1500 < X < 3000.$$

Portanto, das duas condições, segue que $1500 < X < 2250.$

Gabarito: C

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
Leia o texto para responder à(s) questão(ões)a seguir.

Uma peça pode ser fabricada pelo técnico A, com moldagem manual, ou pelo técnico B, com impressora 3D. Para fabricar a peça com moldagem manual, gastam-se 4 horas de trabalho do técnico A e R\$ 40,00 de material. O valor da hora de trabalho do técnico A é R\$ 17,00. Quando feita com impressora 3D, a mesma peça é fabricada em 3 horas de trabalho do técnico B, com gasto de R\$ 12,00 com material.

29. (Insper 2018) A fabricação dessa peça é mais cara com impressora 3D se o valor da hora de trabalho do técnico B for, no
a) mínimo, superior a R\$ 32,00.
b) mínimo, R\$ 32,00.
c) mínimo, superior a R\$ 24,00.
d) máximo, R\$ 32,00.
e) máximo, inferior a R\$ 24,00.

Comentário:

Se x é o valor da hora de trabalho do técnico $B,$ então devemos ter

$$3x + 12 > 4\cdot 17 + 40 \Leftrightarrow x > \text{R\$ } 32{,}00.$$

Portanto, o valor da hora de trabalho do técnico B deve ser, no mínimo, superior a R\$ 32,00.

Gabarito: A

30. (G1 - ifsp 2017) A capacidade de um reservatório de água é maior que 250 litros e menor que 300 litros. O número x de litros que há nesse reservatório satisfaz à inequação $\frac{x}{2}+1<127.$
Assinale a alternativa que apresenta quantos litros de água há nesse reservatório.
a) 250 litros.
b) 251 litros.
c) 252 litros.
d) 253 litros.
e) 255 litros.

Comentário:

Resolvendo a inequação temos:

$$\frac{x}{2}+1<127 \Rightarrow \frac{x}{2}+\frac{2}{2}<\frac{254}{2} \Rightarrow x+2<254$$

$$x<252 \Rightarrow x=251\,\text{litros.}$$

Gabarito: B

31. (G1 - cftrj 2017) Antes de iniciar o estudo das inequações do 1º grau, o professor de Matemática propôs a seguinte atividade para seus alunos:

"Observe a seguinte pergunta e a solução proposta:

Quais os valores reais de x que tornam verdadeira a sentença $\frac{-2x}{-3}\geq 4?$

Solução:

1. Multiplicando ambos os membros por $-3,$ encontramos $-2x\geq(-3)\cdot 4=-12;$
2. Dividindo ambos os membros de $-2x\geq -12$ por $-2,$ obtemos $x\geq\frac{-12}{-2};$
3. Os valores procurados são os que atendem à desigualdade $x\geq 6.$

Discuta com seus colegas as afirmações 1, 2 e 3 analisando se cada uma delas é ou não verdadeira".

O número de afirmações verdadeiras na discussão proposta pelo professor é
a) 3
b) 2
c) 1
d) 0

Comentário:

A afirmação [1] é falsa, pois se multiplicarmos os membros de $\frac{-2x}{-3} \geq 4$ por -3, obtemos: $-2x \leq -12$.

A afirmação [2] é falsa, pois se dividirmos os membros de $-2x \geq -12$ por -2, obtemos: $x \leq \frac{-12}{-2}$.

A afirmação [3] é verdadeira. Basta resolvermos a inequação corretamente:

$$\frac{-2x}{-3} \geq 4 \Leftrightarrow -2x \leq -12 \Rightarrow x \geq 6$$

Portanto, existe somente uma afirmativa verdadeira.

Gabarito: C

32. (G1 - cp2 2017) Joana corre tanto quanto Renata e menos do que Juliana. Fernanda corre tanto quanto Juliana. Logo,
a) Fernanda corre mais que Joana.
b) Juliana corre menos do que Joana.
c) Juliana corre menos do que Renata.
d) Renata corre mais do que Fernanda.

Comentário:

De acordo com as informações do enunciado, podemos concluir que:
Joana e Renata correm x e Juliana e Fernanda correm y e que $x < y$.
Como:

$$x < y \Rightarrow y > x$$

Concluímos que Fernanda corre mais que Joana.

