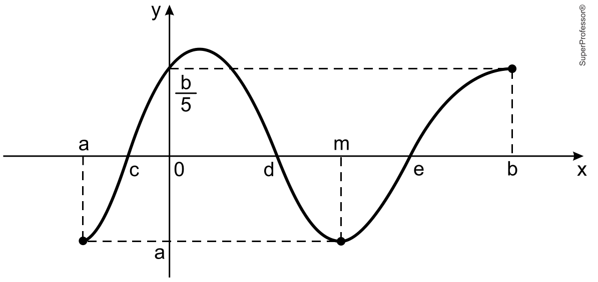
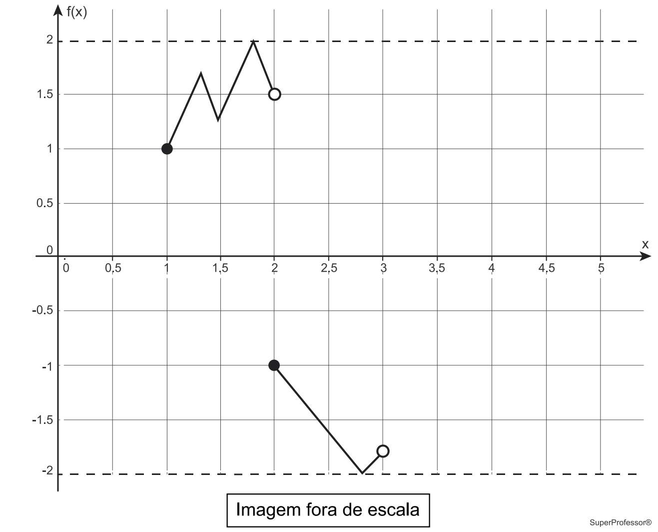
1. (Epcar (Afa) 2024) Sobre a função real $f: [a,\ b] \longrightarrow \mathbb{R}$, representada pelo gráfico abaixo, é correto afirmar que



a) $f(x) > 0 \forall\ x \in]\ a,\ 0\ [$ b) f é decrescente $\forall\ x \in [\ 0,\ m\ [$
c) se $x \in [\ d,\ e\ ]$ então $f(x) \leq 0$ d) f tem apenas duas raízes reais.

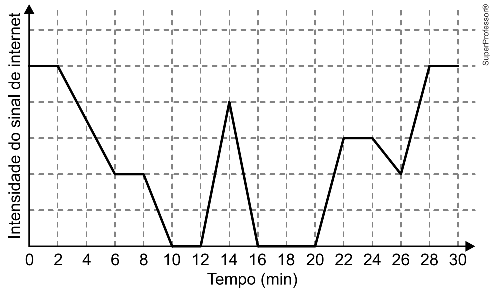
2. (Espcex (Aman) 2024) Analise o gráfico da função f(x) abaixo:



Pode-se afirmar que os conjuntos domínio e imagem de f, respectivamente chamados de D(f) e Im(f), são:
a) $D(f) = [1,\ 3)$ e $Im(f) = [-2,\ -1]\ \cup\ [1,\ 2]$
b) $D(f) = [1,\ 3)$ e $Im(f) = (-2,\ -1]\ \cup\ [1,\ 2]$
c) $D(f) = [1,\ 3)$ e $Im(f) = [-2,\ -1]\ \cup\ (1,\ 2]$
d) $D(f) = [1,\ 2)\ \cup (2,\ 3]$ e $Im(f) = (-2,\ -1]\ \cup\ [1,\ 2]$
e) $D(f) = [1,\ 2)\ \cup\ (2,\ 3]$ e $Im(f) = [-2,\ 2]$

3. (Ufscar / Unicamp indígena 2023) Sobre uma certa função $f(x) = x^2 + p \cdot x + q$, sabe-se que f(1) = 0 e f(−1) = 4. O valor de f(10) é
a) 100. b) 81. c) 64. d) 49.

