COPE

ZERO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

COPE ZERO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

SUMÁRIO

SUMÁRIO

SUMÁRIO

SUMÁRIO

SUMÁRIO

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

01| Escreva o número que tem:

- A) 4 unidades de milhar e 4 centenas.
- B) 7 dezenas de milhar e 7 dezenas.

02| Qual é o número?

- O último algarismo é a unidade;
- o algarismo das dezenas é o dobro do algarismo das unidades;
- o algarismo das centenas é o dobro do das dezenas;
- o algarismo dos milhares é o dobro do das centenas.

03| Seis cartões formam dois números de três algarismos. Pretende-se que os números formados tenham a maior soma possível. qual é a essa soma?

7	2	9	8	3	5

04| Tenho um livro de 100 páginas. Quantos algarismos foram usados para numerar essas páginas?

CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

01| Quais das seguintes perguntas têm como resposta um número natural?

- A) Quantos lápis você tem?
- B) Quantos dias tem a semana?
- C) Quantas páginas tem o seu livro?
- D) Qual é o dobro de 15?
- E) Qual é a metade de 7?
- F) Qual é a metade de 20?

02| Quais dos seguintes números são naturais?

- A) 0
- B) 9
- C) 1
- D) 18
- E) 55
- F) 4,3
- G) 328
- H) 32,8

03| Copie e substitua os ■ pelos símbolos $\in$ ou $\notin$:

- A) 4 ■ $\mathbb{N}$
- B) 0 ■ $\mathbb{N}^*$
- C) 1 ■ $\mathbb{N}^*$
- D) 20 ■ $\mathbb{N}$
- E) 20 ■ $\mathbb{N}^*$
- F) 58 ■ $\mathbb{N}$
- G) 1,5 ■ $\mathbb{N}^*$
- H) 1,5 ■ $\mathbb{N}$

04| Responda:

- A) Qual é o menor número natural?
- B) Existe o maior número natural?
- C) Quantos números naturais existem?

REFORÇO 1

01| Escreva, usando os símbolos matemáticos:

- A) nove é igual a nove
- B) cinco é menor que sete
- C) sete é diferente de oito.

02| Copie e substitua os ■ por =, <, ou >:

- A) 100 ■ 100
- B) 203 ■ 230
- C) 600 ■ 599
- D) 303 ■ 330
- E) 1 001 ■ 1 010
- F) 4 040 ■ 4 004
- G) 9 802 ■ 8 902
- H) 1 011 ■ 1 011

03| Copie e substitua os ■ por < ou >:

- A) 4 ■ 6 ■ 8
- B) 1 ■ 3 ■ 9
- C) 0 ■ 5 ■ 7
- D) 25 ■ 20 ■ 15
- E) 18 ■ 16 ■ 12
- F) 19 ■ 14 ■ 10

04| Substitua o **x** pelo número natural conveniente:

- A) 1 847 < x < 1849
- B) 2 754 > x > 2 752
- C) 37 695 < x < 37 697
- D) 42 100 > x > 42 098

05| Coloque em ordem crescente (do menor para o maior):

- A) 4, 11, 0, 7, 9, 3
- B) 33, 61, 5, 15, 210
- C) 303, 330, 333, 300
- D) 576, 756, 675, 657, 567, 765

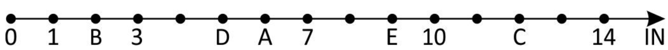
06| Coloque em ordem decrescente (do maior para o menor):

- A) 59,28,83,160,130
- B) 340, 115, 220, 710, 43
- C) 4 404, 4440, 4 044, 4 004
- D) 825, 285, 582, 258, 852, 528

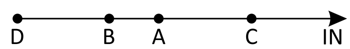
07| Que conclusão você pode tirar?

- A) x < y e y < z
- B) x < 3 e 3 < y
- C) x > y e y > z
- D) x > 12 e 12 > y

08| Observe os números representados na semi-reta e determine o valor de A, B, C, D e E.



09| As letras A, B, C e D são números naturais representados na semi-reta:



Copie e substitua os ■ pelos símbolos > ou <:

- **A** B ■ A
- **B** C ■ A
- **C** D ■ C
- **D** B ■ D
- **E** C ■ B
- **F** D ■ B

10| Quantos números naturais existem entre 0 e 5?

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**

11| Quantos números naturais existem entre 16 e 27?

12| Quantos números naturais existem entre 205 e 273?

13| Baseado na explicação do quadro, responda:

ATENÇÃO:
SUCESSOR É O QUE VEM DEPOIS.
ANTECESSOR É O QUE VEM ANTES.

- **A** Qual é o sucessor de 12?
- **B** Qual é o sucessor de 187?
- **C** Qual é o sucessor de 1 199?
- **D** Qual é o antecessor de 12?
- **E** Qual é o antecessor de 187?
- **F** Qual é o antecessor de 1 199?

REFORÇO 2

01| A é o conjunto dos números pares menores que 15.