Gabarito: A

33. (Pucrj 2017) Assinale a menor solução inteira da inequação $4x-10>2$.
a) 2
b) 3
c) 4
d) 12
e) 60

Comentário:

De $4x-10>2$, temos:

$$4x>12$$
$$x>3$$

Logo, a menor solução inteira da inequação $4x-10>2$ é o número 4.

Gabarito: C

34. (Enem 2ª aplicação 2016) Um clube tem um campo de futebol com área total de $8.000\,m^2$, correspondente ao gramado. Usualmente, a poda da grama desse campo é feita por duas máquinas do clube próprias para o serviço. Trabalhando no mesmo ritmo, as duas máquinas podam juntas $200\,m^2$ por hora. Por motivo de urgência na realização de uma partida de futebol, o administrador do campo precisará solicitar ao clube vizinho máquinas iguais às suas para fazer o serviço de poda em um tempo máximo de $5\,h$.

Utilizando as duas máquinas que o clube já possui, qual o número mínimo de máquinas que o administrador do campo deverá solicitar ao clube vizinho?
a) 4
b) 6
c) 8
d) 14
e) 16

Comentário:

Seja n o número de máquinas que o administrador do campo deverá solicitar ao clube vizinho. Se duas máquinas juntas podam $200\,m^2$, então cada máquina poda $100\,m^2$ sozinha. Assim, deve-se ter

$$(n+2)\cdot 100\cdot 5\geq 8000 \Leftrightarrow n\geq 14.$$

Portanto, como queremos o valor mínimo de $n,$ segue que a resposta é $14.$

Gabarito: D

---

35. (Fgv 2016) O domínio da função real definida por é $f(x)=\sqrt{6-\sqrt{2x+7}}$ é $\{x\in\mathbb{R}\,|\,m\le x\le n\}.$ Em tal condição, a média aritmética simples entre o menor valor possível para m e o maior valor possível para n é igual a

a) $5{,}8.$
b) $5{,}5.$
c) $5{,}0.$
d) $-4{,}6.$
e) $-4{,}8.$

Comentário:

$$\text{domínio } f(x)\Rightarrow\begin{cases}6-\sqrt{2x+7}\ge 0\\ 2x+7\ge 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{2x+7}\le 6\\ 2x\ge -7\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x+7\le 36\\ x\ge \dfrac{-7}{2}\end{cases}\Rightarrow\frac{-7}{2}\le x\le\frac{29}{2}$$

$$\text{média}=\frac{\dfrac{-7}{2}+\dfrac{29}{2}}{2}=\frac{22}{4}=5{,}5$$

Gabarito: B

---

36. (Fgv 2016) Quantos são os valores inteiros de x que satisfazem $-2\le 2x+5\le 10?$

a) Infinitas
b) 6
c) 4
d) 7
e) 5

Comentário:

Calculando:

$-2\le 2x+5\le 10$

$-2\le 2x+5\Rightarrow -7\le 2x\Rightarrow x\ge -3{,}5$

$2x+5\le 10\Rightarrow 2x\le 5\Rightarrow x\le 2{,}5$

$-3{,}5\le x\le 2{,}5 \text{ e } x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x=\{-3,-2,-1,0,1,2\}$

Gabarito: B

---

37. (Enem 2ª aplicação 2016) O gerente de um estacionamento, próximo a um grande aeroporto, sabe que um passageiro que utiliza seu carro nos traslados casa-aeroporto-casa gasta cerca de R$ 10,00 em combustível nesse trajeto. Ele sabe, também, que um passageiro que não utiliza seu carro nos traslados casa-aeroporto-casa gasta cerca de R$ 80,00 com transporte.

Suponha que os passageiros que utilizam seus próprios veículos deixem seus carros nesse estacionamento por um período de dois dias.

Para tornar atrativo a esses passageiros o uso do estacionamento, o valor, em real, cobrado por dia de estacionamento deve ser, no máximo, de
a) R$ 35,00.
b) R$ 40,00.
c) R$ 45,00.
d) R$ 70,00.
e) R$ 90,00.

Comentário:

Seja v o valor cobrado por dia no estacionamento. Para que o usuário prefira deixar seu carro no estacionamento por dois dias, deve-se ter

$$2v + 10 \le 80 \Leftrightarrow v \le \text{R\$ } 35{,}00.$$

Portanto, o valor deve ser no máximo R$ 35,00.

