Exercícios: As quatro operações

1. $35{,}48 + 273{,}5 =$
2. $896{,}398 + 23{,}4 + 234{,}73 =$
3. $548 + 123{,}42 + 0{,}038 =$
4. $45{,}83 - 28{,}7 =$
5. $896{,}7 - 542{,}49 =$
6. $1234{,}56 - 234{,}678 =$
7. $5{,}4 - 0{,}003 =$
8. $438 - 81{,}026 =$
9. $8 \cdot 0{,}6 =$
10. $32{,}4 \cdot 8{,}3 =$
11. $4{,}32 \cdot 8{,}4 =$
12. $1{,}04 \cdot 16{,}5 =$
13. $567{,}3 \cdot 2{,}306 =$
14. $34{,}78 \cdot 0{,}54 =$
15. $0{,}36 \cdot 0{,}12 =$
16. $4{,}32 \div 0{,}8 =$

17. $1{,}68 \div 0{,}7 =$

18. $4{,}76 \div 0{,}068 =$

19. $243 \div 7{,}5 =$

20. $63{,}7 \div 12{,}25 =$

21. $4{,}8 \div 6 =$

22. $0{,}35 \div 0{,}4 =$

23. $90144 \div 45 =$

24. $35534{,}016 \div 50{,}4 =$

25. $9{,}288 \div 0{,}0215 =$

Gabarito:

1. 308,98
2. 1154,528
3. 671,458
4. 17,13
5. 354,21
6. 999,882
7. 5,397
8. 356,974
9. 4,8
10. 268,92
11. 36,288
12. 17,16
13. 1308,1938
14. 18,7812
15. 0,0432
16. 5,4
17. 2,4
18. 70
19. 32,4
20. 5,2
21. 0,8
22. 0,875
23. 2003,2
24. 705,04
25. 432

Exercícios: Expressões numéricas

Resolva as seguintes expressões numéricas:

1. $10 + 20 - (7 \cdot 9) + 35 \div 7 - 13 =$

2. $8 + (6 \cdot 5 - 49 \div 7) + 41 - 37 =$

3. $-90 + [(45 - 23 \cdot 2 + 5) \cdot 4] =$

4. $[25 - 81 \div (21 + 36 \div 6)] - 33 =$

5. $29 - 23 - \{[4 \cdot 5 \cdot (13 - 10) \cdot 2] \div 4\} \div 5 =$

6. $7 + 5 - 8 + 10 \cdot (-24) \div 3 + 9 - 3 =$

7. $25 + 12 - [12 \cdot 9 - 2 \cdot (3 + 9)] =$

8. $[(-19 + 6 - 3 \cdot 8) + 24 \div 8 + 9] - 10 =$

9. $17 + 13 - 32 \div 4 + (19 \cdot 2 - 64 \div 4) + 7 \cdot 5 =$

10. $[(9 + 15 \cdot 3 - 49 \div 7) + 42 - 8] \cdot 2 - 30 =$

11. $\{84 - [56 + (3 \cdot 8) \div (2 + 4 + 5 + 1)]\} \cdot 2 =$

12. $\{81 \div 9 \cdot [15 \div 3 - 10 + (49 \div 7 + 5 \cdot 3)]\} + 5 =$

13. $14 + \{5 + 9 - [12 \cdot 3 + (21 \cdot 5 + 17 \cdot 3 - 108 \div 9) \div 6] + 4 \cdot 9\} - 6 \cdot 5 =$

Gabarito:

1. -41
2. 35
3. -74
4. -11
5. 0
6. -70
7. -47
8. -35
9. 79
10. 132
11. 52
12. 158
13. -26

Exercícios: Operações com frações

1.
$$\frac{2}{3}+\frac{4}{3}-\frac{11}{3}=$$

2.
$$\frac{5}{4}-\frac{4}{3}\cdot\frac{12}{5}=$$

3.
$$3\frac{4}{3}-5\frac{1}{2}+6=$$

4.
$$\frac{6}{7}\cdot\frac{1}{3}+\left[2\cdot\left(3\frac{1}{3}-2\right)\right]\div 5=$$

5.
$$2+\frac{3}{5}\cdot\left\{\frac{2}{3}+3\cdot\left[\frac{7}{6}-1\right]\right\}\cdot\frac{8}{5}=$$

6.
$$\frac{3{,}75}{1{,}5}+3-\left(\frac{5}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{15}{2}-12{,}5\right)=$$

7.
$$2+\frac{\frac{3}{5}-\frac{2}{3}+3}{2+\frac{1}{2}}=$$

8.
$$1+\frac{1+\frac{1}{2}}{3-\frac{5}{2}}\cdot\frac{3{,}5}{5}=$$

9.
$$-\frac{-2}{-3}+\frac{3}{-5}=$$

10.
$$\frac{1}{2}-\frac{4}{9}+2+4\frac{6}{7}-1+11\frac{1}{2}=$$

Gabarito:

1. -5/3
2. -39/20
3. 29/6
4. 86/105
5. 78/25
6. 55/4
7. 238/75
8. 31/10
9. -19/15
10. 1097/63

Exercícios: Potenciação

Calcule:

1. $(-3)^2 =$

2. $-3^2 =$

3. $-2^3 =$

4. $-(-2)^3 =$

5. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 =$

6. $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 =$

7. $-\left(-\frac{3}{2}\right)^3 =$

8. $(-1)^{10} =$

9. $(-1)^{13} =$

Simplifique as expressões, supondo $\boldsymbol{a \cdot b \neq 0}$.

10. $(a^2 \cdot b^3)^2 \cdot (a^3 \cdot b^2)^3 =$

11. $\dfrac{(a^4 \cdot b^2)^3}{(a \cdot b^2)^2} =$

12. $\left(\dfrac{a^4 \cdot b^3}{a^2 \cdot b}\right)^5 =$

Calcule o valor das expressões:

13. $\dfrac{2^{-1} - (-2)^2 + (-2)^{-1}}{2^2 + 2^{-2}} =$

14. $\dfrac{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3}{\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]^3} =$

Calcule:

15. $(0{,}25)^{-3} =$

16. $\dfrac{1}{(0{,}2)^{-2}} =$

17. $\dfrac{1}{(0{,}01)^{-2}} =$

Se $\boldsymbol{a \cdot b \neq 0}$, simplifique as expressões:

18. $(a^{-2} \cdot b^3)^{-2} \cdot (a^3 \cdot b^{-2})^3 =$

19. $\left(\dfrac{a^3 \cdot b^{-4}}{a^{-2} \cdot b^2}\right)^3 =$

20. $\dfrac{(a^3 \cdot b^{-2})^{-2} \cdot (a \cdot b^{-2})^3}{(a^{-1} \cdot b^2)^{-3}} =$

Se $n \in \mathbb{Z}$ e $a \in \mathbb{R}^*$, simplifique as expressões:

21. $a^{2n+1} \cdot a^{1-n} \cdot a^{3-n} =$

22. $\dfrac{a^{2n+3} \cdot a^{n-1}}{a^{2(n-1)}} =$

23. $\dfrac{a^{2(n+1)} \cdot a^{3-n}}{a^{1-n}} =$

GABARITO:

1. 9
2. -9
3. -8
4. 8
5. 8/27
6. 1/81
7. 27/8
8. 1
9. -1
10. $a^{13} \cdot b^{12}$
11. $a^{10} \cdot b^2$
12. $a^{10} \cdot b^{10}$
13. -16/17
14. 2
15. 64
16. 1/25
17. 0,0001
18. $a^{13} \cdot b^{-12}$
19. $a^{15} \cdot b^{-18}$
20. $a^{-6} b^4$
21. a^5
22. a^{n+4}
23. a^{2n+4}

Exercícios: Radiciação

Simplifique os radicais:

1. $\sqrt[3]{64} =$

2. $\sqrt{576} =$

3. $\sqrt{12} =$

4. $\sqrt[3]{2^7} =$

5. $\sqrt[4]{625} =$

6. $\sqrt[3]{72} =$

7. $\sqrt[4]{512} =$

Simplifique as expressões:

8. $\sqrt{8} + \sqrt{32} + \sqrt{72} - \sqrt{50} =$

9. $5\sqrt{108} + 2\sqrt{243} - \sqrt{27} + 2\sqrt{12} =$

10. $\sqrt{2000} + \sqrt{200} + \sqrt{20} + \sqrt{2} =$

11. $\sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{250} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16} =$

Simplifique:

12. $\sqrt{81x^3} =$

13. $\sqrt{45x^3y^2} =$

Reduza ao mesmo índice:

14. $\sqrt{2}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[5]{3} =$

15. $\sqrt[3]{2^2}, \sqrt{3}, \sqrt[4]{5^3} =$

Efetue as operações indicadas com as raízes:

16. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} =$

17. $\sqrt[3]{24} \div \sqrt[3]{3} =$

18. $\sqrt{\frac{3}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{2}} =$

19. $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2} =$

20. $\sqrt[3]{4} \div \sqrt[4]{2} =$

21. $\sqrt[3]{\frac{5}{2}} \div \sqrt[5]{\frac{1}{2}} =$

Efetue as operações:

22. $2\sqrt{3}\left(3\sqrt{5} - 2\sqrt{20} - \sqrt{45}\right) =$

23. $\left(\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{125}\right) \div 2\sqrt{5} =$

Expresse na forma de potência de expoente racional os seguintes radicais:

24. $\sqrt{5} =$

25. $\sqrt[3]{4} =$

26. $\sqrt{\sqrt{2}} =$

27. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{5}} =$

28. $\left(\sqrt[3]{2^2}\right)^2 =$

Calcule, substituindo as potências de expoente racional pelos correspondentes radicais:

29. $8^{\frac{1}{3}} =$

30. $64^{\frac{-1}{2}} =$

31. $(0{,}25)^{\frac{-1}{2}} =$

32. $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} =$

33. $\left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{-1}{5}} =$

34. $(0{,}81)^{\frac{-1}{2}} =$

GABARITO:

1. 4
2. 24
3. $2\sqrt{3}$
4. $4\sqrt[3]{2}$
5. 5
6. $2\sqrt[3]{9}$
7. $4\sqrt[4]{2}$
8. $7\sqrt{2}$
9. $49\sqrt{3}$
10. $22\sqrt{5} + 11\sqrt{2}$
11. 0
12. $9x\sqrt{x}, x \geq 0$
13. $3xy\sqrt{5x}, x \geq 0$
14. $\sqrt[30]{2^{15}}, \sqrt[30]{5^{10}}, \sqrt[30]{3^6}$
15. $\sqrt[12]{2^8}, \sqrt[12]{3^6}, \sqrt[12]{5^9}$
16. 6
17. 2
18. $\sqrt{3}$
19. $\sqrt[6]{108}$
20. $\sqrt[12]{32}$
21. $\sqrt[15]{\frac{5^5}{2^2}}$
22. $-8\sqrt{15}$
23. 7
24. $5^{\frac{1}{2}}$
25. $2^{\frac{2}{3}}$
26. $2^{\frac{1}{4}}$
27. $5^{\frac{1}{12}}$
28. $2^{\frac{4}{3}}$
29. 2
30. 1/8
31. 2
32. 3/2
33. 2
34. 10/9

Exercícios: Racionalização de denominadores

Racionalize o denominador de cada fração:

1. $\frac{3}{\sqrt{2}}$

2. $\frac{4}{\sqrt{5}}$

3. $\frac{10}{3\sqrt{5}}$

4. $\frac{4}{2\sqrt{3}}$

5. $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$

6. $\frac{3}{\sqrt[4]{2}}$

7. $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$

8. $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

9. $\frac{2}{3+2\sqrt{2}}$

10. $\frac{1}{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

GABARITO:

1. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
2. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$
3. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$
4. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
5. $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$
6. $\frac{3\sqrt[4]{8}}{2}$
7. $2-\sqrt{3}$
8. $\sqrt{3}+\sqrt{2}$
9. $6-4\sqrt{2}$
10. $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{15}$

Exercícios: Produtos notáveis

Desenvolva os seguintes produtos notáveis:

1. $(a+5)^2 =$

2. $(2x+4)^2 =$

3. $\left(5y+\frac{1}{2}\right)^2 =$

4. $(x^2+b)^2 =$

5. $(a-3)^2 =$

6. $(4x-7)^2 =$

7. $\left(y-\frac{1}{3}\right)^2 =$

8. $(x-2b)^2 =$

9. $(x-7)(x+7) =$

10. $(a+20)(a-20) =$

11. $(x+4y)(x-4y) =$

12. $(5x+8)(5x-8) =$

GABARITO:

1. $a^2+10a+25$
2. $4x^2+16x+16$
3. $25y^2+5y+\frac{1}{4}$
4. $x^4+2x^2b+b^2$
5. a^2-6a+9
6. $16x^2-56x+49$
7. $y^2-\frac{2}{3}y+\frac{1}{9}$
8. $x^2-4xb+4b^2$
9. x^2-49
10. a^2-400
11. x^2-16y^2
12. $25x^2-64$

Exercícios: Fatoração

Fatore as expressões, colocando em evidência o fator comum em cada uma delas:

1. $6x^2y^2 - 9x^2y + 15xy^2 =$

2. $x(x-4) + 6(x-4) =$

3. $2x^2 + 4xy =$

Fatore as expressões seguintes usando a fatoração por agrupamento:

4. $2x^2 - 4x + 3xy - 6y =$

5. $a^2 - a - ab + b =$

6. $ab + 3b - 7a - 21 =$

Fatore completamente:

7. $x^2 + 16x + 64 =$

8. $49x^2 - 14x + 1 =$

9. $9x^2 + 12xy + 4y^2 =$

Escreva as diferenças como produto de uma soma por uma diferença dos mesmos termos:

10. $9x^2 - 16y^2 =$

11. $4a^2b^2 - 9x^2y^2 =$

12. $x^2 - \frac{1}{36} =$

Fatore as expressões quadráticas:

13. $x^2 + 7x + 10 =$

14. $x^2 + 3x - 10 =$

15. $x^2 - 6x + 8 =$

GABARITO:

1. $3xy(2xy - 3x + 5y)$
2. $(x-4)(x+6)$
3. $2x(x+2y)$
4. $(x-2)(2x+3y)$
5. $(a-1)(a-b)$
6. $(a+3)(b-7)$
7. $(x+8)^2$
8. $(7x-1)^2$
9. $(3x+2y)^2$
10. $(3x+4y)(3x-4y)$
11. $(2ab+3xy)(2ab-3xy)$
12. $\left(x+\frac{1}{6}\right)\left(x-\frac{1}{6}\right)$
13. $(x+5)(x+2)$
14. $(x+5)(x-2)$
15. $(x-4)(x-2)$

Exercícios: Potências de 10

Escreva os números abaixo em notação científica:

1. $150 =$
2. $15000 =$
3. $97010000 =$
4. $107 =$
5. $13200000 =$
6. $0{,}055 =$
7. $0{,}000194 =$
8. $0{,}00000744 =$
9. $0{,}000987 =$
10. $0{,}00000198 =$

Escreva os valores abaixo sem potência de base 10:

11. $23 \times 10^3 =$

12. $74{,}4 \times 10^2 =$

13. $45 \times 10^{-5} =$

14. $956{,}6 \times 10^{-6} =$

Converta os valores abaixo conforme os exemplos:

$$12{,}5 \times 10^2 = 12{,}5 \times 100 = 1{,}25 \times 1000 = \mathbf{1,25 \times 10^3}$$

(expoente 3, menor para maior)

15. $7{,}8 \times 10^2 =$

16. $418 \times 10^1 =$

$$5{,}7 \times 10^5 = 5{,}7 \times 100000 = 570 \times 1000 = \mathbf{570 \times 10^3}$$

(expoente 3, maior para menor)

17. $69 \times 10^4 =$

18. $0{,}0357 \times 10^6 =$

$$10{,}5 \times 10^{-2} = 10{,}5 \times 0{,}01 = 105 \times 0{,}001 = \mathbf{105 \times 10^{-3}}$$

(expoente -3, maior para menor)

19. $0{,}29 \times 10^{-1} =$

20. $700 \times 10^{-2} =$

$$47 \times 10^{-5} = 47 \times 0{,}00001 = 0{,}47 \times 0{,}001 = \mathbf{0,47 \times 10^{-3}}$$

(expoente -3, menor para maior)

21. $12 \times 10^{-5} =$

22. $9130 \times 10^{-6} =$

GABARITO:

1. $1{,}5 \times 10^2$
2. $1{,}5 \times 10^4$
3. $9{,}701 \times 10^7$
4. $1{,}07 \times 10^2$
5. $1{,}32 \times 10^7$
6. $5{,}5 \times 10^{-2}$
7. $1{,}94 \times 10^{-4}$
8. $7{,}44 \times 10^{-6}$
9. $9{,}87 \times 10^{-4}$
10. $1{,}98 \times 10^{-6}$
11. 23000
12. 7440
13. 0,00045
14. 0,0009566
15. $0{,}78 \times 10^3$
16. $4{,}18 \times 10^3$
17. 690×10^3
18. $35{,}7 \times 10^3$
19. 29×10^{-3}
20. 7000×10^{-3}
21. $0{,}12 \times 10^{-3}$
22. $9{,}13 \times 10^{-3}$

Exercícios: Sistema métrico decimal

Expresse em metros e em quilômetros:

1. $0{,}85\ cm =$ $\quad m$
2. $0{,}001\ Km =$ $\quad m$
3. $3{,}518\ dm =$ $\quad m$
4. $4{,}003\ cm =$ $\quad m$
5. $236\ m =$ $\quad Km$
6. $491\ 532\ 421\ mm =$ $\quad Km$
7. $4315\ m =$ $\quad Km$

Expresse nas unidades indicadas:

8. $2000\ dm^2 =$ $\quad m^2$
9. $45{,}54\ hm^2 =$ $\quad m^2$
10. $0{,}01\ m^2 =$ $\quad dm^2$
11. $0{,}32\ dm^2 =$ $\quad mm^2$
12. $0{,}215\ dm^3 =$ $\quad cm^3$
13. $2{,}35\ hm^3 =$ $\quad dam^3$
14. $0{,}218\ cm^3 =$ $\quad dm^3$
15. $0{,}003\ m^3 =$ $\quad mm^3$
16. $2\ dg =$ $\quad g$
17. $3500\ mg =$ $\quad g$
18. $3{,}5\ dag =$ $\quad g$
19. $3000\ g =$ $\quad Kg$
20. $2{,}54\ t =$ $\quad Kg$
21. $5\ quilogramas\ e\ 500\ gramas$ = $\quad g$

GABARITO:

1. 0,0085 m
2. 1 m
3. 0,3518 m
4. 0,04003 m
5. 0,236 Km
6. 491,532421 Km
7. 4,315 Km
8. 20 m^2
9. 455 400 m^2
10. 1 dm^2
11. 3.200 mm^2
12. 215 cm^3
13. 2.350 dam^3
14. 0,000218 dm^3
15. 3.000.000 mm^3
16. 0,2 g
17. 3,5 g
18. 35 g
19. 3 Kg
20. 2540 Kg
21. 5500 g

Exercícios: Equação do 1º grau

Resolva as seguintes equações:

1. $5(1-x)-2x+1=-3(2+x)$

2. $2+3[x-(3x+1)]=5[x-(2x-1)]$

3. $4(x-3)=2x-5$

4. $\frac{x}{3}+\frac{x}{2}=15$

5. $5(2x-4)=7(x+1)-3$

6. $\frac{4}{5x+1}=\frac{9}{10x+6}$

7. $\frac{5x+1}{4}=\frac{10x+6}{9}$

8. $x[1+2(3-1)]=4x-7$

9. $4+[x-(2+1)^2+1]=6-x(1-2)^2$

10. $3(x-1)-(x-3)+5(x-2)=18$

11. $5(x-3)-4(x+2)=2+3(1-2x)$

12.
$$\frac{x-3}{4}-\frac{2x-1}{5}=5$$

13.
$$\frac{x}{4}+\frac{3x-2}{2}=\frac{x-3}{2}$$

14.
$$\frac{3(x-5)}{6}+\frac{2x}{4}=7$$

15.
$$\frac{x}{5}-2=\frac{5(x-3)}{4}$$

16.
$$\frac{x-1}{2}+\frac{x-2}{3}=\frac{x-3}{4}$$

17.
$$\frac{3x+5}{4}-\frac{2x-3}{3}=3$$

18. A população de uma cidade A é o triplo da população da cidade B. Se as duas cidades juntas têm uma população de 100.000 habitantes, quantos habitantes tem a cidade B?

19. Uma casa com $260\ m^2$ de área construída possui 3 quartos de mesmo tamanho. Qual é a área de cada quarto, se as outras dependências da casa ocupam $140\ m^2$?

20. Luís e Maria resolveram comprar suas coleções de "compact disc". Descobriram que têm ao todo 104 CDs e que se Maria tivesse 12 CDs a menos teria o triplo do número de CDs do Luís. Qual é a quantidade de CDs que Luís possui?

21. Meu irmão é cinco anos mais velho do que eu. O triplo da minha idade, somando ao dobro da idade dele, dá 100 anos. Qual a minha idade?

22. Eu tenho o dobro da idade de minha filha, se a diferença de nossas idades é 23 anos, minha idade é:

23. Um aluno ganha 5 pontos por exercícios que acerta e perde 3 por exercícios que erra. Ao fim de 50 exercícios, tinha 130 pontos. Quantos exercícios acertou?

24. Doze rapazes cotizaram-se para comprar um barco. Como dois deles desistiram, cada um teve que pagar mais R$ 200,00. Qual o preço do barco?

25. Dizia um pastor: "Se eu tivesse mais duas ovelhas poderia dar aos meus três filhos, respectivamente, 1/3, 1/4 e 1/6 daquele total e ficaria com as três restantes." O número de ovelhas que o pastor possuía era:

26. Em uma corporação militar os recrutas foram separados em três gêneros: no primeiro ficaram 2/3 mais 60 recrutas, no segundo 1/15 mais 90 e no terceiro os 330 restantes. O número de recrutas na corporação é:

27. Um negociante vendeu uma peça de fazenda à três pessoas. A primeira comprou 1/3 da peça e mais 10 metros; a segunda adquiriu 1/5 da peça e mais 12 metros; a terceira comprou os 20 metros restantes. O comprimento total da peça era de:

GABARITO:

1. 3
2. -6
3. 3,5
4. 18
5. 8
6. 3
7. 3
8. -7
9. 5
10. 4
11. 4
12. -37
13. -2/5
14. 57/6
15. 35/21
16. 5/7
17. 9
18. 25.000
19. 40
20. 23 CDs
21. 18 anos
22. 46 anos
23. 35
24. R$ 12.000,00
25. 10
26. 1.800
27. 90m

Exercícios: Sistemas de equações do 1º grau

Resolva os seguintes sistemas:

1.
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 3x - 2y = -14 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} 2x - 5y = 9 \\ 7x + 4y = 10 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} 4x + 5y = 2 \\ 6x + 7y = 4 \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} 2x + 5y = 0 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

GABARITO:

1. $S = \{[3, 2]\}$
2. $S = \{[-2, 4]\}$
3. $S = \{[2, -1]\}$
4. $S = \{[3, -2]\}$
5. $S = \{[0, 0]\}$

Exercícios: Equação do 2º grau

Resolva as seguintes equações:

1. $x^2 - 5x + 6 = 0$

2. $x^2 + 2x - 8 = 0$

3. $x^2 - 5x + 8 = 0$

4. $-x^2 + x + 12 = 0$

5. $3x^2 - 7x + 2 = 0$

6. $2x^2 = -12x - 18$

7. $x^2 + x - 7 = 5$

8. $x(x + 3) - 40 = 0$

9. $x^2 - 6x + 9 = 0$

10. $(x - 3)^2 = -2x^2$

11. $2x^2 - 50 = 0$

12. $5x^2 - 15 = 0$

13. $5x^2 + 20 = 0$

14. $2x^2 - 90 = 8$

15. $2(x^2 - 1) = x^2 + 7$

16. $x^2 + 5x = 0$

17. $3x^2 + 5x = 0$

18. $5x^2 + x = 0$

19. $2x^2 = 7x$

20. $-2x^2 + 10x = 0$

21. A soma de um número com o seu quadrado é 90. Calcule esse número.

22. A soma do quadrado de um número com o próprio número é 12. Calcule esse número.

23. O quadrado menos o dobro de um número é igual a -1. Calcule esse número.

24. O quadrado de um número aumentado de 25 é igual a dez vezes esse número.

25. O quadrado de um número é igual ao produto desse número por 3, mais 18. Qual é esse número?

26. Calcule um número inteiro e positivo tal que seu quadrado menos o dobro desse número seja igual a 48.

27. Um azulejista usou 2000 azulejos quadrados e iguais para revestir $45\ m^2$ de parede. Qual é a medida do lado de cada azulejo?

GABARITO:

1. $S = \{2, 3\}$
2. $S = \{2, -4\}$
3. $S = \emptyset$
4. $S = \{-3, 4\}$
5. $S = \left\{2, \frac{1}{3}\right\}$
6. $S = \{-3\}$
7. $S = \{-4, 3\}$
8. $S = \{5, -8\}$
9. $S = \{3\}$
10. $S = \emptyset$
11. $S = \{5, -5\}$
12. $S = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$
13. $S = \emptyset$
14. $S = \{7, -7\}$
15. $S = \{3, -3\}$
16. $S = \{0, -5\}$
17. $S = \left\{0, -\frac{5}{3}\right\}$
18. $S = \left\{0, -\frac{1}{5}\right\}$
19. $S = \left\{0, \frac{7}{2}\right\}$
20. $S = \{0, 5\}$
21. $S = \{9, -10\}$
22. $S = \{3, -4\}$
23. $S = \{1\}$
24. $S = \{5\}$
25. $S = \{6, -3\}$
26. $S = \{8\}$
27. $15\ cm$

Exercícios: equações biquadradas

Resolva as seguintes equações biquadradas:

1. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

2. $4x^4 - 9x^2 + 2 = 0$

3. $3x^2 \cdot (x^2 - 5) = 5 - x^2$

4. $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$

5. $(x^2 + 1)^2 + 50 = 15(x^2 + 1)$

Gabarito:

1. $S = \{\pm 1, \pm 2\}$
2. $S = \{\pm \frac{1}{2}, \pm \sqrt{2}\}$
3. $S = \{\pm \sqrt{5}\}$
4. $S = \{\pm 2\}$
5. $S = \{\pm 2, \pm 3\}$

Exercícios: Critérios de divisibilidade

Quais números abaixo são divisíveis por 2:

1. 1234567
2. 4348730
3. 100438
4. 472571

Quais números abaixo são divisíveis por 3:

5. 130714
6. 204852
7. 147056
8. 3020481

Quais números abaixo são divisíveis por 4:

9. 413084
10. 7574114
11. 748426
12. 12574100

Quais números abaixo são divisíveis por 5:

13. 1458745
14. 41781050
15. 1387421
16. 410748

Quais números abaixo são divisíveis por 6:

17. 591286
18. 313806
19. 195288
20. 589206

Quais números abaixo são divisíveis por 7:

21. 42851529
22. 4607496
23. 689788647
24. 61265155

Quais números abaixo são divisíveis por 8:

25. 2603294
26. 7161138
27. 5232816
28. 52329624

Quais números abaixo são divisíveis por 9:

29. 586926
30. 8821927
31. 5286789
32. 8868242

Quais números abaixo são divisíveis por 10:

33. 12354480
34. 41302015
35. 20408090
36. 324182

Quais números abaixo são divisíveis por 11:

37. 72403617
38. 11323796
39. 724614374
40. 331127359

GABARITO:

1. NÃO
2. SIM
3. SIM
4. NÃO
5. NÃO
6. SIM
7. NÃO
8. SIM
9. SIM
10. NÃO
11. NÃO
12. SIM
13. SIM
14. SIM
15. NÃO
16. NÃO
17. NÃO
18. SIM
19. SIM
20. SIM
21. SIM
22. NÃO
23. NÃO
24. SIM
25. NÃO
26. NÃO
27. SIM
28. SIM
29. SIM
30. NÃO
31. SIM
32. NÃO
33. SIM
34. NÃO
35. SIM
36. NÃO
37. SIM
38. SIM
39. SIM
40. NÃO

Exercícios: Divisores de um número

Indique quantos divisores inteiros positivos possui cada número abaixo:

1. 200

2. 378

3. 2475

4. 1200

Quais são os divisores inteiros positivos dos números abaixo?

5. 100

6. 290

7. 450

8. 240

GABARITO:

1. 12
2. 16
3. 18
4. 30

5. (1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100)
6. (1, 2, 5, 10, 29, 58, 145, 290)
7. (1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 25, 30, 45, 50, 75, 90, 150, 225, 450)
8. (1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 20, 24, 30, 40, 48, 60, 80, 120, 240)

Exercícios: Mínimo múltiplo comum (MMC)

1. Dois pilotos de fórmula 1 percorrem um circuito com velocidades médias constantes. Um deles completa uma volta a cada 3 minutos e 40 segundos e o outro a cada 3 minutos e 50 segundos. Se eles passaram juntos num ponto P desse circuito, qual será o menor intervalo de tempo necessário para que eles passem novamente juntos neste ponto P?

2. Em certa cidade existem três festas que acontecem periodicamente, quais sejam, a festa do milho, a festa da uva e a festa da soja. A festa do milho ocorre a cada quatro anos, a festa da uva ocorre a cada três anos e a festa da soja ocorre a cada seis anos. Se em 2010 estas festas ocorreram simultaneamente, qual será o próximo ano que elas voltarão a ocorrer simultaneamente outra vez?

3. O cometa X passa perto da terra a cada 100 anos, o cometa Y a cada 45 anos e o cometa K a cada 300 anos. Sabe-se que no ano 1.115 foi a última vez que esses três cometas estiveram próximos da Terra ao mesmo tempo. Faça uma previsão da próxima vez que eles estarão, simultaneamente, próximos à Terra.

4. Três navios fazem viagens entre dois pontos. O primeiro a cada 4 dias, o segundo a cada 6 dias e o terceiro a cada 9 dias. Se esses navios partirem juntos, depois de quantos dias voltarão a sair juntos, novamente?

5. Em uma casa há quatro lâmpadas, a primeira acende a cada 27 horas, a segunda acende a cada 45 horas, a terceira acende a cada 60 horas e a quarta só acende quando as outras três estão acesas ao mesmo tempo. De quantas em quantas horas a quarta lâmpada vai acender?

6. Alguns cometas passam pela terra periodicamente. O cometa A visita a Terra de 12 em 12 anos e o B, de 32 em 32 anos. Em 1910, os dois cometas passaram por aqui. Em que ano os dois cometas passarão juntos pelo planeta novamente?

7. Em uma árvore de natal, três luzes piscam com frequências diferentes. A primeira pisca a cada 4 segundos, a segunda a cada 6 segundos e a terceira a cada 10 segundos. Se, num dado instante, as luzes piscam ao mesmo tempo, após quantos segundos voltarão, a piscar juntas?

8. Três viajantes partem num mesmo dia de uma cidade A. Cada um desses três viajantes retorna à cidade A exatamente a cada 30, 48 e 72 dias, respectivamente. O número mínimo de dias transcorridos para que os três viajantes estejam juntos novamente na cidade A é:

9. Dois ciclistas saem juntos, no mesmo instante e no mesmo sentido, do mesmo ponto de partida de uma pista circular. O primeiro dá uma volta em 132 segundos e o outro em 120 segundos. Calcule os minutos que levarão para se encontrar novamente.

GABARITO:

1. 84 minutos e 20 segundos
2. 2022
3. 2015
4. 36
5. 540
6. 2006
7. 60
8. 720
9. 22

Exercícios: Máximo divisor comum (MDC)

1. Uma bibliotecária recebe 130 livros de Matemática e 195 livros de Português. Ela quer arrumá-los em estantes, colocando igual quantidade de livros em cada estante, sem misturar livros de Matemática e de Português na mesma estante. Quantos livros ela deve colocar em cada estante para que o número de estantes utilizadas seja o menor possível?

2. Uma locadora adquiriu 220 DVDs de filme e 275 DVDs de shows. Deve-se armazená-los em prateleiras, colocando igual quantidade de DVDs em cada prateleira, sem misturar os de filme com os de shows na mesma prateleira. Quantos DVDs devem ser colocados em cada prateleira para que o número de prateleiras utilizadas seja o menor possível? Quantas prateleiras serão utilizadas neste caso?

3. Determine o número mínimo necessário de placas para cobrir uma superfície retangular de comprimento 12,8 m e largura 9,6 m, sabendo que essas placas são quadradas, todas de lado igual a X cm (X inteiro). Observação: para que haja um número mínimo de placas, as dimensões das mesmas devem ser máximas.