- **A** Escreva, entre chaves, os elementos desse conjunto.
- **B** A está contido em $\mathbb{N}$?
- **C** A é um conjunto finito ou infinito?

02| B é o conjunto dos números ímpares maiores que 100.

- **A** Escreva, entre chaves, os elementos desse conjunto.
- **B** B está contido em $\mathbb{N}$?
- **C** B é um conjunto finito ou infinito

03| Indique:

- **A** o sucessor par do número 1 398.
- **B** o sucessor par do número 50 000.
- **C** o sucessor ímpar do número 1 621.
- **D** o sucessor ímpar do número 99 489.

04| Indique:

- **A** o antecessor par do número 812.
- **B** o antecessor par do número 1 750.
- **C** o antecessor ímpar do número 501.
- **D** o antecessor ímpar do número 4 697.

05| Escreva dois números naturais pares e consecutivos, sendo que o menor é 100.

06| Escreva três números naturais ímpares e consecutivos, sendo que o menor é 179.

REFORÇO 3

01| Escreva, entre chaves, os elementos dos conjuntos abaixo:

- **A** conjunto dos números naturais menores que 6.
- **B** conjunto dos números naturais maiores que 3.
- **C** conjunto dos números naturais maiores que 15.
- **D** conjunto dos números naturais menores ou iguais a 7.
- **E** conjunto dos números naturais maiores que 4 e menores que 9.

02| Escreva, entre chaves, os elementos dos conjuntos abaixo:

- **A** conjunto dos números naturais compreendidos entre 4 e 9.
- **B** conjunto dos números naturais compreendidos entre 10 e 16.
- **C** conjunto dos números naturais pares maiores que 30.
- **D** conjunto dos números naturais ímpares menores que 12.
- **E** conjunto dos números naturais maiores ou iguais a 1 e menores que 5.

03| Escreva, entre chaves, os elementos dos conjuntos

- **A** $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 3\}$
- **B** $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 10\}$
- **C** $\{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\}$
- **D** $\{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 18\}$
- **E** $\{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 1\}$
- **F** $\{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 20\}$

04| Escreva, entre chaves, os elementos dos conjuntos:

- **A** $\{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x < 7\}$
- **B** $\{x \in \mathbb{N} \mid 4 < x \leq 9\}$
- **C** $\{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 4\}$
- **D** $\{x \in \mathbb{N} \mid 12 < x \leq 15\}$
- **E** $\{x \in \mathbb{N} \mid 40 < x < 80\}$
- **F** $\{x \in \mathbb{N} \mid 10 \leq x < 15\}$

05| Quais são os elementos dos conjuntos:

- **A** $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 1 \text{ e } x < 5\}$
- **B** $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 2 \text{ e } x \leq 7\}$

06| Escreva, entre chaves, os elementos dos conjuntos:

- **A** $\{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x < 4 \text{ e } x \text{ é par}\}$
- **B** $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 7 \text{ e } x \text{ é par}\}$
- **C** $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 50 \text{ e } x \text{ é ímpar}\}$

07| Quais são os elementos do conjunto $\{x \in \mathbb{N} \mid x = 18\}$?

08| Qual o número de elementos do conjunto $\{x \in \mathbb{N} \mid 100 < x < 101\}$?

09| Usando a representação $\{x \in \mathbb{N} \mid x > ...\}$ ou $\{x \in \mathbb{N} \mid x < ...\}$, escreva os conjuntos:

- **A** {7, 8, 9, ...}
- **B** {2, 3, 4, ...}
- **C** {0, 1, 2, ..., 9}
- **D** {1, 2, 3, 4,...}

10| Usando a representação $\{x \in \mathbb{N} \mid ... < x < ...\}$, escreva os conjuntos:

- **A** {6, 7, 8, ...}
- **B** {5, 6, 7, 8, 9}
- **C** {15, 16, ..., 20}
- **D** {1, 2, 3, ..., 99}

REFORÇO 4

01| Seja $\mathbb{N}$ o conjunto dos números naturais. O elemento que **não** pertence a $\mathbb{N}$ é:

- **A** 0
- **B** 10
- **C** 385
- **D** 19, 4

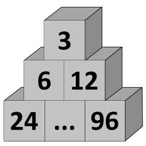
02| Dos conjuntos abaixo, o subconjunto de $\mathbb{N}^*$ é:

- **A** {0, 50}
- **B** {9, 6, 0}
- **C** {6, 8, 10}
- **D** {0, 40, 80}

03| O número **x** que satisfaz 72 100 > x > 72 098 é:

- **A** 7 199
- **B** 7 299
- **C** 72 099
- **D** 72 101

04| O número que está faltando na pirâmide é:



- **A** 36
- **B** 42
- **C** 48
- **D** 64

05| O conjunto $\{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 3\}$ é igual a:

- **A** {1, 2, 3}
- **B** {0, 1, 2, 3}
- **C** {3, 4, 5, ...}
- **D** {4, 5, 6, ...}

06| O conjunto $\{x \in \mathbb{N} \mid 4 < x \leq 7\}$ é igual a:

- **A** {5, 6, 7}
- **B** {4, 5, 6}
- **C** {5, 6}
- **D** {4, 5, 6, 7}

07| Qual dos conjuntos é unitário?

