FÍSICA I

FRENTE: FÍSICA I

PROFESSOR(A): TADEU CARVALHO

EAD – ITA/IME

AULAS 47 A 50

ASSUNTO: IMPULSO E MOMENTO LINEAR

Resumo Teórico

Impulso

No tópico anterior discutimos uma ferramenta extremamente útil na solução de alguns problemas. Neste tópico, vamos mostrar outra ferramenta igualmente interessante que será bastante útil na solução de uma outra classe de problemas.

Quantidade de movimento ou momento linear $(\vec{p})$

Essa grandeza já foi definida anteriormente quando da discussão das leis de Newton, mas vamos relembrar: seja uma partícula de massa **m** e velocidade $\vec{v}$, seu momento linear será dado por:

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

Agora, imagine um sistema de N partículas de massas $m_i\ (1 \le i \le N)$, onde cada uma possui velocidade $\vec{V}_1$, assim, podemos definir o momento linear total desse sistema de partículas através de:

$$\boxed{\vec{P}_T = \sum_{i=1}^{N} \vec{P}_i} \text{ ou } \boxed{\vec{P}_T = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{V}_1}$$

Impulso de uma força $(\vec{I}_F)$

Imagine um corpo que fica sujeito à ação de uma força durante um intervalo de tempo que vai de t_i até t_f, logo, a força atuou sobre o corpo por um intervalo de tempo Δt, onde $\Delta t = t_f - t_i$.

A partir daí, definimos o impulso dessa força sobre o corpo, nesse intervalo de tempo:

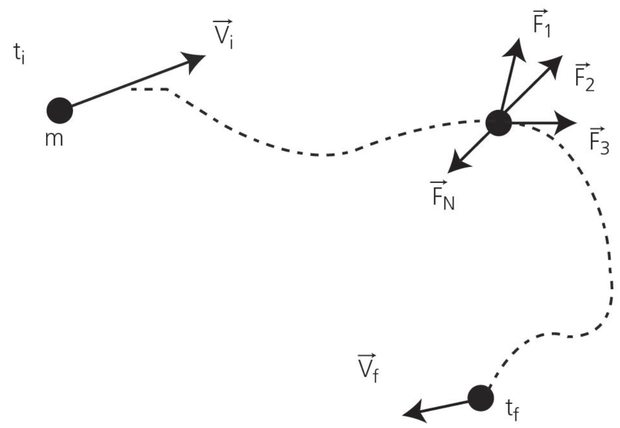
$$\vec{I}_F = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt,$$

onde a força deve ser conhecida como função do tempo: $\vec{F} = \vec{F}(t)$.

Agora imagine um corpo em movimento sob a ação de diversas forças, provavelmente essas forças terão resultante não nula, o que irá acarretar uma mudança na velocidade do corpo.

Iremos agora estabelecer uma relação entre as forças que atuam no corpo, o tempo de ação, as velocidades no início e ao fim do movimento. Essa relação é conhecida como teoria do impulso (para 1 partícula):

Supor:



Podemos calcular o impulso de cada força $\vec{F}_i$ de t_i a t_f:

$$\vec{I}_{F_i} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_i dt_f$$

Se somarmos todos esses impulsos, teremos:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{I}_{F_i} = \sum_{i=1}^{N} \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt = \int_{t_i}^{t_f} \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i dt$$

$$\text{Logo: } \sum_{i=1}^{N} \vec{I}_{F_i} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{R} dt = \vec{I}_R$$

Ou seja, o impulso da força resultante é igual à soma dos impulsos de todas as forças que atuam no corpo. Mas vamos além, vamos obter o impulso da força resultante.

$$\vec{I}_R = \int_{t_i}^{t_f} \vec{R} dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{d\vec{p}}{dt} dt = \int_{t_i}^{t_f} d\vec{p}$$

$$\vec{I}_R = \vec{P} \Big|_{t_i}^{t_f} \to \vec{I}_R = \vec{P}_f - \vec{P}_i$$

Finalmente: $\boxed{\vec{I}_R = \Delta \vec{p}}$ (Teoria do impulso para 1 partícula)

Observações:

Se uma força se mantém constante durante seu tempo de atuação, seu impulso se torna:

$$T_F = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}dt = \vec{F}\int_{t_i}^{t_f} dt = \vec{F}\cdot\Delta t$$

Assim, supondo que todas as forças que atuem, permaneçam constantes, podemos escrever:

$$\vec{I}_R = \sum_{i=f}^{N} \vec{I}_{f_i} = \sum_{i=f}^{N} \vec{F}_i \cdot \Delta T$$