4. Uma sala retangular medindo 3 m por 4,25 m deve ser ladrilhada com ladrilhos quadrados iguais. Supondo que não haja espaço entre ladrilhos vizinhos, pergunta-se:
a) Qual deve ser a dimensão máxima, em centímetros, de cada um desses ladrilhos para que a sala possa ser ladrilhada sem cortar nenhum ladrilho?

b) Quantos desses mesmos ladrilhos são necessários?

5. Para levar os alunos de certa escola a um museu, pretende-se formar grupos que tenham iguais quantidades de alunos e de modo que em cada grupo todos sejam do mesmo sexo. Se nessa escola estudam 1350 rapazes e 1224 garotas e cada grupo deverá ser acompanhado de um único professor, calcule:
a) O número de alunos por grupo.

b) O número mínimo de professores necessários para acompanhar todos os grupos nessa visita.

6. Considere dois rolos de barbante, um com 96 m e o outro com 150 m de comprimento. Pretende-se cortar todo o barbante dos dois rolos em pedaços de mesmo comprimento. Qual o menor número de pedaços que poderá ser obtido?

7. Seu Flávio, o marceneiro, dispõe de três ripas de madeira que medem 60 cm, 80 cm e 100 cm de comprimento, respectivamente. Ele deseja cortá-las em pedaços iguais de maior comprimento possível. Qual é a medida procurada?

8. Duas tábuas devem ser cortadas em pedaços de mesmo comprimento e de tamanho maior possível. Se uma delas tem 196 centímetros e a outra 140 centímetros, quanto deve medir cada pedaço?

9. Três peças de tecido medem respectivamente, 180 cm, 252 cm e 324 cm. Pretende-se dividir em retalhos de igual comprimento. Qual deverá ser esse comprimento de modo que o número de retalhos seja o menor possível? Qual o total de retalhos obtidos?

10. Para a confecção de sacolas serão usados dois rolos de fio de nylon. Esses rolos, medindo 450 cm e 756 cm serão divididos em pedaços iguais e do maior tamanho possível. Sabendo que não deve haver sombras, quantos pedaços serão obtidos?

11. Um escritório comprou os seguintes itens: 140 marcadores de texto, 120 corretivos e 148 blocos de rascunho e dividiu esse material em pacotinhos, cada um deles contendo um só tipo de material, porém todos com o mesmo número de itens e na maior quantidade possível. Sabendo-se que todos os itens foram utilizados, determine o número total de pacotinhos feitos.

GABARITO:

1. 65
2. 55 livros e 9 prateleiras
3. 12 placas
4. a) 25 cm
   b) 204 ladrilhos
5. a) 18 alunos por grupo
   b) 143 professores
6. 41 pedaços
7. 20
8. 28
9. 36 e 21
10. 67
11. 102

Exercícios: Razão e proporção

1. Eduardo tem 12 anos e seu pai 36 anos. Calcule a razão entre as idades de Eduardo e de seu pai.

2. Dos 50 alunos de uma classe, 35 são meninas. A razão entre o número de meninos e o número de meninas é:

3. Calcule a razão entre as áreas de um quadrado de lado 5 cm e um retângulo de base 2 cm e altura 0,3 dm.

4. X está para 5 assim como 4 está para 10. Qual o valor de X ?

5. Determine dois números tais que a razão entre eles é igual a $\frac{2}{3}$ e cuja soma é 25.

6. Determine dois números positivos, tais que sua razão é igual a $\frac{5}{4}$ e cuja diferença vale 7.

7. Obter as três partes do número 42, proporcionais a 1, 2 e 3.

8. Sabendo que $\frac{m}{35} = \frac{n}{30} = \frac{p}{5}$ e que $m + n - p = 24$, calcule m, n e p.

9. Dividir o número 144 em partes inversamente proporcionais a 3, 4 e 12.

10. Determine três números cuja soma é 119, sabendo que o primeiro está para 3 assim como o segundo está para 5, assim como o terceiro está para 9.

11. Que número diminuído de seus 2/5 e dos seus 3/7 é igual a 12?

12. Se a razão entre o valor bruto e o líquido de certo salário é de 6/5, que fração do salário foi descontado?

13. Se dois investimentos estão entre si na razão de 9/4 e o maior deles excede o menor em R$ 15.000. Então a soma desses investimentos é?

14. Repartir 32 em partes proporcionais aos números 3, 5 e 8. Quais são os números?

15. O número 192 foi dividido em três partes, tais que a segunda é o dobro da primeira, e a terceira parte excede a segunda de 12 unidades. As partes valem:

16. Dois irmãos repartiram uma herança em partes diretamente proporcional às idades. Sabendo que cada um deles ganhou, respectivamente, R$ 3.800,00 e R$ 2.200,00, e que as suas idades somam 60 anos, qual é a idade de cada um deles?

17. Certa quantia foi dividida entre duas pessoas em partes proporcionais a 2 e 3. Sabendo que a segunda recebeu a mais que a primeira R$ 1.000, determinar qual o valor total da quantia distribuída.

18. Em seu primeiro mês de atividade, uma microempresa lucrou R$ 660,00. Os sócios A e B investiram, respectivamente, R$ 15 000,00 e R$ 18 000,00. Como deve ser dividido o lucro entre eles, uma vez que este é diretamente proporcional ao capital investido?

19. Em uma pesquisa sobre um projeto cultural realizada com a população adulta de um município, verificou-se que, para cada 3 pessoas favoráveis, haviam 7 pessoas contrárias ao projeto. O total de adultos do município é estimado em 20 000.

    a) Qual é o número de adultos favoráveis ao projeto?

    b) Admita que 1/5 dos homens e 2/5 das mulheres sejam favoráveis ao projeto. Qual é o número de homens contrários ao projeto?

20. No dia da inauguração de uma livraria, foram vendidos 750 livros. Sendo de 2 para 3 a razão entre o número dos livros vendidos de autores estrangeiros e de autores brasileiros, determine:

    a) Quantos livros de autores brasileiros foram vendidos nesse dia.

    b) Quantos livros de autores estrangeiros foram vendidos nesse dia.

    c) A diferença entre esses dois valores.

21. Em cada tabela, x é diretamente proporcional a y. Determine os valores desconhecidos.

    a)

X	3	6	16	30
Y	2	4	a	b

    b)

X	1,4	1,8	a	3,2	4
Y	0,7	b	1,2	c	d

GABARITO:

1. 1/3
2. 3/7
3. 25/6
4. 2
5. 10 e 15
6. 35 e 28
7. x = 7, y = 14 e z = 21
8. m = 14, n = 12 e p =2
9. x = 72, y = 54 e z =18
10. x = 21, y = 35 e z =63
11. 70
12. 1/6
13. R$ 39.000
14. 6, 10 e 16
15. 36, 72 e 84
16. 38 e 22 anos
17. R$ 5.000
18. A deve receber R$ 300,00 e B deve receber R$ 360,00.
19. a) 6 000
    b) 8 000
20. a) 450
    b) 300
    c) 150
21. a) $a = \frac{32}{3}\ e\ b = 20$
    b) $a = 2{,}4; b = 0{,}9; c = 1{,}6\ e\ d = 2$

Exercícios: Regra de 3 simples

1. Uma fábrica produz 1.200 automóveis por dia, utilizando 6 máquinas. Se utilizar 13 máquinas nas mesmas condições, quantos automóveis produzirá por dia?

2. Quantos litros de leite são utilizados para fabricar 48 Kg de manteiga, se em 8 Kg de manteiga são utilizados 6 litros de leite?

3. Com 50 Kg de trigo, obtêm-se 35 Kg de farinha. Quantas sacas de 60 Kg de farinha podem ser obtidas com 1.200 Kg de trigo?

4. Uma torneira, despejando 5 litros de água por minuto, enche um tanque em 2 horas. Se a torneira despejasse 8 litros de água por minuto, quanto tempo levaria para encher o tanque?

5. Três máquinas cavam um túnel em 10 dias. Para cavá-lo em 2,5 dias quantas máquinas são necessárias?

6. Um avião, com velocidade de 800 quilômetros por hora, efetua uma viagem em 2 horas. Em quanto tempo efetuaria a mesma viagem, se sua velocidade fosse de 1.200 quilômetros por hora?

7. Um terreno retangular com 5 m de frente e 20 m de fundo custou R$ 800.000. Quanto custará outro terreno retangular com 10 m de frente e 30 m de fundo?

8. Uma máquina produz 20 peças em 25 min. Quantas peças produzirá em 35 min?

9. Uma vela de 36 cm de altura, diminui 1,8 mm por minuto, quanto tempo levará para se consumir?

GABARITO:

1. 2600
2. 36
3. 14
4. 75 min
5. 12
6. 80 min
7. R$ 2.400.000
8. 28
9. 3h e 20 min

Exercícios: Regra de 3 composta

1. Dez operários produzem 15 peças em 6 dias. Quantas peças serão produzidas por 30 operários em 8 dias?

2. Dezesseis caminhões transportam 80 toneladas de carga em 9 dias. Quantos caminhões serão necessários para transportar 60 toneladas em 6 dias?

3. Quinze costureiras fazem 42 calças em 5 dias. Quantos dias levarão 25 costureiras para fazer 70 calças?

4. Em quinze dias, 32 bois consomem 180 Kg de ração. Em quantos dias 40 bois consumirão 240 Kg de ração?

5. Uma turma de45 operários construiu 100 m de uma estrada em 20 dias. 4/9 dos operários foram dispensados. Quanto tempo levarão os q sobraram para construir 150 m de estrada?

6. Trabalhando 8 horas por dia, 10 arados preparam um terreno de 2.000 m^2 em 7 dias. Quantos arados são necessários para preparar um terreno de 3.000 m^2 em 14 dias, trabalhando 6 horas por dia?

7. 45 operários fazem uma obra em 16 dias, trabalhando 7 horas por dia; quantos operários serão necessários para fazer a mesma obra em 12 dias, trabalhando 10 horas por dia?

8. 18 máquinas impressoras imprimiram uma certa quantidade de livros em 10 dias, trabalhando 6h/dia. Tendo quebrado 1/3 das máquinas, quanto tempo levarão as demais máquinas para imprimir o dobro da quantidade anterior de livros, trabalhando 9h/dia?

9. 15 operários, trabalhando 8h/dia, em 30 dias manufaturaram 900 pares de sapatos. Quantos pares serão manufaturados por 8 operários, trabalhando 40 dias de 6 horas, sabendo-se que os novos sapatos apresentam o dobro da dificuldade dos primeiros?

10. Um gramado de 720 metros quadrados foi podado por seis homens, que trabalharam seis horas por dia durante dois dias. Quantos metros quadrados três homens conseguiriam podar se trabalhassem oito horas por dia durante três dias?

11. Trabalhando 8 horas por dia, os 2500 operários de uma indústria automobilística produzem 500 veículos em 30 dias. Quantos dias serão necessários para que 1200 operários produzam 450 veículos, trabalhando 10 horas por dia?

GABARITO:

1. 60
2. 18
3. 5 dias
4. 16
5. 54 dias
6. 10
7. 42
8. 20 dias
9. 240
10. 720
11. 45 dias

Exercícios: Porcentagem

Transforme em taxa percentual:

1. $\frac{15}{100} =$
2. $\frac{53}{100} =$
3. $\frac{1}{4} =$
4. $\frac{5}{25} =$
5. $\frac{7}{20} =$
6. $\frac{5}{50} =$

7. Uma escola de 1.500 alunos teve 72% de aprovação. Quantos foram os alunos aprovados?

8. João comprou um relógio por R$ 2.000 e teve um desconto de R$ 500. Qual foi a taxa de desconto?

9. Numa classe de 50 alunos, compareceram 80%. Quantos alunos faltaram?

10. Um comerciante comprou um artigo por R$ 240 e o vendeu por R$ 360. Qual foi a taxa de lucro em relação ao preço de compra?

11. Comprei uma mercadoria com 12% de desconto e por isso paguei R$ 78 a menos que o preço do mercado. Qual o preço do mercado?

12. Um operário que ganhava R$ 10.000 teve um aumento de 45%. Quanto passou a receber?

13. Num colégio existem 300 moças e 700 rapazes. Qual o percentual de moças?

14. Uma conta de R$ 240 foi paga adiantada por R$ 210. Qual foi a taxa de desconto?

15. A taxa percentual do decimal 6,8 é?

16. O número decimas da taxa percentual 25% é?

17. O custo de um par de sapatos é igual ao custo de um terno. Um lojista vende o par de sapatos com prejuízo de 5% sobre o custo, e o terno com 30% de lucro sobre o preço de custo, recebendo pelos dois R$ 180. O preço da venda do terno, em reais, é:

18. Um comerciante comprou um artigo por R$ 240 e o vendeu por R$ 300. Qual foi a taxa de lucro em relação ao preço de venda?

19. Um fabricante obtém 10% de manteiga do peso do leite que consome. Se cada litro de leite pesa 950 g, quantos litros são necessários para produzir 19 Kg de manteiga?

20. Uma liga metálica tem 35% de cobre e o restante de zinco. Qual o peso da liga que se obtém com 19,5 Kg de zinco?

21. Um produto é vendido com um lucro bruto de 20%. Sobre o preço total da nota, 10% correspondem as despesas. O lucro líquido do comerciante é de:

22. Num grupo de 400 pessoas, 70% são do sexo masculino. Se, desse grupo, 10% dos homens são casados e 20% das mulheres são casadas, o número de pessoas casadas é igual a:

GABARITO:

1. 15%
2. 53%
3. 25%
4. 20%
5. 35%
6. 10%
7. 1.080 aprovados
8. 25%
9. 10
10. 50%
11. R$ 650
12. R$ 14.500
13. 30%
14. 12,5%
15. 680%
16. 0,25
17. R$ 104
18. 20%
19. 200
20. 30 Kg
21. 8%
22. 52

Exercícios: Porcentagem

Transforme em taxa percentual:

1. $\frac{15}{100} =$
2. $\frac{53}{100} =$
3. $\frac{1}{4} =$
4. $\frac{5}{25} =$
5. $\frac{7}{20} =$
6. $\frac{5}{50} =$

7. Uma escola de 1.500 alunos teve 72% de aprovação. Quantos foram os alunos aprovados?

8. João comprou um relógio por R$ 2.000 e teve um desconto de R$ 500. Qual foi a taxa de desconto?

9. Numa classe de 50 alunos, compareceram 80%. Quantos alunos faltaram?

10. Um comerciante comprou um artigo por R$ 240 e o vendeu por R$ 360. Qual foi a taxa de lucro em relação ao preço de compra?

11. Comprei uma mercadoria com 12% de desconto e por isso paguei R$ 78 a menos que o preço do mercado. Qual o preço do mercado?

12. Um operário que ganhava R$ 10.000 teve um aumento de 45%. Quanto passou a receber?

13. Num colégio existem 300 moças e 700 rapazes. Qual o percentual de moças?

14. Uma conta de R$ 240 foi paga adiantada por R$ 210. Qual foi a taxa de desconto?

15. A taxa percentual do decimal 6,8 é?

16. O número decimas da taxa percentual 25% é?

17. O custo de um par de sapatos é igual ao custo de um terno. Um lojista vende o par de sapatos com prejuízo de 5% sobre o custo, e o terno com 30% de lucro sobre o preço de custo, recebendo pelos dois R$ 180. O preço da venda do terno, em reais, é:

18. Um comerciante comprou um artigo por R$ 240 e o vendeu por R$ 300. Qual foi a taxa de lucro em relação ao preço de venda?

19. Um fabricante obtém 10% de manteiga do peso do leite que consome. Se cada litro de leite pesa 950 g, quantos litros são necessários para produzir 19 Kg de manteiga?

20. Uma liga metálica tem 35% de cobre e o restante de zinco. Qual o peso da liga que se obtém com 19,5 Kg de zinco?

21. Um produto é vendido com um lucro bruto de 20%. Sobre o preço total da nota, 10% correspondem as despesas. O lucro líquido do comerciante é de:

22. Num grupo de 400 pessoas, 70% são do sexo masculino. Se, desse grupo, 10% dos homens são casados e 20% das mulheres são casadas, o número de pessoas casadas é igual a:

GABARITO:

1. 15%
2. 53%
3. 25%
4. 20%
5. 35%
6. 10%
7. 1.080 aprovados
8. 25%
9. 10
10. 50%
11. R$ 650
12. R$ 14.500
13. 30%
14. 12,5%
15. 680%
16. 0,25
17. R$ 104
18. 20%
19. 200
20. 30 Kg
21. 8%
22. 52

Exercícios: Juros simples

1. Quais os juros produzidos em 1 ano por um capital de R$ 75.000, aplicado à taxa de 7% ao mês?

2. A que taxa devemos empregar o capital de R$ 32.000 para que renda R$ 8.000 de juros em 2 anos?

3. Ganhei R$ 6.000 de juros em 3 anos, aplicando um capital à taxa de 10% ao ano. Quanto apliquei?

4. Um capital de R$ 80.000 rendeu juros de R$ 56.000, aplicado a 7% ao ano. Qual foi o tempo de aplicação?

5. Quantos meses de aplicação serão necessários para que R$ 120, aplicados à taxa de 8% a.a., rendam juros de R$ 5,60?

6. Emprestei a um amigo R$ 54.000 a uma taxa de 12% ao ano. Depois de certo tempo, ele devolveu-me o empréstimo, pagando R$ 360 de juros. Durante quantos dias o meu dinheiro esteve emprestado?

7. Uma quantia, aplicada a 5% ao ano, rendeu de juros outra quantia igual à aplicada. Qual foi o tempo de aplicação?

8. Um capital rendeu, após 4 anos de aplicação, juros iguais à metade do capital aplicado. Qual foi a taxa?

9. Após 3 anos de aplicação de uma quantia, à taxa de 20% ao ano, recebi de juros R$ 12.000 a menos do que apliquei. Quanto apliquei?

10. Após 5 anos de aplicação de um capital, Paulo recebeu de juros 3/5 desse capital. Qual foi a taxa mensal?

11. Um capital duplica-se em 4 anos. A que taxa foi empregado esse capital?

12. Uma pessoa que emprega 2/3 de seu capital a 24% ao ano, e o resto a 1% ao mês. No fim de 2 anos, recebe R$ 48.000 de juros. Qual o capital empregado?

13. Um capital, aplicado por 4 anos, aumentou de 2/5. Qual a taxa que foi aplicado?

14. Um capital de R$ 15.000 foi aplicado a juros simples à taxa bimestral de 3%. Para que seja obtido um montante de R$ 19.050, o prazo dessa aplicação deverá ser de:

15. Uma geladeira é vendida à vista por R$ 1.000 ou em duas parcelas, sendo a primeira com uma entrada de R$ 200 e a segunda, dois meses após, no valor de R$ 880. Qual a taxa mensal de juros simples utilizada?

16. Quanto se deve aplicar a 12% ao mês, para que se obtenha os mesmos juros simples que os produzidos por R$ 400.000 emprestados a 15% ao mês, durante o mesmo período?

17. Um capital aplicado a 5% ao mês a juro simples, triplicará em:

18. Empreguei metade do meu capital, à taxa de 20% ao ano, durante 3 anos. A outra metade, empreguei à taxa de 30% ao ano durante 2 anos. O total de juros que recebi foi de R$ 60.000. Logo, o capital inicial foi de:

19. Que prazo um capital aplicado à taxa de juros simples de 8% a.m. duplica?

20. Um capital foi aplicado a juros simples e, ao completar um período de 1 ano e 4 meses, produziu um montante equivalente a 7/5 de seu valor. A taxa mensal dessa aplicação foi de:

21. Um fogão é vendido por R$ 600.000 à vista ou com uma entrada de 22% e mais um pagamento de R$ 542.880, após 32 dias. Qual a taxa de juros mensal envolvida na operação?

GABARITO:

1. R$ 63.000
2. 12,5% ao ano
3. R$ 20.000
4. 10 anos
5. 7 meses
6. 20 dias
7. 20 anos
8. 12,5% ao ano
9. R$ 30.000
10. 1%
11. 25% ao ano
12. R$ 120.000
13. 10% ao ano
14. 1 ano e 6 meses
15. 5%
16. R$ 500.000
17. 40 meses
18. R$ 100.000
19. 12,5 meses
20. 2,5%
21. 15%

Exercícios: Juros compostos

Determine o montante de uma aplicação de R$10.000,00 pelo prazo de seis meses, a juros compostos de taxa:

1. 2% ao mês;

2. 4% ao bimestre.

3. Qual é a taxa de juros compostos ao bimestre que equivale à taxa de juros compostos de 2% ao mês?

4. Mateus aplicou R$500,00 pelo prazo de seis meses a juros compostos de taxa 21% a.a. Quanto resgatou? Quanto ganhou de juros?

Considere R$10.000,00 aplicados a juros compostos de 5% a.m. Calcule:

5. O montante após dois meses;

6. O juro se a aplicação durar dois meses.

7. Após três anos, o saldo acumulado numa aplicação financeira a juros compostos de 20% a.a. é de R$43.200,00. Quanto foi aplicado, sabendo-se que nenhum outro deposito foi feito?

8. A que taxa anual de juros compostos um capital de R$1.000,00 resulta num montante de 1.690,00 após dois anos?

9. Murilo aplicou R$500,00 a juros compostos durante dois anos, recebendo R$220,00 de juro. Qual foi a taxa percentual ao ano nessa aplicação?

10. Nilmar aplicou R$1.200,00 a juros compostos de taxa 44% a.a., pelo prazo de 180 dias. Quanto vai receber de juro?

11. A que taxa anual de aplicação a juros compostos um capital dobra em dois anos?

12. Um capital de R$1.000,00 está aplicado a juros compostos de taxa de 10% ao trimestre. Em quanto tempo renderá R$210,00 de juro?

13. Uma loja vende um carro à vista por 40.000,00. Como Marco Antônio não tinha o dinheiro para comprá-lo, o vendedor lhe propôs que pagasse 25% à vista e mais uma parcela de 33.075,00 após dois meses. Nessa proposta, qual é a taxa mensal de juros no regime de juros composto?

GABARITO:

1. 11.261,62
2. 11.248,64
3. 4,04%
4. Resgatou R$550,00.
   Juros foi de R$50,00.
5. R$11.025,00
6. R$1.025,00
7. 25.0000,00
8. 30%
9. 20%
10. R$240,00
11. 41,42%
12. 2 trimestres
13. 5%

Exercícios: Conjuntos

Sendo $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{1, 3, 4\}$ e $D = \{1, 2, 3, 4\}$, classifique em V ou F cada sentença abaixo:

1. $A \subset D$ ( )
2. $A \subset B$ ( )
3. $B \subset C$ ( )
4. $D \supset B$ ( )
5. $C = D$ ( )
6. $A \not\subset C$ ( )

Dados os conjuntos $A = \{a, b, c\}$, $B = \{c, d\}$ e $C = \{c, e\}$, determine:

7. $A \cup B =$
8. $A \cup C =$
9. $B \cup C =$

Dados os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, c, d, e\}$ e $C = \{c, e, f\}$, descreva:

10. $A \cap B =$
11. $A \cap C =$
12. $B \cap C =$

Sejam os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, d, e, f, g\}$ e $C = \{b, d, e, g\}$, determine:

13. $A - B =$
14. $B - A =$
15. $(A \cup C) - B =$
16. $A - (B \cap C) =$

17. Em uma escola que tem 415 alunos, 221 estudam inglês, 163 estudam francês e 52 estudam ambas as línguas. Quantos alunos estudam somente inglês ou somente francês? Quantos alunos não estudam nenhuma das duas?

18. Em certa comunidade há indivíduos de três etnias: branca, preta e amarela. Sabendo que 70 são brancos, 350 são não pretos e 50% são amarelos, responda:

a) Quantos indivíduos tem a comunidade?

b) Quantos são os indivíduos amarelos?

GABARITO:

1. V
2. F
3. F
4. V
5. F
6. V
7. $\{a, b, c, d\}$
8. $\{a, b, c, e\}$
9. $\{c, d, e\}$
10. $\{b, c, d\}$
11. $\{c\}$
12. $\{c, e\}$
13. $\{a, b\}$
14. $\{e, f, g\}$
15. $\{a, b\}$
16. $\{a, b, c\}$
17. 280 e 83.
18. a) 560
    b) 280

Exercícios: Conjuntos numéricos

Assinale V para verdadeiro e F para falso:

1. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ ( )
2. $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}_- = \mathbb{Z}$ ( )
3. $\mathbb{Z}_+ \cap \mathbb{Z}_- = \emptyset$ ( )
4. $0 \in \mathbb{Z}_-$ ( )
5. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$ ( )
6. $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ ( )
7. $0 \in \mathbb{Q}$ ( )
8. $517 \in \mathbb{Q}$ ( )
9. $0{,}474747\ldots \in \mathbb{Q}$ ( )
10. $\left\{\frac{4}{7}, \frac{11}{3}\right\} \subset \mathbb{Q}$ ( )
11. $3 \in \mathbb{R}$ ( )
12. $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$ ( )
13. $\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$ ( )
14. $\frac{1}{2} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$ ( )
15. $\sqrt{4} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$ ( )
16. $\sqrt[3]{4} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$ ( )

GABARITO:

1. V
2. V
3. F
4. V
5. V
6. V
7. V
8. V
9. V
10. V
11. V
12. V
13. V
14. F
15. F
16. V

Exercícios: Representação decimal

Coloque na forma de uma fração irredutível os seguintes números racionais:

1. $0{,}4 =$
2. $0{,}444\ldots =$
3. $0{,}32 =$
4. $0{,}323232\ldots =$
5. $54{,}2 =$
6. $5{,}423423423\ldots =$
7. $1{,}090909\ldots =$
8. $0{,}077777\ldots =$
9. $1{,}272727\ldots =$
10. $0{,}625 =$

Calcule o valor de:

11. $$\frac{0{,}2 \cdot 0{,}7 - 4 \cdot 0{,}01}{0{,}5 \cdot 0{,}2} =$$

12. $$0{,}999\ldots + \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{5} - \frac{1}{15}} =$$

GABARITO:

1. 2/5
2. 4/9
3. 8/25
4. 32/99
5. 271/5
6. 602/111
7. 12/11
8. 7/90
9. 14/11
10. 5/8
11. 1
12. 2

Exercícios: Intervalos reais

Determine os seguintes conjuntos:

1. $[2,0] \cap [1,3] =$

2. $[2,0] \cap \,]1,3[\,=$

3. $\left]-1,\frac{2}{5}\right[\cap \left]0,\frac{4}{3}\right[=$

4. $]-\infty,2] \cap [0,+\infty[\,=$

5. $[-1,+\infty[\,\cap \left[-\frac{9}{2},2\right[=$

6. $[1,2] \cap [0,3] \cap [-1,4] =$

7. $[-1,3] \cup [0,4] =$

8. $]-2,1] \cup \,]0,5[\,=$

9. $[-1,3] \cup [3,5] =$

10. $\left[-\frac{1}{2},0\right[\cup \left]-\frac{3}{2},-\frac{1}{4}\right] =$

GABARITO:

1. $[1,2]$
2. $]1,2]$
3. $\left]0,\frac{2}{5}\right[$
4. $[0,2]$
5. $[-1,2[$
6. $[1,2]$
7. $[-1,4]$
8. $]-2,5[$
9. $[-1,5]$
10. $\left]-\frac{3}{2},0\right[$

Exercícios: Termo geral de uma PA

1. Calcule o 17° termo da P.A. cujo primeiro termo é 3 e cuja razão é 5.

2. Obtenha a razão da P.A. em que o primeiro termo é -8 e o vigésimo é 30.

3. Obtenha o primeiro termo da P.A. de razão 4 cujo 23° termo é 86.

4. Qual é o termo igual a 60 na P.A. em que o 2° termo é 24 e a razão é2?

5. Determine a P.A. em que o 6° termo é 7 e o 10° é 15.

6. Qual é a P.A. em que o 1° termo é 20 e o 9° termo é 44?

7. Determine a P.A. em que se verificam as relações:
$a_{12} + a_{21} = 302 \ \ e \ \ a_{23} + a_{46} = 446$

8. Quantos números ímpares há entre 14 e 192?

9. Quantos meios aritméticos devem ser interpolados entre 12 e 34 para que a razão da interpolação seja 1/2?

10. Intercale 12 meios aritméticos entre 100 e 200.

CABARITO:

1. 83
2. $r = 2$
3. $a_1 = -2$
4. a_{20}
5. $(-3, -1, 1, 3, \dots)$
6. $(20, 23, 26, \dots)$
7. $(89, 93, 97, \dots)$
8. 89
9. 43
10. $r = \frac{100}{13}$

Exercícios: Soma dos termos de uma PA

1. Calcule a soma dos 25 termos iniciais da P.A. (1, 7, 13, ...).

2. Obtenha a soma dos 12 primeiros termos da P.A. (6, 14, 22, ...).

3. Qual é o 23° elemento da P.A. de razão 3 em que a soma dos 30 termos iniciais é 255?

4. Uma progressão aritmética de 9 termos tem razão 2 e soma de seus termos igual a 0. Determine o sexto termo da progressão.

5. O primeiro termo de uma progressão aritmética é -10 e a soma dos oito primeiros termos 60. Determine a razão.

6. A soma dos vinte primeiros termos de uma progressão aritmética é -15. Calcule a soma do sexto termo dessa P.A. com o décimo quinto termo.

7. Numa progressão aritmética limitada em que o 1° termo é 3 e o último 31, a soma de seus termos é 136. Determine o número de termos dessa progressão.

8. Quantos termos devem ser somados na P.A. (-5, -1, 3, ...), a partir do 1° termo, para que a soma seja 1590?

9. Determine uma P.A. de 60 termos em que a soma dos 59 primeiros é 12 e a soma dos 59 últimos é 130.

10. Qual é a soma dos múltiplos positivos de 5 formados por 3 algarismos?

GABARITO:

1. 1.825
2. $S_{12} = 600$
3. $a_{23} = 31$
4. $a_6 = 2$
5. r = 5
6. $a_6 + a_{15} = -1{,}5$
7. n = 8
8. 30
9. $a_1 = \frac{-3410}{59}$; r = 2
10. 98.550

Exercícios: Termo geral de uma PG

1. Obtenha o 100° termo da P.G. (2, 6, 18, ...)

2. Se o oitavo termo de uma progressão geométrica é 1/2 e a razão é1/2, qual é o primeiro termo dessa progressão?

3. O quinto e o sétimo termos de uma P.G. de razão positiva valem, respectivamente, 10 e 16. Qual é o sexto termo dessa P.G.?

4. Se $a_1, a_2, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, a_5, a_6, a_7, a_8$formam, nessa ordem, uma P.G., determine os valores de a_1 e a_8.

5. Determine o número de termos da progressão (1, 3, 9, ...) compreendidos entre 100 e 1 000.

6. Uma indústria está produzindo atualmente 100 000 unidades de um certo produto. Quantas unidades estará produzindo ao final de 4 anos, sabendo que o aumento anual da produção é de 10%?

7. Calcule o número de termos da P.G. que tem razão $1/2$, 1° termo 6 144 e último termo 3.

8. Intercale 6 meios geométricos reais entre 640 e 5.

9. Qual é o sexto termo de uma progressão geométrica, na qual dois meios geométricos estão inseridos entre 3 e -24, tomados nessa ordem?

10. Quantos meios devem ser intercalados entre 78 125 e 128 para obter uma P.G. de razão 2/5?

CABARITO:

1. $a_{100} = 2 \cdot 3^{99}$
2. $a_1 = 64$
3. $a_6 = 4\sqrt{10}$
4. $a_1 = \frac{1}{16};\ a_8 = 8$
5. 2
6. 146 410
7. n = 12
8. q = 1/2
9. $a_6 = -96$
10. 6

Exercícios: Soma dos termos de uma PG

1. Calcule a soma das 10 parcelas iniciais da série $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots$.

2. Calcule a soma dos 20 termos iniciais da série $1 + 3 + 9 + 27 + \cdots$.

3. Se $S_3 = 21$ e $S_4 = 45$ são, respectivamente, as somas dos três e quatro primeiros termos de uma progressão geométrica cujo termo inicial é 3, determine a soma dos cinco primeiros termos da progressão.

4. Quantos termos da P.G. (1, 3, 9, 27, ...) devem ser somados para que a soma dê 3280?

5. A soma de seis elementos em P.G. de razão 2 é 1197. Qual é o 1° termo da P.G.?

- Calcule a soma dos termos das seguintes sequências:

6. $\left(2, \frac{2}{5}, \frac{2}{25}, \frac{2}{125}, \dots\right)$

7. $\left(-3, -1, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{9}, \dots\right)$

8. Calcule a expressão $1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{4} + \frac{4}{8} + \frac{5}{16} + \cdots$.

GABARITO:

1. $S_{10} = \frac{1023}{512}$
2. $S_{20} = \frac{3^{20} - 1}{2}$
3. $S_5 = 93$
4. 8
5. $a_1 = 19$
6. 5/2
7. -9/2
8. S = 4

Exercícios: Princípio fundamental da contagem

1- Um homem vai a um restaurante disposto a comer um só prato de carne e uma só sobremesa. O cardápio oferece oito pratos distintos de carne e cinco pratos diferentes de sobremesa. De quantas formas pode o homem fazer sua refeição?