- **A** $\{x \in \mathbb{N} \mid 18 \leq x \leq 20\}$
- **B** $\{x \in \mathbb{N} \mid 18 < x \leq 20\}$
- **C** $\{x \in \mathbb{N} \mid 18 \leq x < 20\}$
- **D** $\{x \in \mathbb{N} \mid 18 < x < 20\}$

08| Qual dos conjuntos é vazio?

- **A** $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 1\}$
- **B** $\{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 1\}$
- **C** $\{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 1\}$
- **D** $\{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 1\}$

09| O conjunto {3, 4, 5, 6, ...} pode ser representado por:

- **A** $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 2\}$
- **B** $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 3\}$
- **C** $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 3\}$
- **D** $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 2\}$

10| O sétimo termo da sequência 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... é:

- **A** 19
- **B** 20
- **C** 21
- **D** 22

11| Um conjunto A possui os quatro primeiros números naturais, os quatro primeiros números ímpares e os quatro primeiros números pares. Então o conjunto A é igual a:

- **A** {1, 2, 3, 4, 6}
- **B** {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- **C** {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}
- **D** {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

12| Dos conjuntos abaixo, o conjunto unitário é:

- **A** o conjunto dos números pares.
- **B** o conjunto dos números ímpares
- **C** o conjunto dos números naturais maiores que 2 e menores que 4.
- **D** nenhuma das respostas anteriores é correta.

13| Se n é um número natural tal que $n \geq 3$ e $n < 10$, então o conjunto dos valores que **n** pode ter é:

- **A** {4, 5, 6, 7, 8, 9}
- **B** {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
- **C** {4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
- **D** {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

14| Se A = {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, então:

- **A** A é o conjunto dos números naturais menores que 11.
- **B** A é um conjunto de números menores que 11.
- **C** A é o conjunto dos números maiores que 3 e menores que 10.
- **D** A é o conjunto dos números maiores que 3 e menores que 11.

15|

O número **a** é maior que o número b;

O número **a** é menor que o número d;

O número **d** é menor que o número c;

O número **b** é menor que o número c;

Então:

- **A** a < b < c < d
- **B** b < a < c < d
- **C** b < a < d < c
- **D** b < d < a < c

SUBTRAÇÃO NO CONJUNTO NATURAIS

01| Calcule o valor das expressões:

- **A** $12 - 3 + 9 - 5$
- **B** $15 - 11 + 8 - 2$
- **C** $45 - 21 - 4 - 7$
- **D** $55 - 28 + 4 - 2$
- **E** $30 + 35 - 8 + 6 - 2$
- **F** $8 + 7 - 6 - 3 - 3 + 1$

02| Calcule o valor das expressões:

- **A** $40 - (3 + 5)$
- **B** $25 + (8 + 2)$
- **C** $35 - (20 - 1 - 3)$
- **D** $33 - (12 + 8) - 7$
- **E** $(15 + 10) - (6 + 11)$
- **F** $17 - (8 - 3) + 1$

03| Calcule o valor das expressões:

- **A** $35 - [20 + (8 - 5)]$
- **B** $42 + [10 - (9 - 4) + 8]$
- **C** $25 - [16 - 4 + (2 + 1)]$
- **D** $80 - \{30 - [10 - (6 - 2)]\}$
- **E** $100 - \{60 - [10 - (3 - 1)]\}$
- **F** $42 + \{25 - [5 + (6 - 4) + 2]\}$
- **G** $38 + \{23 - [6 - (1 + 4) + 2] - 1\}$
- **H** $63 - \{40 - [30 - (15 - 1 + 6) + 2]\}$
- **I** $76 - [3 + (9 - 3)\ 6\ (61 - 20) - (7 - 2)]$
- **J** $\{52 + [(45 - 19) - (21 - 6) + 1] - (38 - 25) - 1\}$
- **L** $(30 + 4) - \{15 + [(7 + 2) - (3 + 5)]\}$
- **M** $510 + \{380 - [(40 + 230) + (100 - 20)]\}$

REFORÇO 1

01| Um motorista pretende realizar uma viagem de 2 950 quilômetros em três dias. Se no primeiro dia percorrer 812 quilômetros e no segundo dia, 1 017 quilômetros, quantos quilômetros deverá percorrer no terceiro dia?

02| Sobre uma dívida de R$ 6.000,00, obteve-se um desconto de R$ 680,00 e um outro desconto que a reduziu a R$ 4.32,00. Qual foi o valor do segundo desconto?

03| A rodovia que liga as cidades A e B mede 180 km. Percorrendo a rodovia, Ari saiu de A para B e andou 87km; Jair saiu de B em direção a A e percorreu 52 km. Que distância os separa?