Agora, vamos reescrever o teorema do impulso numa forma que será mais interessante.

$$\vec{I}_R = \Delta\vec{P}$$

$$\vec{I}_R = \vec{P}_f - \vec{P}_i$$

$$\vec{I}_R = m\cdot\vec{v}_f - m\cdot\vec{v}_i \text{ (supor } m = \text{cte)}$$

$$m\vec{v}_f = m\vec{v}_i + \vec{I}_R$$

$$\boxed{m\vec{v}_f = m\vec{v}_i + \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i\cdot\Delta t}$$

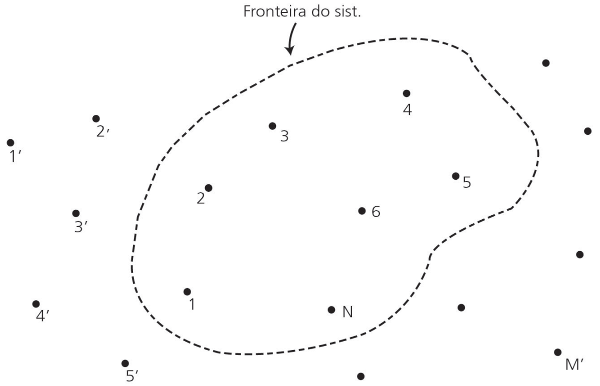
Observações:

Essa equação é válida mesmo se $\vec{F}_i$ não for constante no intervalo de tempo Δt, basta supor que $\vec{F}_i'\,\Delta t = \int \vec{F}_i\cdot dt$, onde $\vec{F}_i'$ seria um valor médio de $\vec{F}_i$.

A equação anterior explicita a relação entre as grandezas já mencionadas anteriormente. Sua utilidade será a obtenção do teorema do impulso para um sistema de partículas.

Para a demonstração desse teorema, vamos precisar de algumas ideias adicionais.

Imagine um "universo" composto de N + M partículas. Vamos delimitar N partículas de nosso interesse. Essas N partículas (sem linha) formam um sistema e as M outras partículas (com linha) não fazem parte desse sistema.
(Veja figura.)



Nessa conjuntura, vale a pena lembrar que cada partícula do sistema pode trocar forças (3ª Lei de Newton) com as (N – 1) outras partículas do sistema e com as M partículas que não fazem parte do sistema. Essa ideia nos leva a uma classificação das forças:

FORÇAS	
Internas	**Externas**
Quando ação e reação atuam em partículas do sistema. $\vec{F}_{ij}$ e $\vec{F}_{ji} \in$ sistema	Quando a ação atua numa partícula do sistema, mas a reação não. Se $\begin{cases}\vec{F}_{ij} \in \text{sistema}\\ \vec{F}_{ji} \notin \text{sistema}\end{cases}$

Escrevemos agora o teorema do impulso para cada partícula do sistema.

(1) $m_1\vec{V}_{1f} = m_1\vec{V}_{1i} + \sum \vec{F}_1\,\Delta t$

(2) $m_2\vec{V}_{2f} = m_2\vec{V}_{2i} + \sum \vec{F}_2\,\Delta t$

.
.
.

(N)$m_N\cdot V_{Nf} = m_N\cdot\vec{V}_{Ni} + \sum \vec{F}_N\,\Delta t$

Mas:

$$\sum\vec{F}_1 = \overbrace{(\vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \ldots + \vec{F}_{N1} +}^{\text{FORÇAS INTERNAS}} \;\Big|\; \overbrace{(\vec{F}_{1'1} + \vec{F}_{2'1} + \ldots + \vec{F}_{M'1} +}^{\text{FORÇAS EXTERNAS}}$$

$$\sum\vec{F}_2 = (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + \ldots + \vec{F}_{N2} + \;\Big|\; (\vec{F}_{1'2} + \vec{F}_{2'2} + \ldots + \vec{F}_{M'2} +$$

Onde $\vec{F}_{ij}$ representa a força que a i-ésima partícula exerce sobre a j-ésima partícula.
Ao somarmos as N equações, temos:

$$\sum_{Ic=1}^{N}\left(m\vec{V}_f\right)_{iC} = \sum_{Ic=1}^{N}\left(m\vec{V}_i\right)_{iC} + \left(\sum\vec{F}_{internas} + \sum\vec{F}_{externas}\right)\cdot\Delta t$$

Não é difícil perceber que:

$\sum\vec{F}_{internas} = 0,$ pois para cada $\vec{F}_{ij}$ da soma, teremos também $\vec{F}_{ji}$ e pela 3ª Lei de Newton: $\vec{F}_{ij} + \vec{F}_{ji} = 0.$

Também sabemos que $\sum m\vec{V} = \vec{P}_{total}$, logo:

$$\boxed{\vec{P}_{total_f} = \vec{P}_{total_j} + \sum\vec{F}_{ext.}\cdot\Delta t}$$

Esse é o teorema do impulso para um sistema de partículas. A partir dessa expressão, podemos classificar os sistemas físicos como isolados, parcialmente isolados e não isolados:

I. Isolado:

$$\sum\vec{F}_{ext}\cdot\Delta t = 0\begin{cases}\vec{F}_{ext} = 0\\ \sum\vec{F}_{ext} = 0\\ \sum\vec{F}_{ext}\cdot\Delta t = 0\end{cases}$$

Nesse caso, teremos a conservação do momento linear total do sistema:

$$P_{total} = cte$$

ou

$$\boxed{\sum m\vec{V}_f = \sum m\vec{V}_i}$$

II. Parcialmente isolado:

Se $\sum \vec{F}_{ext} \cdot \Delta t = 0$ for verdadeiro numa direção, mas em outra não, então dizemos que o sistema é isolado apenas na direção (eixo) onde $\sum \vec{F}_{ext} \cdot \Delta t = 0$.

III. Não isolado:

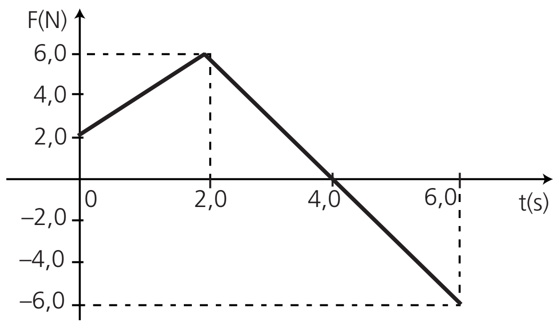
Se $\sum \vec{F}_{ext} \cdot \Delta t \neq 0$.

Obs.: Rigorosamente o sistema parcialmente isolado é um caso de não isolado.

As colisões mecânicas ou choques mecânicos são ótimos exemplos de sistemas físicos isolados (em grande maioria). Dessa forma, na solução de problemas envolvendo colisões, certamente deve-se usar o que foi discutido aqui.

Exercícios

01. Um carrinho, de massa 2,0 kg, encontra-se inicialmente em repouso sobre um plano horizontal sem atrito. A partir do instante $t_0 = 0$, passa a agir sobre ele uma força $\vec{F}$ de direção constante, paralela ao plano, cujo valor algébrico é dado em função do tempo, conforme o gráfico a seguir:



Desprezando a influência do ar, determine as velocidades escalares do carrinho nos instantes $t_1 = 2,0$ s, $t_2 = 4,0$ s e $t_3 = 6,0$ s.

02. Uma bola de bilhar de massa 0,15 kg, inicialmente em repouso, recebeu uma tacada numa direção paralela ao plano da mesa, o que lhe imprimiu uma velocidade de módulo 4,0 m/s. Sabendo que a interação do taco com a bola durou $1,0 \cdot 10^{-2}$ s, calcule:

A) a intensidade média da força comunicada pelo taco à bola.

B) a distância percorrida pela bola, enquanto em contato com o taco.

03. (Unicamp-SP) As histórias de super-heróis estão sempre repletas de feitos incríveis. Um desses feitos é o salvamento, no último segundo, da mocinha que cai de uma grande altura. Considere a situação em que a desafortunada garota caía, a partir do repouso, de uma altura de 81 m e que nosso super-herói a intercepte 1,0 m antes de ela chegar ao solo, demorando $5,0 \cdot 10^{-2}$ s para detê-la, isto é, para anular sua velocidade vertical. Considere que a massa da mocinha é de 50 kg e despreze a influência do ar.

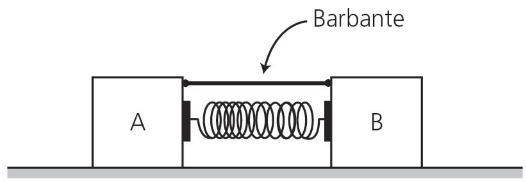
A) Calcule a força média aplicada pelo super-herói sobre a mocinha para detê-la. Adote $g = 10$ m/s^2.