2- Num banco de automóvel o assento pode ocupar 6 posições diferentes e o encosto 5 posições, independentemente da posição do assento. Combinando assento e encosto, quantas posições diferentes esse banco pode assumir?

3- Numa festa existem 80 homens e 90 mulheres. Quantos casais diferentes podem ser formados?

4- Um edifício tem 8 portas. De quantas formas uma pessoa poderá entrar no edifício e sair por outra diferente da que usou para entrar?

5- Num concurso com 12 participantes, se nenhum puder ganhar mais que um prêmio, de quantas maneiras poderão ser distribuídos um primeiro e um segundo prêmios?

6- Um homem possui 10 ternos, 12 camisas e 5 pares de sapatos. De quantas formas poderá ele vestir um terno, uma camisa e um par de sapatos?

7- Uma prova conta de 20 testes do tipo verdadeiro ou falso. De quantas formas uma pessoa poderá responder aos 20 testes?

8- Uma sala tem 10 portas. De quantas maneiras diferentes essa sala pode ser aberta?

9- Quantos números de 3 algarismos (iguais ou distintos) podemos formar com os dígitos 1, 2, 3, 7, 8?

10- Temos um conjunto de 10 nomes e outro de 20 sobrenomes. Quantas pessoas podem receber um nome e um sobrenome, com esses elementos?

11- Um mágico se apresenta em público vestindo calça e paletó de cores diferentes. Para que ele possa se apresentar em 24 sessões com conjuntos diferentes, qual é o número mínimo de peças (número de paletós mais número de calças) de que ele precisa?

12- Quantos números telefônicos em 7 dígitos podem ser formados se usarmos os dígitos de 0 a 9?

13- Um homem encontra-se na origem de um sistema cartesiano ortogonal de eixos O_x e O_y. Ele pode dar um passo de cada vez, para norte (N) ou para leste (L). Quantas trajetórias ele pode percorrer, se der exatamente 4 passos?

Em um baralho de 52 cartas, cinco são escolhidas sucessivamente. Quantas são as sequências de resultados possíveis:

14- Se a escolha for feita com reposição?

15- Se a escolha for feita sem reposição?

GABARITO:

1. 40
2. 30
3. 7.200
4. 56
5. 132
6. 600
7. 2^{20}= 1.048.576 formas
8. $2^{10} - 1 = 1.023$
9. 125
10. 200
11. 10
12. 10.000.000
13. 16
14. 52^5
15. 311.875.200

Exercícios: Fatorial

Calcule:

1. $$\frac{7!}{4!} =$$

2. $$\frac{3! \cdot 5!}{4! \cdot 6!} =$$

3. $$\frac{12! - 13!}{12!} =$$

Simplifique:

4. $$\frac{n!}{(n-2)!} =$$

5. $$\frac{(n+1)!}{(n+2)!} =$$

6. $$\frac{(n+3)!}{(n-2)!} \cdot \frac{(n-1)!}{(n+2)!} =$$

CABARITO:

1. 210
2. 1/24
3. -12
4. $n^2 - n$
5. ${}^{1}/_{n+2}$
6. $n^2 + 2n - 3$

Exercícios: Arranjos

1. Em um campeonato de futebol, participam 20 times. Quantos resultados são possíveis para os três primeiros lugares?

2. Em um torneio (de dois turnos) do qual participam seis times, quantos jogos são disputados?

3. Uma linha ferroviária tem 16 estações. Quantos tipos de bilhetes devem ser impressos, se cada tipo deve assinalar a estação de partida e de chegada, respectivamente?

4. Designando-se seis cidades por A, B, C, D, E e F, determine o número de maneiras que permitem a ida de A até F, passando por todas as demais cidades.

5. De quantas maneiras um técnico de futebol pode formar um quadro de 11 jogadores, escolhidos entre 22, dos quais 3 são goleiros e só o goleiro tem posição fixa?

6. Existem duas urnas. A 1º. com 4 bolas numeradas de 1 a 4 e a 2º. com 3 bolas numeradas de 7 a 9. Duas bolas são extraídas da 1º urna e duas da 2ª urna, sucessivamente e sem reposição. Quantos números (de 4 algarismos) é possível formar nessas condições?

7. Com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, quantos números de 3 algarismos distintos podemos formar?

8. Quantos números pares de 3 algarismos distintos podemos formar com os algarismos 1, 3, 6, 7, 8, 9?

9. Há placas de automóveis que são formadas por duas letras seguidas de 4 algarismos. Quantas placas podem ser formadas com letras A e B e os algarismos pares, sem repetir nenhum algarismos?

10. Com algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, quantos números com algarismos distintos existem entre 500 e 1.000?

11. Com os algarismos 1, 2, 3, ...,9, quantos números de quatro algarismos existem, em que pelo menos dois algarismos são iguais?

12. Com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, quantos números pares de 3 algarismos distintos podemos formar?

13. Com dígitos 2, 5, 6, 7, quantos números formados por 3 dígitos, distintos ou não, são divisíveis por 5?

14. Qual é o total de números múltiplos de 4, com quatro algarismos distintos, que podem ser formados com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6?

GABARITO:

1. 6.840
2. 30
3. 240
4. 24
5. $3 \cdot A_{19,10}$
6. 72
7. 504
8. 40
9. 480
10. 280
11. 3.537
12. 60
13. 16

14. 96

Exercícios: Permutação

Com relação à palavra TEORIA:

1- Quantas anagramas existem?

2- Quantos anagramas começam pela letra T?

3- Quantos anagramas começam por T e terminam com A?

4- Quantos anagramas começam por vogal?

5- Quantos anagramas tem vogais juntas?

6- Quantos anagramas da palavra FILTRO começam por consoantes?

7- Quantas palavras distintas podemos formar com a palavra PERNAMBUCO? Quantas com a sílaba PER?

8- Quantos anagramas da palavra PASTEL começam e terminam com consoante?

9- Calcule o número de anagramas da palavra REPÚBLICA, nos quais vogais se mantêm nas respectivas posições?

10- Dez pessoas, entre elas Antônio e Beatriz, devem ficar em fila. De quantas formas isso pode ser feito se Antônio e Beatriz devem ficar sempre juntos?

11- Temos 5 meninos e 5 meninas. De quantas formas eles podem ficar em fila se meninos e meninas ficam em posições alternadas?

GABARITO:

1. 720
2. 120
3. 24
4. 480
5. 144
6. 480
7. 10! e 8!
8. 288
9. 120
10. $2 \cdot 9!$
11. 28.800

Exercícios: Combinação

1- Existem 10 jogadores de futebol de salão, entre eles João, que por sinal é o único que joga como goleiro. Nessas condições, quantos times de 5 pessoas podem ser escalados?

Um grupo consta de 20 pessoas, das quais 5 matemáticos. De quantas formas podemos formar comissões de 10 pessoas de modo que:

2- Nenhum membro seja matemático?

3- Todos os matemáticos participem da comissão?

4- Haja exatamente um matemático na comissão.

5- Pelo menos um membro da comissão seja matemático?

6- De um grupo de 10 pessoas deseja-se formar uma comissão com 5 membros. De quantas formas isso pode ser feito, se duas pessoas (A e B) ou fazem parte da comissão, ou não?

7- Uma empresa tem 3 diretores e 5 gerentes. Quantas comissões de 5 pessoas podem ser formadas, contendo no mínimo um diretor?

8- Numa classe de 10 estudantes, um grupo de 4 será selecionado para uma excursão. De quantas maneiras o grupo poderá ser formado se dois dos dez são marido e mulher e só irão juntos?

Temos 5 homens e 6 mulheres. De quantas formas:

9- Podemos formar uma comissão de 3 pessoas?

10- Podemos formar uma comissão de 3 pessoas de modo que haja 2 homens e uma mulher, na mesma?

11- Um lote contém 50 peças boas e 10 defeituosas. Extraindo-se 8 peças (sem reposição), não levando em conta a ordem das mesmas, de quantas formas podemos obter 4 peças boas e 4 defeituosas?

12- Em uma urna existem 12 bolas, das quais 7 são pretas e 5 brancas. De quantos modos podemos tirar 6 bolas da urna, das quais 2 são brancas?

13- Uma urna contém 10 bolas brancas e 6 pretas. De quantos modos é possível tirar 7 bolas, das quais pelo menos 4 sejam pretas?

14- Em um congresso há 30 professores de Matemática e 12 de Física. Quantas comissões poderíamos organizar compostas de 3 professores de Matemática e 2 de Física?

15- Quer-se criar uma comissão constituída de um presidente e mais 3 membros. Sabendo que as escolhas devem ser feitas dentre um grupo de 8 pessoas, quantas comissões diferentes podem ser formadas com essa estrutura?

16- Existem 5 pontos, entre os quais não existem 3 colineares. Quantas retas eles determinam?

17- Num plano existem 20 pontos, dos quais 3 nunca são colineares, exceto 6 que estão sobre uma mesma reta. Encontre o número de retas que esses pontos determinam.

18- São dadas 2 retas paralelas. Marcam-se 10 pontos distintos sobre uma e 8 pontos distintos sobre a outra. Quantos triângulos podemos formar ligando 3 quaisquer desses 18 pontos?

GABARITO:

1. $C_9^4 = 126$
2. C_{15}^{10}
3. C_{15}^{5}
4. $5 \cdot C_{15}^{9}$
5. $C_{20}^{10} - C_{15}^{10}$
6. 112
7. 55
8. $C_8^4 + C_8^2 = 98$
9. 165
10. 60
11. $C_{50}^{4} \cdot C_{10}^{4}$
12. $C_5^2 \cdot C_7^4 = 350$
13. 2080
14. 267 960
15. 280
16. 10
17. $C_{20}^{2} - C_6^2 + 1$
18. $C_{18}^{3} - C_{10}^{3} - C_8^3$

Exercícios: Exercícios de ângulos

1. Determine a soma:

$10°30'45'' + 15°29'20'' =$

2. Determine a diferença:

$20°50'45'' - 5°45'30'' =$

3. Determine o produto:

$2 \cdot (10°35'45'') =$

4. Dê a medida do ângulo que vale o dobro do seu complemento.

5. Calcule um ângulo, sabendo que um quarto do seu suplemento vale 36°.

6. Qual é o ângulo que excede o seu complemento em 76°?

7. Dois Ângulos estão na relação 4/9. Sendo 130° sua soma, determine o complemento do menor.

8. Determine dois ângulos suplementares, sabendo que um deles é o triplo do outro.

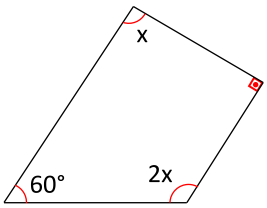
GABARITO:

1. 26°5''
2. 15°5'15''
3. 21°11'30''
4. 60°
5. 36°
6. 83°
7. 50°
8. 135° e 45°

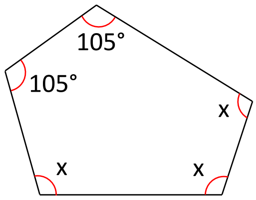
Exercícios: Polígonos

Determine o valor de X em cada caso:

1.



2.



3. Calcule a soma dos ângulos internos de um eneágono.

4. Qual é o polígono cuja soma dos ângulos internos vale 1800°?

5. Calcule o número de diagonais de um decágono.

6. Quantas diagonais podemos traçar, partindo de um vértice de um polígono convexo de 20 lados?

7. Determine o número de diagonais de um polígono regular convexo cujo ângulo externo vale 24º.

8. A razão entre o ângulo interno e o ângulo externo de um polígono regular é 9. Determine o número de lados do polígono.

9. A soma dos ângulos internos com a dos ângulos externos de um polígono regular vale 1800°. Determine o número de diagonais do polígono.

10. Um polígono regular tem 170 diagonais. Quantas passam pelo centro?

GABARITO:

1. 70°
2. 110°
3. 1260°
4. Dodecágono
5. 35
6. 17
7. 90
8. 20
9. 35
10. 10

Exercícios: Triângulos

1. Se o perímetro de um triângulo isósceles é de 100 m e a base mede 40 m, quanto mede cada um dos outros lados?

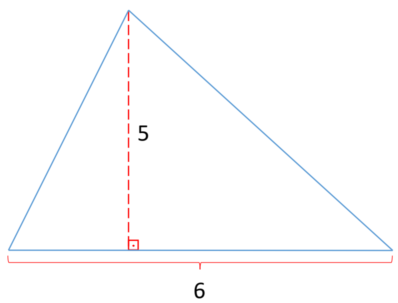
2. Com segmentos de 8 cm, 5 cm e 18 cm pode-se construir um triângulo? Por quê?

3. Dois lados, AB e BC, de um triângulo ABC medem respectivamente 8 cm e 21 cm. Quanto poderá medir o terceiro lado, sabendo que é múltiplo de 6?

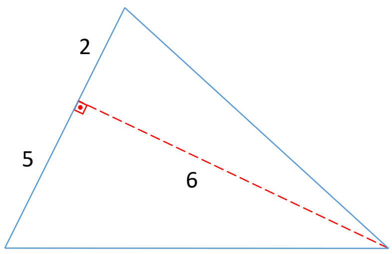
4. Determine o intervalo de variação x, sabendo que os lados de um triângulo são expressos por $x + 10, 2x + 4 \; e \; 20 - 2x$.

Determine a área dos triângulos nos casos abaixo, sendo o metro a unidade das medidas indicadas.

5.



6.



7. Determine a área de um triângulo isósceles de perímetro 36 m se a altura relativa à base mede 12m.

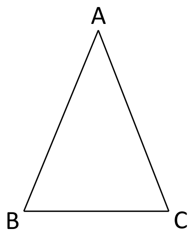
GABARITO:

1. 30 m e 30 m
2. Não, $|8-5| < 18 < 8+5$ é falso.
3. 18 cm ou 24 cm
4. $\frac{6}{5} < x < \frac{26}{3}$
5. $15m^2$
6. $21m^2$
7. $60m^2$

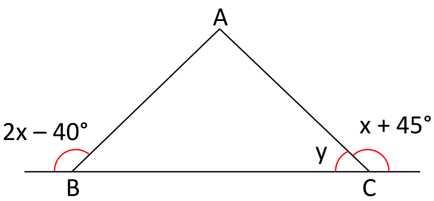
Exercícios: Triângulos

1. Se o Triângulo ABC é isósceles de base $\overline{BC}$, determine X.

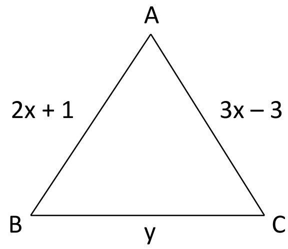
AB = 2x – 7   AC = x + 5



2. Se o Triângulo ABC é isósceles de base $\overline{BC}$, determine x e y.



3. Determine x e y, sabendo que o triângulo ABC é equilátero.



4. Se o perímetro de um triângulo equilátero é de 75 cm, quanto mede cada lado?

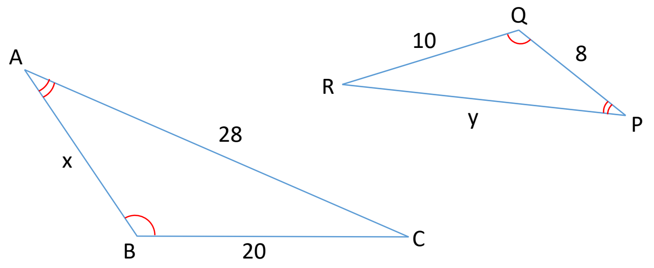
5. Se dois lados de um triângulo isósceles medem 38 cm e 14 cm, qual poderá ser a medida do terceiro lado?

GABARITO:

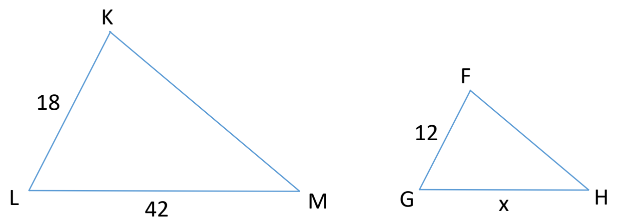
1. 12
2. $x = 85, y = 50°$
3. $x = a, y = 9$
4. 25 cm
5. 38 cm

Exercícios: Semelhança de triângulos

1. Os triângulos ABC e PQR são semelhantes. Determine *x* e *y*.



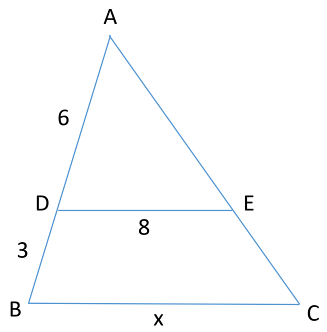
2. Se o triângulo KLM é semelhante ao triângulo FGH, determine *x*.



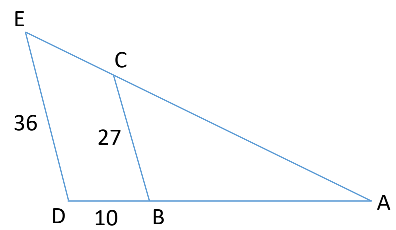
3. Os três lados de um triângulo ABC medem 8 cm, 18 cm e 16 cm. Determine os lados de um triângulo A'B'C' semelhante a ABC, sabendo que a razão de semelhança do primeiro para o segundo é igual a 3.

Se $\overline{DE}$ é paralelo a $\overline{BC}$, determine *x* nos casos:

4.



5. *X* = AD



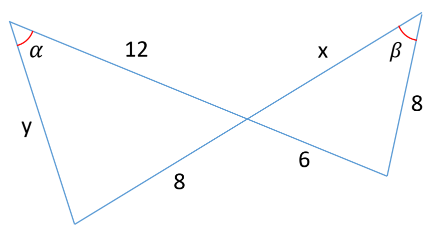
6. O perímetro de um triângulo é 60 m e um dos lados tem 25 m. Qual o perímetro do triângulo semelhante cujo lado homólogo ao lado dado mede 15 m?

7. Os lados de um triângulo medem 8,4 cm, 15,6 cm e 18 cm. Esse triângulo é semelhante a um triângulo cujo perímetro mede 35 cm. Calcule o maior lado do segundo triângulo.

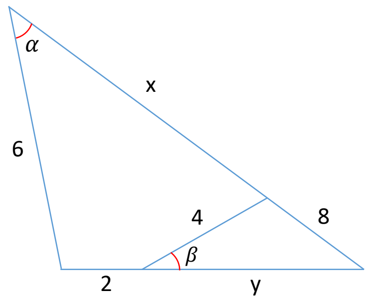
8. Num triângulo ABC os lados medem AB = 4 cm, BC = 5 cm e AC = 6 cm. Calcule os lados de um triângulo semelhante a ABC, cujo perímetro mede 20 cm.

Se $\alpha = \beta$, determine *x* e *y* em cada caso:

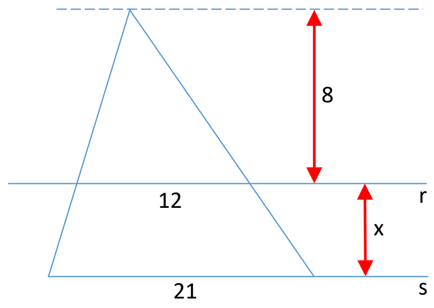
9.



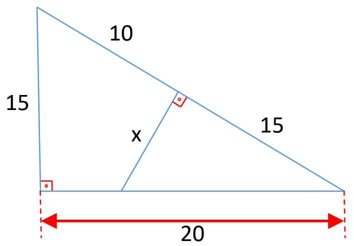
10.



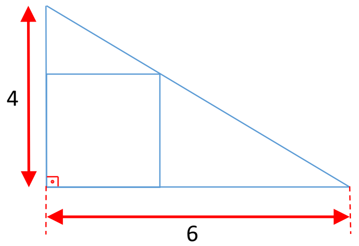
11. Sendo *r* e *s* retas paralelas, determine o valor de *x*:



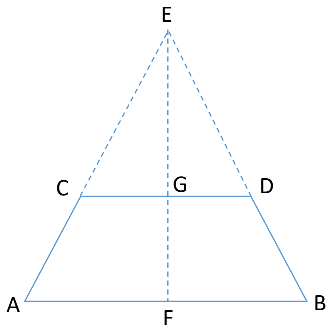
12. Dada a figura, determine o valor de x.



13. Determine a medida do lado do quadrado da figura abaixo.



14. As bases de um trapézio ABCD medem 50 cm e 30 cm e a altura 10 cm. Prolongando-se os lados não paralelos, eles se interceptam num ponto E. Determine a altura $\overline{EF}$ do triângulo ABE e a altura $\overline{EG}$ do triângulo CDE.



15. Num triângulo isósceles de 20 cm de altura e 50/3 cm de base está inscrito um retângulo de 8 cm de altura com base na base do triângulo. Calcule a medida da base do retângulo.

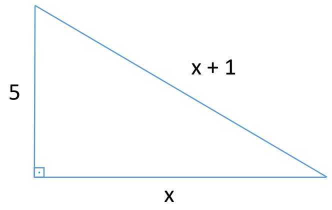
GABARITO:

1. 16; 14
2. 28
3. 8/3 cm; 6 cm; 16/3 cm
4. 12
5. 40
6. 36 cm
7. 15 cm
8. 20/3 cm; 8 cm; 16/3 cm
9. 9; 32/3
10. 7; 10
11. 6
12. 45/4
13. 12/5
14. 15 cm; 25 cm
15. 10 cm

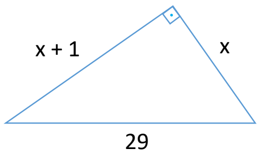
Exercícios: Relações métricas no triângulo retângulo

Determine o valor de x em cada caso:

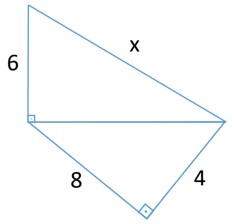
1.



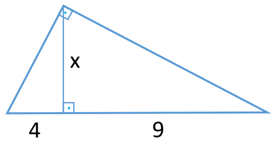
2.



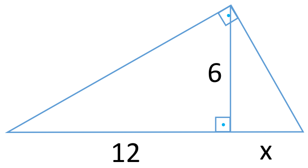
3.



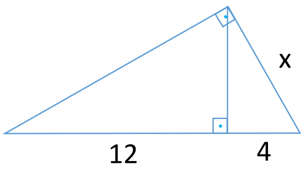
4.



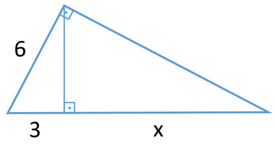
5.



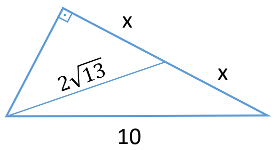
6.



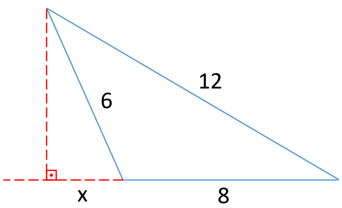
7.



8.

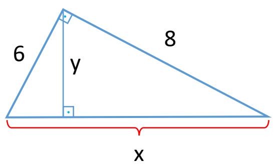


9.

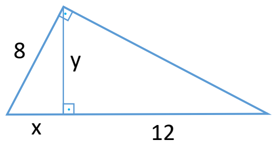


Determine x e y em cada caso:

10.



11.



12. Determine a diagonal de um quadrado de perímetro 20 m.

13. Determine a diagonal de um retângulo de perímetro 20 m e base 6 m.

14. O perímetro de um triângulo isósceles é de 18 m e a altura relativa à base mede 3 m. Determine a base.

15. Calcule a altura e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa, no triângulo retângulo de catetos 12 cm e 16 cm.

16. Uma escada de 2,5 m de altura está apoiada em uma parede e seu pé dista 1,5 m da parede. Determine a altura que a escada atinge na parede, nessas condições.

17. A altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo mede 12 m. Se a hipotenusa mede 25 m, calcule os catetos.

18. Num triângulo ABC, retângulo em A, a altura relativa à hipotenusa mede 1,2 cm e a hipotenusa mede 2,5 cm. Sendo *m* e *n*, respectivamente, as projeções do maior e do menor cateto sobre a hipotenusa, calcule $\frac{m}{n}$.

19. Dois ciclistas partem de uma mesma cidade em direção reta; um em direção leste e outro em direção norte. Determine a distância que os separa depois de duas horas, sabendo que a velocidade dos ciclistas é de 30 km/h e 45 km/h, respectivamente.

Determine a altura de um trapézio de bases 24 cm e 10 cm, sabendo que os lados não paralelos medem respectivamente 15 cm e 13 cm.

GABARITO:

1. 12
2. 20
3. $2\sqrt{29}$
4. 6
5. 3
6. 8
7. 9
8. 4
9. 11/4
10. 10; 24/5
11. 4; $4\sqrt{3}$
12. $5\sqrt{2}\ m$
13. $2\sqrt{13}\ m$
14. 8 m
15. 48/5 cm; 36/5 cm; 64/5 cm
16. 2 m
17. 20 m; 15 m
18. 16/9
19. $30\sqrt{13}\ km$
20. 12 cm

Exercícios: Trigonometria no triângulo retângulo

1. Um garoto empina uma pipa com um fio esticado de 50 m. Sabendo que o ângulo entre o fio e o solo é de 30°, calcule a altura que está a pipa.

2. Do alto da torre de uma plataforma de petróleo marítima, de 45 m de altura, o ângulo de depressão em relação a proa de um barco é de 60°. A que distância o barco está da plataforma?

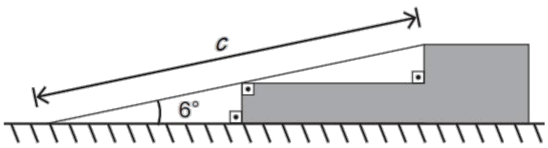
3. Um barco atravessa um rio e segue numa direção que forma com uma das margens um ângulo de 30°. Sabendo que a largura do rio é de 60 m, calcule a distância percorrida pelo barco para atravessar o rio.

4. Um caminhão sobe uma rampa inclinada de 10° em relação ao plano horizontal. Se a rampa tem 30 m de comprimento, a quantos metros o caminhão se eleva, verticalmente, após percorrer toda a rampa?
Dados: $\sin 10° = 0{,}17;\ \cos 10° = 0{,}98;\ \tan 10° = 0{,}18.$

5. Sendo α um ângulo agudo de um triângulo retângulo e $\cos\alpha = 5/13$. Calcule $\sin\alpha$ e $\tan\alpha$.

6. Sendo α um ângulo agudo de um triângulo retângulo e $\tan\alpha = 2/3$. Calcule $\sin\alpha$ e $\cos\alpha$.

7. O acesso a um edifício é feito por uma escada de dois degraus, sendo que cada um tem 16 cm de altura. Para atender portadores de necessidades especiais, foi construída uma rampa. Respeitando a legislação em vigor, a rampa deve formar, com o solo, um ângulo de 6°, conforme a figura: Dados: $\sin 6° = 0{,}10;\ \cos 6° = 0{,}99$



Determine, em metros, a medida c do comprimento da rampa.

GABARITO:

1. 25 m
2. $15\sqrt{3}\ m$ ou $25{,}95\ m$
3. 120 m
4. 5,10 m
5. 12/13 e 12/5
6. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ e $\frac{3\sqrt{13}}{13}$
7. 3,2 m

Exercícios: Triângulo equilátero

Sendo 6 m o lado de um triângulo equilátero, determine:

1. A altura do triângulo =

2. O raio R da circunscrita =

3. O raio r da inscrita =

4. O apótema do triângulo =

Dado um triângulo equilátero de 6 cm de altura, calcule:

5. O raio do círculo inscrito =

6. O lado =

7. O apótema =

8. O raio do círculo circunscrito =

9. Determine a área de um triângulo equilátero com 30 m de perímetro.

10. Determine a área de um triângulo equilátero com 6 m de altura.

11. O apótema de um triângulo equilátero é igual ao lado de um quadrado de 16 cm² de área. Determine a área do triângulo.

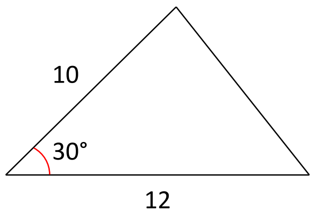
GABARITO:

1. $3\sqrt{3}$
2. $2\sqrt{3}$
3. $\sqrt{3}$
4. $\sqrt{3}$
5. 2 cm
6. $4\sqrt{3}$ cm
7. 2 cm
8. 4 cm
9. $25\sqrt{3}$ m²
10. $12\sqrt{3}$ m²
11. $48\sqrt{3}$ cm²

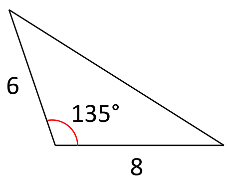
Exercícios: Área de um triângulo

Determine a área do triângulo nos casos abaixo, sendo o metro a unidade das medidas indicadas.

1.



2.

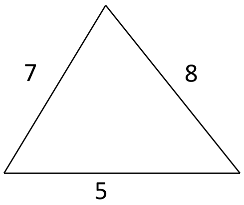


3. Determine a área de um triângulo retângulo, sabendo que um dos catetos mede 10 cm e o ângulo agudo oposto a esse cateto 30°

4. A razão entre a base e a altura de um triângulo é 8/5. Sendo 52 cm a soma da base com a altura, determine a área do triângulo.

5. Determine a área de um triângulo isósceles de perímetro igual a 32 cm, sabendo que sua base excede em 2 cm cada um dos lados congruentes.

6. Determine a área do triângulo abaixo utilizando $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. O metro é a unidade das medidas indicadas.



7. Determine a medida do raio de um círculo inscrito em um triângulo isósceles de lados 10 cm, 10 cm e 12 cm.

8. O apótema de um triângulo equilátero é igual ao lado de um quadrado de $16cm^2$ de área. Determine a área do triângulo.

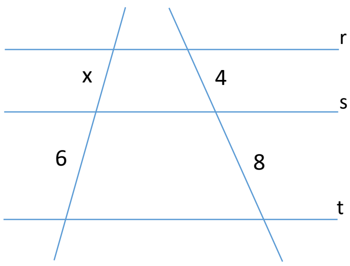
GABARITO:

1. $30\ m^2$
2. $12\sqrt{2}\ m^2$
3. $50\sqrt{3}\ m^2$
4. $320\ cm^2$
5. $48\ cm^2$
6. $10\sqrt{3}\ m^2$
7. $3\ cm$
8. $48\sqrt{3}\ cm^2$

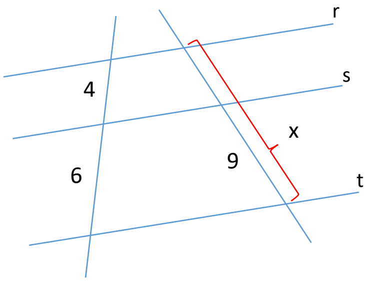
Exercícios: Teorema de Tales

Determine o valor de x em cada caso abaixo, sendo r, s e t retas paralelas.

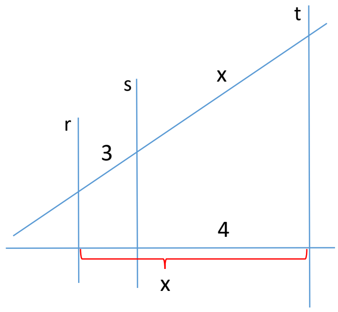
1.



2.

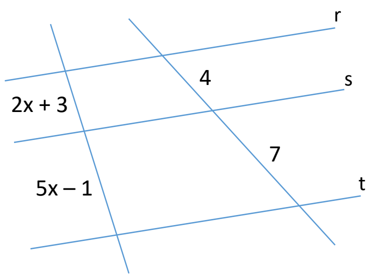


3.

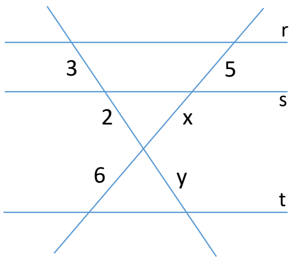


Nas figuras, as retas r, s e t são paralelas. Determine os valores de x e y.

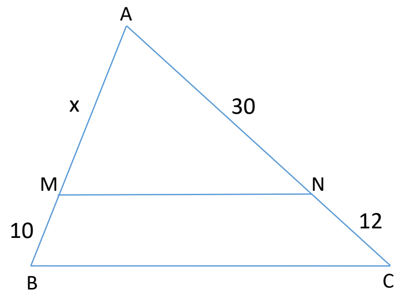
4.