04| Calcule:

- **A** $(15 - 8) - 4$
- **B** $15 - (8 - 4)$
- **C** $(37 - 15) - 8$
- **D** $37 - (15 - 8)$

05| Calcule o valor das expressões:

- **A** $20 - [(10 - 6) + 7]$
- **B** $15 + [(3 - 1) + (5 + 2)]$
- **C** $67 - [74 - (22 + 9 - 8) + 15]$
- **D** $16 + \{7 + [5 + (6 - 2) + 1]\}$
- **E** $18 + \{6 + [(5 - 3) + 4] - 1\}$
- **F** $\{[7 + 3 + (6 - 4) + 1]\} + 8$

06| Calcule o valor das expressões:

- **A** $50 + \{10 + [10 +(40 - 20)] + 5\}$
- **B** $120 + [(20 + 40 + 60) - (35 + 12 + 23)]$
- **C** $82 - \{35 + [44 - (28 + 9 - 5)] + 15\}$
- **D** $156 + \{376 - [(111 + 220) - 293 - 139 - 71)$
- **E** $41 - [32 - (3 + 7 + 1)] - \{25 - [(21 - 6) - (9 - 5)]\}$
- **F** $(340 - 130) + \{304 + [(21 + 5 +24) - (46 - 42) + 8]\}$
- **G** $\{345 - [58 - (23 + 35)]\} - \{345 + [121 - (100 + 21)]\}$

MULTIPLICAÇÃO NO CONJUNTO NATURAIS

01| Mil trezentos e nove multiplicado por oito é igual a:

- **A** 8 4 72
- **B** 10 472
- **C** 10 320
- **D** 10 432

02| Somando o dobro de 82 com o triplo de 25, obtemos:

- **A** 189
- **B** 214
- **C** 296
- **D** 239

03| Veja no quadro abaixo o horário de trabalho de uma empresa que funciona de 2º a 6º feira. Quantas horas os funcionários trabalham por semana?

	Entrada	Saída
Manhã	8:30	12:00
Tarde	13:00	17:00

- **A** 36h
- **B** 37h
- **C** 36h e 30min
- **D** 37h e 30 min

04| Cinco ônibus partem para uma excursão, cada um levando 39 passageiros. Participam desta excursão:

- **A** 185 pessoas.
- **B** mais de 200 pessoas.
- **C** menos de 150 pessoas.
- **D** um número inferior a 250 pessoas.

05| Quando falamos que "a ordem dos fatores não altera o produto", estamos aplicando a propriedade:

- **A** comutativa da adição.
- **B** comutativa da multiplicação.
- **C** associativa.
- **D** distributiva.

06| A propriedade aplicada em: $5 \times (3 + 1) = (5 \times 3) + (5 \times 1)$ é:

- **A** associativa.
- **B** comutativa.
- **C** distributiva da adição em relação à multiplicação
- **D** distributiva da multiplicação em relação à adição.

07|

- **A** O elemento neutro da multiplicação em $\mathbb{N}$ é 0.
- **B** O elemento neutro da adição em $\mathbb{N}$ é 1.
- **C** 0 e 1 são, respectivamente, os neutros da adição e multiplicação em $\mathbb{N}$.
- **D** 1 e 0 são, respectivamente, os neutros da adição e multiplicação em $\mathbb{N}$.

Das sentenças acima, concluímos que:

- **A** são verdadeiras a e c.
- **B** são verdadeiras a e b.
- **C** é verdadeira somente c.
- **D** todas são falsas.

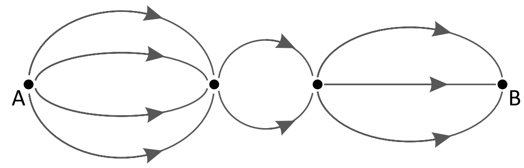
08| Se x + y = 12 então 5 · x + 5 . y é igual a:

- **A** 17
- **B** 60
- **C** 65
- **D** 120

09| Em uma festa existem 4 homens e 3 mulheres. O número de casais diferentes que podem ser formados é:

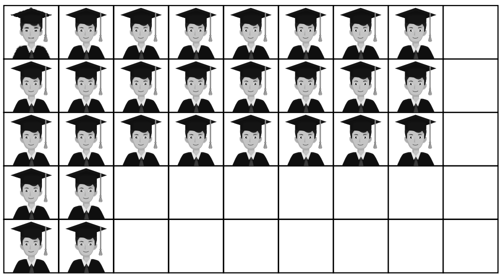
- **A** 4
- **B** 6
- **C** 7
- **D** 12

10| Caminhando-se sempre no sentido da direita, o número de caminhos possíveis entre A e B é:



- **A** 12
- **B** 16
- **C** 24
- **D** 30

11| Qual das expressões numéricas **não** indica a quantidade de fotos no quadro?



