SIMULADO

MATEMÁTICA

MAICON MENEGUCI

MODELO ESA

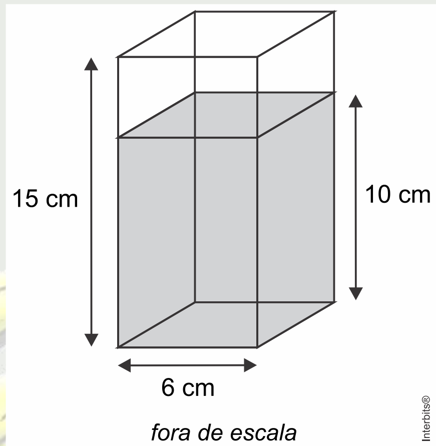
1. (Espcex (Aman)) Dividindo-se o polinômio $P(x) = 2x^4 - 5x^3 + kx - 1$ por $(x - 3)$ e $(x + 2)$, os restos são iguais. Neste caso, o valor de k é igual a
a) 10.
b) 9.
c) 8.
d) 7.
e) 6.

2. (Famerp) A matriz quadrada $M = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ representa uma mensagem codificada. A mensagem decodificada é a matriz quadrada $M^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$, tal que M^{-1} é a inversa da matriz M Sendo assim, o valor de $x + y + z + w$ é
a) -1
b) 0
c) 1
d) $\frac{1}{2}$
e) $-\frac{1}{2}$

3. (Mackenzie) O número de valores de x, para os quais os coeficientes binomiais $\binom{6}{2x}$ e $\binom{6}{x^2}$ sejam iguais, é
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

4. (Ufrgs) Se $log\ 2 = x$ e $log\ 3 = y$, então $log\ 288$ é
a) $2x + 5y$.
b) $5x + 2y$.
c) $10xy$.
d) $x^2 + y^2$.
e) $x^2 - y^2$.

5. (Famema) Um recipiente transparente possui o formato de um prisma reto de altura $15\ cm$ e base quadrada, cujo lado mede $6\ cm$. Esse recipiente está sobre uma mesa com tampo horizontal e contém água até a altura de $10\ cm$, conforme a figura.



Se o recipiente for virado e apoiado na mesa sobre uma de suas faces não quadradas, a altura da água dentro dele passará a ser de
a) $4\ cm$.
b) $3{,}5\ cm$.
c) $3\ cm$.
d) $2{,}5\ cm$.
e) $2\ cm$.

6. (Fgv) Dados os pontos $A(2,\ 5)$ e $B(4,\ 1)$, do plano cartesiano, o ponto de intersecção da mediatriz do segmento $\overline{AB}$ com a bissetriz dos quadrantes pares tem abscissa igual a:
a) -2
b) -1
c) $-1{,}5$
d) -3
e) $-2{,}5$

7. (Mackenzie) Os gráficos de $f(x) = 2|x^2 - 4|$ e $g(x) = (x - 2)^2$ se interceptam em
a) apenas um ponto.
b) dois pontos.
c) três pontos.
d) quatro pontos.

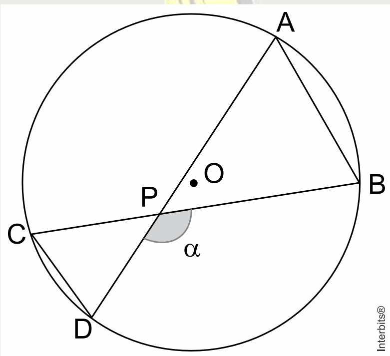
e) nenhum ponto.

8. (Espcex (Aman)) Sejam $f(x) = 4x^2 - 12x + 5$ e $g(x) = x + 2$ funções reais. O menor inteiro para o qual $f(g(x)) < 0$ é
a) -2.
b) -1.
c) 0.
d) 1.
e) 2.

9. (Enem digital) Uma associação desportiva contratou uma empresa especializada para construir um campo de futebol, em formato retangular, com 250 metros de perímetro. Foi elaborada uma planta para esse campo na escala $1:2000$.

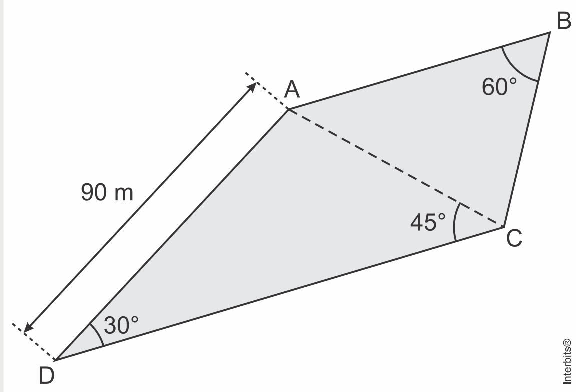
Na planta, a medida do perímetro do campo de futebol, em metro, é
a) 0,0005.
b) 0,125.
c) 8.
d) 250.
e) 500.000.