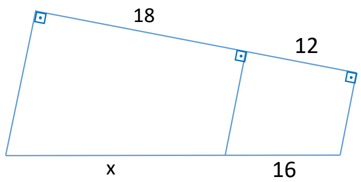
5.



6. Na figura, $\overline{MN}$ é paralela à base $\overline{BC}$ do triângulo ABC. Calcule o valor de x.

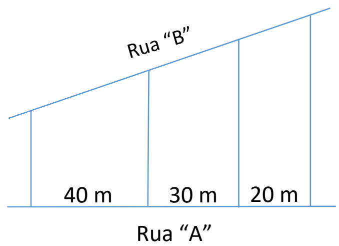


7. Na figura, calcule o valor de x.



8. Um feixe de cinco paralelas determina sobre uma transversal quatro segmentos que medem, respectivamente, 5 cm, 8 cm, 11 cm e 16 cm. Calcule o comprimento dos segmentos que esse mesmo feixe determina sobre uma outra transversal, sabendo que o segmento compreendido entre as paralelas extremas mede 60 cm.

9. Três terrenos têm frente para a rua "A" e para a rua "B", como na figura. As divisas laterais são perpendiculares à rua "A". Qual a medida de frente para a rua "B" de cada lote, sabendo que a frente total para essa rua é 180 m?

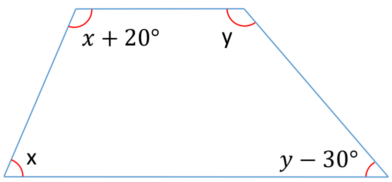


GABARITO:

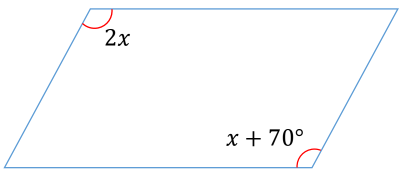
1. 3
2. 15
3. 6
4. 25/6
5. 10/3; 18/5
6. 25
7. 24
8. 15/2; 12; 33/2; 24
9. 80 m, 60 m, 40 m

Exercícios: Quadriláteros

1. Se $ABCD$ é trapézio de bases $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, determine x e y.



2. Se $ABCD$ é um paralelogramo e $\hat{A} = 2x$ e $\hat{C} = x + 70°$, determine $\hat{B}$.

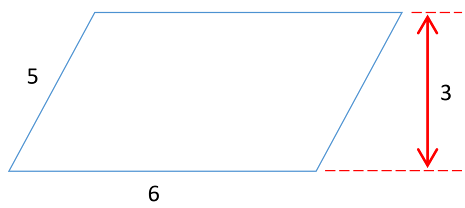


3. Calcule os lados de um paralelogramo, sabendo que o seu perímetro mede 84 m e que a soma dos lados menores representa 2/5 da soma dos lados maiores.

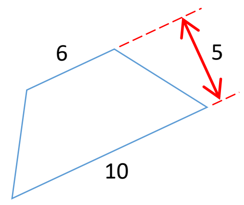
4. A base maior de um trapézio isósceles mede 12 cm e a base menor 8 cm. Calcule o comprimento dos lados não paralelos, sabendo que o perímetro é 40 cm.

Determine a área dos polígonos nos casos abaixo, sendo o metro a unidade das medidas indicadas.

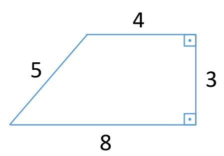
5. Paralelogramo



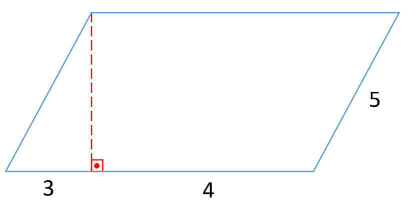
6. Trapézio



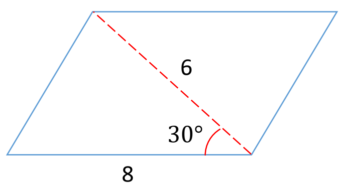
7.



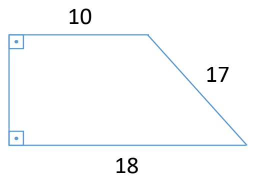
8. Paralelogramo



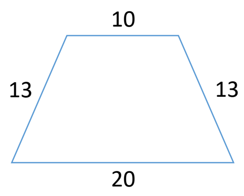
9. Paralelogramo



10.



11. Trapézio



12. As bases de um trapézio isósceles medem, respectivamente, 4 cm e 12 cm. Determine a área desse trapézio, sabendo que o semiperímetro do trapézio é igual a 13 cm.

13. Uma das bases de um trapézio excede a outra em 4 cm. Determine as medidas dessas bases, sendo 40 cm² a área do trapézio e 5 cm a altura.

14. As bases de um trapézio retângulo medem 3 m e 18 m e o perímetro 46 m. Determine a área.

15. A altura de um trapézio isósceles mede $3\sqrt{3}$ m, a base maior 14 m e o perímetro 34 m. Determine a área desse trapézio.

GABARITO:

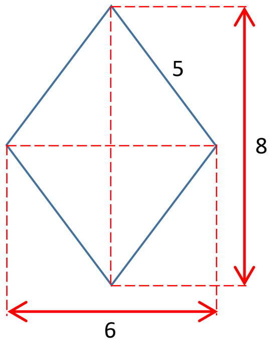
1. 80°, 105°
2. 40°
3. 30 m e 12 m
4. 10 cm
5. 18 m²
6. 40 m²
7. 18 m²
8. 28 m²
9. 24 m²
10. 210 m²
11. 180 m²
12. 24 cm²
13. 10 cm; 6 cm
14. 84 m²
15. $33\sqrt{3}$ m²

Exercícios: Quadriláteros

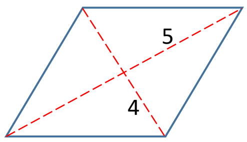
1. Com um arame de 36 m de comprimento construímos um triângulo equilátero e com o mesmo arame construímos depois um quadrado. Determine a razão entre o lado do triângulo e o lado do quadrado.

Determine a área dos polígonos nos casos abaixo, sendo o metro a unidade das medidas indicadas.

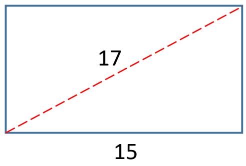
2. Losango



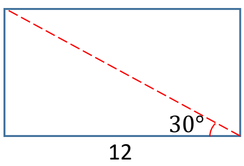
3. Losango



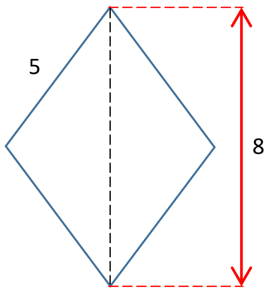
4. Retângulo



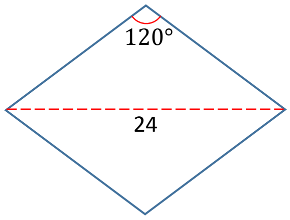
5. Retângulo



6. Losango



7. Losango



8. A área de um retângulo é 40 cm² e sua base excede em 6 cm sua altura. Determine a altura do retângulo.

9. Um retângulo tem 24 cm² de área e 20 cm de perímetro. Determine suas dimensões.

10. A base de um retângulo é o dobro de sua altura. Determine suas dimensões, sendo 72 cm² sua área.

11. Determine o lado de um quadrado, sabendo que, se aumentarmos seu lado em 2 cm, sua área aumenta em 36 cm².

12. Um quadrado e um losango têm o mesmo perímetro. Determine a razão entre a área do quadrado e do losango, sabendo que as diagonais do losango estão entre si como 3/5 e que a diferença entre elas é igual a 40 cm.

13. Determine a área de um retângulo de diagonal 15 m e perímetro 42 m.

14. Um lado de um quadrado é corda de uma circunferência e o lado oposto é tangente a ela. Determine a área do quadrado, sendo 10 m o raio do círculo.

15. Uma diagonal de um losango mede 40 m e a sua altura 24 m. Determine a área desse losango.

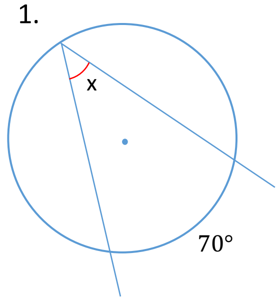
GABARITO:

1. 4/3
2. 24 m²
3. 40 m²
4. 120 m²
5. $48\sqrt{3}$ m²
6. 24 m²
7. $96\sqrt{3}$ m²
8. 4 cm
9. 4 cm; 6 cm
10. 12 cm; 6 cm
11. 8 cm
12. 17/15
13. 108 m²
14. 256 m²
15. 600 m²

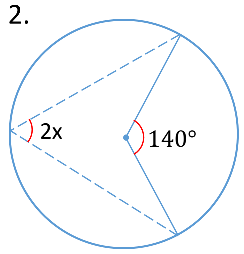
Exercícios: Circunferência

Determine o valor de x em cada caso:

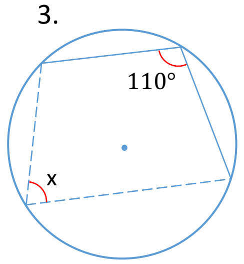
1.



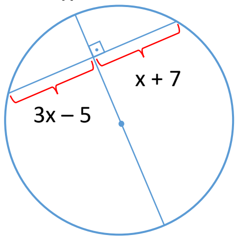
2.



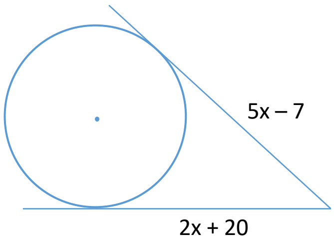
3.



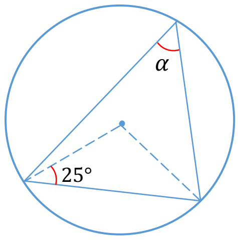
4.



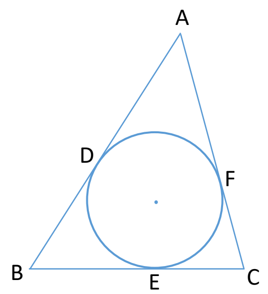
5.



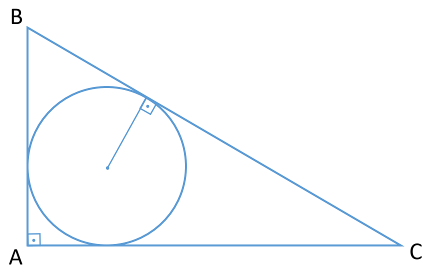
6. Encontre o valor de α:



7. Na figura, o círculo de centro O é inscrito no triângulo ABC. BD = 4, AF = 3 e EC = 5. Qual é o perímetro do triângulo ABC?



8. Na figura, calcule a medida do raio r da circunferência inscrita no triângulo retângulo ABC, sendo AB = 10 cm, AC = 24 cm e BC = 26 cm.



9. A distância entre os centros de duas circunferências tangentes exteriormente é de 33 cm. Determine seus diâmetros, sabendo que a razão entre seus raios é $\frac{4}{7}$.

10. A distância entre os centros de duas circunferências tangentes internamente é 5 cm. Se a soma dos raios é 11 cm, determine os raios.

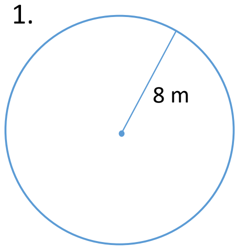
GABARITO:

1. 35°
2. 35°
3. 70°
4. 6
5. 9
6. 65°
7. 24
8. 4 cm
9. 24 cm e 42 cm
10. 8 cm e 3 cm

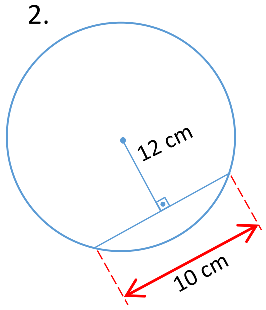
Exercícios: Circunferência

Determine o comprimento das seguintes circunferências:

1.

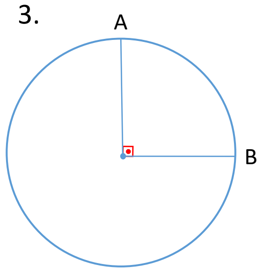


2.

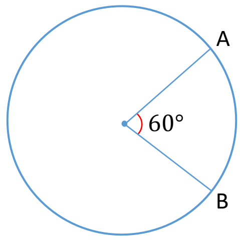


Determine o comprimento do arco menor $\widehat{AB}$, dado o raio de 90 cm e o ângulo central correspondente em cada caso:

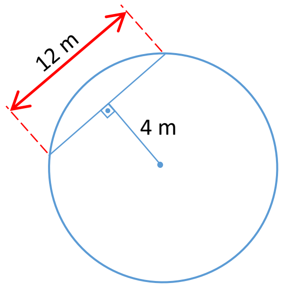
3.



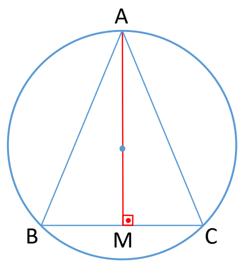
4.



5. Determine a área do círculo e o comprimento da circunferência:

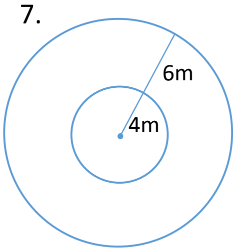


6. Determina a área do círculo, sabendo que BC = 30 m e AM = 25 m:

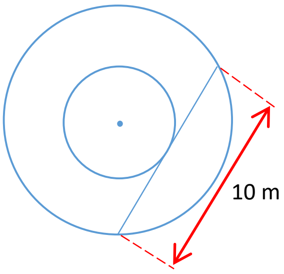


Determine a área da coroa circular em cada caso:

7.

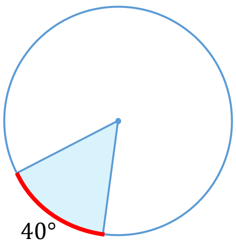


8.

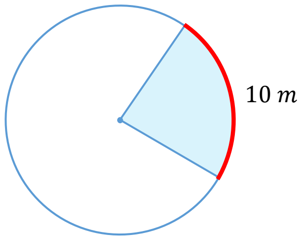


Determine a área de cada setor circular sombreado nos casos abaixo, sendo 6 m o raio.

9.

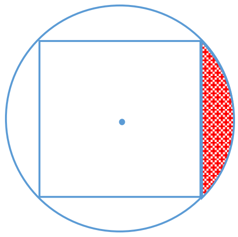


10.

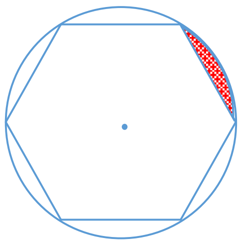


Determine a área da região sombreada em cada caso:

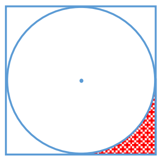
11. Quadrado de lado 8 m.



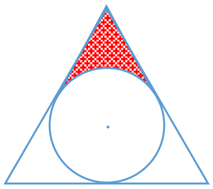
12. Hexágono regular de lado 6 m.



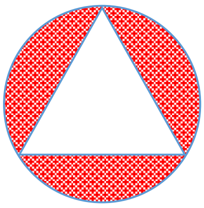
13. Quadrado de lado 8 m.



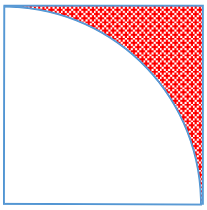
14. Triângulo equilátero de 6 m de lado.



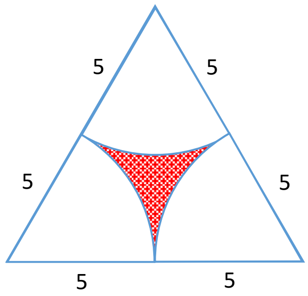
15. O apótema do triângulo equilátero ABC inscrito no círculo mede $\sqrt{3}\ cm$. Calcule a área sombreada.



16. Calcule a área da parte sombreada, sabendo que o quadrilátero dado é um quadrado.



17. Determine a área da região sombreada.



18. Dê o raio de uma circunferência cujo comprimento é igual ao de uma semicircunferência de 5 cm de raio.

19. O comprimento de uma circunferência é de 12,56 cm aproximadamente. Calcule o raio. Adote π com duas casas decimais.

20. Se o raio de uma circunferência aumenta 1 m, quanto aumenta o comprimento?

21. Duplicando o raio de uma circunferência, o que ocorre com seu comprimento?

22. Em quanto aumenta o comprimento de uma circunferência cujo raio sofreu um aumento de 50%?

23. As rodas de um automóvel têm 32 cm de raio. Que distância percorreu o automóvel depois que cada roda deu 8 000 voltas?

24. Um carpinteiro vai construir uma mesa redonda para acomodar 6 pessoas sentadas ao seu redor. Determine o diâmetro dessa mesa para que cada pessoa possa dispor de um arco de 50 cm na mesa.

25. Determine a área de um círculo, sabendo que o comprimento de sua circunferência é igual a 8π cm.

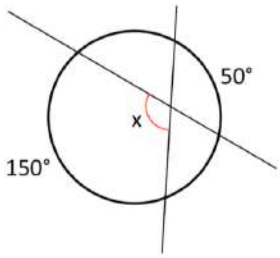
GABARITO:

1. $16\pi\ m$
2. $26\pi\ cm$
3. $45\pi\ cm$
4. $30\pi\ cm$
5. $52\pi\ m^2; 4\sqrt{13}\pi\ m$
6. $289\pi\ m^2$
7. $84\pi\ m^2$
8. $25\pi\ m^2$
9. $4\pi\ m^2$
10. $30\ m^2$
11. $8(\pi - 2)\ m^2$
12. $3(2\pi - 3\sqrt{3})\ m^2$
13. $4(4 - \pi)\ m^2$
14. $(3\sqrt{3} - \pi)\ m^2$
15. $3(4\pi - 3\sqrt{3})\ cm^2$
16. $\frac{4-\pi}{4} a^2$
17. $\frac{25}{2}(2\sqrt{3} - \pi)$
18. 5/2 cm
19. 2 cm
20. 2π m
21. Duplica.
22. 50%
23. $\cong 16\ 085\ m$
24. $300/\pi$ cm
25. 16π cm

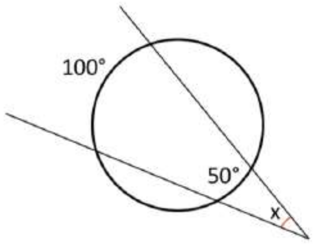
Exercícios: Circunferência

Determine o valor do ângulo X em cada caso:

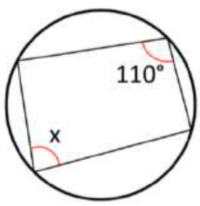
1.



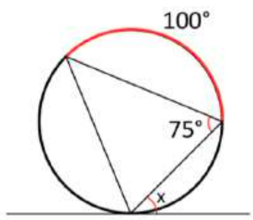
2.



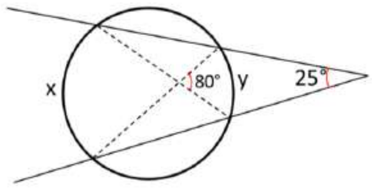
3.



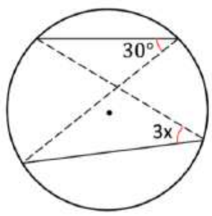
4.



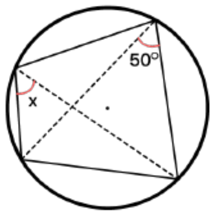
5. Determine as medidas de x e y.



6. Determine o valor do ângulo x:



7. Determine o valor de x:



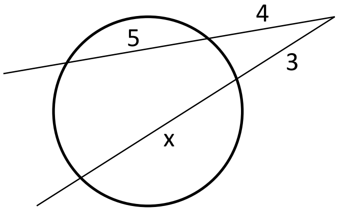
GABARITO:

1. 100°
2. 25°
3. 70°
4. 55°
5. 105° e 55°
6. 10°
7. 50°

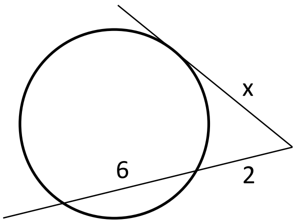
Exercícios: Potência de Ponto

Em cada caso, determine a incógnita:

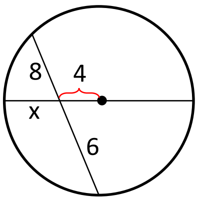
1.



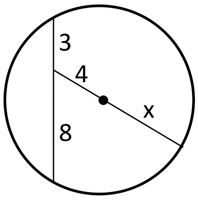
2.



3.

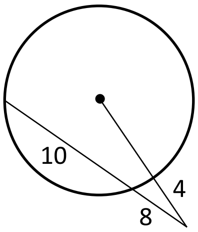


4.

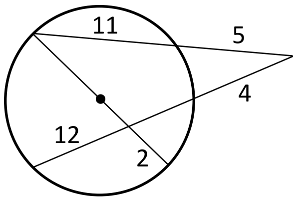


Determine o raio do círculo em cada caso:

5.



6.

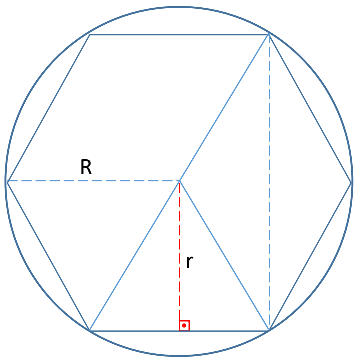


GABARITO:

1. 9
2. 4
3. 4
4. $2\sqrt{10}$
5. 16
6. 13

Exercícios: Hexágono regular

Lembrando que no hexágono regular as diagonais maiores passam pelo centro e determinam nele 6 triângulos equiláteros, sendo 6 m o lado do hexágono, determine:



1. A diagonal maior;

2. O raio R da circunscrita;

3. O raio r da inscrita;

4. A diagonal menor;

5. O apótema do hexágono.

6. Determine a razão entre as áreas dos círculos inscrito e circunscrito a um hexágono regular.

GABARITO:

1. 12 m
2. 6 m
3. $3\sqrt{3}\ m$
4. $6\sqrt{3}\ m$
5. $3\sqrt{3}\ m$
6. 3/4

Exercícios: Geometria de posição

Classifique em verdadeiro (V) ou falso (F):

1. ( ) Um ponto e uma reta determinam um único plano.
2. ( ) Duas retas distintas paralelas e uma concorrente com as duas determinam dois planos distintos.
3. ( ) Duas retas ou são coplanares ou são reversas.
4. ( ) Duas retas distintas determinam um plano.
5. ( ) Duas retas concorrentes são coplanares.
6. ( ) Duas retas coplanares são concorrentes.
7. ( ) Duas retas distintas não paralelas são reversas.
8. ( ) Se dois planos distintos têm um ponto comum, então eles têm uma reta comum que passa pelo ponto.
9. ( ) Dois planos distintos que têm uma reta comum, são secantes.
10. ( ) Se dois planos têm uma única reta comum, eles são secantes.
11. ( ) Uma reta e um plano que têm um ponto comum são concorrentes.
12. ( ) Uma reta e um plano paralelos não têm ponto comum.
13. ( ) Se uma reta está contida num plano, eles têm um ponto comum.
14. ( ) Se uma reta é paralela a um plano, ela é paralela a qualquer reta do plano.
15. ( ) Se um plano é paralelo a uma reta, qualquer reta do plano é reversa à reta dada.
16. ( ) Se uma reta é paralela a um plano, existe no plano uma reta concorrente com a reta dada.
17. ( ) Se duas retas distintas são paralelas a um plano, então elas são paralelas entre si.
18. ( ) Se dois planos são secantes, então qualquer reta de um deles é concorrente com o outro.
19. ( ) Se dois planos são secantes, então uma reta de um deles pode ser reversa com uma reta do outro.
20. ( ) Se dois planos distintos são paralelos, então uma reta de um deles é paralela ao outro.
21. ( ) Se dois planos distintos são paralelos, então uma reta de um e outra reta de outro podem ser concorrentes.
22. ( ) Se dois planos distintos são paralelos, uma reta de um e uma reta do outro são reversas ou paralelas.
23. ( ) Se dois planos são paralelos a uma reta, então são paralelos entre si.
24. ( ) Se um plano contém duas retas paralelas a um outro plano, então esses planos são paralelos.
25. ( ) Para que uma reta e um plano sejam perpendiculares é necessário que eles sejam secantes.
26. ( ) Uma reta perpendicular a um plano forma ângulo reto com qualquer reta do plano.
27. ( ) Se uma reta é perpendicular a duas retas distintas de um plano, então ela é perpendicular ao plano.
28. ( ) Se uma reta é perpendicular a duas retas paralelas e distintas de um plano, então ela está contida no plano.
29. ( ) Se uma reta é ortogonal a duas retas distintas de um plano, então ela é perpendicular ao plano.

30. ( ) Uma reta ortogonal a duas retas paralelas e distintas de um plano pode ser paralela ao plano.
31. ( ) Se dois planos são perpendiculares, então toda reta de um deles é perpendicular ao outro.
32. ( ) Se uma reta é perpendicular a um plano, por ela passa um único plano, perpendicular ao plano dado.
33. ( ) Dois planos perpendiculares a um terceiro são perpendiculares entre si.
34. ( ) Se dois planos são perpendiculares, então toda reta perpendicular a um deles é paralela ao outro ou está contida neste outro.
35. ( ) Se dois planos são paralelos, todo plano perpendicular a um deles é perpendicular ao outro.
36. ( ) Se dois segmentos são congruentes, então suas projeções ortogonais sobre qualquer plano são congruentes.
37. ( ) Se dois segmentos não congruentes são oblíquos a um plano, então a projeção ortogonal, sobre o plano, do maior deles é maior.
38. ( ) A projeção ortogonal de um triângulo, sobre um plano, é sempre um triângulo.
39. ( ) Se as projeções ortogonais de duas retas, sobre um plano, são paralelas, então as retas são paralelas.
40. ( ) Duas retas paralelas não perpendiculares ao plano de projeção têm projeções paralelas.

Gabarito:

1. F
2. F
3. V
4. F
5. V
6. F
7. F
8. V
9. V
10. V
11. F
12. V
13. V
14. F
15. F
16. F
17. F
18. F
19. V
20. V
21. F
22. V
23. F
24. F
25. V
26. V
27. F
28. V
29. F
30. V
31. F
32. F
33. F
34. V
35. V
36. F
37. F
38. F
39. F
40. V

Exercícios: Poliedros

1. Determine o número de vértices de um poliedro convexo que tem 3 faces triangulares, 1 face quadrangular, 1 pentagonal e 2 hexagonais.

2. Num poliedro convexo de 10 arestas, o número de faces é igual ao número de vértices. Quantas faces tem esse poliedro?

3. Num poliedro convexo o número de arestas excede o número de vértices em 6 unidades. Calcule o número de faces desse poliedro.

4. Um poliedro convexo apresenta faces quadrangulares e triangulares. Calcule o número de faces desse poliedro, sabendo que o número de arestas é o quádruplo do número de faces triangulares e o número de faces quadrangulares é igual a 5.

5. Um poliedro convexo tem 11 vértices, o número de faces triangulares igual ao número de faces quadrangulares e uma face pentagonal. Calcule o número de faces desse poliedro.

6. Um poliedro de sete vértices tem cinco ângulos tetraédricos e dois ângulos pentaédricos. Quantas arestas e quantas faces tem o poliedro?

7. Um poliedro convexo possui 1 ângulo pentaédrico, 10 ângulos tetraédricos, e os demais triedros. Sabendo que o poliedro tem: número de faces triangulares igual ao número de faces quadrangulares, 11 faces pentagonais, e no total 21 faces, calcule o número de vértices do poliedro convexo.

8. Um poliedro convexo possui, apenas, faces triangulares, quadrangulares e pentagonais. O número de faces triangulares excede o de faces pentagonais em duas unidades. Calcule o número de faces de cada tipo, sabendo que o poliedro tem 7 vértices.

Gabarito:

1. 10
2. 6
3. 8
4. 9
5. 11
6. A=15, F=10
7. 26
8. 3 triangulares, 2 quadrangulares e 1 pentagonal

Exercícios: Prismas

1. A base de um prisma de 10 cm de altura é um triângulo retângulo isósceles de 6 cm de hipotenusa. Calcule a área lateral e o volume do prisma.

2. Calcule o volume e a área total de um prisma, sendo sua secção reta um trapézio isósceles cujas bases medem 30 cm e 20 cm e cuja altura mede $10\sqrt{2}$ cm e a área lateral 640 cm².

3. Determine a área lateral e o volume de um prisma reto de 25 cm de altura, cuja base é um hexágono regular de apótema $4\sqrt{3}$ cm.

4. Determine a medida da aresta da base de um prisma triangular regular, sendo seu volume 8 m³ e sua altura 80 cm.

5. Um prisma reto tem por base um hexágono regular. Qual é o lado do hexágono e a altura do prisma, sabendo que o volume é de 4 m³ e a superfície lateral de 12 m²?

6. Calcule o volume de um prisma hexagonal regular com 3 m de altura, sabendo que se a altura fosse 5 m o volume do prisma aumentaria em 6 m³.

7. A aresta da base de um prisma hexagonal regular mede 8 cm. Em quanto se deve diminuir a altura desse prisma de modo que se tenha um novo prisma com área total igual à área lateral do prisma dado?

8. Calcule o volume de um prisma triangular regular de $5\sqrt{3}$ cm de altura, sabendo que a área lateral excede a área da base em $56\sqrt{3}$ cm².

9. A aresta lateral de um prisma reto mede 12 m; a base é um triângulo retângulo de 150 m² de área e cuja hipotenusa mede 25 m. Calcule a área total e o volume desse prisma.

10. Calcule a área total e o volume de um prisma hexagonal regular de 12 m de aresta lateral e 4 m de aresta da base.

CABARITO:

1. $A_L = 60(1+\sqrt{2})\ cm^2, V = 90\ cm^3$
2. $A_L = 20(32+25\sqrt{2})\ cm^2, V = 2000\sqrt{2}\ cm^3$
3. $A_L = 1200\ cm^2, V = 2400\sqrt{3}\ cm^3$
4. $\frac{2}{3}\sqrt[4]{2700}$
5. $\frac{4\sqrt{3}}{9}\ m, \frac{3\sqrt{3}}{2}\ m$
6. $9\ m^2$
7. $4\sqrt{3}\ cm$
8. $60\ cm^3\ ou\ \ 11760\ cm^3$
9. $A_T = 1020\ m^2, V = 1800\ m^3$
10. $A_T = 48(6+\sqrt{3})\ m^2, V = 288\sqrt{3}\ m^3$

Exercícios: Paralelepípedo e cubo

1. Calcule a medida da aresta de um cubo de 36 m^2 de área total.

2. Calcule a medida da diagonal de um cubo, sabendo que a sua área total mede 37,5 cm^2.

3. Calcule a medida da terceira dimensão de um paralelepípedo, sabendo que duas delas medem 4 cm e 7 cm e que sua diagonal mede $3\sqrt{10}$ cm.

4. A aresta de um cubo mede 2 cm. Em quanto se deve aumentar a diagonal desse cubo de modo que a aresta do novo cubo seja igual a 3 cm?

5. A diferença entre as áreas totais de dois cubos é 164,64 cm^2. Calcule a diferença entre as suas diagonais, sabendo que a aresta do menor mede 3,5 cm.

6. Determine as dimensões de um paralelepípedo retângulo, sabendo que são proporcionais aos números 1, 2, 3 e que a área total do paralelepípedo é 352 cm^2.

7. Calcule a medida da aresta de um cubo de 27 m^3 de volume.

8. Calcule a diagonal, a área total e o volume de um paralelepípedo retângulo, sabendo que as suas dimensões são 5 cm, 7 cm e 9 cm.

9. Calcule o volume de um cubo cuja área total mede 600 cm^2.

10. Calcule a medida da diagonal, a área total e o volume de um cubo, cuja soma das medidas das arestas vale 30 cm.

11. Calcule as medidas da aresta e da diagonal de um cubo, sabendo que seu volume é oito vezes o volume de um outro cubo que tem 2 cm de aresta.

12. O volume de um paralelepípedo retângulo vale 270 dm^3. Uma de suas arestas mede 5 dm e a razão entre outras duas é 2/3. Determine a área total desse paralelepípedo.

13. As dimensões a, b e c de um ortoedro são proporcionais a 6, 3 e 2. Sabendo que a área total é 288 cm^2, calcule as dimensões, a diagonal e o volume do paralelepípedo.

14. A altura h de um paralelepípedo retângulo mede 60 cm, sendo a sua base um quadrado. A diagonal do paralelepípedo forma um ângulo de 60° com o plano da base. Determine o volume do paralelepípedo retângulo.