- **A** 3 · 8 + 4
- **B** 3 · 8 + 2 · 5
- **C** 3 · 6 + 2 · 5
- **D** 5 · 8 − 6 · 2

12| Dentre as expressões abaixo, a que apresenta resultado igual a 20 é:

- **A** 5 + 5 · 2
- **B** 13 − 3 · 2
- **C** 5 · 0 · 4
- **D** 40 : 4 · 2

13| Considere as seguintes expressões:

• 10 : 5 + 5 = 7

• 2 · 1 · 0 · 3 = 6

• 6 · 3 − 2 · 5 = 8

• 48 : 16 + 8 : 4 = 5

Responda:

- **A** se todas estão certas.
- **B** se todas estão erradas.
- **C** se somente a primeira está errada.
- **D** se somente a segunda está errada.

14| O valor da expressão 3 + 5 · 2 − 4 : 2 é:

- **A** 6
- **B** 8
- **C** 11
- **D** 14

15| Se A = 64 : 8 : 4 : 2, então o valor de A é:

- **A** 1
- **B** 4
- **C** 8
- **D** 64

16| Na divisão $\begin{array}{r|l} x & 6 \\ \hline 4 & 9 \end{array}$, o valor de x é:

- **A** 33
- **B** 42
- **C** 58
- **D** 76

17| Dividindo-se o número natural **n** por 17, obtemos o quociente 283 e o resto 6. Podemos afirmar que **n** é igual a:

- **A** 4 817
- **B** 4 519
- **C** 3 815
- **D** 4 618

18| Se numa divisão o divisor é 30, o quociente é 12 e o resto é o maior possível, então o dividendo é:

- **A** 390
- **B** 389
- **C** 381
- **D** 361

19| Uma diretora deseja formar turmas de 38 alunos. Como existem 450 alunos matriculados, uma delas ficará incompleta. Para completar esta turma, ela deverá matricular:

- **A** 6 alunos.
- **B** 11 alunos.
- **C** 12 alunos.
- **D** 32 alunos.

20| Distribuí uma certa quantidade de borrachas em 30 caixas, colocando 48 borrachas em cada uma. Se pudesse colocar 72 dessas borrachas em cada caixa, seriam necessárias:

- **A** 20 caixas.
- **B** 22 caixas.
- **C** 18 caixas.
- **D** 25 caixas.

21| Um carro consumiu 50 litros de álcool para percorrer 600 km. Supondo condições equivalentes, esse mesmo carro, para percorrer 840 km, consumirá:

- **A** 70 litros.
- **B** 68 litros.
- **C** 75 litros.
- **D** 80 litros.

22| Um automóvel percorre 400 quilômetros, consumindo 44 litros de álcool. Se o preço do litro de álcool é de R$ 0,50, o proprietário do automóvel gasta, em média, por quilômetro percorrido, a quantia de:

- **A** R$ 0,044
- **B** R$ 0,045
- **C** R$ 0,050
- **D** R$ 0,055

23| Suponha que um carro movido à gasolina consiga, em média, percorrer 10km por litro, e um carro movido a álcool, apenas 8km por litro. Se o letro de gasolina custa R$ 0,60, quanto deve custar o litro de álcool para que os veículos sejam igualmente econômicos?

- **A** R$ 0,38
- **B** R$ 0,48
- **C** R$ 0,42
- **D** R$ 0,45

24| Uma empresa tem 750 empregados e comprou marmitas individuais congeladas suficientes para o almoço deles durante 25 dias. Se essa empresa tivesse mais 500 empregados, a quantidade de marmitas já adquiridas seria suficiente para um número de dias igual a:

- **A** 10
- **B** 12
- **C** 15
- **D** 18

25| Um vendedor de vinhos quer reduzir o preço de seu vinho de R$ 5,00 para R$ 4,00 o litro, sem reduzir sua receita de vendas. Para isso ele quer adicionar água ao seu vinho. Tendo um estoque de 320 litros, o vendedor deverá adicionar:

- **A** de 50 a 100 litros de água.
- **B** de 150 a 200 litros de água.
- **C** menos de 50 litros de água.
- **D** exatamente 50 litros de água.

26| Três dúzias de ovos valem 4 dúzias de maçãs; 5 dúzias de maçãs valem 3 dúzias de peras. Sabendo que uma dúzia de peras custa R$ 6,00, podemos afirmar que uma dúzia de ovos custará:

- **A** R$ 4,60
- **B** R$ 4,80
- **C** R$ 5,00
- **D** R$ 5,20

27| Um feirante compra maçãs ao preço de R$ 0,75 para cada duas unidades e as vende ao preço de R$ 3,00 para cada seis unidades. O número de maçãs que deverá vender para obter um lucro de R$ 50,00 é:

- **A** 40
- **B** 52
- **C** 400
- **D** 520

POTENCIAÇÃO NO CONJUNTO NATURAIS

01| Calcule as potências:

- **A** 16^2
- **B** 11^2
- **C** 70^2
- **D** 11^3
- **E** 15^3
- **F** 68^1
- **G** 10^4
- **H** 76^0
- **I** 1^{600}
- **J** 10^5
- **L** $1\,001^0$
- **M** $1\,001^2$