4. (Enem 2023) Uma pessoa caminha por 30 minutos e utiliza um aplicativo instalado em seu celular para monitorar a variação da intensidade do sinal de internet recebido pelo aparelho durante o deslocamento. Chegando ao seu destino, o aplicativo forneceu este gráfico:



Por quantos minutos, durante essa caminhada, o celular dessa pessoa ficou sem receber sinal de internet?
a) 6 b) 8 c) 10 d) 14 e) 24

5. (Unicamp 2023) Suponha que uma função f(x) satisfaça à propriedade

$$f(x \cdot y) = f(x) + f(y).$$

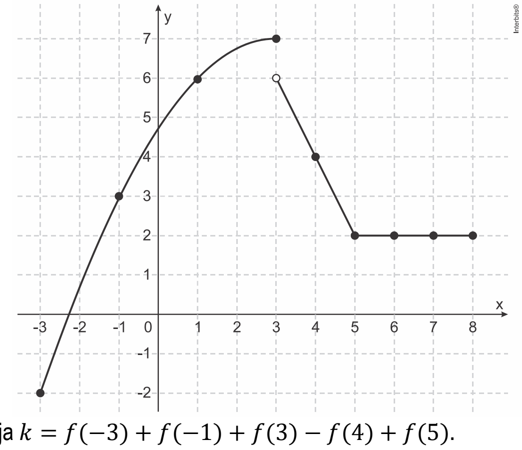
Sabendo que f(7) = 2 e f(17) = 3, o valor de f(2023) é
a) 7. b) 8. c) 17. d) 18.

6. (Mackenzie 2023) Dada a função f definida pela sentença $f(x) = 1 - \frac{4x}{(x+1)^2}$, seu domínio é dado por
a) $\mathbb{R} - \{-1{,}1\}$ b) $\mathbb{R} - \{-1\}$ c) $\mathbb{R} - \{1\}$ d) $\mathbb{R}^* - \{1\}$ e) $\mathbb{R} - \{0\}$

7. (Unicamp indígenas 2021) Sobre a função $f(x) = \frac{1}{x^2-2}$, foram feitas as seguintes afirmações:
I. f(0) é um valor negativo.
II. para x = – 2, f(x) é negativo.
III. para $x = \sqrt{2}$, f(x) não está definido.
IV. para $x = -\sqrt{2}$, f(x) é positivo
Quais dessas afirmações são verdadeiras?
a) I e III. b) I e IV. c) I e II. d) III e IV.

8. (G1 - ifmt 2020) Considere a função real f dada por $f(x) = \frac{\sqrt{3x-15}}{x-5}$. A respeito do domínio, podemos afirmar que:
a) $D = \{x \in \mathbb{R} | x \neq 5\}$ b) $D = \{x \in \mathbb{R} | x < 5\}$
c) $D = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 5\}$ d) $D = \{x \in \mathbb{R} | x > 5\}$
e) $D = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 5\}$

9. (Ufjf-pism 1 2019) No plano cartesiano abaixo está representado o gráfico da função $f: [-3,\ 8] \rightarrow [-2,\ 7]$, no qual os pontos pretos destacados são os pontos em que o gráfico passa sobre os cruzamentos da malha.



Seja $k = f(-3) + f(-1) + f(3) - f(4) + f(5)$.
O valor de x para o qual $f(x) = k$ é
a) 7 b) 6 c) 3 d) 2 e) 1

10. (Eear 2017) Se $f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \frac{3x}{\sqrt{x+4}}$ é uma função, seu domínio é $D = \{x \in \mathbb{R} |$_________$\}$.
a) $x > 4$ e $x \neq 1$ b) $x < 4$ e $x \neq \pm 1$
c) $x < -4$ e $x \neq -1$ d) $x > -4$ e $x \neq -1$

11. (Unicamp 2017) Seja $f(x)$ uma função tal que para todo número real x temos que $xf(x-1) = (x-3)f(x) + 3$. Então, $f(1)$ é igual a
a) 0. b) 1. c) 2. d) 3.

12. (Integrado - Medicina 2021) Considere a função $f: A \longrightarrow B$, definida por $f(x): x^2 - 4x + 5$, em que $A = \{1{,}2{,}4{,}5\}$ e $B = \{1{,}2{,}3{,}5{,}10\}$. Podemos afirmar que a função f é:
a) Sobrejetora. b) Injetora. c) Par. d) Ímpar. e) Bijetora.