GABARITO:

1. $\sqrt{6}\, m$
2. $\frac{5\sqrt{3}}{2}\, cm$
3. $5\, cm$
4. $\sqrt{3}\, cm$
5. $2{,}8\sqrt{3}\, cm$
6. $4\, cm, 8\, cm\ e\ 12\, cm$
7. $3\, m$
8. $d = \sqrt{155}\, cm,\ S = 286\, cm^2,$ $V = 315\, cm^3$
9. $1000\, cm^3$
10. $d = 2{,}5\sqrt{3}\, cm,\ S =$ $37{,}5\, cm^2,\ V = 15{,}625\, cm^3$
11. $4\, cm,\ 4\sqrt{3}\, cm$
12. $258\, dm^2$
13. $12\, cm,\ 6\, cm,$ $4\, cm;\ \ 14\, cm; 288\, cm^3$
14. $36\ 000\, cm^3$

Exercícios: Cilindro

1. O raio de um cilindro circular reto mede 3 cm e a altura 3 cm. Determine a área lateral desse cilindro.

2. Um cilindro tem 2,7 cm de altura e 0,4 cm de raio da base. Calcule a diferença entre a área lateral e a área da base.

3. Qual a altura de um reservatório cilíndrico, sendo 150 m o raio da base e $900\pi m^2$ sua área lateral?

4. Constrói-se um depósito em forma cilíndrica de 8 m de altura e 2 m de diâmetro. Determine a superfície total do depósito.

5. A área lateral de um cilindro de 1 m de altura é 16 m^2. Calcule o diâmetro da base do cilindro.

6. Determine a área lateral de um cilindro equilátero, sendo 15 cm a medida de sua geratriz.

7. Calcule a área total de um cilindro que tem 24 cm de diâmetro da base e 38 cm de altura.

8. Determine a área lateral e o volume de um cilindro de altura 10 cm, sabendo que a área total excede em 50 cm² sua área lateral.

9. Determine o volume de um cilindro de revolução de 10 cm de altura, sendo sua área lateral igual a área da base.

10. Determine o volume de um cilindro reto, sabendo que a área de sua base é igual à sua área lateral e a altura igual a 12 m.

11. Qual é a altura aproximada de um cilindro reto de 12,56 cm² de área da base, sendo a área lateral o dobro da área da base?

12. Calcule a área lateral de um cilindro equilátero, sendo 289 cm² a área de sua seção meridiana.

13. Determine a área total de um cilindro, sabendo que a área lateral é igual a 80 cm² e a sua secção meridiana é um quadrado.

14. Num cilindro de revolução com água colocamos uma pedra. Determine o volume dessa pedra, se em virtude de sua imersão total a água se elevou 35 cm, sendo 50 cm o raio da base do cilindro.

15. Com uma folha de zinco de 5 m de comprimento e 4 m de largura podemos construir dois cilindros, um segundo o comprimento e o outro segundo a largura. Determine em qual dos casos o volume será maior.

16. Com uma prancha retangular de 8 cm de largura por 12 cm de comprimento podemos construir dois cilindros, um segundo o comprimento e o outro segundo a largura. Determine em qual dos casos o volume será menor.

17. Calcule o volume de um cilindro cujo raio da base mede 5 cm, sabendo que as geratrizes de 15 cm formam com o plano da base um ângulo de 60°.

18. Calcule o volume de um cilindro de revolução de raio igual a 5 dm, sabendo que esse cilindro cortado por um plano paralelo ao eixo e a uma distância de 3 dm desse eixo apresenta uma secção retangular equivalente à base.

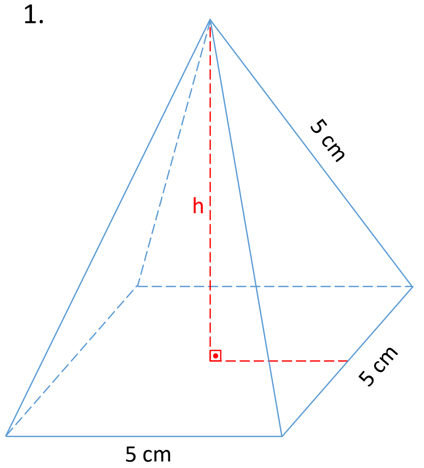
GABARITO:

1. $18\pi\ cm^2$
2. $2\pi\ cm^2$
3. $3\ m$
4. $18\pi\ m^2$
5. $16/\pi\ m$
6. $225\pi\ cm^2$
7. $1\ 200\pi\ cm^2$
8. $100\sqrt{\pi}\ cm^2;\ \ 250\ cm^3$
9. $4\ 000\pi\ cm^3$
10. $6\ 912\pi\ m^3$
11. $2\ cm$
12. $289\pi\ cm^2$
13. $120\ cm^2$
14. $87\ 500\pi\ cm^3$
15. O volume maior é aquele segundo o comprimento.
16. O volume menor é aquele segundo a largura.
17. $\frac{375\pi\sqrt{3}}{2} cm^3$
18. $\frac{625}{8}\pi^2\ dm^3$

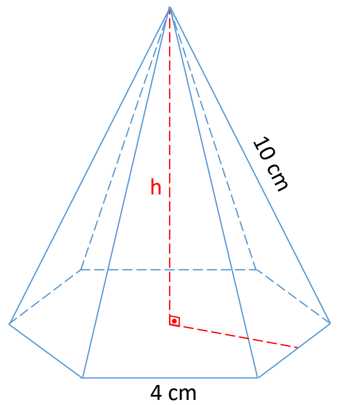
Exercícios: Pirâmide

Calcule a área lateral, a área total e o volume das pirâmides regulares, cujas medidas estão indicadas nas figuras abaixo:

1.



2.



De uma pirâmide regular de base quadrada sabe-se que a área da base é 32 dm² e que o apótema da pirâmide mede 6 dm. Calcule:

3. A aresta da base (ℓ) =

4. A apótema da base (*m*) =

5. A altura da pirâmide (*h*) =

6. A aresta lateral (*a*) =

7. A área lateral (A_ℓ) =

8. A área total (A_t) =

9. A base de uma pirâmide de 6 cm de altura é um quadrado de 8 cm de perímetro. Calcule o volume.

10. Calcule a área lateral e a área total de uma pirâmide triangular regular cuja aresta lateral mede 82 cm e cuja aresta da base mede 36 cm.

11. Calcule a área lateral e a área total de uma pirâmide quadrangular regular, sendo 7 m a medida do seu apótema e 8 m o perímetro da base.

12. Calcule a medida da área lateral de uma pirâmide quadrangular regular, sabendo que a área da base mede 64 m^2 e que a altura da pirâmide é igual a uma das diagonais da base.

13. Uma pirâmide tem por base um retângulo cujas dimensões medem 10 cm e 24 cm, respectivamente. As arestas laterais são iguais à diagonal da base. Calcule a área total da pirâmide.

14. Calcule a aresta lateral de uma pirâmide regular, sabendo que sua base é um hexágono de 6 cm de lado, sendo 10 cm a altura da pirâmide.

15. A base de uma pirâmide regular é um hexágono inscrito em um círculo de 12 cm de diâmetro. Calcule a altura da pirâmide, sabendo que a área da base é a décima parte da área lateral.

16. Calcule a área lateral e a área total de uma pirâmide regular hexagonal, sendo 3 cm sua altura e 10 cm a medida da aresta da base.

17. A aresta lateral de uma pirâmide quadrangular regular mede 15 cm e a aresta da base 10 cm. Calcule o volume.

18. A área da base de uma pirâmide regular hexagonal é igual a $216\sqrt{3}$ m². Determine o volume da pirâmide, sabendo que sua altura mede 16 m.

19. Determine o volume de uma pirâmide triangular regular, sendo 2 m a medida da aresta da base e 3 m a medida de suas arestas laterais.

20. O volume de uma pirâmide triangular regular é $64\sqrt{3}$ cm³. Determine a medida da aresta lateral, sabendo que a altura é igual ao semiperímetro da base.

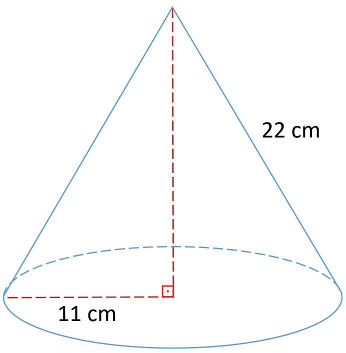
GABARITO:

1. $A_\ell = 25\sqrt{3}\ cm^2,\ A_t = 25(1+\sqrt{3})\ cm^2,\ V = \frac{125\sqrt{2}}{6}\ cm^3$
2. $A_\ell = 48\sqrt{6}\ cm^2,\ A_t = 24\sqrt{3}(1+2\sqrt{2})\ cm^2,\ V = 48\sqrt{7}\ cm^3$
3. $\ell = 4\sqrt{2}\ dm$
4. $m = 2\sqrt{2}\ dm$
5. $h = 2\sqrt{7}\ dm$
6. $a = 2\sqrt{11}\ dm$
7. $A_\ell = 48\sqrt{2}\ dm^2$
8. $A_t = 16(3\sqrt{2}+2)\ dm^2$
9. 8 cm³
10. $A_\ell = 4\ 320\ cm^2,\ A_t = 108(40+3\sqrt{3})\ cm^2$
11. $A_\ell = 28\ m^2,\ A_t = 32\ m^2$
12. $192\ m^2$
13. $2(5\sqrt{651}+24\sqrt{133}+120)\ cm^2$
14. $2\sqrt{34}\ cm$
15. $9\sqrt{33}\ cm$
16. $A_\ell = 60\sqrt{21}\ cm^2,\ A_t = 30(5\sqrt{3}+2\sqrt{21})\ cm^2$
17. $\frac{500\sqrt{7}}{3}\ cm^3$
18. $1152\sqrt{3}\ m^3$
19. $\frac{\sqrt{23}}{3}\ m^3$
20. $\frac{4\sqrt{93}}{3}\ cm$

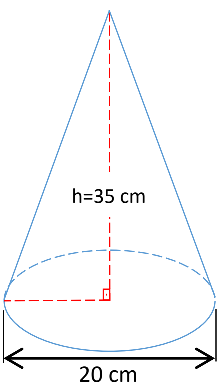
Exercícios: Cone

Calcule a área lateral, a área total e o volume dos cones cujas medidas estão indicadas nas figuras abaixo.

1. Cone equilátero



2. Cone reto



3. Determine a medida da altura de um cone cuja geratriz mede 10 cm, sendo 12 cm o diâmetro de sua base.

4. Determine a medida do diâmetro da base de um cone de revolução cuja geratriz mede 65 cm, sendo 56 cm a altura do cone.

5. Calcule a medida da altura de um cone de raio r, sabendo que sua base é equivalente à secção meridiana.

6. Determine a medida da área lateral de um cone equilátero, sendo 20 cm a medida de sua geratriz.

7. Determine a medida da área lateral e da área total de um cone de revolução, sabendo que sua altura mede 12 cm e sua geratriz 13 cm.

8. Determine a área total de um cone, sendo 40 cm o diâmetro de sua base e 420 cm² a área de sua secção meridiana.

9. Um cone tem 8 cm de altura e 15 cm de raio. Outro cone tem 15 cm de altura e 8 cm de raio. Quanto a área lateral do primeiro excede a área lateral do segundo?

10. A área da base de um cone de revolução é 1/3 da área total. Calcule o ângulo do setor circular que é o desenvolvimento da superfície lateral do cone.

11. Determine a superfície lateral de um cone cuja área da base mede $6{,}25\pi$ cm², sendo 4 cm a medida da sua altura.

12. Determine a medida da altura de um cone, sendo 42 cm o diâmetro da base e 1050π cm² sua área total.

13. O volume de um cilindro reto é 1225π cm³ e sua altura é 35 cm. Determine o volume de um cone de revolução, sendo sua base a mesma do cilindro e sua geratriz a geratriz do cilindro.

14. Determine o volume de um cone de revolução cuja secção meridiana é um triângulo isósceles de área 4,8 dm², sendo 3 dm a altura do cone.

GABARITO:

1. $A_\ell = 242\pi\ cm^2;\ \ A_t = 363\pi\ cm^2;\ \ V = \dfrac{1331\sqrt{3}\pi}{3}\ cm^3$
2. $A_\ell = 50\pi\sqrt{53}\ cm^2;\ \ A_t = 50(2+\sqrt{53})\pi\ cm^2;$ $V = \dfrac{3500\pi}{3}\ cm^3$
3. 8 cm
4. 66 cm
5. $\pi \cdot r$
6. 200π cm²
7. $A_\ell = 65\pi\ cm^2;\ \ A_t = 90\pi\ cm^2$
8. 980π cm²
9. 119π cm²
10. 180°
11. $2{,}5\pi\sqrt{22{,}25}$ cm²
12. 20 cm
13. $\dfrac{35\pi\sqrt{1190}}{3}\ cm^3$
14. $2{,}56\pi$ dm³

Exercícios: Troncos

1. A base de uma pirâmide tem 225 m^2 de área. A 2/3 do vértice corta-se a pirâmide por um plano paralelo à base. Ache a área da secção.

2. Em um cone de 10 cm de altura traça-se um secção paralela à base que dista 4 cm do vértice do cone. Qual a razão entre a área da secção e a área da base do cone.

3. O plano que dista 3 m da base de uma pirâmide secciona-a segundo um polígono de $8m^2$ de área. Calcule o volume da pirâmide, sabendo que sua base tem área igual a $18m^2$.

4. Uma pirâmide de 10 m de altura tem por base um hexágono regular. A 4 m do vértice, traça-se um plano que secciona a pirâmide paralelamente à base. Sendo 8 m^2 a área da secção, determine o volume da pirâmide.

5. A área determinada pela secção plana paralela à base de uma pirâmide de 15 cm de altura é os 3/5 da área da base. Calcule a distância da base da pirâmide à secção plana.

6. Um cone tem 320π m^2 de área total e 12 m de altura. Calcule o volume e a área lateral do tronco obtido pela secção desse cone por um plano paralelo à base e distante 9 m dessa base.

7. Uma pirâmide triangular regular tem de aresta lateral 10 dm e para apótema da base 3 dm. Corta-se essa pirâmide por um plano paralelo à base e cuja distância ao vértice é 4 dm. Calcule o volume do tronco de pirâmide obtido.

8. Um cone circular tem raio 2 m e altura 4 m. Qual é a área da secção transversal, feita por um plano, distante 1 m do seu vértice?

GABARITO:

1. 100 m²
2. 4/25
3. 54 m³
4. 500/3 m³
5. $3(5-\sqrt{15})$ cm
6. V= $\frac{3600\pi}{7}m^3$; $A_{t=}\frac{8700\pi}{49}m^2$
7. $63\sqrt{3}\,dm^3$
8. $\pi/4$

Exercícios: Esferas

1. Obtenha o raio de uma esfera, sabendo que um plano determina na esfera um círculo de raio 20 cm, sendo 21 cm a distância do plano ao centro da esfera.

2. Determine o raio de uma esfera de superfície $36\pi\ cm^2$.

3. Calcule a área de uma secção plana feita a uma distância de 12 cm do centro de uma esfera de 37 cm de raio.

4. A secção plana de uma esfera feita a 35 cm do centro tem $144\pi\ cm^2$ de área. Calcule a área do círculo máximo dessa esfera.

5. Determine a área de uma esfera, sendo $2\ 304\pi\ cm^3$ o seu volume.

6. Determine a superfície de uma esfera, sendo $26\pi\ cm$ o comprimento da circunferência do círculo máximo.

7. Determine o raio de uma esfera, sendo $288\pi\ cm^3$ o seu volume.

8. Sabendo que o diâmetro de uma esfera é os 3/5 do diâmetro de uma outra esfera, calcule a razão entre as áreas dessas duas esferas.

9. Uma esfera tem 1 m de raio. Qual será o raio de uma esfera cujo volume é 1/5 do volume da primeira esfera?

10. Determine o volume de uma esfera inscrita em um cubo de 1 dm de aresta.

11. Determine o volume de uma esfera circunscrita a um cubo de 12 cm de aresta.

12. Determine o volume de um cubo inscrito em uma esfera cujo volume mede $2{,}304\pi\ cm^3$.

13. Uma esfera está inscrita em um cilindro de $150\pi\ cm^2$ de área total. Determine a área e o volume dessa esfera.

14. Determine a área total de um cilindro equilátero circunscrito à uma esfera de superfície $400\pi\ m^2$.

GABARITO:

1. 29 cm
2. 3 cm
3. $1\ 225\pi\ cm^2$
4. $1\ 369\pi\ cm^2$
5. $576\pi\ cm^2$
6. $676\pi\ cm^2$
7. 6 cm
8. 25/9
9. $\sqrt[3]{\frac{1}{5}}\ m$
10. $\frac{\pi}{6}\ dm^3$
11. $864\sqrt{3}\pi\ cm^3$
12. $1536\sqrt{3}\ cm^3$
13. $100\pi\ cm^2, \frac{500\pi}{3}\ cm^3$
14. $600\pi\ m^2$

Exercícios: Esfera e suas partes

1. Obtenha o raio de uma esfera, sabendo que um plano determina na esfera um círculo de raio 20 cm, sendo 21 cm a distância do plano ao centro da esfera.

2. Um plano secciona uma esfera de 34 cm de diâmetro. Determine o raio da secção obtida, sendo 8 cm a distância do plano ao centro da esfera.

3. Determine o ângulo do fuso de uma esfera, sendo $324\,\pi\,cm^2$ a área da esfera e $54\,\pi\,cm^2$ a área do fuso.

4. Determine a área de um fuso de 45° em uma esfera de 10 cm de raio.

5. Qual é o volume de uma cunha de 30°, pertencente a uma esfera de $972\,\pi\,m^3$ de volume?

6. Determine as medidas dos raios de duas esferas, sabendo que sua soma vale 20 cm e que o fuso de 60° na primeira é equivalente ao fuso de 30° na segunda.

Gabarito:

1. 29 cm
2. 15 cm
3. 60°
4. $50\pi\,cm^2$
5. $81\pi\,m^3$
6. $r = 20(\sqrt{2} - 1)cm;$
   $R = 20(2 - \sqrt{2})cm$

Exercícios: Estatística (dados)

1. Na tabela seguinte, estão representados os resultados de um levantamento realizado com 180 pessoas, na praça de alimentação de um *shopping center,* sobre seus gastos em uma refeição.

Gastos (em reais)	Número de pessoas
$5 \vdash 10$	63
$10 \vdash 15$	$x + 54$
$15 \vdash 20$	$2x$
$20 \vdash 25$	$\frac{x}{2}$

a) Qual é o valor de x?

b) Que porcentagem do total de entrevistados gasta de R$ 20,00 a R$ 25,00 por refeição?

c) Que porcentagem do total de entrevistados gasta menos de R$ 15,00 por refeição?

2. A tabela seguinte refere-se aos resultados de uma pesquisa realizada com 400 adolescentes a respeito de seu lazer preferido.

Lazer	Frequência absoluta	Frequência relativa	Porcentagem (%)
Instrumento musical	a	0,06	b
Internet	92	c	d
Esporte	e	f	9
Sair à noite	180	g	h
Outros	i	j	k
Total	**400**	**1,00**	**100**

Quais são os valores de a, b, c, d, e, f, g, h, i, j e k?

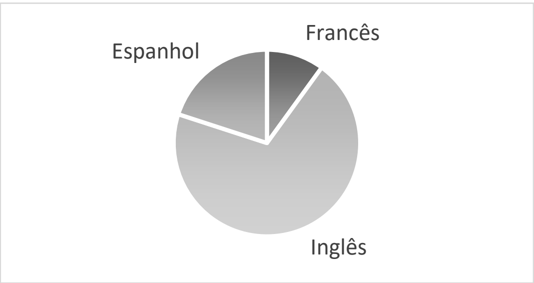
CABARITO:

1. a) $x = 18$ b) 5% c) 75%

2. a = 24
b = 6
c = 0,23
d = 23
e = 36
f = 0,09
g = 0,45
h = 45
i = 68
j = 0,17
k = 17

Exercícios: Estatística (gráficos)

1. Numa escola, os alunos devem optar por um, e somente um, dos três idiomas: inglês, espanhol ou francês. A distribuição da escolha de 180 alunos está indicada pelo gráfico abaixo.

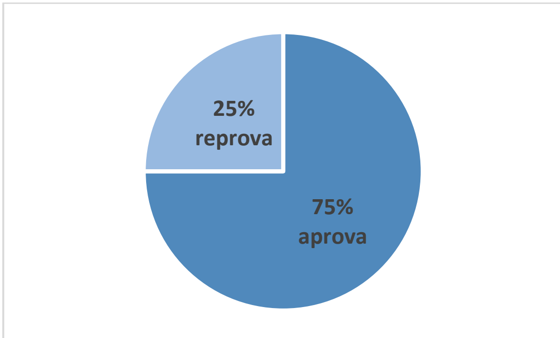


Sabendo que o ângulo do setor representado pelos alunos que escolheram inglês é 252° e que apenas 18 alunos optaram por estudar francês, determine:

a) A medida do ângulo do setor correspondente a francês.

b) O número de alunos que optaram por espanhol e o ângulo correspondente.

2. O gráfico abaixo ilustra o resultado de uma pesquisa sobre a aprovação da administração do prefeito de uma cidade um ano após a sua posse. Sabe-se que foram ouvidas 480 pessoas.



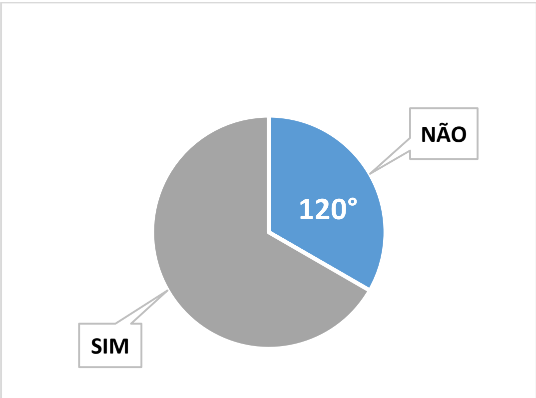
a) Quantas pessoas aprovam o prefeito?

b) Quais as medidas dos ângulos dos setores desse gráfico?

c) Suponde que as mulheres representam 60% entre os que aprovam e 45% entre os que reprovam, determine a diferença entre o número de homens que aprovam e o número de homens que reprovam a administração daquele prefeito.

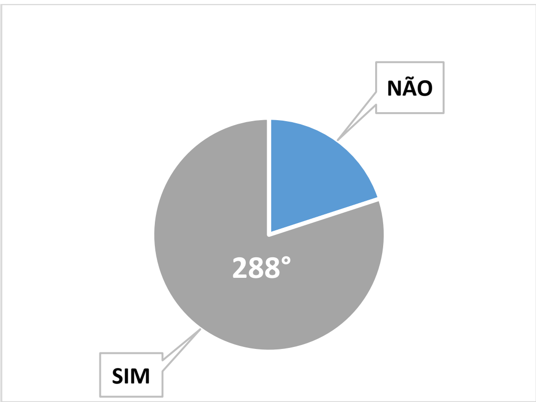
3. Os resultados de uma pesquisa eleitoral realizada com 3600 pessoas são dados nos gráficos abaixo.

Você é a favor da reeleição do presidente?



Para os que responderam "sim", foi feita a pergunta:

Você votou nesse candidato na eleição passada?



Com base nos gráficos, determine o número de pessoas que são:

a) Contra a reeleição do presidente.

b) A favor da reeleição do presidente, mas não votaram nele na eleição passada.

GABARITO:

1. a) 36°
   b) 36 alunos; 72°

2. a) 360
   b) 270° e 90°
   c) 78

3. a) 1200
   b) 480

Exercícios: Medidas de tendência central

Em cada caso, calcule a média aritmética dos valores:

1. $23 - 20 - 22 - 21 - 28 - 20$

2. $7 - 9 - 9 - 9 - 7 - 8 - 8 - 9 - 9 - 9$

3. $4{,}0 - 4{,}5 - 4{,}5 - 5{,}0 - 5{,}0 - 5{,}5 - 6{,}5 - 5{,}0$

4. Em um edifício residencial com 54 apartamentos, 36 condôminos pagam taxa de condomínio de R$ 180,00; para os demais, essa taxa é de R$ 240,00. Qual é o valor da taxa média de condomínio nesse edifício.

5. A média aritmética entre a, 8, 2a, 9 e a + 1 é 6,8. Qual é o valor de a?

6. Um grupo A de 20 recém-nascidos tem "peso" médio de 2,8 kg; um grupo B de 30 recém-nascidos tem "peso" médio de 2,6 kg. Juntando os recém-nascidos dos grupos A e B, qual é o valor esperado para a média de "pesos"?

7. A média aritmética de um conjunto formado por vinte números é 12. Qual será a nova média se:

a) acrescentarmos o número 33 a esse conjunto?

b) retirarmos o número 50 desse conjunto?

c) acrescentarmos o número 63 a esse conjunto e retirarmos o 51?

8. Em uma fábrica, a média salarial das mulheres é de R$ 580,00; para os homens a média salarial é R$ 720,00. Sabe-se, também, que a média geral de salários nessa fábrica é R$ 622,00.

a) Há mais homens ou mulheres trabalhando na fábrica?

b) Determine as quantidades de homens e de mulheres, sabendo que elas diferem de 32.

9. Um professor calculou a média aritmética das notas dos quarenta alunos que submeteu a uma prova e obteve como resultado o valor 5,5. Na hora de devolver as provas, ele verificou que havia cometido erro em duas delas. Na primeira, a nota correta era 9,5 em vez de 6,5 e, na segunda, a nota correta era 5,5 em vez de 3,5. Qual era a média aritmética "verdadeira" das notas?

Calcule a média $(\bar{M})$, a mediana (Me), e a moda (Mo) para cada conjunto de valores:

10. $2 - 2 - 3 - 3 - 3 - 4 - 4 - 4 - 4$

11. $16 - 18 - 18 - 17 - 19 - 18$

12. $1 - 5 - 3 - 2 - 4$

13. $11 - 8 - 15 - 19 - 6 - 15 - 13 - 21$

14. $44 - 43 - 42 - 43 - 45 - 44 - 40 - 41 - 49 - 46$

15. Os dados ordenados abaixo referem-se ao tempo de espera (em minutos) de 10 pessoas que foram atendidas em um posto de saúde durante uma manhã:

$$1 - 5 - 8 - 9 - \mathrm{X} - 16 - 18 - \mathrm{Y} - 23 - 26$$

Sabendo que o tempo médio de espera foi de 14 minutos e o tempo mediano foi de 15 minutos, determine os valores de X e de Y.

16. A tabela seguinte informa a quantidade de cartões amarelos distribuídos, por um árbitro, em uma partida de futebol nos jogos por ele apitados durante uma temporada:

Número de cartões	0	1	2	3	4
Frequência absoluta	30	18	7	3	2

a) Quantos jogos o árbitro apitou na temporada?

b) Calcule as três medidas de centralidade referentes ao número de cartões.

GABARITO:

1. 22,3
2. 8,4
3. 5
4. R$ 200,00
5. $a = 4$
6. 2,68 kg
7. a) 13
   b) 10
   c) 12,6
8. a) Mulheres
   b) 56 mulheres; 24 homens
9. 5,625
10. $\overline{M} = 3{,}2; Me = 3; Mo = 4$
11. $\overline{M} = 17{,}6; Me = 18; Mo = 18$
12. $\overline{M} = 3; Me = 3; não\ há\ moda$
13. $\overline{M} = 13{,}5; Me = 14; Mo = 15$
14. $\overline{M} = 43{,}7; Me = 43{,}5; há\ duas\ modas: 43\ e\ 44$
15. $x = 14\ e\ y = 20$
16. a) 60 jogos

b) média: 0,82 cartão; mediana: 0,5 cartão; moda: 0 cartão

Exercícios: Estatística (medidas de dispersão)

Para cada conjunto de valores, calcule a variância (σ^2) e o desvio padrão (σ):

1. $3 - 3 - 4 - 4 - 4 - 6$

2. $1 - 2 - 3 - 4 - 5$

3. $15 - 22 - 18 - 20 - 21 - 23 - 14$

4. Um grupo de 12 estudantes passou um dia de verão em um parque aquático. Seus gastos com alimentação são dados a seguir (valores em reais):

$$12{,}00 - 8{,}00 - 15{,}00 - 10{,}00$$
$$14{,}00 - 15{,}00 - 10{,}00 - 20{,}00$$
$$9{,}00 - 8{,}00 - 15{,}00 - 8{,}00$$

Obtenha:

a) a variância dos valores relacionados;

b) o desvio padrão dos valores relacionados.

5. A quantidade de erros de digitação por página de uma pesquisa escolar com quarenta páginas é dada na tabela seguinte:

Erro por página	0	1	2
Número de páginas	28	8	4

Determine:

a) As medidas de centralidade (média, mediana e moda) correspondentes à quantidade de erros;

b) As medidas de dispersão (variância e desvio padrão) correspondentes.

6. Os salários dos 20 funcionários que trabalham em um hotel estão apresentados na tabela abaixo:

Salários (em reais)	**Número de funcionários**
350,00	10
480,00	6
600,00	4

a) Calcule a média $(\overline{\mathrm{x}})$ e o desvio padrão (σ) dos salários.

b) Suponha que sejam contratados cinco funcionários, cada um com salário de R$ 450,00. O desvio padrão dos 25 salários será igual, menor ou maior que o encontrado no item a)?

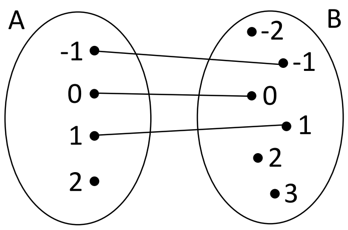
CABARITO:

1. $\sigma^2 = 1;\ \sigma = 1$
2. $\sigma^2 = 2;\ \sigma \cong 1{,}41$
3. $\sigma^2 = 10{,}28;\ \sigma \cong 3{,}21$
4. a) 13,333...
   b) 3,65
5. a) média: 0,4 erro página
   mediana: 0 erro página
   moda: 0 erro página
   b) $\sigma^2 \cong 0{,}44;\ \sigma \cong 0{,}66$
6. a) $\overline{\mathrm{x}} = 439\ reais;\ \sigma \cong 98{,}20\ reais$
   b) menor

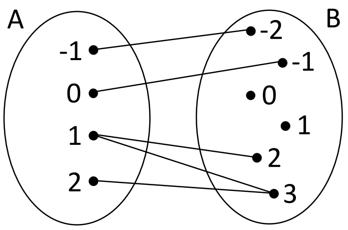
Exercícios: Introdução às funções

Estabeleça se cada um dos esquemas das relações abaixo define ou não uma função de $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ em $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. Justifique.

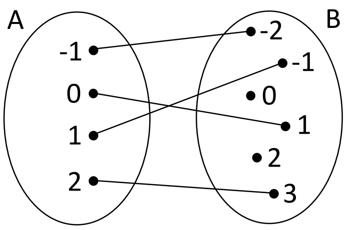
1.



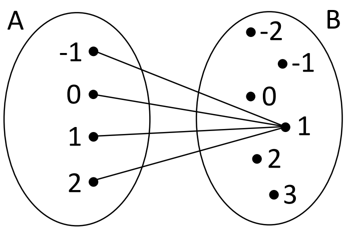
2.



3.



4.



Seja f a função de $\mathbb{Z}$ em $\mathbb{Z}$ definida por $f(x) = 3x - 2$. Calcule:

5. $f(2) =$

6. $f(-3) =$

Seja f a função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 3x + 4$. Calcule:

7. $f(2) =$

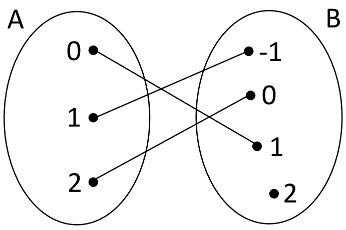
8. $f\left(-\frac{1}{3}\right) =$

9. Seja uma função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{2x-3}{5}$. Qual é o elemento do domínio que tem $-\frac{3}{4}$ como imagem?

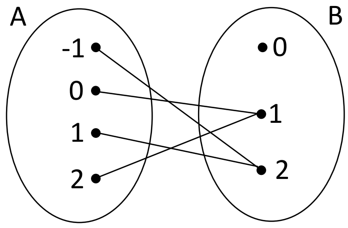
10. A função de f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ é tal que, para todo $x \in \mathbb{R}, f(3x) = 3f(x)$. Se $f(9) = 45$, Calcule $f(1)$.

Estabeleça o domínio e a imagem das funções abaixo:

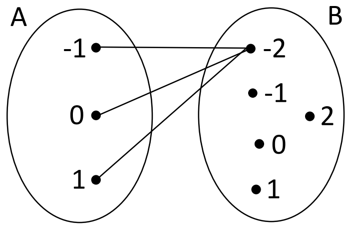
11.