02| Calcule:

- **A** $8^2 + 5$
- **B** $7^2 - 3^2$
- **C** $10^3 - 10$
- **D** $190 - 6^0$
- **E** $10 + 10^3$
- **F** $10^4 - 1^8$

03| Sendo $x = 3$, $y = 2$ e $z = 1$, calcule o valor das expressões:

- **A** $y^3 + z^7$
- **B** $4 . x + y^2$
- **C** $x^2 + y^2 + z^4$
- **D** $x^2 . y^3 + z^{10}$

04| Calcule:

- **A** $16 : 8 + 3^3$
- **B** $10^2 : 5^2 \cdot 6^0$
- **C** $25 : 4 + 10 : 20$
- **D** $3^2 \cdot 5 + 7^2 : 7$
- **E** $2^2 \cdot 3 + 4 \cdot 3^3$
- **F** $6^2 : 2^2 - 5 \cdot 1^4 - 3$

05| Calcule:

- **A** $8^0 \cdot 5 + 6$
- **B** $2 \cdot 7^1 - 3 \text{ x } 6^0$
- **C** $30 + 31 + 32 + 33$
- **D** $15 \cdot 6^0 - 15^0 \cdot 6$
- **E** $70 + 80 - (7 + 8)0$
- **F** $5^2 - 5 \cdot 1^5 + 5^0 \cdot 5^3$

06| Calcule o valor de:

- **A** $(100^0)^1$
- **B** $(100^1)^1$
- **C** $(100^1)^0$
- **D** $(100^0)^0$

07| Calcule o valor das expressões:

- **A** $5 + 2^3 : 8 + 5 \cdot 2$
- **B** $7 + 3^2 : 1 + 2^3 \cdot 2$
- **C** $25 + 2^2 \cdot 3 - 2 \cdot 3 + 1$
- **D** $(3 + 4)^2 - 5 \cdot 2^3$
- **E** $15 + (1^5 \cdot 6 + 4) : 5$
- **F** $30 : (3 \cdot 7 + 9) + 2^3$

08| Calcule o valor das expressões:

- **A** $3^2 \cdot (19 - 6^0 + 3^2)$
- **B** $[3 \cdot 4^2 - (3 \cdot 5 - 8^0)] \cdot 2$
- **C** $500 : (5^3 : 5^2) + 72^0 + (21 - 10)$
- **D** $\{5 + [2^3 : (10 - 2) + 5 \cdot 2^2]\}$
- **E** $30 + [3^3 : (8 - 5) + 2 \cdot 3] + 15$
- **F** $2 \cdot \{40 - [15 - (3^2 - 4)]\}$

REFORÇO 1

01| O dobro de 8 e o quadrado de 8 são, respectivamente:

A) 16 e 16
B) 16 e 64
C) 64 e 16
D) 64 e 64

02| Os resultados de 15^2, 17^2 e 30^3 são, respectivamente:

A) 225, 289 e 900
B) 225, 189 e 900
C) 225, 289, 2 700
D) 225, 289, 27 000

03| A expressão $3^3 + 7^0 - 4^2$ é igual a:

A) 12
B) 13
C) 15
D) 18

04| O valor da expressão $5 \cdot 10^8 \cdot 10^3$ é:

A) 50^{11}
B) $5 \cdot 10^5$
C) $5 \cdot 10^{11}$
D) $5 \cdot 10^{24}$

05| A expressão $10^5 \cdot 10^2 \cdot 1\,000$ é igual a:

A) 10^8
B) 10^9
C) 10^{10}
D) 10^{11}

06| O resultado mais simples da expressão $(10^5 . 10^2) : 10^7$ é:

A) 0
B) 1
C) 10
D) 100

07| A expressão $(7^2 . 7^3)^5$ é igual a:

A) 7^{10}
B) 7^{11}
C) 7^{25}
D) 7^{30}

08| O valor da expressão $2^3 - (2^{540} : 2^{537})$ é:

A) 0
B) 1
C) 2
D) 4

09| O valor da expressão $(2 + 1 \cdot 3)^2$ é:

A) 10
B) 18
C) 25
D) 81

10| O valor da expressão $(3 + 5)^2 + (2 + 1)^3$ é:

A) 25
B) 31
C) 43
D) 91

11| O resultado da expressão $(2\,412 : 12 - 8) - 1^3 + (48 - 6 \cdot 2)$ é:

A) 46
B) 98
C) 226
D) 228

12| O resultado da expressão $\{[16 - (4 : 4)] : 3\}^2 \cdot 2^3$ é:

A) 8
B) 16
C) 150
D) 200

13| O resultado da expressão $1^3 \cdot (14 - 4 \times 3) : (72 : 12 - 2^2)$ é:

A) 0
B) 1
C) 2
D) 3

14| Um gato come 5 ratos por dia. Quantos ratos 5 gatos comem em 5 dias?