13. (Enem PPL 2017) No primeiro ano do ensino médio de uma escola, é hábito os alunos dançarem quadrilha na festa junina. Neste ano, há 12 meninas e 13 meninos na turma, e para a quadrilha foram formados 12 pares distintos, compostos por uma menina e um menino. Considere que as meninas sejam os elementos que compõem o conjunto A e os meninos, o conjunto B, de modo que os pares formados representem uma função f de A em B.
Com base nessas informações, a classificação do tipo de função que está presente nessa relação é

a) f é injetora, pois para cada menina pertencente ao conjunto A está associado um menino diferente pertencente ao conjunto B.
b) f é sobrejetora, pois cada par é formado por uma menina pertencente ao conjunto A e um menino pertencente ao conjunto B, sobrando um menino sem formar par.
c) f é injetora, pois duas meninas quaisquer pertencentes ao conjunto A formam par com um mesmo menino pertencente ao conjunto B, para envolver a totalidade de alunos da turma.
d) f é bijetora, pois dois meninos quaisquer pertencentes ao conjunto B formam par com uma mesma menina pertencente ao conjunto A.
e) f é sobrejetora, pois basta que uma menina do conjunto A forme par com dois meninos pertencentes ao conjunto B, assim nenhum menino ficará sem par.

14. (Uem 2021) Sobre a função real definida por $f(x) = 10 - \frac{10}{x+5}$, assinale o que for correto.
01) O domínio de f é o conjunto $\{x \in \mathbb{R}: x \neq -5\}$.
02) A imagem de f é o conjunto $\{y \in \mathbb{R}: y < 0\}$.
04) O gráfico de f não intercepta o eixo y.
08) A função f é injetora.
16) $f(-15) = -f(15)$.

Gabarito:

Resposta da questão 1: [C]
[A] Falsa. f(x) < 0 para $x \in]a,\ c[$.
[B] Falsa. f é crescente para $x \in 0,\ \frac{c+d}{2}[$.
[C] Verdadeira. $f(x) \leq 0$ para $x \in [d,\ e]$.
[D] Falsa. f tem 3 raízes reais, sendo elas: {c, d, e}.
Resposta da questão 2: [A]
Considerando as projeções da função nos eixos x e y, temos que:
$D(f) = [1,\ 3)$ e $Im(f) = [-2,\ -1]\ \cup\ [1,\ 2]$
Resposta da questão 3: [B]
Temos que:
$$\begin{cases} f(1) = 1^2 + p \cdot 1 + q = 0 \\ f(-1) = (-1)^2 + p \cdot (-1) + q = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + p + q = 0 \\ 1 - p + q = 4 \end{cases}$$
Somando as equações, obtemos:
$$2 + 2q = 4 \Rightarrow q = 1$$
E:
$$1 + p + 1 = 0 \Rightarrow p = -2$$
Logo:
$f(10) = 10^2 - 2 \cdot 10 + 1 = 81$
Resposta da questão 4: [A]
A pessoa ficou sem receber sinal entre os minutos 10 e 12 e 16 e 20, ou seja, um total de 6 minutos.
Resposta da questão 5: [B]
Como:
$$2023 = 7 \cdot 17^2$$
Fazendo x = 7 e y = 17, obtemos:
$$f(7 \cdot 17) = f(7) + f(17)$$
$$f(119) = 2 + 3$$
$$f(119) = 5$$