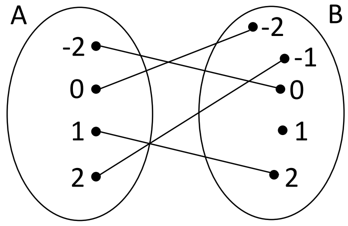
12.



13.



14.



Gabarito:

1. Não define função de A em B, pois o elemento 2 ∈ A não está associado a nenhum elemento de B.
2. Não define função de A em B, pois o elemento 1 ∈ A está associado a dois elementos de B.
3. Define função de A em B, pois todo elemento de A está associado a um único elemento de B.
4. Define função de A em B, pois todo elemento de A está associado a um único elemento de B.
5. 4
6. -11
7. 2
8. 46/9
9. -3/8
10. 5
11. $D(f) = \{0, 1, 2\}$ e $Im(f) = \{-1, 0, 1\}$
12. $D(g) = \{-1, 0, 1, 2\}$ e $Im(g) = \{1, 2\}$
13. $D(h) = \{-1, 0, 1\}$ e $Im(h) = \{-2\}$
14. $D(k) = \{-2, 0, 1, 2\}$ e $Im(k) = \{-2, -1, 0, 2\}$

Exercícios: Estudo do domínio das funções reais

Dê o domínio das seguintes funções reais:

1. $f(x) = 3x + 2$

2. $g(x) = \dfrac{1}{x+2}$

3. $h(x) = \dfrac{x-1}{x^2-4}$

4. $p(x) = \sqrt{x-1}$

5. $q(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$

6. $r(x) = \dfrac{\sqrt{x+2}}{x-2}$

7. $s(x) = \sqrt[3]{2x-1}$

8. $t(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2x+3}}$

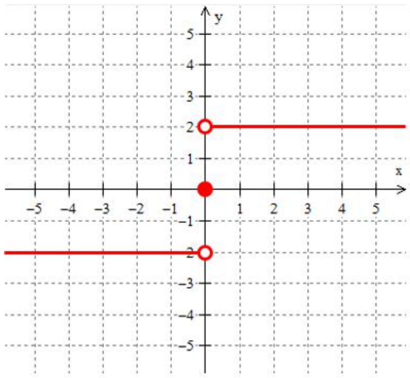
Gabarito:

1. $D(f) = \mathbb{R}$
2. $D(g) = \mathbb{R} - \{-2\}$
3. $D(h) = \mathbb{R} - \{2, -2\}$
4. $D(p) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 1)$
5. $D(q) = \{x \in \mathbb{R} / x > -1\}$
6. $D(r) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq -2 \; e \; x \neq 2\}$
7. $D(s) = \mathbb{R}$
8. $D(t) = \mathbb{R} - \left\{-\frac{3}{2}\right\}$

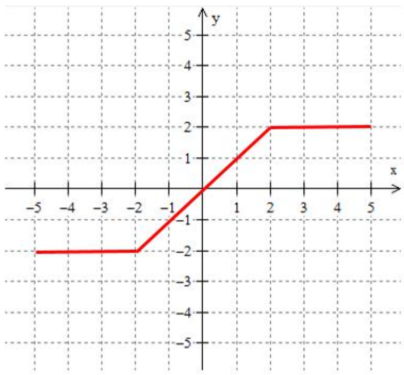
Exercícios: Domínio e imagem através do gráfico

Nos gráficos cartesianos das funções abaixo representadas, determine o conjunto imagem.

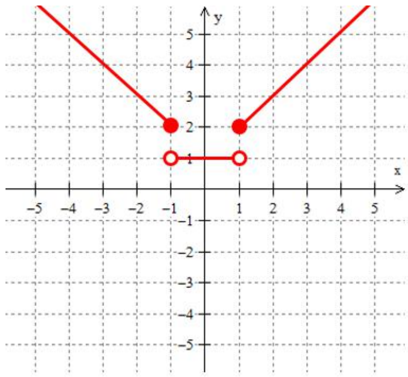
1.



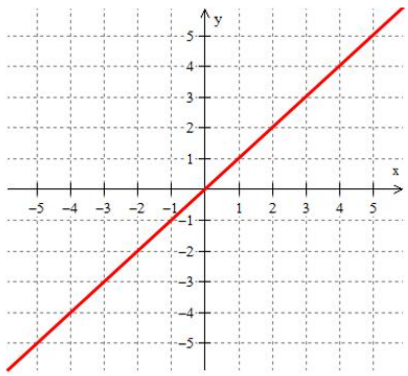
2.



3.

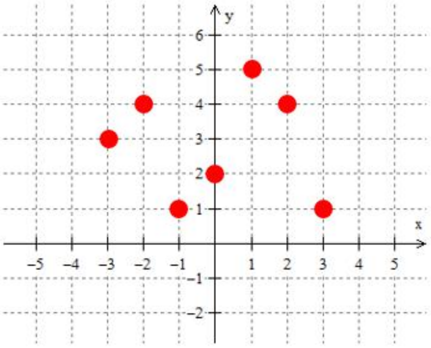


4.

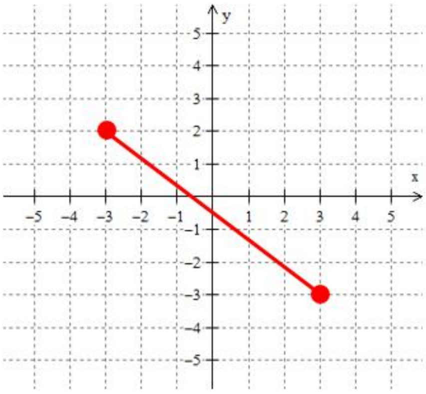


Considerando que os gráficos abaixo são gráficos de funções, estabeleça o domínio e a imagem.

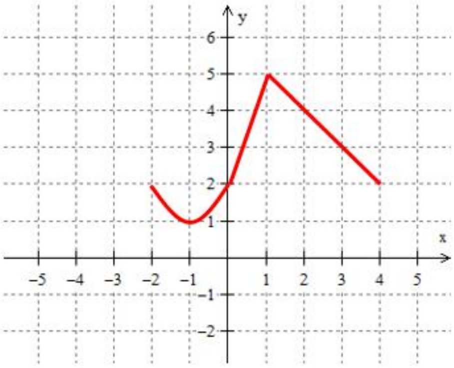
5.



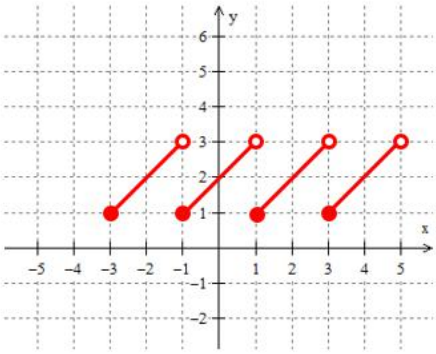
6.



7.



8.



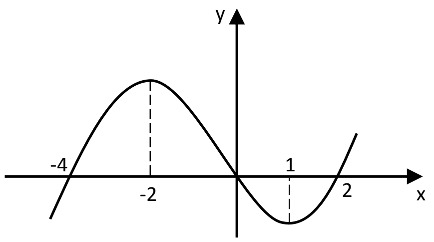
Gabarito:

1. $Im = \{-2, 0, 2\}$
2. $Im = \{y \in \mathbb{R} / -2 \le y \le 2\}$
3. $Im = \{y \in \mathbb{R} / \ y = 1 \ ou \ y \ge 2\}$
4. $Im = \{\mathbb{R}\}$
5. $D = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ e $Im = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
6. $D = \{x \in \mathbb{R} / -3 \le x \le 3\}$ e $Im = \{y \in \mathbb{R} / -3 \le y \le 2\}$
7. $D = \{x \in \mathbb{R} / -2 \le x \le 4\}$ e $Im = \{y \in \mathbb{R} / \ 1 \le y \le 5\}$
8. $D = \{x \in \mathbb{R} / -3 \le x < 5\}$ e $Im = \{y \in \mathbb{R} / \ 1 \le y < 3\}$

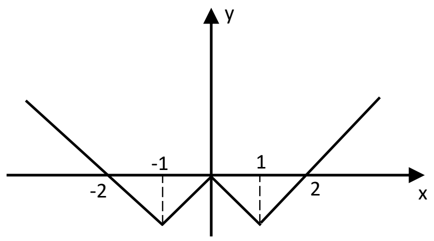
Exercícios: Análise gráfica de funções

Com base nos gráficos abaixo, de funções de ℝ em ℝ, especifique os intervalos em que a função é crescente ou decrescente.

1.



2.

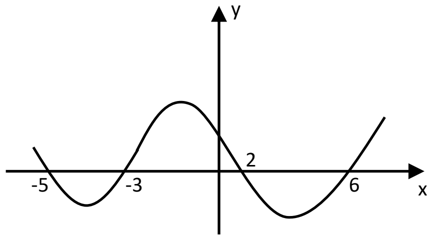


Gabarito:

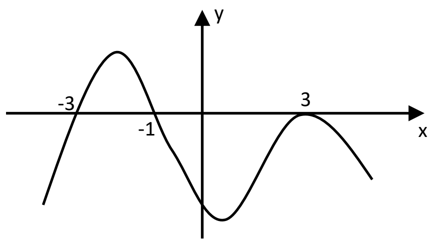
1. Crescente para $x \in \mathbb{R} / \ x \leq -2 \ ou \ x \geq 1$; decrescente para $x \in \mathbb{R} / -2 \leq x \leq 1$
2. Crescente para $x \in \mathbb{R} / -1 \leq x \leq 0 \ ou \ x \geq 1$; decrescente para $x \in \mathbb{R} / \ x \leq -1 \ ou \ 0 \leq x \leq 1$
3. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -5 \ ou \ x = -3 \ ou \ x = 2 \ ou \ x = 6$
   $f(x) > 0 \Leftrightarrow x < -5 \ ou - 3 < x < 2 \ ou \ x > 6$
   $f(x) < 0 \Rightarrow -5 < x < -3 \ ou \ 2 < x < 6$
4. $g(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3 \ ou \ x = -1 \ ou \ x = 3$
   $g(x) > 0 \Leftrightarrow -3 < x < -1$
   $g(x) < 0 \Leftrightarrow x < -3 \ ou \ x > -1 \ e \ x \neq 3$
5. $h(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$
   $h(x) > 0 \Leftrightarrow x \neq -2$

Estude o sinal das funções cujos gráficos estão representados abaixo.

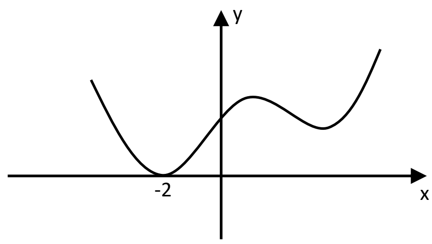
3.



4.



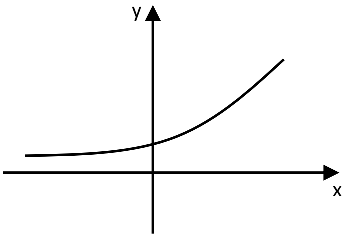
5.



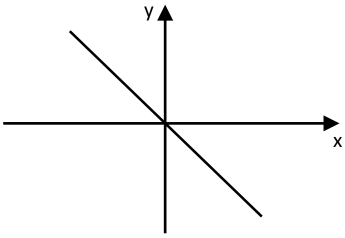
Exercícios: Função injetora, sobrejetora e bijetora

Para as funções em $\mathbb{R}$ abaixo representadas, qual é a injetora? E sobrejetora? E bijetora?

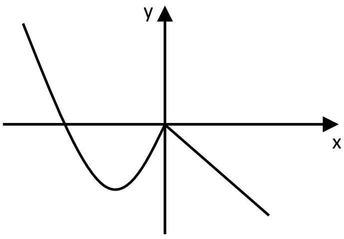
1.



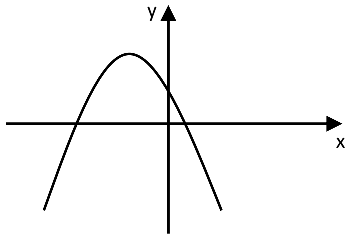
2.



3.



4.



Nas funções seguintes classifique em:

I) Injetora
II) Sobrejetora
III) Bijetora
IV) Não é sobrejetora nem injetora

5. f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2x + 1$

6. g: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ tal que $g(x) = 1 - x^2$

7. p: $\mathbb{R}^* \to \mathbb{R}^*$ tal que $p(x) = \frac{1}{x}$

8. q: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $q(x) = x^3$

Gabarito:

1. Injetora
2. Bijetora
3. Sobrejetora
4. Não é injetora nem sobrejetora
5. III
6. IV
7. III
8. III

Exercícios: Função composta

Sejam as funções reais f e g, definidas por $f(x) = x^2 + 4x - 5$ e $g(x) = 2x - 3$.

1. Obtenha as leis que definem $f(g(x))$ e $g(f(x))$.

2. Calcule $f(g(2))$ e $g(f(2))$.

3. Determine os valores do domínio da função $f(g(x))$ que produzem imagem 16.

Nas funções reais f e g, definidas por $f(x) = x^2 + 2$ e $g(x) = x - 3$, obtenha as leis que definem:

4. $f(g(x))$

5. $g(f(x))$

6. $f(f(x))$

7. $g(g(x))$

Gabarito:

1. $f(g(x)) = 4x^2 - 4x - 8$
   $g(f(x)) = 2x^2 + 8x - 13$
2. $f(g(2)) = 0;\ g(f(2)) = 11$
3. $f(g(x)) = 16 \Rightarrow x = -2\ e\ x = 3$
4. $f(g(x)) = x^2 - 6x + 11$
5. $g(f(x)) = x^2 - 1$
6. $f(f(x)) = x^4 + 4x^2 + 6$
7. $g(g(x)) = x - 6$

Exercícios: Função inversa

Nas funções bijetoras abaixo, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, obtenha a lei de correspondência que define a função inversa.

1. $f(x) = 2x + 3$

2. $g(x) = \frac{4x-1}{3}$

3. $h(x) = x^3 + 2$

4. Seja a função bijetora f, de $\mathbb{R} - \{2\}$ em $\mathbb{R} - \{1\}$ definida por $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$. Qual é a função inversa de f?

Obtenha a função inversa das seguintes funções:

5. $f: \mathbb{R} - \{3\} \to \mathbb{R} - \{1\}$
$$f(x) = \frac{x+3}{x-3}$$

6. $f: \mathbb{R} - \{3\} \to \mathbb{R} - \{3\}$
$$f(x) = \frac{3x+2}{x-3}$$

7. Seja a função f de $\mathbb{R} - \{-2\}$ em $\mathbb{R} - \{4\}$ definida por $f(x) = \frac{4x-3}{x+2}$. Qual é o valor do domínio de f^{-1} com imagem 5?

Gabarito:

1. $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$
2. $g^{-1}(x) = \frac{3x+1}{4}$
3. $h^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-2}$
4. É a função f^{-1}, *de* $\mathbb{R} - \{1\}$ *em* $\mathbb{R} - \{2\}$, definida por
$$f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-1}.$$
5. $f^{-1}: \mathbb{R} - \{1\} \to \mathbb{R} - \{3\}$
$$f^{-1}(x) = \frac{3x+3}{x-1}$$
6. $f^{-1}: \mathbb{R} - \{3\} \to \mathbb{R} - \{3\}$
$$f^{-1}(x) = \frac{3x+2}{x-3}$$
7. 17/7

Exercícios: Função afim

1. Em certa cidade, durante os dez primeiros dias do mês de julho de 2003, a temperatura, em graus Celsius, foi decrescendo de forma linear de acordo com a função $T(t) = -2t + 18$, em que t é o tempo medido em dias. Nessas condições, pode-se afirmar que, no dia 8 de julho de 2003, a temperatura nessa cidade foi:

2. Um reservatório de água com capacidade para 10.000 litros abastece o bairro "Longa Vida". Houve um acidente e a tubulação do reservatório foi rompida. Imediatamente após o ocorrido os funcionários da estação de águas acionaram o pessoal de conserto. Sabendo que a vazão (taxa) de água que sai da tubulação é de 10 litros por minuto, quanto tempo até chegar ao local do incidente terá a equipe de conserto a fim de que o reservatório ainda contenha pelo menos a metade do volume original?

3. Sabendo que os pontos $(2, -3)$ e $(-1, 6)$ pertencem ao gráfico da função f: IR->IR definida por $f(x) = ax + b$, determine o valor de $b - a$.

4. Devido ao desgaste, o valor V de uma mercadoria decresce com o tempo t. Por isso, a desvalorização que o preço dessa mercadoria sofre em razão do tempo de uso é chamada depreciação. A função depreciação pode ser uma função do 1º grau, como neste caso: o valor de uma máquina é hoje R$ 1000,00, e estima-se que daqui a 5 anos será R$ 250,00.

   a) Qual será o valor dessa máquina daqui a t anos?

   b) Qual será o valor dessa máquina em 6 anos?

   c) Qual será sua depreciação total após esse período de 6 anos?

5. Um comerciante teve uma despesa de R$ 230,00 na compra de certa mercadoria. Como vai vender cada unidade por R$ 5,00, o lucro final será dado em função das x unidades vendidas. Responda:

   a) Qual a expressão matemática dessa função?

   b) Para que valores de x temos $f(x) < 0$? Como pode ser interpretado esse caso?

   c) Para que valores de x o lucro será de R$ 315,00?

   d) Para que valores de x o lucro estará entre R$ 100,00 e R$ 180,00?

6. Uma cidade é servida por duas empresas de telefonia. A empresa Telefone para todos cobra, por mês, uma assinatura de R$ 35,00 mais R$ 0,50 por minuto utilizado. A empresa Fale à vontade cobra, por mês, uma assinatura de R$ 26,00 mais R$ 0,65 por minuto utilizado. A partir de quantos minutos de utilização o plano da empresa Telefone para todos passa a ser mais vantajoso para os clientes do que o plano da empresa Fale à vontade?

7. Duas pequenas fábricas de calçados, A e B, têm fabricado, respectivamente, 3000 e 1100 pares de sapatos por mês. Se, a partir de janeiro, a fábrica A aumentar sucessivamente a produção em 70 pares por mês e a fábrica B aumentar sucessivamente a produção em 290 pares por mês, a produção de B superará a produção de A à partir de qual mês?

8. Seu Renato assustou-se com sua última conta de celular. Ela veio com o valor 250,00 (em reais). Ele, como uma pessoa que não gosta de gastar dinheiro à toa, só liga nos horários de descontos e para telefones fixos (PARA CELULAR JAMAIS!). Sendo assim a função que descreve o valor da conta telefônica é $P = 31{,}00 + 0{,}25t$, onde P é o valor da conta telefônica, t é o número de pulsos, (31,00 é o valor da assinatura básica, 0,25 é o valor de cada pulso por minuto). Quantos pulsos seu Renato usou para que sua conta chegasse com este valor absurdo (250,00)?

9. Na tabela abaixo, X representa dias, contados a partir de uma data fixa, e Y representa medições feitas em laboratório, nesses dias, para estudo de um fenômeno. X 1 5 20 100 ... Y 5 25 100 500 ... De acordo com essa tabela pode-se afirmar que as grandezas são:

10. Se o vazamento de uma torneira enche um copo de 200 ml de água a cada hora, é correto afirmar que, para desperdiçar 3 m3 de água, são necessários:

11. As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independente da época ou variação de preço, certa fruta custa R$ 1,75 o quilograma. Escreva a função que relaciona o preço e a quantidade do produto comprado e esboce o gráfico.

12. O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33.000 passagens; em fevereiro, 34.500; em março, 36.000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes. Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

GABARITO:

1. 2°C
2. V(t)=10.000-10t
   t=500 min.
3. b – a = 6
4. a) V(t)= -150t +1.000
   b) 100 reais.
   c) 900 reais.
5. a) f(x)=5x-230
   b) 5x-230<0 => x<46. Menos de 46 unidades vendidas resultará em prejuízo.
   c) f(x)=315 => x=109.
   d) 66<x<82.
6. t>60
7. Setembro
8. 876
9. Diretamente proporcionais e relacionadas por uma função linear.
10. 625 dias
11. P(X)=1,75x
12. 42.000

Exercícios: Estudo do sinal da função afim

Estude os sinais das funções definidas em $\mathbb{R}$:

1. $y = 2x + 3$

2. $y = -3x + 2$

3. $y = 3 - \frac{x}{2}$

4. $y = \frac{x}{3} + \frac{3}{2}$

5. Para que valores do domínio da função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{3x-1}{2}$ a imagem é menor que 4?

6. Para que valores de $x \in \mathbb{R}$ a função $f(x) = \frac{2}{3} - \frac{x}{2}$ é negativa?

Sejam as funções $f(x) = 2x + 3, g(x) = 2 - 3x$ e $h(x) = \frac{4x-1}{2}$ definidas em $\mathbb{R}$. Para que valores de $x \in \mathbb{R}$, tem-se:

7. $f(x) \geq g(x)$?

8. $g(x) < h(x)$?

Gabarito:

1. $y = 0 \Rightarrow se\ x = -3/2$
   $y > 0 \Rightarrow se\ x > -3/2$
   $y < 0 \Rightarrow se\ x < -3/2$
2. $y = 0 \Rightarrow se\ x = 2/3$
   $y > 0 \Rightarrow se\ x < 2/3$
   $y < 0 \Rightarrow se\ x > 2/3$
3. $y = 0 \Rightarrow se\ x = 6$
   $y > 0 \Rightarrow se\ x < 6$
   $y < 0 \Rightarrow se\ x > 6$
4. $y = 0 \Rightarrow se\ x = -9/2$
   $y > 0 \Rightarrow se\ x > -9/2$
   $y < 0 \Rightarrow se\ x < -9/2$
5. $x < 3$
6. $x > 4/3$
7. $x \geq -1/5$
8. $x > 1/2$

Exercícios: Inequação do 1º grau (Introdução)

Resolva as inequações, em $\mathbb{R}$:

1.
$$4x + 5 > 2x - 3$$

2.
$$5(x+3) - 2(x+1) \leq 2x + 3$$

3.
$$\frac{x-1}{2} - \frac{x-3}{4} \geq 1$$

4.
$$\frac{2x-3}{2} - \frac{5-3x}{3} < 3x - \frac{1}{6}$$

5.
$$2(1+2x) - 3(1-x) > 0$$

6.
$$3(4x-7) - (4x-9) \leq 8x - 11$$

7.
$$\frac{6x-2}{3} - \frac{6x-3}{2} < 5$$

8.
$$\frac{3x+1}{5} - \frac{6x+1}{2} > 0$$

Gabarito:

1. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x > -4\}$
2. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \leq -10\}$
3. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \geq 3\}$
4. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x > -3\}$
5. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x > 1/7\}$
6. $S = \{\forall x \in \mathbb{R}\}$
7. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x > -25/6\}$
8. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < -1/8\}$

Exercícios: Inequação do 1º grau (Produto e quociente)

1. Resolva a inequação produto:

$$(4-3x)(2x-7)>0$$

2. Resolva a inequação quociente:

$$\frac{10x-15}{5-4x}\leq 0$$

Resolva em $\mathbb{R}$ as inequações abaixo:

3.
$$\frac{x+3}{2-x}\leq 4$$

4.
$$2x\cdot(3-x)\leq 0$$

5.
$$(2x-1)\cdot(x+3)>0$$

6.
$$(x+2)\cdot(4x-1)\cdot(3x+12)<0$$

7.
$$\frac{x}{x+7}<0$$

8.
$$\frac{1-3x}{3x+1}>0$$

Gabarito:

1. $S=\left\{x\in\mathbb{R}\;/\;\frac{4}{3}<x<\frac{7}{2}\right\}$
2. $S=\left\{x\in\mathbb{R}\;/\;x<\frac{5}{4}\;\; ou\; x\geq\frac{3}{2}\right\}$
3. $S=\{x\in\mathbb{R}\;/\;x\leq 1\;\; ou\; x>2\}$
4. $S=\{x\in\mathbb{R}\;/\;x\leq 0\;\; ou\; x\geq 3\}$
5. $S=\left\{x\in\mathbb{R}\;/\;x<-3\;\; ou\; x>\frac{1}{2}\right\}$
6. $S=\left\{x\in\mathbb{R}\;/\;x<-4\;\; ou\; -2<x<\frac{1}{4}\right\}$
7. $S=\{x\in\mathbb{R}\;/\;-7<x<0\}$
8. $S=\left\{x\in\mathbb{R}\;/\;-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{3}\right\}$

Exercícios: Equação do 2º grau

Resolva as seguintes equações:

1. $x^2 - 5x + 6 = 0$

2. $x^2 + 2x - 8 = 0$

3. $x^2 - 5x + 8 = 0$

4. $-x^2 + x + 12 = 0$

5. $3x^2 - 7x + 2 = 0$

6. $2x^2 = -12x - 18$

7. $x^2 + x - 7 = 5$

8. $x(x + 3) - 40 = 0$

9. $x^2 - 6x + 9 = 0$

10. $(x - 3)^2 = -2x^2$

11. $2x^2 - 50 = 0$

12. $5x^2 - 15 = 0$

13. $5x^2 + 20 = 0$

14. $2x^2 - 90 = 8$

15. $2(x^2 - 1) = x^2 + 7$

16. $x^2 + 5x = 0$

17. $3x^2 + 5x = 0$

18. $5x^2 + x = 0$

19. $2x^2 = 7x$

20. $-2x^2 + 10x = 0$

21. A soma de um número com o seu quadrado é 90. Calcule esse número.

22. A soma do quadrado de um número com o próprio número é 12. Calcule esse número.

23. O quadrado menos o dobro de um número é igual a -1. Calcule esse número.

24. O quadrado de um número aumentado de 25 é igual a dez vezes esse número.

25. O quadrado de um número é igual ao produto desse número por 3, mais 18. Qual é esse número?

26. Calcule um número inteiro e positivo tal que seu quadrado menos o dobro desse número seja igual a 48.

27. Um azulejista usou 2000 azulejos quadrados e iguais para revestir $45\ m^2$ de parede. Qual é a medida do lado de cada azulejo?

GABARITO:

1. $S = \{2, 3\}$
2. $S = \{2, -4\}$
3. $S = \emptyset$
4. $S = \{-3, 4\}$
5. $S = \left\{2, \frac{1}{3}\right\}$
6. $S = \{-3\}$
7. $S = \{-4, 3\}$
8. $S = \{5, -8\}$
9. $S = \{3\}$
10. $S = \emptyset$
11. $S = \{5, -5\}$
12. $S = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$
13. $S = \emptyset$
14. $S = \{7, -7\}$
15. $S = \{3, -3\}$
16. $S = \{0, -5\}$
17. $S = \left\{0, -\frac{5}{3}\right\}$
18. $S = \left\{0, -\frac{1}{5}\right\}$
19. $S = \left\{0, \frac{7}{2}\right\}$
20. $S = \{0, 5\}$
21. $S = \{9, -10\}$
22. $S = \{3, -4\}$
23. $S = \{1\}$
24. $S = \{5\}$
25. $S = \{6, -3\}$
26. $S = \{8\}$
27. $15\ cm$

Exercícios: Zeros de uma função quadrática

Determine os zeros reais das funções:

1. $f(x) = x^2 - 3x + 2$

2. $f(x) = -x^2 + 7x - 12$

3. $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$

4. $f(x) = x^2 - 2x + 2$

5. $f(x) = x^2 + 4x + 4$

6. Uma empresa produz e vende determinado tipo de produto. A quantidade que ela consegue vender varia conforme o preço, da seguinte forma: a um preço y ela consegue vender x unidades do produto, de acordo com a equação $y = 50 - \frac{x}{2}$.

   Sabendo que a receita (quantidade vendida vezes o preço de venda) obtida foi de CR$1.250,00, qual foi a quantidade vendida?

7. Resolva o sistema
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{12} \\ x \cdot y = 12 \end{cases}$$

8. Determine os valores de m para que a função quadrática $f(x) = (m-1)x^2 + (2m+3)x + m$ tenha dois zeros reais e distintos.

9. Determine os valores de m para que a equação do 2º grau $(m+2)x^2+(3-$ $-2m)x+(m+1)=0$ tenha raízes reais.

10. Determine os valores de m para que que a equação $x^2+(3m+2)x+(m^2+m+2)=$ 0 tenha duas raízes reais iguais.

11. Determine os valores de m para que a função $f(x)=m+1)x^2+(2m+3)x+(m-1)$ não tenha zeros reais.

12. As raízes da equação $2x^2-2mx+3=0$ são positivas e uma é o triplo da outra. Calcule o valor de m.

GABARITO:

1. $x=1 \;\; ou \;\; x=2$
2. $x=3 \;\; ou \;\; x=4$
3. $x=2 \;\; ou \;\; x=\frac{1}{3}$
4. Não existe $x \in \mathbb{R}$
5. $x=-2$
6. 50
7. $S=\{(3,4),(4,3)\}$
8. $m>\frac{-9}{16} e\; m \neq 1$
9. $m \leq \frac{1}{24} e\; m \; \neq -2$
10. $m=-2 \; ou \; m=\frac{2}{5}$
11. $m<-\frac{13}{12}$
12. $m=2\sqrt{2}$

Exercícios: Máximo e mínimo de uma função quadrática

Determine os vértices das parábolas:

1. $y = x^2 - 4$

2. $y = -x^2 + 3x$

3. $y = 2x^2 - 5x + 2$

4. $y = -x^2 + x - \frac{2}{9}$

5. Determine o valor de m na função real $f(x) = 3x^2 - 2x + m$ para que o valor mínimo seja 5/3.

6. Determine o valor de m na função real $f(x) = -3x^2 + 2(m-1)x + (m+1)$ para que o valor máximo seja 2.

7. Dada $f(x) = 2x^2 + 7x - 15$, para que valor de x a função atinge um máximo?

8. A parábola de equação $y = -2x^2 + bx + c$ passa pelo ponto (1,0) e seu vértice é o ponto de coordenadas $(3, v)$. Determine v.

9. Determine o retângulo de maior área contido num triângulo equilátero de lado 4cm, estado a base do retângulo num lado do triângulo.

10. Uma parede de tijolos será usada como um dos lados de um curral retangular. Para os outros lados iremos usar 400 metros de tela de arame, de modo a produzir área máxima. Qual é quociente de um lado pelo outro?