B) Uma aceleração 8 vezes maior que a da gravidade (8 g) é letal para um ser humano. Determine quantas vezes a aceleração à qual a mocinha foi submetida é maior que a aceleração letal.

04. (UFPE) Uma menina de 40 kg é transportada na garupa de uma bicicleta de 10 kg, a uma velocidade constante de módulo 2,0 m/s, por seu irmão de 50 kg. Em dado instante, a menina salta para trás com velocidade de módulo 2,5 m/s em relação ao solo. Após o salto, o irmão continua na bicicleta, afastando-se da menina. Qual o módulo da velocidade da bicicleta, em relação ao solo, imediatamente após o salto? Admita que, durante o salto, o sistema formado pelos irmãos e pela bicicleta seja isolado de forças externas.

A) 3,0 m/s
B) 3,5 m/s
C) 4,0 m/s
D) 4,5 m/s
E) 5,0 m/s

05. Dois blocos A e B, de massas respectivamente iguais a 2,0 kg e 4,0 kg, encontram-se em repouso sobre um plano horizontal perfeitamente polido. Entre os blocos, há uma mola de massa desprezível, comprimida, que está impedida de expandir-se devido a um barbante que conecta os blocos.

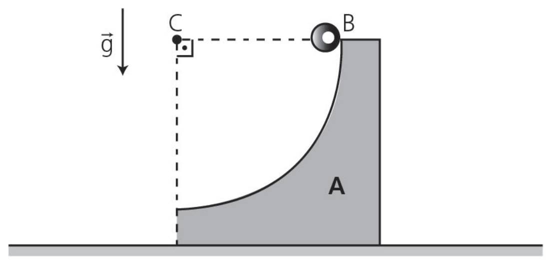


Em determinado instante, queima-se o barbante e a mola se expande, impulsionando os blocos. Sabendo que o bloco B adquire velocidade de intensidade 3,0 m/s e que a influência do ar é desprezível, determine:

A) a intensidade da velocidade adquirida pelo bloco A.

B) a energia potencial elástica armazenada na mola antes da queima d barbante.

06. Na figura, o bloco A (massa 4M) e a esfera B (massa M) encontram-se inicialmente em repouso, com A apoiado em um plano horizontal:



Largando-se a esfera B na posição indicada, ela desce, descrevendo uma trajetória circular $\left(\frac{1}{4}\text{ de circunferência}\right)$ de 1,0 m de raio e centro em C. Desprezando todos os atritos, bem como a influência do ar, e adotando $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, determine os módulos das velocidades de A e de B no instante em que a esfera perde o contato com o bloco.

07. (ITA/72) Uma granada explode enquanto descreve no espaço uma trajetória parabólica. Com relação à quantidade de movimento da granada e de seus fragmentos, desprezando a resistência do ar, podemos afirmar que

A) a quantidade de movimento só é conservada (muito aproximadamente) entre dois instantes imediatamente antes e imediatamente depois da explosão.
B) a quantidade de movimento é a mesma antes e depois da colisão sem as restrições do item.
C) a quantidade de movimento é conservada até que um dos fragmentos atinja o solo.
D) a quantidade de movimento se conserva mesmo após terem alguns fragmentos atingido o solo.
E) a quantidade de movimento só é constante antes da explosão.

08. (ITA/76) Um objeto, inicialmente em repouso, explode em duas partes, A e B, com massas M e $3M_2$ respectivamente. Em um determinado instante **t**, após a explosão, a parte B está a 6,00 m do local da explosão. Designando-se por **x** a distância entre A e B, no instante **t**, e desprezando-se a influência de outros corpos, pode-se afirmar que

A) x = 18,0 m
B) x = 8,00 m
C) x = 24,00 m
D) não é possível calcular **x**, pois **t** não foi dado.
E) n.d.a.

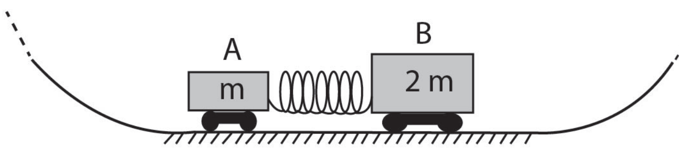
09. (ITA/85) Um atleta de massa 60,0 kg, carregando um corpo de 15,0 kg, dá um salto de inclinação 60º em relação ao plano horizontal, com velocidade inicial 10,0 m/s. Ao atingir a altura máxima, lança horizontalmente para trás o corpo com velocidade 2,00 m/s em relação ao centro de massa do sistema formado por ele próprio mais o corpo. Adotando $g = 10{,}0\ m/s^2$, podemos afirmar que o atleta ganhará um alcance horizontal à distância:

A) $0{,}87\sqrt{3}$ m.
B) $-0{,}25\sqrt{3}$ m.
C) $0{,}25\sqrt{3}$ m.
D) $1{,}25\sqrt{3}$ m.
E) zero.

