Frente: Física III

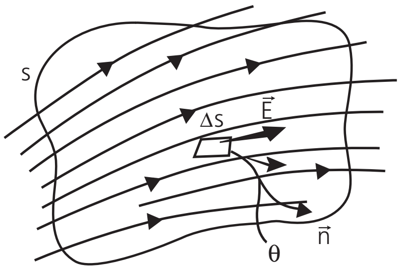
Professor(a): Marcos Haroldo

Assunto: Fluxo Elétrico

Resumo Teórico

Fluxo Elétrico

Imaginemos uma superfície **S** qualquer, "imersa" num campo elétrico $\vec{\mathbf{E}}$, e, nessa superfície tomemos um elemento Δs bastante pequeno, de tal sorte, que o campo elétrico ao longo deste elemento possa ser considerado constante. Seja $\vec{\mathbf{n}}$ o versor perpendicular a este elemento da superfície.



Superfície "imersa" num campo elétrico $\vec{E}$.

O fluxo elétrico através do elemento de superfície Δs é definido por:

$$\boxed{\Delta_{\oint E} = \vec{E}\cdot\vec{n}\Delta s}$$

Onde $\vec{E}\cdot\vec{n} = \vec{E}\cos\theta$ é o produto escalar entre $\vec{\mathbf{E}}$ e $\vec{\mathbf{n}}$, ou seja, a componente de $\vec{\mathbf{E}}$ normal ao elemento de superfície Δs.

A partir dessa definição, verificamos que o fluxo é proporcional ao número de linhas de força que atravessam o elemento da superfície.

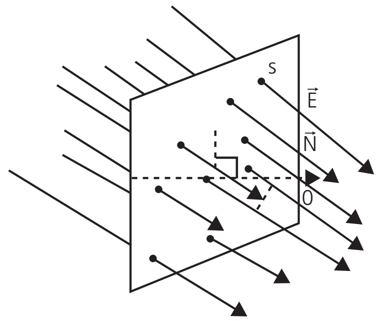
Se quisermos saber o fluxo elétrico total através da superfície $\Delta\vec{\mathbf{S}}$, basta realizarmos o somatório de todos os fluxos Δ_E:

$$\boxed{\Phi_E = \sum \Delta\Phi_E = \sum \vec{E}\cdot\vec{n}\Delta S}$$

Fazendo $\Delta s \to 0$ o somatório se transforma na integral de superfície do vetor campo elétrico ao longo de S, representada por:

$$\boxed{\Phi_E = \int_S \vec{E}\cdot\vec{n}\,dS}$$

No caso particular em que o campo é uniforme e a superfície é plana:



Fluxo de um campo elétrico uniforme através de uma superfície plana.

$$\boxed{\Phi_E = \int \vec{E}\cdot\vec{n}\,dS}$$

$\vec{\mathbf{E}}$ e $\vec{\mathbf{n}}$ são constantes, e o seu produto escalar pode deixar a integral.

$$\boxed{\Phi_E = \vec{E}\cdot\vec{n}\int dS}$$

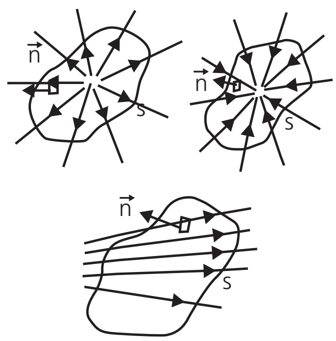
Mas $\vec{E}\cdot\vec{n} = E\cos\theta$ e $\int dS = S$ é a área total da superfície. Daí:

$$\boxed{\phi_E = E\cos\theta}$$

O fluxo elétrico através de uma superfície fechada **S** é representado com a notação abaixo:

$$\boxed{\phi_E = \oint \vec{E}\cdot\vec{n}\,dS}$$

Este fluxo é **positivo**, quando as linhas da força **saem** da superfície e é **negativo** quando as linhas de força entram na superfície. Evidentemente, quando a quantidade de linhas de força que **entram** é igual à quantidade de linhas de força que **saem**, o fluxo elétrico total através da superfície é **nulo**.