CABARITO:

1. $V(0, -4)$
2. $V\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$
3. $V\left(\frac{5}{4}, -\frac{9}{8}\right)$
4. $V\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{36}\right)$
5. $m = 2$
6. $m = -2 \; ou \; m = 1$
7. Não tem máximo, porque $\alpha > 0$.
8. $v = 8$
9. Retângulo de lados 2cm e $\sqrt{3}cm$
10. $\frac{a}{b}$=$\frac{1}{2}$ ou $\frac{b}{a}$=2

Exercícios: Estudo do sinal da função quadrática

Estude o sinal de cada uma das seguintes funções:

1. $y = x^2 - 2x - 3$

2. $y = 4x^2 - 10x + 4$

3. $y = -3x^2 + 6x - 3$

4. $y = x^2 - 3x + \frac{9}{4}$

5. $y = 3x^2 - 4x + 2$

6. $y = -x^2 + x - 1$

Gabarito:

1. $y = 0 \Rightarrow se\ x = -1\ ou\ x = 3$
$y > 0 \Rightarrow se\ x < -1\ ou\ x > 3$
$y < 0 \Rightarrow se - 1 < x < 3$

2. $y = 0 \Rightarrow se\ x = 1/2\ ou\ x = 2$
$y > 0 \Rightarrow se\ x < 1/2\ ou\ x > 2$
$y < 0 \Rightarrow se\ 1/2 < x < 2$

3. $y = 0 \Rightarrow se\ x = 1$
$y < 0 \Rightarrow se\ x \neq 1$

4. $y = 0 \Rightarrow se\ x = 3/2$
$y > 0 \Rightarrow se\ x \neq 3/2$

5. $y > 0, \forall\ x \in \mathbb{R}$

6. $y < 0, \forall\ x \in \mathbb{R}$

Exercícios: Inequação do 2º grau (Introdução)

Resolva as inequações em $\mathbb{R}$:

1. $x^2 - 3x + 2 > 0$

2. $-x^2 + x + 6 > 0$

3. $-3x^2 - 8x + 3 \leq 0$

4. $-x^2 + \frac{3}{2}x + 10 \geq 0$

5. $8x^2 - 14x + 3 \leq 0$

6. $4x^2 - 4x + 1 > 0$

7. $x^2 - 6x + 9 \geq 0$

8. $-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$

Gabarito:

1. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < 1 \text{ ou } x > 2\}$
2. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -2 < x < 3\}$
3. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \leq -3 \text{ ou } x \geq 1/3\}$
4. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -5/2 \leq x \leq 4\}$
5. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 1/4 \leq x \leq 3/2\}$
6. $S = \mathbb{R} - \{1/2\}$
7. $S = \mathbb{R}$
8. $S = \{3/2\}$

Exercícios: Inequação do 2º grau (Produto e quociente)

Resolva, em $\mathbb{R}$, as inequações:

1. $(x^2 - x - 2) \cdot (-x^2 + 4x - 3) > 0$

2. $(1 - 4x^2) \cdot (2x^2 + 3x) > 0$

3. $(2x^2 - 7x + 6) \cdot (2x^2 - 7x + 5) \leq 0$

4. $(x^2 - x - 6) \cdot (-x^2 + 2x - 1) > 0$

5. $(x^2 + x - 6) \cdot (-x^2 - 2x + 3) \geq 0$

6. $\dfrac{4x^2 + x - 5}{2x^2 - 3x - 2} > 0$

7. $\dfrac{-9x^2 + 9x - 2}{3x^2 + 7x + 2} \leq 0$

8. $\dfrac{x^2 + 2x}{x^2 + 5x + 6} \geq 0$

9. $\dfrac{2 - 3x}{2x^2 + 3x - 2} < 0$

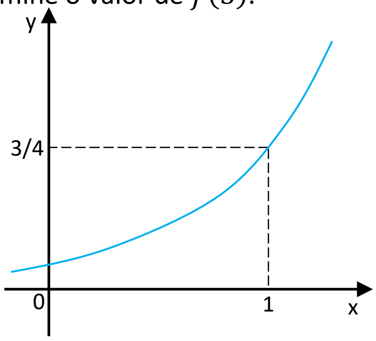
10. $\dfrac{x^2 + 3x - 16}{-x^2 + 7x - 10} \geq 1$

Gabarito:

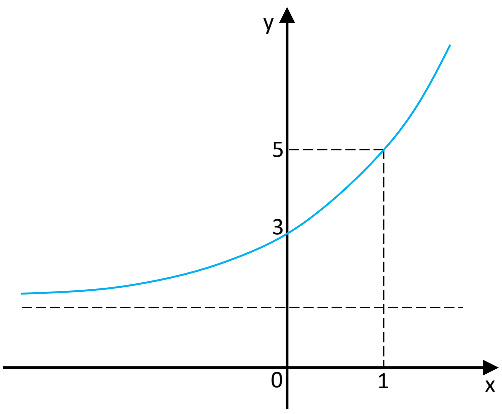
1. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -1 < x < 1 \; ou \; 2 < x < 3\}$
2. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -3/2 < x < -1/2 \; ou \; 0 < x < 1/2\}$
3. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 1 \leq x \leq 3/2 \; ou \; 2 \leq x \leq 5/2\}$
4. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -2 < x < 3 \; e \; x \neq 1\}$
5. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x = -3 \; ou \; 1 \leq x \leq 2\}$
6. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < -5/4 \; ou \; -1/2 < x < 1 \; ou \; x > 2\}$
7. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < -2 \; ou \; -1/3 < x \leq 1/3 \; ou \; x \geq 2/3\}$
8. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < -3 \; ou \; x \geq 0\}$
9. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -2 < x < 1/2 \; ou \; x > 2/3\}$
10. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -1 \leq x < 2 \; ou \; 3 \leq x < 5\}$

Exercícios: Função exponencial

1. Na figura está representado o gráfico de $f(x) = a \cdot 2^x$, sendo a uma constante real. Determine o valor de $f(3)$.



2. O gráfico abaixo representa a função f cuja lei é $f(x) = a + b \cdot 2^x$, sendo a e b constantes positivas.



a) Determine a e b.

b) Qual é o conjunto imagem de f?

c) Calcule $f(-2)$.

3. Em uma experiência sobre deterioração de alimentos, constatou-se que a população de certo tipo de bactéria dobrava a cada hora. No instante em que começaram as observações, havia 50 bactérias na amostra. Obtenha a lei que relaciona o número de bactérias (n) em função do tempo (t).

4. Imagine que a população de uma cidade cresça à taxa de 5% ao ano. Nessa taxa, já estão computados os índices de mortalidade, natalidade, migrações, etc. Admita que a população atual dessa cidade seja de 100 000 habitantes. Qual é a lei da função que representa o número de habitantes (y) que essa cidade terá daqui a x anos?

5. Admita que, em certo município, a população cresça à taxa de 20% ao ano. Classifique como V ou F a seguinte afirmação: "Em quatro anos a população do município já terá dobrado em relação a seu valor atual".

6. Um conjunto de sofás foi comprado por R$ 2.000,00. Com o tempo, por descuido do comprador, o sol foi queimando o tecido do sofá, que perdeu a cor original. Um comerciante do ramo informou ao comprador que em uma situação desse tipo a cada ano o sofá perde 20% do valor que tinha no ano anterior. Sabendo que o comprador se informou com o comerciante 7 anos depois da compra, que valor o sofá teria nesta data, segundo o comerciante?

7. Devido ao declínio da qualidade de vida em um bairro, prevê-se que, durante os próximos quatro anos, um imóvel sofrerá desvalorização de 10% ao ano.

a) Se hoje o valor do imóvel é de R$ 200.000,00, escreva uma equação que expresse o valor do imóvel V, em real, em função do tempo t, em ano, para os próximos 4 anos.

b) Qual será seu valor daqui a quatro anos?

8. Um pesquisador observou que uma população de bactérias cresce 20% ao dia.

a) Se atualmente a população é de 10.000 indivíduos, escreva uma equação que expresse o número P de indivíduos em função do tempo t, em dia.

b) Qual será a população daqui a cinco dias? $(Dado: (1{,}2)^5 \cong 2{,}49.)$

GABARITO:

1. 3
2. a) $a = 1$ e $b = 2$
   b) $Im = \{y \in \mathbb{R} / y > 1\}$
   c) 3/2
3. $n = 50 \cdot 2^t$
4. $y = 100\ 000 \cdot 1{,}05^x$
5. V, pois $P(4) = (1{,}2)^4 \cdot P_0 \cong 2{,}07 \cdot P_0$
6. R$ 419,00 (Aproximadamente).
7. a) $V = 200.000 \cdot (0{,}9)^t, com\ 0 \leq t \leq 4$
   b) R$ 131.220,00.
8. a) $P = 10.000 \cdot (1{,}2)^t, com\ t \geq 0$
   b) Aproximadamente 24.900 indivíduos.

Exercícios: Equação exponencial

Resolva as seguintes equações exponenciais:

1. $2^x = 128$

2. $3^x = 243$

3. $2^x = \frac{1}{16}$

4. $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 125$

5. $\left(\sqrt[3]{2}\right)^x = 8$

6. $\left(\sqrt[4]{3}\right)^x = \sqrt[3]{9}$

7. $9^x = 27$

8. $4^x = \frac{1}{8}$

9. $\left(\frac{1}{125}\right)^x = 25$

10. $\left(\sqrt[5]{4}\right)^x = \frac{1}{\sqrt{8}}$

11. $100^x = 0{,}001$

12. $125^x = 0{,}04$

13. $2^{3x-1} = 32$

14. $11^{2x+5} = 1$

15. $2^{x^2-x-16} = 16$

16. $7^{3x+4} = 49^{2x-3}$

17. $(2^x)^{x+4} = 32$

18. $(9^{x+1})^{x-1} = 3^{x^2+x+4}$

19. $2^{3x-1} \cdot 4^{2x+3} = 8^{3-x}$

20. $(3^{2x-7})^3 \div 9^{x+1} = (3^{3x-1})^4$

21. $3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 306$

22. $5^{x-2} - 5^x + 5^{x+1} = 505$

23. $2^{3x} + 2^{3x+1} + 2^{3x+2} + 2^{3x+3} = 240$

GABARITO:

1. $S = \{7\}$
2. $S = \{5\}$
3. $S = \{-4\}$
4. $S = \{-3\}$
5. $S = \{9\}$
6. $S = \left\{\frac{8}{3}\right\}$
7. $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$
8. $S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$
9. $S = \left\{\frac{-2}{3}\right\}$
10. $S = \left\{\frac{-15}{4}\right\}$
11. $S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$
12. $S = \left\{-\frac{2}{3}\right\}$
13. $S = \{2\}$
14. $S = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$
15. $S = \{5, -4\}$
16. $S = \{10\}$
17. $S = \{-5, 1\}$
18. $S = \{3, -2\}$
19. $S = \left\{\frac{2}{5}\right\}$
20. $S = \left\{-\frac{19}{8}\right\}$
21. $S = \{3\}$
22. $S = \{3\}$
23. $S = \left\{\frac{4}{3}\right\}$

Exercícios: Inequação exponencial

Resolva as seguintes inequações exponenciais:

1.
$$2^x < 32$$

2.
$$\left(\frac{1}{3}\right)^x > \frac{1}{81}$$

3.
$$\left(\frac{1}{5}\right)^x \geq 125$$

4.
$$\left(\sqrt[3]{3}\right)^x \leq \frac{1}{9}$$

5.
$$\left(\sqrt[5]{25}\right)^x < \frac{1}{\sqrt[4]{125}}$$

6.
$$(0{,}008)^x > \sqrt[3]{25}$$

7.
$$(0{,}1)^{3-4x} < 0{,}0001$$

8.
$$(0{,}42)^{1-2x} \geq 1$$

9.
$$(0{,}3)^{x^2-2x-8} \geq 1$$

10.
$$2^{x-1} + 2^{x} + 2^{x+1} - 2^{x+2} + 2^{x+3} > 240$$

11.
$$3^{2x+1} - 9^{x} - 3^{2x-1} - 9^{x-1} \leq 42$$

Gabarito:

1. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < 5\}$
2. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < 4\}$
3. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \leq -3\}$
4. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \leq -6\}$
5. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < -15/8\}$
6. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < -2/9\}$
7. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < -1/4\}$
8. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \geq 1/2\}$
9. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/ -2 \leq x \leq 4\}$
10. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x > 5\}$
11. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \leq 3/2\}$

Exercícios: Logaritmos

Calcule os seguintes logaritmos:

1. $\log_4 16 =$

2. $\log_3 \frac{1}{9} =$

3. $\log_{81} 3 =$

4. $\log_{\frac{1}{2}} 8 =$

5. $\log_{27} 81 =$

6. $\log_{125} 25 =$

7. $\log_{\frac{1}{4}} 32 =$

8. $\log_{0,25} 8 =$

9. $\log_{25} 0{,}008 =$

10. $\log_{0,01} 0{,}001 =$

11. $\log_2 \sqrt{2} =$

12. $\log_{\sqrt[3]{7}} 49 =$

13. $\log_{100} \sqrt[3]{10} =$

14. $\log_{\sqrt{8}} \sqrt{32} =$

15.

$$\log_{\sqrt{27}} \sqrt[3]{9} =$$

16.

$$\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} \sqrt{27} =$$

2- Calcule o valor de S:

17.

$$S = \log_{100} 0{,}001 + \log_{1{,}5} \frac{4}{9} - \log_{1{,}25} 0{,}64$$

18.

$$S = \log_8 \sqrt{2} + \log_{\sqrt{2}} 8 - \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8}$$

19.

$$S = \log_{\sqrt[3]{9}} \sqrt{\frac{1}{27}} - \log_{\sqrt[3]{0{,}5}} \sqrt{8} + \log_{\sqrt[3]{100}} \sqrt[6]{0{,}1}$$

20. $S = \log_4(\log_3 9) + \log_2(\log_{81} 3) + \log_{0{,}8}(\log_{16} 32)$

GABARITO:

1. 2
2. –2
3. 1/4
4. – 3
5. 4/3
6. 2/3
7. – (5/2)
8. – (3/2)
9. – (3/2)
10. 3/2
11. 1/2
12. 6
13. 1/6
14. 5/3
15. 4/9
16. –3
17. S = – (3/2)
18. S = 19/6
19. S = 2
20. S = – (5/2)

Exercícios: Propriedades dos logaritmos

Desenvolva, aplicando as propriedades dos logaritmos (a, b e c são reais positivos):

1.
$$\log_5\left(\frac{5a}{bc}\right) =$$

2.
$$\log_3\left(\frac{ab^2}{c}\right) =$$

3.
$$\log_2\left(\frac{a^2\sqrt{b}}{\sqrt[3]{c}}\right) =$$

4.
$$\log_3\left(\frac{a \cdot b^3}{c \cdot \sqrt[3]{a^2}}\right) =$$

Qual é a expressão cujo desenvolvimento logarítmico é dado abaixo (a, b, c são reais positivos)?

5.
$$\log_2 a + \log_2 b - \log_2 c =$$

6.
$$2\log a - \log b - 3\log c =$$

7.
$$2 - \log_3 a + 3\log_3 b - 2\log_3 c =$$

8.
$$\frac{1}{2}\log a - 2\log b - \frac{1}{3}\log c =$$

Se $\mathbf{log\,2} = \boldsymbol{a}$ e $\mathbf{log\,3} = \boldsymbol{b}$, coloque em função de $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ os seguintes logaritmos decimais:

9. $\log 6 =$

10. $\log 4 =$

11. $\log 12 =$

12. $\log \sqrt{2} =$

13. $\log 0{,}5 =$

14. $\log 20 =$

15. $\log 5 \left(Sugestão: 5 = \frac{10}{2}. \right) =$

16. $\log 15 =$

17. Sabendo que $\log 2 = 0{,}3010$, determine o valor da expressão $\log \frac{125}{\sqrt[5]{2}}$.

18. Se $\log 2 = 0{,}301$, calcule o valor da expressão $\log 20 + \log 40 + \log 800$.

GABARITO:

1. $1 + \log_5 a - \log_5 b - \log_5 c$
2. $\log_3 a + 2\log_3 b - \log_3 c$
3. $2\log_2 a + \frac{1}{2}\log_2 b - \frac{1}{3}\log_2 c$
4. $\frac{1}{3}\log_3 a + 3\log_3 b - \log_3 c$
5. $\frac{ab}{c}$
6. $\frac{a^2}{bc^3}$
7. $\frac{9b^3}{ac^2}$
8. $\frac{\sqrt{a}}{b^2\sqrt[3]{c}}$
9. *a + b*
10. *2a*
11. *2a + b*
12. *a/2*
13. *− a*
14. *1 + a*
15. *1 − a*
16. *1 − a + b*
17. *2,0368*
18. *5,806*

Exercícios: Logaritmos (mudança de base)

1. Sabendo que $\log_{20} 2 = a$ e $\log_{20} 3 = b$, calcule $\log_6 5$.

2. Se $\log_{12} 27 = a$, calcule $\log_6 16$.

3. Calcule o valor de $\log_{0,04} 125$.

4. Se $\log_2 m = k$, determine o valor de $\log_8 m$.

5. Dados $\log 2 = a$ e $\log 3 = b$, calcule $\log_9 20$.

6. Calcule o valor de $\log_3 5 \cdot \log_{25} 27$.

GABARITO:

1. $\frac{1-2a}{a+b}$
2. $\frac{4(3-a)}{a+3}$
3. $-\frac{3}{2}$
4. $\frac{k}{3}$
5. $\frac{a+1}{2b}$
6. $\frac{3}{2}$

Exercícios: Equações logarítmicas

Resolva as equações:

1. $\log_4(3x+2) = \log_4(2x+5)$

2. $\log_3(5x-6) = \log_3(3x-5)$

3. $\log_{\frac{1}{3}}(3x^2-4x-17) = \log_{\frac{1}{3}}(2x^2-5x+3)$

4. $\log_5(4x-3) = 1$

5. $\log_{\frac{1}{2}}(3+5x) = 0$

6. $\log_4(2x^2+5x+4) = 2$

7. $\log_{\frac{1}{3}}(2x^2-9x+4) = -2$

8. $\log_3(\log_2 x) = 1$

9. $\log_{\frac{1}{2}}[\log_3(\log_4 x)] = 0$

10. $x^{\log_x(x+3)} = 7$

11.
$$x^{\log_x (x-5)^2} = 9$$

12.
$$(\log_4 x)^2 - 2 \cdot \log_4 x - 3 = 0$$

13.
$$6 \cdot (\log_2 x)^2 - 7 \cdot \log_2 x + 2 = 0$$

14.
$$\log_x (4 - 3x) = 2$$

15.
$$\log_x (4x - 3) = \log_x (2x + 1)$$

16.
$$\log_x (5x + 2) = \log_x (3x + 4)$$

17.
$$\log_2 (x + 4) + \log_2 (x - 3) = \log_2 18$$

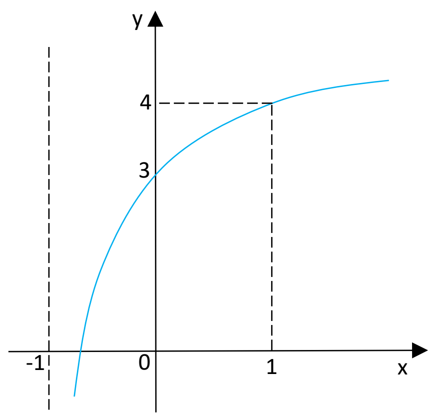
18.
$$\log_{\frac{1}{2}} (x + 1) + \log_{\frac{1}{2}} (x - 5) = \log_{\frac{1}{2}} (2x - 3)$$

GABARITO:

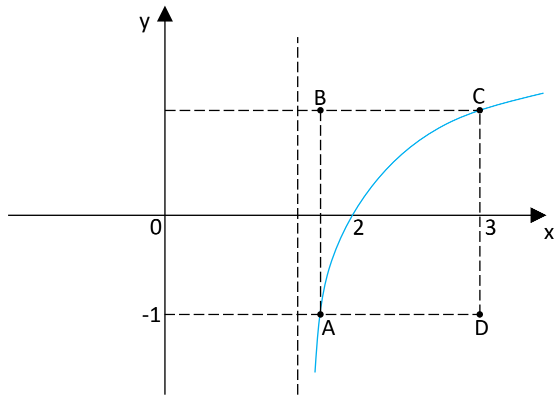
1. $S = \{3\}$
2. $S = \emptyset$
3. $S = \{4, -5\}$
4. $S = \{2\}$
5. $S = \left\{-\frac{2}{5}\right\}$
6. $S = \left\{-4, \frac{3}{2}\right\}$
7. $S = \left\{5, -\frac{1}{2}\right\}$
8. $S = \{8\}$
9. $S = \{64\}$
10. $S = \{4\}$
11. $S = \{8, 2\}$
12. $S = \left\{64, \frac{1}{4}\right\}$
13. $S = \{\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}\}$
14. $S = \emptyset$
15. $S = \{2\}$
16. $S = \emptyset$
17. $S = \{5\}$
18. $S = \{3 + \sqrt{11}\}$

Exercícios: Função logarítmica

1. O gráfico abaixo representa a função definida pela lei $y = a + \log_b(x+1)$, sendo a e b constantes reais. Quais são os valores de a e b, respectivamente?



2. O gráfico abaixo representa a função f, definida por $y = \log_2(x+k)$, sendo k uma constante real.

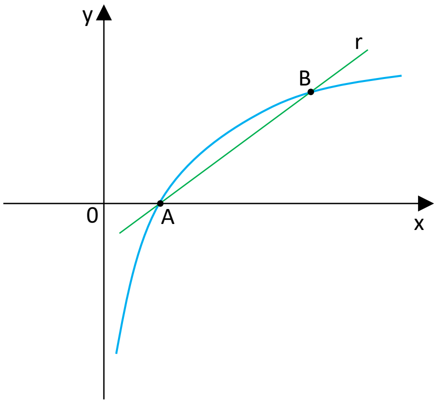


a) Qual é o valor de k?

b) Qual é a área do retângulo ABCD?

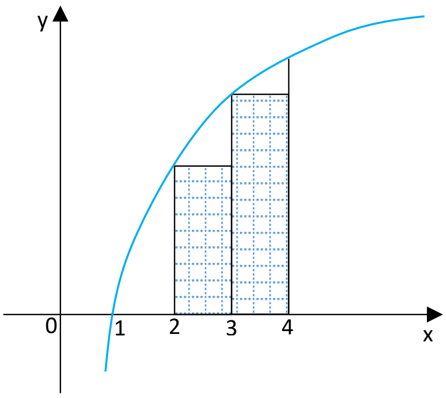
c) Qual é o domínio de f?

3. O gráfico seguinte representa a função f, dada por $f(x) = \log_4 x$:



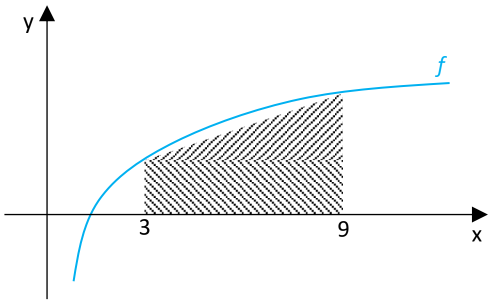
Sabendo que a abscissa de B é 8, obtenha a equação da reta r.

4. O gráfico abaixo representa a função $y = \log_2 x$.



Qual é o valor da área hachurada? Considere as aproximações $\log 2 = 0,3$ e $\log 3 = 0,48$.

5. O gráfico abaixo representa a função $f(x) = \log_3 x$. Calcule a área do trapézio sombreado.



GABARITO:

1. $a = 3$ e $b = 2$

2. a) -1

   b) 3 unidades de área

   c) $D = \{x \in \mathbb{R} / x > 1\}$

3. $y = \frac{3}{14} \cdot (x - 1)$

4. 2,6
5. 9 unidades de área

Exercícios: Inequação logarítmica

Resolva as inequações:

1.
$\log_3(5x-2) < \log_3 4$

2.
$\log_{\frac{1}{2}}(3x-1) \geq \log_{\frac{1}{2}}(2x+3)$

3.
$\log_{\frac{1}{2}}(x^2-1) > \log_{\frac{1}{2}}(3x+9)$

4.
$\log(x^2-x-2) < \log(x-4)$

5.
$\log_2(3x+5) > 3$

6.
$\log_2(x^2+x-2) \leq 2$

7.

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x^2 - 6x + 3) < 1$$

8.

$$\log(x^2 + 3x + 3) > 0$$

9.

$$3 \cdot (\log_3 x)^2 + 5 \cdot \log_3 x - 2 \leq 0$$

10.

$$\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)^2 - 3 \cdot \log_{\frac{1}{2}} x - 4 > 0$$

Gabarito:

1. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 2/5 < x < 6/5\}$
2. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 1/3 < x \leq 4\}$
3. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -2 < x < -1 \text{ ou } 1 < x < 5\}$
4. $S = \{\emptyset\}$
5. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x > 1\}$
6. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -3 \leq x < -2 \text{ ou } 1 < x \leq 2\}$
7. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < 1/2 \text{ ou } x > 5/2\}$
8. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < -2 \text{ ou } x > -1\}$
9. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 1/9 \leq x \leq \sqrt[3]{3}\}$
10. $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 0 < x < \frac{1}{16} \text{ ou } x > 2\}$

Exercícios: Probabilidade

1- Numa urna existem duas bolas vermelhas e seis brancas. Sorteando uma bola, qual a probabilidade de ela ser vermelha?

Um número é escolhido ao acaso entre os 20 inteiros, de 1 a 20. Qual a probabilidade de o número escolhido:

2- Ser par?

3- Ser ímpar?

4- Ser primo?

5- Quadrado perfeito?

Dois dados, um verde e um vermelho, são lançados e observados os números das faces de cima.

6- Qual a probabilidade de ocorrerem números iguais?

7- Qual a probabilidade de ocorrerem números diferentes?

8- Qual a probabilidade de a soma dos números ser 7?

9- Qual a probabilidade de a soma dos números ser 12?

10- Qual a probabilidade de a soma dos números ser menor ou igual a 12?

11- Qual a probabilidade de aparecer número 3 em ao menos um dos dados?

Numa cidade, 30% dos homens são casados, 40% são solteiros, 20% são desquitados e 10% são viúvos. Um homem é escolhido ao acaso.

12- Qual a probabilidade de ele ser solteiro?

13- Qual a probabilidade de ele não ser casado?

14- Qual a probabilidade de ele ser solteiro ou desquitado?

Em um grupo de 500 estudantes, 80 estudam Engenharia, 150 estudam Economia e 10 estudam Engenharia e Economia. Se um aluno é escolhido ao acaso, qual a probabilidade de que:

15- Ele estude Economia e Engenharia?

16- Ele estude somente Engenharia?

17- Ele estude somente Economia?

18- Ele não estude nem Engenharia nem Economia?

19- Ele estude Engenharia ou Economia?

Com os dígitos 1, 2, 3, 4, 5 são formados números de 4 algarismos distintos. Um deles é escolhido ao acaso. Qual a probabilidade de ele ser:

20- Par?

21- Ímpar?

22- Nove livros são colocados ao caso numa estante. Qual a probabilidade de que 3 livros determinados fiquem juntos?

Uma urna contém 5 bolas vermelhas, 3 brancas e 2 pretas. Duas bolas são extraídas ao acaso, e com reposição. Qual a probabilidade de:

23- Ambas serem vermelhas?

24- Nenhuma ser branca?

25- Nenhuma ser preta?

De um lote de 200 peças, sendo 180 boas e 20 defeituosas, 10 peças são selecionadas ao acaso, sem reposição. Qual a probabilidade de:

26- As 10 peças serem boas?

27- As 10 peças serem defeituosas?

28- 5 peças serem boas e 5 serem defeituosas?

29- Em uma loja existem 100 camisas, sendo 80 da marca A. Se 5 camisas forem escolhidas ao acaso, sem reposição, qual a probabilidade de 4 serem da marca A?

30- Um grupo é constituído de 6 homens e 4 mulheres. Três pessoas são selecionadas ao acaso, sem reposição. Qual a probabilidade de que ao menos duas sejam homens?

31- Entre 10 meninas, 4 têm olhos azuis. Três meninas são escolhidas ao acaso, sem reposição. Qual a probabilidade de pelo menos duas terem os olhos azuis?

32- Uma urna contém 4 bolas brancas, 2 vermelhas e 3 azuis. Cinco bolas são selecionadas ao acaso, sem reposição. Qual a probabilidade de que 2 sejam brancas, uma vermelha e 2 azuis?

GABARITO:

1- ¼
2- ½
3- ½
4- 2/5
5- 1/5
6- 1/6
7- 5/6
8- 1/6
9- 1/36
10- 1
11- 11/36
12- 0,4
13- 0,7
14- 0,6
15- 1/50
16- 7/50
17- 7/25
18- 14/25
19- 11/25
20- 2/5
21- 3/5
22- 1/12
23- ¼
24- 49/100
25- 16/25
26- $\frac{(C_{180}^{10})}{(C_{200}^{10})}$
27- $\frac{(C_{20}^{10})}{(C_{200}^{10})}$
28- $\frac{(C_{180}^{5})\cdot(C_{20}^{5})}{(C_{200}^{10})}$
29- $\frac{(C_{80}^{4})\cdot(C_{20}^{1})}{(C_{100}^{5})}$
30- 2/3
31- 1/3
32- 2/7

Exercícios: Probabilidade condicional

Um dado é lançado e o número da face de cima é observado.

1- Se o resultado obtido for par, qual a probabilidade de ele ser maior ou igual a 5?

2- Se o resultado obtido for maior ou igual a 5, qual a probabilidade de ele ser par?

3- Se o resultado obtido for ímpar, qual a probabilidade de ele ser menor que 3?

4- Se o resultado obtido for menor que 3, qual a probabilidade de ele ser ímpar?

5- De um total de 100 alunos que se destinam aos cursos de Matemática, Física e Química sabe-se que:

I. 30 destinam-se Matemática e, destes, 20 são do sexo masculino.

II. O total de alunos do sexo masculino é de 50, dos quais 10 destinam-se a Química.

III. Existem 10 moças que se destinam ao curso de Química.

Nessas condições, sorteando um aluno ao acaso do grupo total e sabendo que é do sexo feminino, qual é a probabilidade de que ele se destine ao curso de Matemática?

6- De um baralho de 52 cartas, uma extraída e observa-se que seu número está entre 4 e 10 (4 e 10 inclusive). Qual a probabilidade de que o número da carta seja 6?

7- Uma comissão de 3 pessoas é formada escolhendo-se ao acaso entre Antônio, Benedito, César, Denise e Elisabete. Se Denise não pertence à comissão, qual a probabilidade de César pertencer?

GABARITO:

1. 1/3
2. ½
3. 1/3
4. ½
5. 1/5
6. 1/7
7. 3/4

Exercícios: Probabilidade de eventos simultâneos

Uma urna tem 8 bolas vermelhas, 3 brancas e 4 pretas. Uma bola é escolhida ao acaso e, sem reposição desta. Outra é escolhida, também ao acaso. Qual a probabilidade de:

1- A 1º bola ser vermelha e a 2º branca?

2- A 1º bola ser branca e a 2° vermelha?

3- A 1º e a 2º serem vermelhas?

Em um lote de fábrica A existem 18 peças boas e 2 defeituosas. Em outro lote da fábrica B, existem 24 peças boas e 6 defeituosas, e em outro lote da fábrica C, existem 38 peças boas e 2 defeituosas. Um dos 3 lotes é sorteado ao acaso e dele é extraída uma peça ao acaso. Qual a probabilidade de a peça ser:

4- Boa?

5- Defeituosa?

Uma urna I tem 3 bolas vermelhas e 4 brancas, a urna II tem 6 bolas vermelhas e 2 brancas. Uma urna é escolhida ao acaso e nela é escolhida uma bola, também ao acaso.

6- Qual a probabilidade de observarmos urna I e uma bola vermelha?

7- Qual a probabilidade de observarmos bola vermelha?

8- Se a bola observada foi vermelha, qual a probabilidade que tenha vindo da urna I?

GABARITO:

1. 4/35
2. 4/35
3. 4/15
4. 53/60
5. 7/60
6. 3/14
7. 33/56
8. 4/11

Exercícios: A circunferência trigonométrica

1. Calcule o comprimento de uma circunferência de raio 12 cm.

2. Calcule o comprimento de um arco de 120° contido numa circunferência de raio 12 cm.

Converta em graus:

3. $\frac{5\pi}{3} rad$

4. $\frac{3\pi}{8} rad$

5. $\frac{\pi}{12} rad$

Converta em radianos:

6. 75°

7. 144°

8. 22°30’

Um relógio foi acertado exatamente ao meio-dia. Determine as horas e minutos que estará marcando este relógio:

9. Após o ponteiro dos minutos ter percorrido um ângulo de 108°:

10. Após o ponteiro das horas ter percorrido um ângulo de 108°:

Calcule o menor ângulo entre os ponteiros do relógio:

11. Às 14h20min:

12. Às 3h15min:

13. ÀS 3h20min:

Gabarito:

1. $24\pi\ cm$
2. $8\pi\ cm$
3. 300°
4. 67°30′
5. 15°
6. $5\pi/12$ rad
7. $4\pi/5$ rad
8. $\pi/8$ rad
9. 12h18min
10. 15h36min
11. 50°
12. 7°30′
13. 20°

Exercícios: Razões trigonométricas na circunferência

Determine o seno e o cosseno de:

1. $\frac{7\pi}{4}$

2. $\frac{5\pi}{6}$

3. $\frac{2\pi}{3}$

4. 240°

5. 330°

6. -210°

7. 135°

Calcule as expressões:

8. $\cos 2\pi + 3\cos\pi - \frac{1}{2}\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}$

9. $\cos 2\pi + \cos\frac{\pi}{3}$

Em cada caso, qual é o maior valor?

10. $\operatorname{sen} 50°$ *ou* $\operatorname{sen} 150°$?

11. $\cos 40°$ *ou* $\cos 340°$?

Determine os valores de $x \in [0, 2\pi]$ que satisfazem as equações:

12. $\operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

13. $\cos x = -\frac{1}{2}$

14. $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Calcule:

15. $\operatorname{tg} 150°$

16. $\operatorname{tg} 300°$

Gabarito:

1. $-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}$
2. $\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. $\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}$
4. $-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}$
5. $-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}$
6. $\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}$
7. $\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}$
8. -5/2
9. 3/2
10. $\operatorname{sen} 50°$
11. $\cos 340°$
12. $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \ ou \ x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
13. $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \ ou \ x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
14. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
15. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
16. $-\sqrt{3}$

Exercícios: Relação fundamental da trigonometria

1. Dado $\operatorname{sen} x = \frac{2}{3}$, quais são os possíveis valores de $\cos x$?

2. Dado $\cos x = -\frac{1}{2}$ e $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, calcule o valor da expressão $2 \operatorname{sen} x + \sqrt{3}$.

3. Dado $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ e $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, calcule a expressão $100 + 26 \operatorname{sen} \alpha$.

4. Calcule o valor de $y = 5(\cos x)^2 + \cos x + 5$, sendo dado $\operatorname{sen} x = 0{,}6$ e x pertence ao 1° quadrante.