10. (Fgv) As cordas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ de uma circunferência de centro O são, respectivamente, lados de polígonos regulares de 6 e 10 lados inscritos nessa circunferência. Na mesma circunferência, as cordas AD e BC se intersectam no ponto P, conforme indica a figura a seguir.



A medida do ângulo $B\hat{P}D$, indicado na figura por α, é igual a
a) $120°$.
b) $124°$.
c) $128°$.
d) $130°$.
e) $132°$.

11. (Ufjf-pism 2) Um terreno plano, em forma de quadrilátero $ABCD$, possui um de seus lados medindo $90\ m$, os lados $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ paralelos e dois ângulos opostos medindo $30°$ e $60°$. Além disso, a diagonal $\overline{AC}$ desse terreno forma $45°$ com o lado $\overline{CD}$.



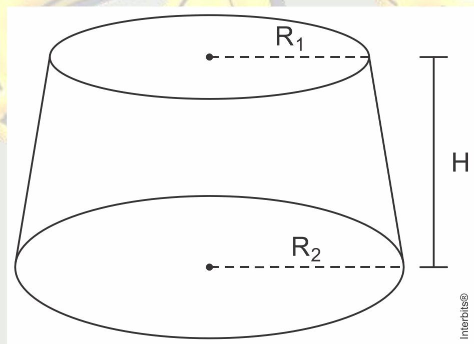
A medida do menor lado desse terreno, em metros, é
a) $\frac{45\sqrt{2}}{2}$
b) $\frac{45\sqrt{6}}{2}$
c) $15\sqrt{3}$
d) $30\sqrt{3}$
e) $90\sqrt{3}$

12. (Ufpr) Suponha que, num período de 45 dias, o saldo bancário de uma pessoa possa ser descrito pela expressão

$$S(t) = 10t^2 - 240t + 1400$$

sendo $S(t)$ o saldo, em reais, no dia t, para $t \in [1{,}45]$. Considerando os dados apresentados, é correto afirmar que:
a) o saldo aumentou em todos os dias do período.
b) o saldo diminuiu em todos os dias do período.
c) o menor saldo no período ocorreu em $t = 12$.
d) o menor saldo no período foi $R\$\ 12{,}00$.
e) o saldo ficou positivo em todos os dias do período.

13. (Ufms) Em uma padaria são produzidos bombons em formato de tronco de cone, conforme a figura a seguir:



Considerando $R_1 = 2\ cm$, $R_2 = 3\ cm$ e $H = 4\ cm$, qual o volume de cada bombom?
a) $\frac{100\pi}{3}\ cm^3$.
b) $\frac{52\pi}{3}\ cm^3$.
c) $\frac{76\pi}{3}\ cm^3$.
d) $\frac{65\pi}{3}\ cm^3$.
e) $\frac{95\pi}{3}\ cm^3$.

14. (Ufrgs) Dados os números complexos $z_1 = (2,\ -1)$ e $z_2 = (3,\ x)$, sabe-se que $z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$. Então x é igual a

a) -6.
b) $-\frac{3}{2}$.
c) 0.
d) $\frac{3}{2}$.
e) 6.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[B]

Sabendo que os restos são iguais, pelo Teorema do Resto, vem

$$\begin{aligned} P(3) = P(-2) &\Leftrightarrow 2\cdot 3^4 - 5\cdot 3^3 + k\cdot 3 - 1 \\ &= 2\cdot(-2)^4 - 5\cdot(-2)^3 + k\cdot(-2) - 1 \\ &\Leftrightarrow 27 + 3k = 72 - 2k \\ &\Leftrightarrow k = 9. \end{aligned}$$

Resposta da questão 2:
[E]

Calculando:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -x & -y \\ 2z & 2w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x = 1 \Rightarrow x = -1 \\ -y = 0 \Rightarrow y = 0 \\ 2z = 0 \Rightarrow z = 0 \\ 2w = 1 \Rightarrow w = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$x + y + z + w = -1 + 0 + 0 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

Resposta da questão 3:
[B]

Sendo x um número natural, tem-se que $\binom{6}{2x} = \binom{6}{x^2}$ se, e somente se,

$$\left|\begin{array}{l} x^2 = 2x \\ \quad \text{ou} \\ x^2 + 2x = 6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} x(x-2) = 0 \\ \quad \text{ou} \\ x^2 + 2x - 6 = 0 \end{array}\right.$$
$$\Rightarrow x = 0 \text{ ou } x = 2.$$

Portanto, a igualdade se verifica para dois valores naturais de x.