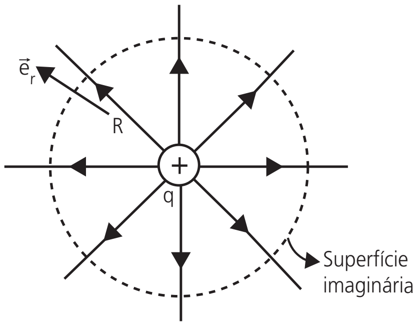


Fluxo elétrico através de uma superfície fechada **S**, em três casos: as linhas de força saem da superfície, e o fluxo é positivo (a); as linhas de força entram na superfície e o fluxo é negativo (b); as linhas de força apenas atravessam a superfície (entram e saem) e o fluxo é nulo (c).

Lei de Gauss

A Lei de Gauss estabelece essa relação, afirmando que, "o fluxo elétrico total, através de uma superfície fechada, é proporcional à carga líquida contida em seu interior". Esta superfície fechada (real ou imaginária) é dita superfície gaussiana e problemas de alta simetria poderão ser facilmente resolvidos, escolhendo-se uma superfície gaussiana adequada.

Em nenhum momento, o enunciado anterior da Lei de Gauss nos diz qual é a constante de proporcionalidade, mas poderemos descobri-la facilmente com um caso particular de simetria esférica:



Tomemos o campo a uma distância R de uma carga puntiforme. Para calcular o fluxo, basta fazer:

$$\phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = E\oint_S da = E4\pi R^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R^2}4\pi R^2$$

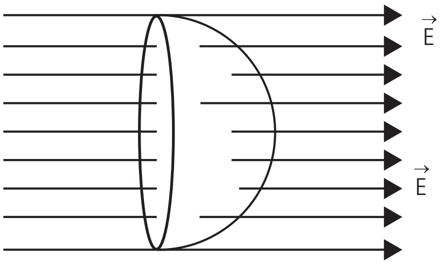
$$\boxed{\phi_E = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}}$$

O resultado é válido para qualquer caso, porém a demonstração exige uma matemática um pouco trabalhosa. Entretanto, guardemos tal resultado para facilitar nossas vidas daqui para frente. Tentaremos, nesse momento, trabalhar em alguns exemplos a fim de aplicação deste resultado.

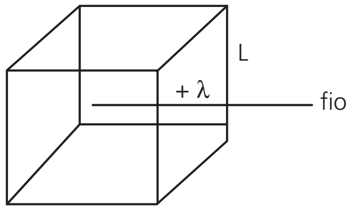
Tais exemplos serão os exercícios que serão resolvidos nas aulas do FB ONLINE.

Exercícios

01. Cortando-se uma casca esférica de raio R ao meio, obtemos uma casca hemisférica. A figura mostra uma dessas cascas, imersas num campo elétrico uniforme de intensidade E normal à sua seção meridiana. Determine o fluxo do campo elétrico E através dessa superfície hemisférica.



02. Um fio de densidade linear λ atravessa um cubo de aresta L. Determine o fluxo através do cubo.



03. Na questão anterior, caso trocassémos o cubo por uma esfera de raio R, quanto seria o fluxo através da esfera?
Obs.: Considere que a direção do fio coincide com os diâmetros da esfera.

04. Na figura está esquematizado um cubo de aresta **d**, com um dos seus vértices na origem de um sistema de coordenadas cartesianas **x**, **y** e **z**. As arestas do cubo são paralelas aos eixos coordenados. Um fio retilíneo **r**, paralelo ao eixo **z**, passa pelo centro geométrico do cubo e está eletrizado com densidade linear de carga λ. O plano xz está carregado com densidade superficial de carga σ. Supondo que o meio seja o vácuo e sabendo que o campo eletrostático gerado por um plano uniformemente eletrizado é dado por $E = \dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}$, o fluxo do vetor campo eletrostático resultante na face ABCD, é:

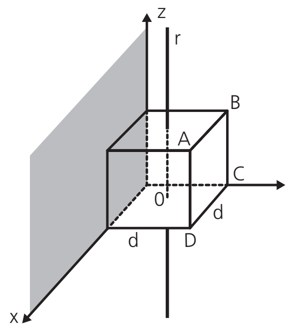
A) $\phi = \dfrac{\sigma d^2}{2\varepsilon_0} + \dfrac{\lambda d}{4\varepsilon_0}$

B) $\phi = \dfrac{\sigma d^2}{4\varepsilon_0} + \dfrac{\lambda d}{\varepsilon_0}$

C) $\phi = \dfrac{\sigma d^2}{4\varepsilon_0}$

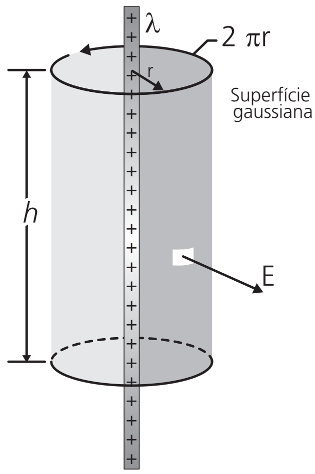
D) $\phi = \dfrac{\lambda d^2}{\varepsilon_0}$

E) $\phi = \dfrac{\sigma d^2}{2\varepsilon_0} + \dfrac{\lambda d}{\pi\varepsilon_0}$



05. Linha infinita uniformemente carregada no vácuo

Seja um condutor infinito em forma de fio, eletrizado positivamente, com uma densidade linear de carga constante e igual a λ. Pela simetria, devemos construir uma superfície gaussiana cilíndrica, tal que o campo elétrico seja constante ao longo da superfície lateral do cilindro e perpendicular às faces circulares.

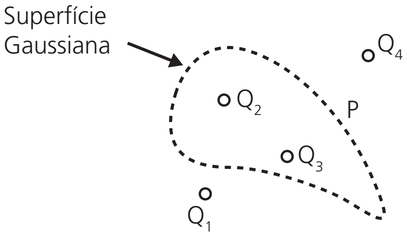


Aplique a Lei de Gauss e mostre que $|\vec{E}| = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

06. Mostre que o campo produzido por uma placa delgada é $\left|\vec{E}\right| = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o}$, onde σ = densidade superficial de carga.

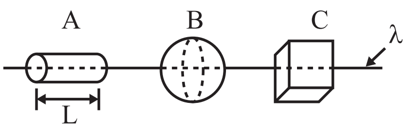
07. Usando a Lei de Gauss, calcule o campo elétrico produzido por uma carga puntiforme Q, a uma distância **d** desta.

08. A figura seguinte mostra quatro cargas pontuais e a secção transversal de uma superfície de Gauss. Qual das seguintes afirmações é verdadeira sobre a situação descrita?



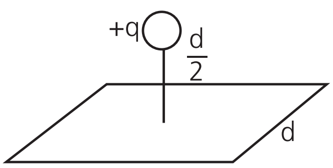
A) O fluxo elétrico líquido através da superfície depende de todas as quatro cargas apresentadas, mas o campo elétrico no ponto P depende apenas de cargas Q_2 e Q_3.
B) O fluxo elétrico líquido através da superfície gaussiana depende apenas das cargas Q_2 e Q_3, mas o campo elétrico no ponto P depende de todas as quatro cargas.
C) O fluxo elétrico líquido através da superfície gaussiana depende das cargas Q_2 e Q_3 e o campo elétrico no ponto P depende apenas de cargas Q_2, Q_3 e Q_4.
D) O fluxo elétrico líquido através da superfície gaussiana depende apenas em encargos Q_1 e Q_4, e o campo elétrico no ponto P depende apenas de cargas Q_2 e Q_3.
E) Tanto o fluxo elétrico líquido através da superfície gaussiana quanto o campo elétrico no ponto P depende de todas as quatro cargas.