A) 15
B) 25
C) 125
D) 625

RADICIAÇÃO NO CONJUNTO NATURAIS

01| Calcule:

A) $\sqrt{4} + \sqrt{9}$
B) $\sqrt{400} + \sqrt{900}$
C) $\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{8}$
D) $\sqrt[3]{1\,000} + \sqrt[3]{8\,000}$

02| Calcule:

A) $\sqrt{0} + \sqrt{1} + \sqrt{4} - \sqrt{9}$
B) $\sqrt{81} + \sqrt[3]{0} + \sqrt[4]{16}$
C) $6 \cdot \sqrt{25} + 4 \cdot \sqrt{49}$
D) $\sqrt{4^0 + 5^0 + 6^0 + 7^0}$
E) $2 \cdot \sqrt{25} + 3 \cdot \sqrt{0}$
F) $\sqrt[4]{1} + 2 \cdot \sqrt{100}$

03| Calcule o valor das expressões:

A) $2 \cdot [(6 + 7 . \sqrt{9}) : 3^2 + (21 - 5 . \sqrt{4})]$
B) $\sqrt{49} - \{4^3 - 3 . [1 + 70 : (3 + 4) . 5^0 + 10]\}$
C) $[50 - (10 + 4)] - \{15 - [9 - \sqrt{16} + (8 - 7) + \sqrt{36}]\} - \sqrt{100}$

04| O número $\sqrt{16}$ é:

A) igual a 8.
B) igual a 4.
C) maior que 4.
D) menor que 4.

05| O valor da expressão $\sqrt{16}-\sqrt{4}$ é:

- Ⓐ 2
- Ⓑ 4
- Ⓒ 6
- Ⓓ 12

06| O valor da expressão $10+\sqrt{9}-6^0$ é:

- Ⓐ 12
- Ⓑ 14
- Ⓒ 10
- Ⓓ 13

07| O valor da expressão $\sqrt{100}-\sqrt{81}-\sqrt{1}$ é:

- Ⓐ 1
- Ⓑ 8
- Ⓒ 0
- Ⓓ 18

08| O valor da expressão $\sqrt{5^2-4^2}$ é:

- Ⓐ 1
- Ⓑ 7
- Ⓒ 2
- Ⓓ 3

09| Se $x=\sqrt{100}$ e $y=\sqrt{4}+\sqrt{9}-\sqrt{1}$, então:

- Ⓐ $x=y$
- Ⓑ $x>y$
- Ⓒ $x<y$
- Ⓓ $x=2y$

10| Se $2+\sqrt{\mathbf{n}}=5$, então **n** é igual a:

- Ⓐ 7
- Ⓑ 4
- Ⓒ 3
- Ⓓ 9

11| Um número natural **x** que satisfaz a desigualdade $\sqrt{49}<x<\sqrt{100}$ é:

- Ⓐ 6
- Ⓑ 8
- Ⓒ 10
- Ⓓ 50

FATORAÇÃO COMPLETA

01| Decompor em fatores primos os números:

- Ⓐ 36
- Ⓑ 40
- Ⓒ 48
- Ⓓ 72
- Ⓔ 80
- Ⓕ 45
- Ⓖ 60
- Ⓗ 28
- Ⓘ 125
- Ⓙ 154
- Ⓛ 220
- Ⓜ 312

02| Decompor em fatores primos os números:

- Ⓐ 120
- Ⓑ 135
- Ⓒ 360
- Ⓓ 616
- Ⓔ 900
- Ⓕ 440
- Ⓖ 320
- Ⓗ 507
- Ⓘ 1 089
- Ⓙ 4 116
- Ⓛ 4 200
- Ⓜ 4 225

03| Qual é o número cuja fatoração dá $2\cdot 3^2\cdot 11$?

04| Qual é o número cuja fatoração dá $2^2\cdot 3\cdot 5\cdot 7^2$?

REFORÇO 1

01| Os fatores primos de 3 000 são:

- Ⓐ 2, 3 e 5
- Ⓑ 2, 3 e 15
- Ⓒ 2, 5 e 15
- Ⓓ 3, 5 e 15

02| A fatoração completa de 1 572 é:

- Ⓐ $2\cdot 3\cdot 13$
- Ⓑ $2\cdot 3^2\cdot 131$
- Ⓒ $2^2\cdot 3\cdot 131$
- Ⓓ $2\cdot 3\cdot 11\cdot 13$

03| O número 2 040 é igual a:

- Ⓐ $2^4\cdot 3\cdot 5$
- Ⓑ $2^2\cdot 3\cdot 17$
- Ⓒ $2^3\cdot 3\cdot 5\cdot 17$
- Ⓓ $2^2\cdot 3^2\cdot 5\cdot 17$

04| Qual o número representado como um produto de **fatores primos**?

- Ⓐ $2\cdot 3\cdot 4$
- Ⓑ $2\cdot 3\cdot 7$
- Ⓒ $3\cdot 5\cdot 10$
- Ⓓ $2\cdot 3\cdot 15$

05| Qual é o número cuja fatoração é 2^3 x 5^2 x 7^2?