Resposta da questão 4:
[B]

Tem-se que

$$\begin{aligned} \log 288 &= \log 2^5 \cdot 3^2 \\ &= \log 2^5 + \log 3^2 \\ &= 5\cdot \log 2 + 2\cdot \log 3 \\ &= 5x + 2y. \end{aligned}$$

Resposta da questão 5:
[A]

Se h é a altura da água com o recipiente virado, então
$15\cdot 6\cdot h = 6\cdot 6\cdot 10 \Leftrightarrow h = 4\ cm.$

Resposta da questão 6:
[B]

Ponto médio entre A e B:

$$(x_M, y_M) = \left(\frac{2+4}{2}, \frac{5+1}{2}\right) = (3{,}3)$$

Coeficiente angular do segmento $\overline{AB}$:

$$m_{AB} = \frac{1-5}{4-2} = -2$$

Coeficiente angular da mediatriz do segmento $\overline{AB}$:

$$m_m \cdot (-2) = -1 \Rightarrow m_m = \frac{1}{2}$$

Equação da mediatriz:

$$y - 3 = \frac{1}{2}(x-3) \Rightarrow x - 2y + 3 = 0$$

Equação da bissetriz dos quadrantes pares:

$$y = -x$$

Portanto, a abscissa do ponto de intersecção é:

$$x - 2(-x) + 3 = 0 \Rightarrow 3x = -3$$

$\therefore x = -1$

Resposta da questão 7:
[C]

Para determinarmos os pontos de intersecção dos gráficos das funções devemos resolver um sistema com as suas equações.

$$\begin{cases} f(x) = 2|x^2 - 4| \\ g(x) == (x-2)^2 \end{cases} \Rightarrow 2|x^2 - 4| = (x-2)^2$$

Logo,

$$\begin{aligned} 2(x^2 - 4) = (x-2)^2 &\Rightarrow 2x^2 - 8 = x^2 - 4x + 4 \\ &\Rightarrow x^2 + 4x - 12 = 0 \Rightarrow x = 2 \ \ ou \ \ x = -6 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} 2(x^2 - 4) = -(x-2)^2 &\Rightarrow 2x^2 - 8 = -x^2 + 4x - 4 \\ &\Rightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \ \ ou \ \ x = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

Como temos 3 valores distintos para x, os gráficos se interceptam em três pontos distintos.

Resposta da questão 8:
[B]

Calculando:

$$\begin{aligned} &4(x+2)^2 - 12(x+2) + 5 < 0 \\ &4x^2 + 16x + 16 - 12x - 24 + 5 < 0 \\ &4x^2 + 4x - 3 < 0 \end{aligned}$$

Raízes da equação $4x^2 + 4x - 3 = 0$:

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{8} = \frac{-4 \pm 8}{8}$$

$x = -\frac{3}{2}$ ou $x = \frac{1}{2}$

Sendo assim, $f\big(g(x)\big) < 0$ para:

$$-\frac{3}{2} < x < \frac{1}{2}$$

E o menor inteiro que satisfaz essa condição é $x = -1$.

Resposta da questão 9:
[B]

Pela proporção dada, o perímetro é de:

$$1 \ \square \ 2000$$
$$x \ \square \ 250\ m$$
$$2000x = 250$$

$\therefore x = 0{,}125\ m$

Resposta da questão 10:
[E]

Se o lado AB refere-se a um polígono regular de 6 lados, então o arco AB mede $60°$.
Se o lado CD refere-se a um polígono regular de 10 lados, então o arco CD mede $36°$.
A circunferência tem um total de $360°$, logo o ângulo pedido será:
$\alpha = \frac{360-60-36}{2} \Rightarrow \alpha = 132°$

Resposta da questão 11:
[D]

Calculando:

$$\Delta DAC \Rightarrow \frac{90}{sen\ 45°} = \frac{\overline{AC}}{sen\ 30°} \Rightarrow \overline{AC} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 90 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \overline{AC} = \frac{90}{\sqrt{2}} = 45\sqrt{2}$$

$$\Delta ABC \Rightarrow \frac{\overline{BC}}{sen\ 45°} = \frac{\overline{AC}}{sen\ 60°} \Rightarrow \overline{BC} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 45\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \overline{BC} = \frac{90}{\sqrt{3}} = 30\sqrt{3}$$

Resposta da questão 12:
[C]

Reescrevendo a lei de S na forma canônica, vem

$$\begin{aligned} S(t) &= 10t^2 - 240t + 1400 \\ &= 10(t-12)^2 - 40. \end{aligned}$$

Desse modo, o valor mínimo de S ocorre para $t = 12$ e é igual a $S(12) = -\text{R\$ } 40{,}00$.

Resposta da questão 13:
[C]

A resposta é dada por
$\frac{\pi \cdot 4}{3} \cdot (2^2 + 2 \cdot 3 + 3^2) = \frac{76\pi}{3} cm^3$.

Resposta da questão 14:
[D]

Calculando:

$$(2-i) \cdot (3+xi) = 6 + 2xi - 3i + x$$
$$2x - 3 = 0$$
$$2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

Prat
Mat