RESOLUÇÃO – MATEMÁTICA – AULAS 17 E 18

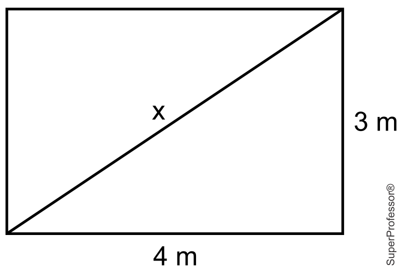
EXERCÍCIOS DE SALA

Resposta da questão 1:
[E]

Para obter a altura, basta aplicar a semelhança de triângulos, e neste caso, temos a seguinte relação:
$\frac{h}{30} = \frac{8}{12} \Rightarrow h = 20$ metros.

Resposta da questão 2:
[A]

Visão lateral da sala:



Aplicando o teorema de Pitágoras, obtemos o comprimento x da escada:
$$x^2 = 3^2 + 4^2$$
$$x = \sqrt{25}$$
$$\therefore x = 5 \text{ m}$$

Resposta da questão 3:
[A]

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo descrito:
$$(x+7)^2 = (x-2)^2 + (x+5)^2$$
$$x^2 + 14x + 49 = x^2 - 4x + 4 + x^2 + 10x + 25$$
$$x^2 - 8x - 20 = 0$$
$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64+80}}{2} = \frac{8 \pm 12}{2}$$
$$x = 10 \text{ ou } \cancel{x = -2}$$

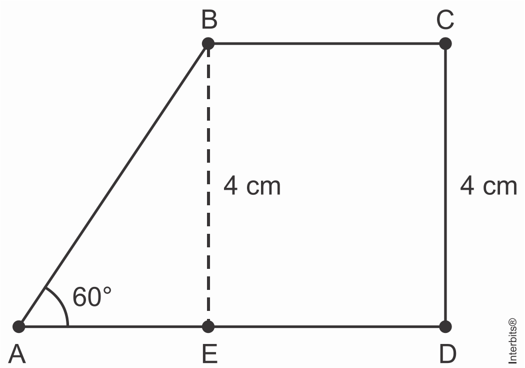
Portanto, os lados do triângulo são 8 m, 15 m e 17 m. E os trajetos de Maria e de João valem:
$$T_{Maria} = 17 \text{ m}$$
$$T_{João} = 8 \text{ m} + 15 \text{ m} = 23 \text{ m}$$

Sendo assim, Maria percorrerá um trajeto 6 m menor que o de João.

Resposta da questão 4:
[D]

Cálculo do lado CD:

$$\left(2\sqrt{13}\right)^2 = 6^2 + CD^2$$
$$CD = \sqrt{52-36} = \sqrt{16}$$
$$CD = 4\text{ cm}$$



Como $BE = CD,$ temos:

$$\text{sen}60° = \frac{BE}{AB}$$
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{AB}$$
$$\therefore AB = \frac{8\sqrt{3}}{3}\text{ cm}$$

Resposta da questão 5:
[B]

Pelo teorema de Pitágoras, temos que:

$$5^2 = 3^2 + \overline{BC}^2 \Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{16} = 4$$

Sendo assim, vamos às afirmativas:
[I] Falsa. Calculando:

$$\tan(\beta) = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{3}{4}$$

[II] Verdadeira. Calculando:

$$\tan(\alpha) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{4}{3}$$

Logo:

$$\tan(\beta) = \frac{3}{4} = \frac{1}{\tan(\alpha)}$$

[III] Verdadeira. Vide item anterior.

[IV] Falsa.
Observe que a afirmativa $tan(\alpha) = -\frac{1}{tan(\beta)}$ é falsa, considerando que a afirmativa II é verdadeira.

ESTUDO INDIVIDUALIZADO

Resposta da questão 1:

a) $\frac{12}{9} = \frac{x}{18} \rightarrow 9x = 216 \rightarrow x = 24$

$$\frac{12}{9} = \frac{18}{y} \rightarrow 12y = 162 \rightarrow y = 13{,}5$$

b) $\frac{2}{4} = \frac{x}{8} \rightarrow 4x = 16 \rightarrow x = 4$

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{y} \rightarrow 2y = 12 \rightarrow y = 6$$

c) $\frac{9}{3} = \frac{10}{x} \rightarrow 9x = 30 \rightarrow x = \frac{10}{3}$

$$\frac{9}{3} = \frac{6}{y} \rightarrow 9y = 18 \rightarrow y = 2$$

d) $\frac{15}{10} = \frac{10+x}{x} \rightarrow 15x = 100 + 10x \rightarrow 5x = 100 \rightarrow x = 20$

$$\frac{15}{10} = \frac{18 + y}{18} \rightarrow 180 + 10y = 270 \rightarrow 10y = 90 \rightarrow y = 9$$

Resposta da questão 2:

a) $y^2 = 16 \cdot 25 \rightarrow y = 20$

b) $y^2 = 4 \cdot 9 \rightarrow y = 6$

c) $y^2 = 4 \cdot 16 \rightarrow y = 8$

d) $5y = 4 \cdot 3 \rightarrow y = 2{,}4$

Resposta da questão 3:

Seja x o comprimento da escada, em metros ($x > 0$). Pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$x^2 = 8^2 + 15^2 \rightarrow x^2 = 289 \rightarrow x = 17$

Alternativa D.