Fazendo agora x = 17 e y = 119, chegamos a:
$$f(17 \cdot 119) = f(17) + f(119)$$
$$f(2023) = 3 + 5$$
$\therefore f(2023) = 8$
Resposta da questão 6: [B]
O domínio de f é dado por:
$$x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$$
$\therefore D = \mathbb{R} - \{-1\}$
Resposta da questão 7: [A]
[I] Verdadeira.
$$f(0) = \frac{1}{0^2 - 2} = -\frac{1}{2}$$
$$\therefore f(0) < 0$$
[II] Falsa.
$$f(-2) = \frac{1}{(-2)^2 - 2} = \frac{1}{2}$$
$$\therefore f(-2) > 0$$
[III] Verdadeira.
$$f(\sqrt{2}) = \frac{1}{(\sqrt{2})^2 - 2} = \frac{1}{0}$$
$\therefore f(\sqrt{2})$ não está definido
[IV] Falsa.
$$f(-\sqrt{2}) = \frac{1}{(-\sqrt{2})^2 - 2} = \frac{1}{0}$$
$\therefore f(-\sqrt{2})$ não está definido.
Resposta da questão 8: [D]
O domínio da função é dado por:
$$\begin{cases} 3x - 15 \geq 0 \\ x - 5 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \neq 5 \end{cases}$$
$\therefore D = \{x \in \mathbb{R} | x > 5\}$
Resposta da questão 9: [E]
$f(-3) = -2$
$f(-1) = 3$
$f(3) = 7$
$f(4) = 4$
$f(5) = 2$
$k = f(-3) + f(-1) + f(3) - f(4) + f(5) = -2 + 3 + 7 - 4 + 2$
$\Rightarrow k = 6$
$Para\ \ f(x) = 6 \Rightarrow x = 1$
Resposta da questão 10: [D]
Supondo que o resultado desejado seja o maior subconjunto dos números reais para o qual f está definida, temos
$$\left| \begin{array}{l} x + 1 \neq 0 \\ \text{e} \\ x + 4 > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x \neq -1 \\ \text{e} \\ x > -4 \end{array} \right. .$$
Portanto, a resposta é $D = \{x \in \mathbb{R} | x > -4 \text{ e } x \neq -1\}$.
Resposta da questão 11: [B]
Calculando:
$x = 0$
$0 \cdot f(0 - 1) = (0 - 3) \cdot f(0) + 3 \rightarrow f(0) = 1$
$x = 1$
$1 \cdot f(1 - 1) = (1 - 3) \cdot f(1) + 3 \rightarrow f(0) = -2 \cdot f(1) + 3 \rightarrow f(1) = 1$
Resposta da questão 12: [B]
$$f(x) = x^2 - 4x + 5$$
$$f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 5 = 2$$
$$f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 5 = 1$$
$$f(1) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 5 = 5$$
$$f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 5 = 10$$
Valores diferentes, do domínio, possuem imagens diferentes, logo a função é injetora.
Resposta da questão 13: [A]
Sabendo que cada menina do conjunto A está associada a um menino diferente do conjunto B, podemos afirmar que f é injetiva.
Por outro lado, como existe um menino no conjunto B que não formará par com nenhuma menina do conjunto A, podemos concluir que f não é sobrejetiva e, portanto, também não é bijetiva.
Resposta da questão 14:
01 + 08 = 09.

[01] Verdadeira. De fato, pois f está definida para todo x real tal que $x + 5 \neq 0$, ou seja, $x \neq -5$. Logo, o maior subconjunto dos números reais para o qual f está definida é $\{x \in \mathbb{R} | x \neq -5\}$.
[02] Falsa. Tem-se que $f(-6) = 10 - \frac{10}{-6+5}$, isto é, $f(-6) = 20 > 0$.

[04] Falsa. Na verdade, sabemos que $f(0) = 10 - \frac{10}{0+5}$, ou seja, $f(0) = 8$.
[08] Verdadeira. Para quaisquer $x_1,\ x_2 \in D_f$, temos $f(x_1) = f(x_2)$ implicando em $x_1 = x_2$. Com efeito, pois
$$10 - \frac{10}{x_1 + 5} = 10 - \frac{10}{x_2 + 5} \Rightarrow \frac{1}{x_1 + 5} = \frac{1}{x_2 + 5}$$
$$\Rightarrow x_1 = x_2.$$
Portanto, f é injetiva.
[16] Falsa. Na verdade, temos
$$f(-15) = 10 - \frac{10}{-15 + 5} = 20$$
$$f(15) = 10 - \frac{10}{15 + 5} = \frac{19}{2}.$$

É imediato que $f(-15) \neq -f(15)$.