Gabarito: A

---

38. (Pucrj 2016) Considere as funções reais $f(x) = x^2 + 4x$ e $g(x) = x.$

Qual é o maior inteiro para o qual vale a desigualdade $f(x) < g(x)$?
a) -3
b) -1
c) 0
d) 3
e) 4

Comentário:

Calculando:

$$x^2 + 4x < x \to x^2 + 3x < 0$$
$$-3 < x < 0$$

Logo, a alternativa que se encontra dentro do intervalo é a apresentada no item [B].

Gabarito: B

---

39. (G1 - cftmg 2015) No conjunto dos números reais, o conjunto solução da inequação $\frac{2x}{3} - \frac{5x-3}{4} > 1$ é o intervalo

a) $]-\infty, -3[$

b) $\left]-\infty, -\frac{3}{7}\right[$

c) $\left]-\frac{3}{7}, \infty\right[$

d) $]-3, \infty[$

Comentário:

$$\frac{2x}{3} - \frac{5x-3}{4} > 1$$

Multiplicando os dois membros por 12, temos:

$$8x - 15x + 9 > 12$$
$$-7x > 3$$
$$x < -\frac{7}{3}$$

Portanto, $S = \left]-\infty, -\frac{3}{7}\right[$.

Gabarito: B

---

40. (Pucrj 2015) Quantas soluções inteiras tem a inequação abaixo:

$x^2 - 10x + 21 \leq 0.$

a) 3

b) 4

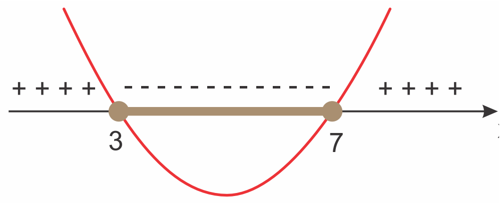
c) 5

d) 6
e) 7

Comentário:

As raízes da equação $x^2 - 10x + 21 = 0$ são 3 e 7.

Analisando, agora, o sinal da inequação, temos:



Portanto, os valores inteiros de x que verificam a inequação são $3, 4, 5, 6$ e 7 (cinco números inteiros).

Gabarito: C

---

41. (Enem 2015) Uma padaria vende, em média, 100 pães especiais por dia e arrecada com essas vendas, em média, $R\$\,300{,}00$. Constatou-se que a quantidade de pães especiais vendidos diariamente aumenta, caso o preço seja reduzido, de acordo com a equação

$q = 400 - 100\,p,$

na qual q representa a quantidade de pães especiais vendidos diariamente e $p,$ o seu preço em reais.
A fim de aumentar o fluxo de clientes, o gerente da padaria decidiu fazer uma promoção. Para tanto, modificará o preço do pão especial de modo que a quantidade a ser vendida diariamente seja a maior possível, sem diminuir a média de arrecadação diária na venda desse produto.

O preço $p,$ em reais, do pão especial nessa promoção deverá estar no intervalo
a) $R\$\,0{,}50 \leq p < R\$\,1{,}50$
b) $R\$\,1{,}50 \leq p < R\$\,2{,}50$
c) $R\$\,2{,}50 \leq p < R\$\,3{,}50$
d) $R\$\,3{,}50 \leq p < R\$\,4{,}50$
e) $R\$\,4{,}50 \leq p < R\$\,5{,}50$

Comentário:

A receita r obtida com a venda dos pães é dada por $r = p(400 - 100p)$. Logo, queremos calcular o valor de p tal que $r \geq R\$\,300{,}00$ e a quantidade q seja máxima. Assim, temos

$$\begin{aligned} p(400 - 100p) \geq 300 &\Leftrightarrow p^2 - 4p + 3 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow 1 \leq p \leq 3. \end{aligned}$$

A quantidade q é máxima quando p é mínimo. Portanto, segue que $p = 1$.