Resposta da questão 4:

Usando as relações métricas, temos:

$a = 18 + 32 = 50$

$h^2 = 18 \cdot 32 \rightarrow h^2 = 576 \rightarrow h = 24$

$c^2 = h^2 + 32^2 \rightarrow c^2 = 24^2 + 32^2 \rightarrow c = 40$

$b^2 = h^2 + 18^2 \rightarrow b^2 = 24^2 + 18^2 \rightarrow b = 30$

Assim, a senha é igual à soma $50 + 24 + 30 + 40 = 144$.

Resposta da questão 5:

a) $20^2 = (4x)^2 + (3x)^2 \rightarrow 400 = 25x^2 \rightarrow x = 4$

b) $\left(3\sqrt{5}\right)^2 = (x)^2 + (6)^2 \rightarrow 45 = x^2 + 36 \rightarrow x = 3$

c) $(x + 1)^2 = (x)^2 + \left(\sqrt{7}\right)^2 \rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 + 7 \rightarrow x = 3$

Resposta da questão 6:

a) $6^2 = 12 \cdot n \rightarrow n = 3$

b) $c^2 = 3 \cdot (9 + 3) \rightarrow c = 6$

c) $\left(2\sqrt{6}\right)^2 = 3^2 + y^2 \rightarrow 24 = 9 + y^2 \rightarrow y = \sqrt{15}$

$\left(2\sqrt{6}\right)^2 = 3 \cdot x \rightarrow 24 = 3x \rightarrow x = 8$

d) $a = 2 + 4 = 6$

$h^2 = 2 \cdot 4 \rightarrow h = 2\sqrt{2}$

$c^2 = h^2 + 2^2 \rightarrow c^2 = 12 \rightarrow c = 2\sqrt{2}$

$b^2 = h^2 + 4^2 \rightarrow b^2 = 24 \rightarrow b = 2\sqrt{6}$

Resposta da questão 7:

a) $sen\alpha = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$cos\alpha = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$tg\beta = \frac{5}{5} = 1$$

b) $sen\beta = \frac{\sqrt{6}}{3}$

$$cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$tg\alpha = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{3}{6}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

c) $sen\alpha = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

$$cos\beta = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$tg\beta = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

d) $sen\beta = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

$$cos\alpha = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

$$cos\beta = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

$$tg\alpha = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

e) $sen\alpha = \frac{1,2}{2} = 0,6$

$$sen\beta = \frac{1,6}{2} = 0,8$$

$$cos\beta = \frac{1,2}{2} = 0,6$$

$$tg\alpha = \frac{1,2}{1,6} = 0,75$$

f) $sen\beta = \frac{5}{13}$

$$cos\alpha = \frac{5}{13}$$

$$tg\beta = \frac{5}{12}$$

$$tg\alpha = \frac{12}{5}$$

Resposta da questão 8:

a) $tg45° = \frac{x}{20} \to 1 = \frac{x}{20} \to x = 20$

$$sen45° = \frac{x}{y} \to \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{20}{y} \to \sqrt{2}y = 40 \to y = 20\sqrt{2}$$

b) $sen60° = \frac{12\sqrt{3}}{x} \to \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{x} \to x = 24$

$$tg60° = \frac{12\sqrt{3}}{y} \to \sqrt{3} = \frac{12\sqrt{3}}{y} \to y = 12$$

c) $sen30° = \frac{2}{x} \to \frac{1}{2} = \frac{2}{x} \to x = 4$

$$tg30° = \frac{2}{y} \to \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{y} \to \sqrt{3}y = 4 \to y = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

d) $sen45° = \frac{y}{5} \to \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{y}{5} \to 2y = 5\sqrt{2} \to y = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$$cos45° = \frac{x}{5} \to \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{5} \to 2x = 5\sqrt{2} \to x = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

e) $sen45° = \frac{x}{6\sqrt{2}} \to \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{6\sqrt{2}} \to 2x = 12 \to x = 6$

$$cos45° = \frac{y}{6\sqrt{2}} \to \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{y}{6\sqrt{2}} \to 2y = 12 \to y = 6$$

f) $cos60° = \frac{1}{x} \to \frac{1}{2} = \frac{1}{x} \to x = 2$

$tg60° = \frac{y}{1} \rightarrow \sqrt{3} = \frac{y}{1} \rightarrow y = \sqrt{3}$

g) $tg60° = \frac{y}{120} \rightarrow \sqrt{3} = \frac{y}{120} \rightarrow y = 120\sqrt{3}$

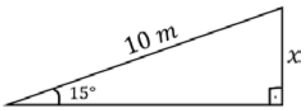
$sen60° = \frac{80}{y} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{80}{y} \rightarrow \sqrt{3}y = 160 \rightarrow y = \frac{160\sqrt{3}}{3}$

h) $cos45° = \frac{x}{6\sqrt{2}} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{6\sqrt{2}} \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = 6$

$sen45° = \frac{y}{6\sqrt{2}} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{y}{6\sqrt{2}} \rightarrow 2y = 12 \rightarrow y = 6$

Resposta da questão 9:

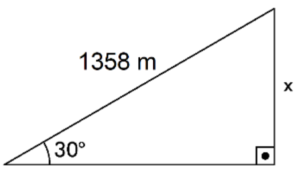
Seja x essa elevação vertical.



$sen15° = \frac{x}{10} \rightarrow 0,26 = \frac{x}{10} \rightarrow x = 2,6$

Resposta da questão 10:

Seja x a altura da montanha.



$sen30° = \frac{x}{1358} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{1358} \rightarrow x = 679$

Portanto, a montanha tem 679 metros de altura.