10. (ITA/81) Uma bola de $1{,}0 \times 10^{-1}$ kg, tem velocidade $\vec{V}$, sendo V = 11 m/s no instante em que é golpeada por um bastão e obrigada a voltar com velocidade igual a $-\vec{V}$. Supondo que o bastão esteve em contato com a bola durante 3×10^{-2} s, calcule o valor médio da força exercida pelo bastão sobre a bola.

A) F = 73,3 N
B) F = 3,7 × 10 N
C) F = 36,6 N
D) F = 3,67 × 10 N
E) F = 7 × 10 N

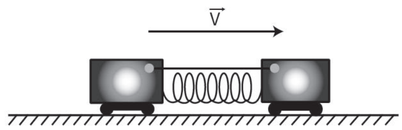
11. (Vunesp) Um carrinho A, de massa **m**, e outro B, de massa 2m, mantidos em repouso sobre uma superfície plana e horizontal, estão comprimindo uma mola, de massa desprezível, como mostra a figura.



Quando os carrinhos são liberados simultaneamente, a mola se distende, impulsionando-os, e B adquire, depois que a mola estiver totalmente distendida, uma velocidade de 1,0 m/s.

A) Nessas condições, determine a velocidade adquirida por A.
B) Denominando h_A e h_B as alturas máximas alcançadas, respectivamente, pelos carrinhos A e B, ao subirem as rampas mostradas na figura anterior, determine a razão $\frac{h_A}{h_B}$.

12. (Fuvest-SP) Dois carrinhos iguais, com 1 kg de massa cada um, estão unidos por um barbante e se deslocam com velocidade de 3 m/s. Entre os carrinhos há uma mola comprimida, cuja massa pode ser desprezada. Em um determinado instante o barbante se rompe, a mola se desprende e um dos carrinhos para imediatamente.



A) Qual é a quantidade de movimento inicial do conjunto?
B) Qual é a velocidade do carrinho que continua em movimento?

13. A Lua descreve um círculo de raio **r** em torno da Terra em 28 dias terrestres. Sendo G a constante da gravitação universal e **m** e M as massas da Lua e da Terra, respectivamente, a intensidade da variação da quantidade de movimento linear da Lua em 14 dias é:

A) $\sqrt{\frac{GMm}{r^2}}$
B) $\sqrt{\frac{2GMm^2}{r}}$
C) $\sqrt{\frac{4GMm}{r}}$
D) $\sqrt{\frac{4GMm^2}{r}}$

14. Uma esfera de aço, de massa 0,20 kg, é abandonada de uma altura de 5,0 m, atinge o solo e volta, alcançando a altura máxima de 1,8 m. Despreze a resistência do ar e suponha que o choque da esfera com o solo ocorra durante um intervalo de tempo de 0,050 s. Levando em conta esse intervalo de tempo, determine:

A) a perda de energia mecânica e o módulo da variação da quantidade de movimento da esfera.
B) a força média exercida pelo solo sobre a esfera.

Adote: $g = 10\ m/s^2$.

15. Um corpo de massa 2,0 kg está em movimento circular uniforme em torno de um ponto fixo, preso à extremidade de um fio de 3,0 m de comprimento, com velocidade angular de 1 rad/s. O módulo do impulso, exercido pela força que traciona o fio, quando o corpo descreve meia volta, em unidades do Sistema Internacional, vale

A) zero.
B) 6,0.
C) 9,0.
D) 12.
E) 18.

Gabarito

01	02	03	04	05
–	–	–	–	–
06	**07**	**08**	**09**	**10**
–	A	C	C	A
11	**12**	**13**	**14**	**15**
*	*	D	*	D

– Demonstração.

*** 11.**
A) 2,0 m/s
B) 4

12.
A) 6 kg · m/s
B) 6 m/s

14.
A) $E_{DISS} = 6,4$ J e $|\Delta Q| = 3,2$ kg m/s
B) $F_m = 66$ N

Anotações

SUPERVISOR(A)/DIRETOR(A): MARCELO PENA – AUTOR(A): TADEU CARVALHO
DIGITADOR: ROMULO – REVISORA: SARAH