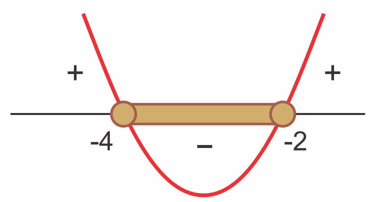
Gabarito: A

42**.** (Pucrj 2015) A soma dos valores inteiros que satisfazem a desigualdade $x^2 + 6x \leq -8$ é:
a) -9
b) -6
c) 0
d) 4
e) 9

Comentário:

$x^2 + 6x \leq -8 \Rightarrow x^2 + 6x + 8 \leq 0$

Estudando o sinal da funηγo $f(x) = x^2 + 6x + 8$, temos:



A soma S dos valores inteiros do intervalo considerado serα dada por:

$$-4 + (-3) + (-2) = -9$$

Gabarito: A

---

43. (Acafe 2014) Uma pequena fábrica de tubos de plástico calcula a sua receita em milhares de reais, através da função $R(x) = 3{,}8x,$ onde x representa o número de tubos vendidos. Sabendo que o custo para a produção do mesmo número de tubos é 40% da receita mais R$ 570,00. Nessas condições, para evitar prejuízo, o número mínimo de tubos de plástico que devem ser produzidos e vendidos pertence ao intervalo:

a) [240 ; 248].
b) [248 ; 260].
c) [252 ; 258].
d) [255 ; 260].

Comentário:

Para evitar prejuízo, deve-se ter

$$3{,}8x - (0{,}4 \cdot 3{,}8x + 570) > 0 \Leftrightarrow 2{,}28x > 570$$
$$\Leftrightarrow x > 250.$$

Portanto, o número mínimo de tubos de plástico que devem ser produzidos e vendidos é igual a $251.$ Daí, segue que $251 \in [248, 260].$

Gabarito: B

---

44. (Fuvest 2014) Um apostador ganhou um prêmio de $R\$\,1.000.000{,}00$ na loteria e decidiu investir parte do valor em caderneta de poupança, que rende 6% ao ano, e o restante em um fundo de investimentos, que rende 7,5% ao ano. Apesar do rendimento mais baixo, a caderneta de poupança oferece algumas vantagens e ele precisa decidir como irá dividir o seu dinheiro entre as duas aplicações. Para garantir, após um ano, um rendimento total de pelo menos $R\$\,72.000{,}00,$ a parte da quantia a ser aplicada na poupança deve ser de, no máximo,

a) $R\$\,200.000{,}00$
b) $R\$\,175.000{,}00$
c) $R\$\,150.000{,}00$
d) $R\$\,125.000{,}00$
e) R$ 100.000,00

Comentário:

Seja x a parte do capital a ser investida na poupança. Logo,

$$0{,}06\cdot x+(1000000-x)\cdot 0{,}075\geq 72000 \Leftrightarrow -0{,}015\cdot x+75000\geq 72000$$
$$\Leftrightarrow x\leq \frac{3000}{0{,}015}$$
$$\Leftrightarrow x\leq 200000,$$

ou seja, a parte do capital a ser aplicada na poupança deve ser de, no máximo, R$ 200.000,00.

Gabarito: A

---

45. (Fgv 2013) Laura caminha pelo menos 5 km por dia. Rita também caminha todos os dias, e a soma das distâncias diárias percorridas por Laura e Rita em suas caminhadas não ultrapassa 12 km. A distância máxima diária percorrida por Rita, em quilômetros, é igual a
a) 4.
b) 5.
c) 6.
d) 7.
e) 8.

Comentário:

Sejam ℓ e r, respectivamente, as distâncias percorridas diariamente, em km, por Laura e Rita. Temos $\ell\geq 5$ e $r\leq 12-\ell$. Portanto, a distância percorrida por Rita será máxima quando a distância percorrida por Laura for mínima, ou seja, $r=12-5=7\text{km}$.

Gabarito: D

---

46. (G1 - cftmg 2013) O número de soluções inteiras da inequação $x-1<3x-5<2x+1$, é
a) 4.
b) 3.
c) 2.
d) 1.