5. Calcule k de modo que se tenha simultaneamente $\operatorname{sen} \alpha = 1 + 4k$ e $\cos \alpha = 1 + 2k$.

Gabarito:

1. $\pm\frac{\sqrt{5}}{3}$
2. $2\sqrt{3}$
3. 76
4. 9
5. $k = -\frac{1}{10}$ ou $k = -\frac{1}{2}$

Exercícios: Outras razões trigonométricas

Dê o valor de:

1. $\text{cotg}\, 150°$

2. $\text{cotg}\, 225°$

3. Dado $\text{sen}\, x = \frac{1}{2}$, quais são os possíveis valores de $\text{cotg}\, x$?

Dê o valor da secante e da cossecante de?

4. $120°$

5. $300°$

6. Dado $\cos x = \frac{1}{4}$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$, calcule $\text{tg}\, x$.

7. Dada $\text{tg}\, x = 2$ e $0 < x < \frac{\pi}{2}$, calcule $\text{sen}\, x$.

8. Sendo x um arco do 3° quadrante, qual é o sinal da expressão $y = \frac{sen\ x \cdot \cos x \cdot \sec x}{tg\ x \cdot \sec(x - \pi)}$?

Classifique em verdadeiras (V) ou falsas (F) as afirmações seguintes:

9. Existe um número real $\alpha \in [0, 2\pi]$ tal que $sec\ \alpha = 1/2$.

10. Se $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, então $sec\ \alpha \geq 1$.

11. Existe um número real $\alpha \in [0, 2\pi]$ tal que $cotg\ \alpha = 3$ e $cossec\ \alpha = 3$.

12. $cotg\ \frac{7\pi}{8} \cdot \sec\frac{7\pi}{8} > 0$

13. Sabendo que $\cos x = 0{,}25$, determine o valor da expressão:

$$\frac{\sec x \cdot cossec\ x - sec^2 x}{cotg\ x - 1}$$

14. Calcule m de modo que se tenha $tg\ x = m - 2$ e $cotg\ x = \frac{m}{3}$.

15. Sabendo que $tg\ x = \frac{7}{24}\ e\ \pi < x < \frac{3\pi}{2}$, obtenha o valor da expressão $y = \frac{tg\ x \cdot \cos x}{(1+\cos x)\cdot(1-\cos x)}$

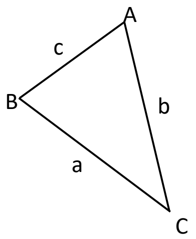
Cabarito:

1. $-\sqrt{3}$
2. 1
3. $\pm\sqrt{3}$
4. $-2;\ \frac{2\sqrt{3}}{3}$
5. $2; -\frac{2\sqrt{3}}{3}$
6. $\sqrt{15}$
7. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
8. Negativo
9. Falso
10. Verdadeiro
11. Falso
12. Verdadeiro
13. 16
14. $m = -1$ ou 3
15. $y = -25/7$

Exercícios: Triângulos quaisquer

1. Dois lados de um triângulo medem 8 m e 12 m e formam entre si um ângulo de 120°. Calcule o terceiro lado.

2. Calcule c, sabendo que $a = 4, b = 3\sqrt{2}$ e $\hat{C} = 45°$.



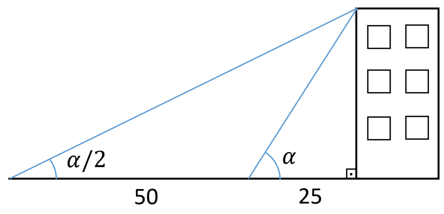
3. Dois lados consecutivos de um paralelogramo medem 8 m e 12 m e formam um ângulo de 60°. Calcule as diagonais.

4. Calcule os três ângulos internos de um triângulo ABC sabendo que $a = 2, b = \sqrt{6}$ e $c = \sqrt{3} + 1$.

5. Calcule o raio da circunferência circunscrita a um triângulo ABC em que $a = 15\,cm\ e\ \hat{A} = 30°$.

6. Quais são os ângulos $\hat{B}\ e\ \hat{C}$ de um triângulo ABC para o qual $\hat{A} = 15°, sen\,\hat{B} = \frac{\sqrt{3}}{2}\ e\ sen\,\hat{C} = \frac{\sqrt{2}}{2}$?

7. Um observador colocado a 25 m de um prédio vê o edifício sob certo ângulo. Afastando-se em linha reta mais 50 m, nota que o ângulo de visualização é metade do anterior. Qual é a altura do edifício?



Gabarito:

1. $4\sqrt{19}\,m$
2. $C = \sqrt{10}$
3. $4\sqrt{7}\,m\ e\ 4\sqrt{19}\,m$
4. $\hat{A} = 45°;\ \hat{B} = 60°\ e\ \hat{C} = 75°$
5. $R = 15\,cm$
6. $\hat{B} = 120°\ e\ \hat{C} = 45°$
7. $XY = 25\sqrt{3}\,m$

Exercícios: Função seno

Determine o período e a imagem e faça o gráfico de um período completo das funções abaixo:

1. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = -sen\ x$.

2. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2 \cdot sen\ x$.

3. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = sen\ 2x$.

4. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = sen \frac{x}{2}$.

5. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 1 + sen\ x$.

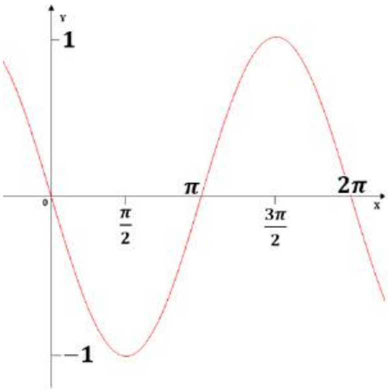
6. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 3 \cdot sen\ 4x$.

7. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = sen\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

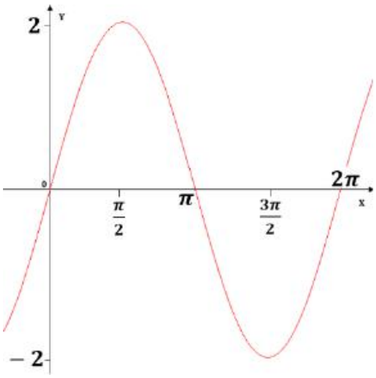
8. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 1 + 3 \cdot sen \frac{x}{2}$.

Gabarito:

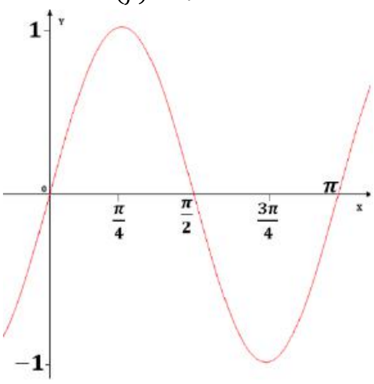
1. $Im(f) = [-1, 1]$
$P(f) = 2\pi$



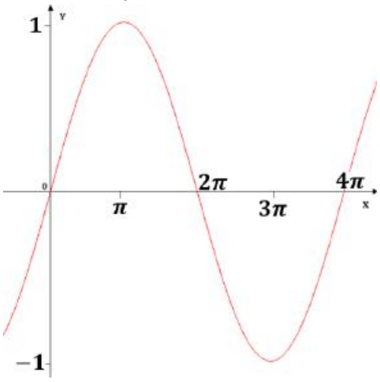
2. $Im(f) = [-2, 2]$
$P(f) = 2\pi$



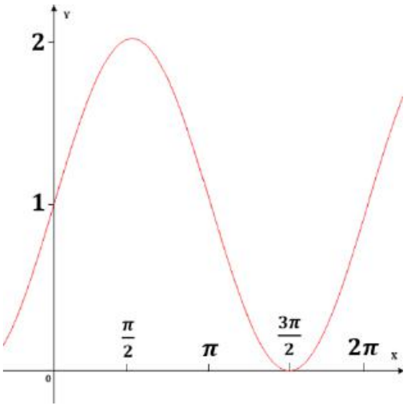
3. $Im(f) = [-1, 1]$
$P(f) = \pi$



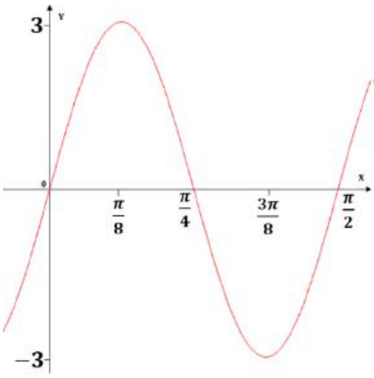
4. $Im(f) = [-1, 1]$
$P(f) = 4\pi$



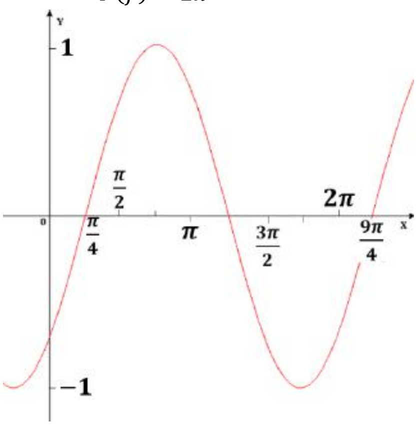
5. $Im(f) = [0, 2]$
$P(f) = 2\pi$



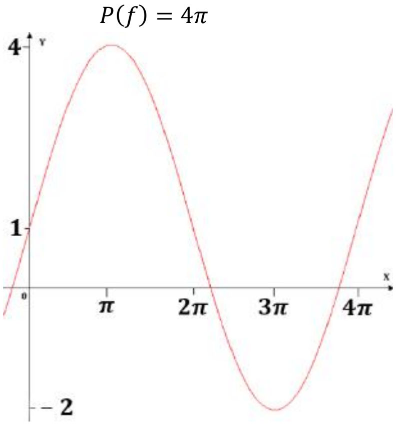
6. $Im(f) = [-3, 3]$
$P(f) = \pi/2$



7. $Im(f) = [-1, 1]$
$P(f) = 2\pi$



8. $Im(f) = [-2, 4]$
$P(f) = 4\pi$



Exercícios: Função cosseno

Determine o período e a imagem e faça o gráfico de um período completo das funções abaixo:

1. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = -cos\ x$.

2. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2 \cdot cos\ x$.

3. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = -3 \cdot cos\ x$.

4. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = cos\ 2x$.

5. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = cos\ \frac{x}{2}$.

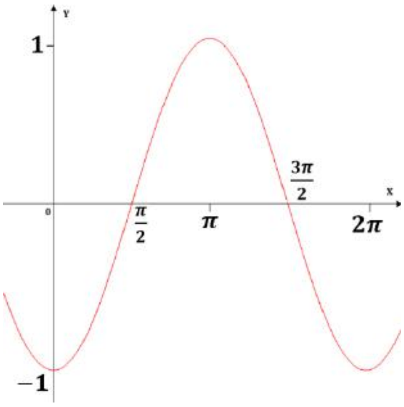
6. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 1 + cos\ x$.

7. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 1 + 2 \cdot \cos 3x$.

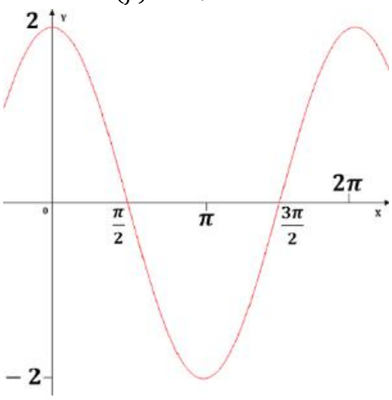
8. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2 \cdot cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$.

Gabarito:

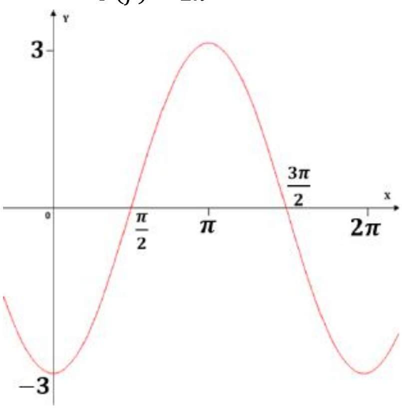
1. $Im(f) = [-1, 1]$
   $P(f) = 2\pi$



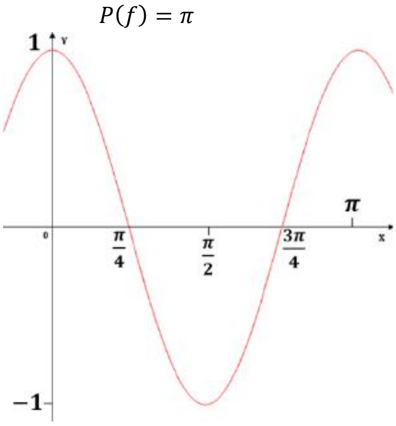
2. $Im(f) = [-2, 2]$
   $P(f) = 2\pi$



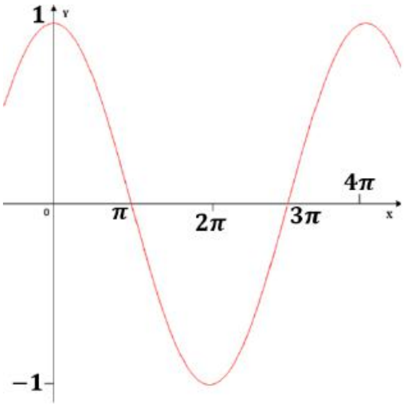
3. $Im(f) = [-3, 3]$
   $P(f) = 2\pi$



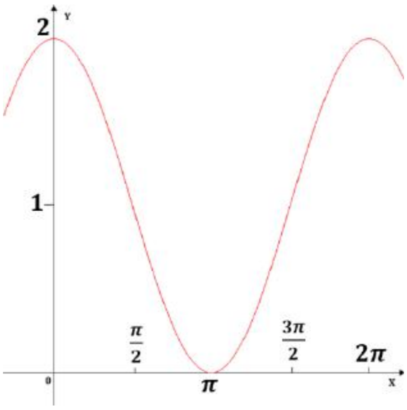
4. $Im(f) = [-1, 1]$
   $P(f) = \pi$



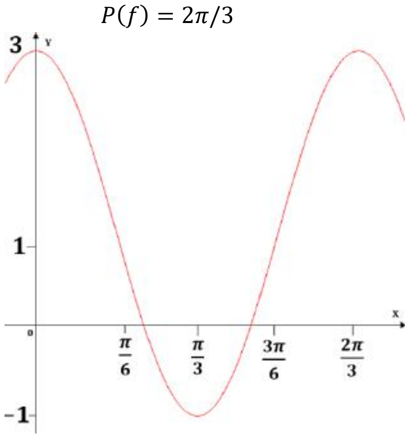
5. $Im(f) = [-1, 1]$
   $P(f) = 4\pi$



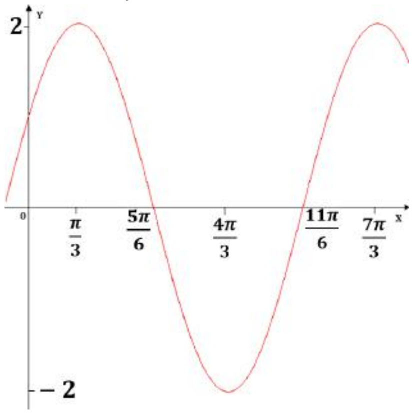
6. $Im(f) = [0, 2]$
   $P(f) = 2\pi$



7. $Im(f) = [-1, 3]$
   $P(f) = 2\pi/3$



8. $Im(f) = [-2, 2]$
   $P(f) = 2\pi$



Exercícios: Introdução às matrizes

1. A é uma matriz 3 por 2 definida pela lei $a_{ij} = \begin{cases} 1 \ se \ i = j \\ i^2 \ se \ i \neq j \end{cases}$. Escreva a matriz A.

2. Determine x e y de modo que se tenha $\begin{bmatrix} 2x & 3y \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+1 & 2y \\ 3 & y+4 \end{bmatrix}$.

3. Forme a matriz $A = (a_{ij})_{3x3}$ definida por:
$a_{ij} = \begin{cases} i+j, & se \ i = j \\ ij, & se \ i \neq j \end{cases}$

4. Calcule a soma dos elementos da 3ª coluna da matriz $A = (a_{ij})_{3x3}$, em que $a_{ij} = 2^i - 2^j$.

5. Verifique se existem valores de x e y que tornam verdadeira a igualdade:
$$\begin{pmatrix} x+y & x-y \\ xy & \frac{x}{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Obtenha a matriz transposta de $A = (a_{ij})_{3x2}$, com $a_{ij} = i^2 - j^2$.

Gabarito:

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \\ 9 & 9 \end{bmatrix}$
2. $x = 1 \ e \ y = 0$
3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 6 \end{bmatrix}$
4. -10
5. Não existem.
6. $A^t = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 8 \\ -3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

Exercícios: Operações com matrizes

Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} e\ C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$, calcule, se existir:

1. $A + B =$

2. $B + C =$

3. $C - A =$

Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}\ e\ B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$, calcule, se existir:

4. $A + B =$

5. $A^t + B =$

6. $A + B^t =$

Dadas as matrizes: $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, determine a matriz X nos casos a seguir, sendo:

7. $X + B = A$

8. $X + A^t = B^t$

9. $X + A + B = 0$

10. Dadas as matrizes: $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 2 \end{bmatrix}$, determine a matriz X e Y para:

$$\begin{cases} X + A^t = B \\ Y - X = B^t \end{cases}$$

11. Dada $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$, calcule a matriz:

$5(2A)^t - 3(-A)$.

12. Resolva a equação $2A - 5X = B^t$, sendo dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

Gabarito:

1. $A + B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
2. $B + C = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$
3. $C - A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$
4. $A + B = \nexists$
5. $A^t + B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 4 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$
6. $A + B^t = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 7 \end{bmatrix}$
7. $X = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 3 \\ -2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$
8. $X = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 1 & -6 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$
9. $X = \begin{bmatrix} -2 & -3 & -3 \\ -6 & -2 & -3 \end{bmatrix}$
10. $X = \begin{pmatrix} -4 & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -5 \end{pmatrix}$

    $e\ Y = \begin{pmatrix} -5 & -1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$
11. $\begin{bmatrix} 26 & -7 & -7 \\ 7 & 39 & -7 \\ 7 & 7 & 52 \end{bmatrix}$
12. $X = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & \frac{18}{5} \end{pmatrix}$

Exercícios: Multiplicação de matrizes

1. Calcule AB e BA, sendo dadas:

$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

2. Calcule AB e BA, sendo:

$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 10 & 2 \end{pmatrix}$

3. Sendo $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, determine $A \cdot A^t$.

4. Verifique se $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$ são matrizes comutáveis.

5. Para que valores de x e y as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ x & y \end{bmatrix}$ são comutáveis?

6. Calcule x e y para que se verifique a igualdade: $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x & y \\ 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

7. Dadas $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 12 & -4 \end{pmatrix}$, determine a matriz X que satisfaz a equação $A \cdot X = B$.

Gabarito:

1. $AB = \begin{bmatrix} 32 & 27 \\ 27 & 31 \end{bmatrix}; BA = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 15 & 16 & 23 \\ 21 & 20 & 40 \end{bmatrix}$
2. $AB = \begin{bmatrix} -7 & 5 \\ 46 & 22 \end{bmatrix}; BA = \begin{bmatrix} 17 & 25 \\ 14 & -2 \end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 5 \\ 1 & 5 & 14 \end{bmatrix}$
4. $AB = \begin{bmatrix} 14 & 3 \\ 3 & 11 \end{bmatrix}; BA = \begin{bmatrix} 14 & 3 \\ 3 & 11 \end{bmatrix}$
5. $x = 0 \; e \; y = 3$
6. $x = 4 \; e \; y = 5$
7. $X = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ -\frac{9}{2} & -11 \end{pmatrix}$

Exercícios: Matriz inversa

Obtenha a matriz inversa, se existir, de:

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

2. $A = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

3. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

4. Dada $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & m \\ -m & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$, calcule m de modo que se tenha $A^{-1} = A^t$.

5. Dada $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, qual é a matriz A^2? E A^{111}?

Gabarito:

1. $A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$
2. $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$
3. $A^{-1} = \nexists$
4. $m = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$
5. $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $A^{111} = A$

Exercícios: Distância entre dois pontos

1. Calcule a distância entre os pontos A(1, 2) e B(5, 5).

2. Calcule a distância entre P(0 , 1) e Q(6, -1).

Os pontos A(1, 3) e C(6, -2) são extremidades de uma diagonal de um quadrado. Calcule:

3. O lado do quadrado.

4. A área do quadrado.

5. Uma circunferência tem centro no ponto C(12, 30) e passa pelo ponto P(27, 18). Calcule o seu diâmetro.

6. Obtenha no eixo *y* o ponto equidistante de A(-2, -2) e B(4, 0).

7. Obtenha o ponto da bissetriz do 1º quadrante que equidista de P(0, 1) e Q(7, 0).

8. Dados B(2, 3) e C(-4, 1), determine o ponto A no eixo *y*, sabendo que o triângulo ABC é retângulo em A (isto é, o vértice do ângulo reto é A).

9. Determine um ponto que dista dez unidades da origem do sistema cartesiano e tem a ordenada igual ao dobro da abscissa.

Determine o ponto médio do segmento $\overline{\mathrm{AB}}$ em cada caso:

10. A(4, 3) e B(8, 11)

11. A(-4, -7) e B(4, -4)

12. As diagonais de um paralelogramo intersectam-se no ponto M(-2, 4). Dados os vértices A(4, 1) e B(2, 3), determine os outros dois vértices.

Gabarito:

1. 5
2. $2\sqrt{10}$
3. 5
4. 25
5. $6\sqrt{41}$
6. (0, 2)
7. (4, 4)
8. A(0, 5) ou A(0, -1)
9. $(2\sqrt{5}, 4\sqrt{5})$ ou $(-2\sqrt{5}, -4\sqrt{5})$
10. (6, 7)
11. (0, -11/2)
12. C(-8, 7) e D(-6, 5)

Exercícios: Mediana e baricentro

1. Calcule a medida da mediana relativa ao vértice A do triângulo ABC. Dados: A(0, 1); B(2, 9) e C(6, 1).

2. Dados os vértices A(2, 1), B(18, 3) e C(7, 11), determine o baricentro.

3. Num triângulo ABC são dados o ponto A=(2, 1), o ponto M=$\left(\frac{7}{2}, 3\right)$, que é o ponto médio do lado AB, e o ponto N=$\left(4, \frac{5}{2}\right)$, que é ponto médio do lado AC. Determine os vértices B e C e calcule o perímetro do triângulo ABC.

Gabarito:

1. AM = $4\sqrt{2}$
2. (9,5)
3. B(5, 5), C(6, 4); $10 + \sqrt{2}$

Exercícios: Área e alinhamento de pontos

1. Verifique se os pontos A(3, 9), B(4, 11) e C(6, 16) são colineares.

2. Para que valor de K os pontos (0, -1), (3, 5), (1, K) pertencem a uma mesma reta?

3. Dados A(4, 3) e B(6, 1), determine o ponto onde a reta que passa por A e B corta o eixo das abscissas.

4. Dados A(2, -3) e B(8, 1), obtenha o ponto onde a reta $\overline{AB}$ intersecta a bissetriz do 1º e do 3º quadrantes.

5. Calcule a área do triângulo de vértices A(0, 0), B(5, 4) e C(3, 8).

Em cada caso, verifique se A, B e C formam um triângulo e dê o valor da área.

6. A(8, 13), B(9, 15) e C(11, 20).

7. A(-3, 1), B(-1, 7) e C(-4, -2).

8. Calcule a área do quadrilátero ABCD, dados A(0, 0), B(4, -2), C(6, 8) e D(0, 4).

9. Calcule a área do quadrilátero cujos vértices são A(-4, 4), B(0, 1), C(-4, -2) e D(-8, 1).

Gabarito:

1. Não
2. K=1
3. (7, 0)
4. (-13, -13)
5. 14 u.a.
6. Triângulo de área ½ u.a.
7. Não forma um triângulo.
8. 34 u.a.
9. 24 u.a.

Exercícios: Equação geral da reta

Ache uma equação da reta que passa pelos dois pontos dados:

1. (0 ,4) e (2, 0)

2. (1, 2) e (7, 6)

3. (-1, -1) e (4, 0)

Atenda ao que se pede em cada item:

4. Dados A(4, 2) e B(2, -2). Obtenha uma equação da reta *r* que passa por A e B.

5. Dos pontos P(5, 4), Q(3, 0), R(1, -3) e S(-1, -8), quais pertencem à reta *r* ?

6. Dado o triângulo de vértices A(4, 0), B$\left(\frac{7}{2}, -2\right)$ e C(-1, 5), ache a equação da reta suporte da mediana relativa ao vértice A.

Desenhe o plano cartesiano e nele trace o gráfico para cada equação:

7. $2x + 5y - 10 = 0$

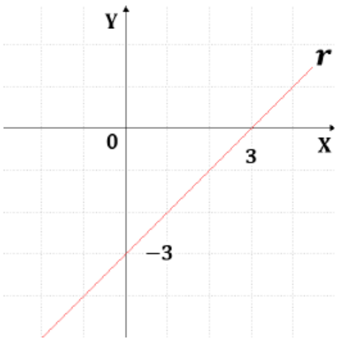
8. $4x - 3y = 0$

9. Para que valor de k a reta $2kx + (2-k)y - 3 = 0$ é paralela ao eixo *y* ?

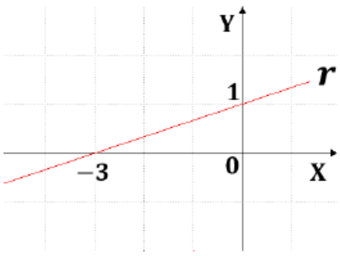
10. Calcule a área do triângulo que os eixos coordenados formam com a reta $4x + 5y - 80 = 0$.

Em cada caso, escreva a equação da reta *r* na forma geral:

11.



12.



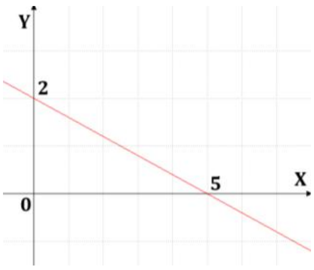
Determine os pontos de intersecção das retas:

13. $(r)\ 2x + 3y - 16 = 0\ e\ (s)\ 4x - 3y + 22 = 0$

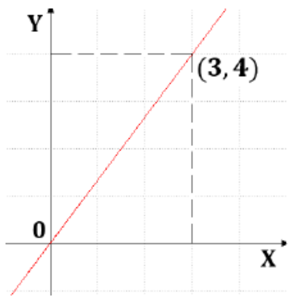
14. $(r)\ 2x + 3y - 16 = 0\ e\ (t)\ 4x + 6y - 25 = 0$

Gabarito:

1. $2x + y = 4$
2. $2x - 3y = -4$
3. $x - 5y = 4$
4. $2x - y = 6$
5. P, Q e S.
6. $6x + 11y - 24 = 0$
7.



8.



9. 2
10. 160
11. $x - y - 3 = 0$
12. $x - 3y + 3 = 0$
13. $(-1, 6)$
14. $\nexists$

Exercícios: Equação reduzida da reta

Dê o coeficiente angular de uma reta:

1. Paralela ao eixo x.

2. De inclinação $\alpha = 60°$.

3. De inclinação $\alpha = 120°$.

4. Paralela ao eixo y.

Calcule o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos:

5. (1, 2) e (3, 10).

6. (-1, 3) e (4, -2).

Calcule o coeficiente angular de cada reta:

7. $2x + 4y + 7 = 0$

8. $3x - 9y - 1 = 0$

9. $x - y + 2 = 0$

10. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

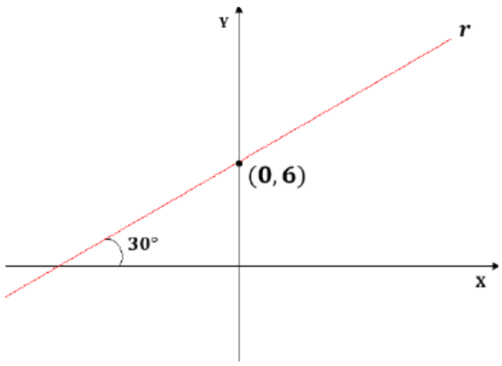
Calcule o coeficiente angular e dê a medida do ângulo de inclinação da reta:

11. r, da equação $3x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} = 0$.

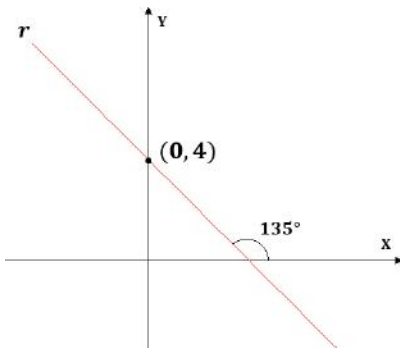
12. s, que passa por $(5, -3)$ e $(-1, 3)$.

Escreva a equação reduzida da reta *r* em cada caso:

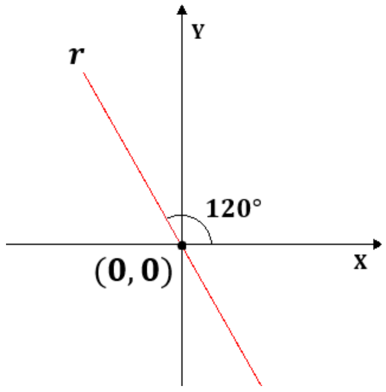
13.



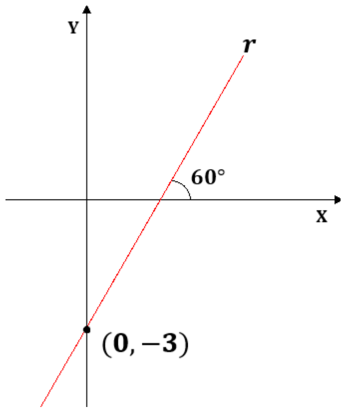
14.



15.



16.



Gabarito:

1. $m = 0$
2. $m = \sqrt{3}$
3. $m = -\sqrt{3}$
4. $\nexists\, m$
5. $m = 4$
6. $m = -1$
7. $m = -1/2$
8. $m = 1/3$
9. $m = 1$
10. $m = -3/2$
11. $m = \sqrt{3}, \alpha = 60°$
12. $m = -1, \alpha = 135°$
13. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 6$
14. $y = -x + 4$
15. $y = -\sqrt{3}x$
16. $y = \sqrt{3}x - 3$

Exercícios: Equação reduzida da circunferência

Escreva a equação da circunferência de centro C e raio r em cada caso:

1. $C(4,2)\ e\ r = 6$
2. $C(-1,-4)\ e\ r = 5$
3. $C(0,0)\ e\ r = 2$
4. $C(3,0)\ e\ r = \sqrt{2}$

Dê o centro e o raio de cada circunferência:

5. $(x-7)^2 + (y-9)^2 = 36$
6. $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 49$
7. $x^2 + y^2 = 100$
8. $x^2 + (y-5)^2 = 144$

Gabarito:

1. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 36$
2. $(x+1)^2 + (y+4)^2 = 25$
3. $x^2 + y^2 = 4$
4. $(x-3)^2 + y^2 = 2$
5. $C(7,9)\ e\ r = 6$
6. $C(-2,-1)\ e\ r = 7$
7. $C(0,0)\ e\ r = 10$
8. $C(0,5)\ e\ r = 12$

Exercícios: Equação geral da circunferência

Determine o centro e o raio de cada circunferência:

1. $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 33 = 0$

2. $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 11 = 0$

3. $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$

4. $x^2 + y^2 + 6y = 0$

5. $2x^2 + 2y^2 + 8x - 12y + 1 = 0$

6. $4x^2 + 4y^2 - 9 = 0$

7. $x^2 + y^2 + 20x + 4y + 23 = 0$

8. $x^2 + y^2 + 10y = 0$

9. Sob que condições a equação abaixo representa uma circunferência do plano cartesiano?

$$mx^2 + 4y^2 + 8x + 12y - p = 0$$

10. Calcule p e q de modo que:

$$x^2 + 2pxy + y^2 - 2qx - 2qy + q^2 = 0$$

seja a equação de uma circunferência de raio igual a 5.

Gabarito:

1. $C(3,5)\ e\ R = 1$
2. $C(-2,-1)\ e\ R = 4$
3. $C(4,0)\ e\ R = 2$
4. $C(0,-3)\ e\ R = 3$
5. $C(-2,3)\ e\ R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$
6. $C(0,0)\ e\ R = 3/2$
7. $C(-10,-2)\ e\ R = 9$
8. $C(0,-5)\ e\ R = 5$
9. $m = 4\ e\ p > -13$
10. $p = 0\ e\ q = \pm 5$