09. Um fio de densidade linear de carga positiva λ atravessa três superfícies fechadas, **A**, **B** e **C**, de formas respectivamente cilíndrica, esférica e cúbica, como mostra a figura. Sabe-se que **A** tem comprimento L = diâmetro de B = comprimento de um lado de **C**, e que o raio da base de **A** é a metade do raio da esfera **B**. Sobre o fluxo do campo elétrico ϕ, através de cada superfície fechada, pode-se concluir que:



A) $\phi_A = \phi_B = \phi_C$
B) $\phi_A > \phi_B > \phi_C$
C) $\phi_A < \phi_B < \phi_C$
D) $\phi_A/2 = \phi_B = \phi_C$
E) $\phi_A = 2\phi_B = \phi_C$

10. Uma carga pontual +q está a uma distância d/2 de uma superfície quadrada de lado **d** e encontra-se diretamente acima do centro do quadrado, como é mostrado na figura. Se a permissividade elétrica do meio vale ε, determine o fluxo elétrico que passa através do quadrado.

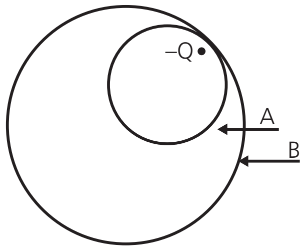


11. Na questão anterior, se a carga +q estivesse em um vértice de um cubo, qual seria o fluxo através do cubo.

12. Ainda sobre a questão anterior, caso +q estivesse em um vértice do cubo, qual seria o fluxo através de um quadrado.

13. O campo elétrico na atmosfera da superfície da Terra é de aproximadamente 200 V/m, dirigido para baixo. A 1.400 m acima da superfície da Terra, o campo elétrico na atmosfera é de somente 20 V/m, novamente dirigido para baixo. Determine a densidade média de carga na atmosfera abaixo de 1.400 m.

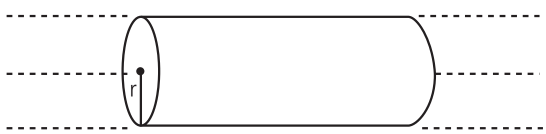
14. Considere uma carga negativa – Q localizada dentro de duas esferas, como mostrado a seguir. A esfera A tem raio R e o fluxo através dela é ϕ_A, enquanto a esfera B tem raio 2R e o fluxo através dela é ϕ_B.



Analise as sentenças seguintes:
I. $\phi_A > \phi_B$
II. $\phi_A = \phi_B$
III. $\phi_A < \phi_B$
IV. Se uma carga + 2Q é adicionada fora das duas esferas, o fluxo através da esfera **B** aumentará.

É(são) **correta(s)**:
A) I e IV.
B) II e IV.
C) III e IV.
D) somente II.
E) nenhuma das sentenças é correta.

15. Um cilindro oco infinito cuja secção reta possui raio r = 8 cm é mostrado na figura seguinte. A superfície externa do tubo possui uma carga elétrica uniforme, tal que para cada intervalo de 2 m de comprimento do tubo existe um quantidade de carga igual a 0,75μC . O espaço no interior do tubo não contém nenhuma carga. Qual é a densidade de carga (aproximada) existente na superfície do tubo?



A) $7{,}5\cdot10^{-7}$ C/m²
B) $7{,}5\cdot10^{-5}$ C/m²
C) $1{,}9\cdot10^{-7}$ C/m²
D) $3{,}8\cdot10^{-5}$ C/m²
E) $1{,}5 \times 10^{-4}$ C/m²

Gabarito

01	02	03	04	05
*	*	*	A	–
06	**07**	**08**	**09**	**10**
–	*	B	A	*
11	**12**	**13**	**14**	**15**
*	*	*	D	A

***01:** $E\pi R^2$

***02:** $\frac{\lambda L}{\varepsilon_o}$

***03:** $\frac{\lambda \cdot 2R}{\varepsilon_o}$

***05:** Demonstração

***06:** Demonstração

***07:** $E = \frac{K_oQ}{d^2}$

***10:** $\frac{q}{6\varepsilon_o}$

***11:** $\frac{q}{8\varepsilon_o}$

***12:** $\frac{q}{24\varepsilon_o}$

***13:** $1{,}14 \times 10^{-12}\ C/m^2$

Anotações

SUPERVISOR(A)/DIRETOR(A): MARCELO PENA – AUTOR: MARCOS HAROLDO
DIG.: ESTEFANIA – REV.: LÍCIA