Comentário:

Temos

$$x-1<3x-5<2x+1 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-1<3x-5 \\ 3x-5<2x+1 \end{vmatrix}$$
$$\Leftrightarrow 2<x<6.$$

Portanto, se α é uma solução inteira de $x-1<3x-5<2x+1,$ então $\alpha \in \{3, 4, 5\}.$

Gabarito: B

47**.** (G1 - ifsp 2013) O preço de venda de uma mercadoria é obtido através da expressão $5p-7,$ em que **p** é a quantidade de produtos vendidos. Já, o preço de custo para produzi-la é obtido através da expressão $2p+11,$ em que **p** é a quantidade de produtos produzidos. A quantidade mínima de itens produzidos e vendidos para que não se tenha prejuízo é

a) 4.
b) 5.
c) 6.
d) 7.
e) 8.

Comentário:

Preço de venda: V = 5p – 7
Preço de custo: C = 2p + 11

Para que não se tenha prejuízo: $V \geq C$

Logo, $5p - 7 \geq 2p + 11$
$3p \geq 18$
$p \geq 6$

A quantidade mínima de itens produzidos e vendidos para que não se tenha prejuízo é 6.

Gabarito: C

48**.** (Ufg 2013) Um comerciante comprou um lote de um produto **A** por R$ 1.000,00 e outro, de um produto **B**, por R$ 3.000,00 e planeja vendê-los, durante um certo período de tempo, em kits contendo um item de cada produto, descartando o que não for vendido ao final do período. Cada kit é vendido ao preço de R$ 25,00, correspondendo a R$ 10,00 do produto **A** e R$ 15,00 do **B**. Tendo em vista estas condições, o número mínimo de kits que o comerciante precisa vender, para que o lucro obtido com o produto **B** seja maior do que com o **A,** é:

a) 398
b) 399
c) 400
d) 401
e) 402

Comentário:

Segundo os dados do problema, temos:

Lucro com o produto A: 10x – 1000

Lucro com o produto B: 15x – 3000

Portanto,

$$15x - 3000 > 10x - 1000$$
$$5x > 2000$$
$$x > 400$$

Logo, o número mínimo de kits será 401.

Gabarito: D

---

49. (Pucrj 2013) O conjunto das soluções inteiras da inequação $x^2 - 3x \leq 0$ é:
a) {0,3}
b) {1,2}
c) {–1,0,2}
d) {1,2,3}
e) {0,1,2,3}

Comentário:

Resolvendo a inequação, obtemos

$$x^2 - 3x \leq 0 \Leftrightarrow x \cdot (x - 3) \leq 0$$
$$\Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3.$$

Portanto, o conjunto das soluções inteiras da inequação $x^2 - 3x \leq 0$ é $\{0, 1, 2, 3\}$.

Gabarito: E

50. (Ime 2013) Considere as inequações abaixo:

I) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$
II) $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$
III) $(a^2 - b^2) \geq (a - b)^4$

Está(ão) correta(s), para quaisquer valores reais positivos de a, b e c, a(s) inequação(ões)
a) II apenas.
b) I e II apenas.
c) I e III apenas.
d) II e III apenas.
e) I, II e III.

Comentário:

Sejam a, b e c reais positivos.

I. Correta.
Temos

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca &= \frac{1}{2} \cdot (2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) \\ &= \frac{1}{2} \cdot [(a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2] \geq 0. \end{aligned}$$

II. Correta. Segue que

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 - a^2b - ab^2 &= a^2(a-b) - b^2(a-b) \\ &= (a-b)(a^2 - b^2) \\ &= (a-b)^2(a+b) \geq 0. \end{aligned}$$

III. Incorreta. Fazendo $a = 1$ e $b = 2$, temos

$$(1^2 - 2^2) \geq (1-2)^4 \Leftrightarrow -3 \geq 1.$$

Absurdo.

Gabarito: B

51. (Espm 2013) O número de soluções inteiras do sistema de inequações $\begin{cases} \frac{2x-3}{-2} < 3 \\ x^2 + 2x \leq 8 \end{cases}$ é igual a:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Comentário:

Temos

$$\begin{cases} \frac{2x-3}{-2} < 3 \\ x^2 + 2x \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > -3 \\ (x+1)^2 \leq 9 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ -3 \leq x+1 \leq 3 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ -4 \leq x \leq 2 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow -\frac{3}{2} < x \leq 2.$$

Portanto, como as soluções inteiras do sistema são $-1, 0, 1$ e $2,$ segue que o resultado pedido é $4.$

Gabarito: D

Fale comigo!

@profismael_santos *Ismael Santos* *@IsmaelSantos*