- Ⓐ 1 400
- Ⓑ 4 900
- Ⓒ 1 960
- Ⓓ 9 800

06| Os fatores primos de 3 744 são:

- Ⓐ 1, 2, 3 e 7
- Ⓑ 1, 2, 3 e 13
- Ⓒ 1, 2, 9 e 13
- Ⓓ n.d.a.

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

01| Determine:

- **A** m.m.c. (2, 6)
- **B** m.m.c (8, 2)
- **C** m.m.c (4, 6)
- **D** m.m.c (6, 10)
- **E** m.m.c (15, 18)
- **F** m.m.c (20, 25)

02| Determine:

- **A** m.m.c (50, 75)
- **B** m.m.c (60, 24)
- **C** m.m.c (21, 30)
- **D** m.m.c (28, 48)
- **E** m.m.c (5, 10, 15)
- **F** m.m.c (10, 12, 45)
- **G** m.m.c (6, 10, 30, 45)
- **H** m.m.c (6, 8, 12, 15)

03| Determine:

- **A** m.m.c (20, 15, 25)
- **B** m.m.c (30, 48, 120)
- **C** m.m.c (20, 30, 150)
- **D** m.m.c (60, 35, 48)
- **E** m.m.c (100, 200, 300)
- **F** m.m.c (12, 18, 36, 40)

04| Se

$A = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$
$B = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$
$C = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$

determine:

- **A** m.m.c (A, B)
- **B** m.m.c (A, C)
- **C** m.m.c (B, C)
- **D** m.m.c (A, B, C)

REFORÇO 1

01| Determine:

- **A** m.m.c (8, 10)
- **B** m.m.c (5, 7)
- **C** m.m.c (14, 21)
- **D** m.m.c (12, 18)
- **E** m.m.c (2, 6, 12)
- **F** m.m.c (20, 15, 25)
- **G** m.m.c (6, 8, 12, 15)
- **H** m.m.c (9, 12, 18, 36)

02| Determine:

- **A** m.m.c (12, 18, 24)
- **B** m.m.c (21, 28, 36)
- **C** m.m.c (48, 72, 100)
- **D** m.m.c (18, 30, 72)
- **E** m.m.c (11, 33, 44)
- **F** m.m.c (32, 51, 68)

03| Se

$A = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$
$B = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$
$C = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11$

determine

- **A** m.m.c (A, B)
- **B** m.m.c (A, C)
- **C** m.m.c (B, C)

04| Dois viajantes de uma firma saem a serviço no mesmo dia. o primeiro faz viagens de 15 em 15 dias e o segundo, de 18 em 18 dias. Depois de quantos dias sairão juntos novamente?

REFORÇO 2

01| O número 60 é:

- **A** múltiplo de 8 e divisor de 120.
- **B** múltiplo de 4 e divisor de 120.
- **C** múltiplo de 5 e divisor de 100.
- **D** múltiplo de 9 e divisor de 180

02| O total dos múltiplos de 11 compreendidos entre 20 e 100 é:

- **A** 5
- **B** 6
- **C** 7
- **D** 8

03| No mês de março, Celso jogou tênis nos dias ímpares e Rodrigo jogou tênis nos dias múltiplos de 3. Quantas vezes ambos jogaram tênis no mesmo dia?

Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sáb
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

- **A** 4
- **B** 5
- **C** 6
- **D** 8

04| O conjunto de todos números naturais múltiplos comuns de 2, 3 e 4 é:

- **A** {0, 4, 8, 12, ...}
- **B** {0, 6, 12, 18, ...}
- **C** {12, 24, 36, ...}
- **D** {0, 12, 24, 36, ...}

05| A intersecção do conjunto de todos os naturais múltiplos de 6 com o conjunto de todos os números naturais múltiplos de 15 é o conjunto de todos os naturais múltiplos de:

- **A** 3
- **B** 18
- **C** 30
- **D** 45

06| O m.m.c. de 12, 45, 96, e 180 é:

- **A** 480
- **B** 720
- **C** 1 440
- **D** 2 880

07| O m.m.c. dos números 12, 24 e 144 é:

- **A** 12
- **B** 24
- **C** 144
- **D** 288

08| Considere todos os múltiplos comuns de 18 e 24. O menor desses múltiplos que supera 500 é:

- **A** 504
- **B** 518
- **C** 572
- **D** 524

09| O m.m.c. entre os números 2^m, 3 e 5 é 240. O expoente **m** é:

- **A** 2
- **B** 3
- **C** 4
- **D** 5

10| Sejam os números $A = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ e $B = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$; então, m.m.c. (A, B) é igual a:

- **A** $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$
- **B** $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$
- **C** $2 \cdot 3^2 \cdot 5$
- **D** $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$

11| O menor número divisível por 30, 36 e 48 é:

- **A** 600
- **B** 720
- **C** 360
- **D** 1 440

12| O menor número que, dividido por 10, 12 e 15, deixa sempre resto 5 é:

- **A** 65
- **B** 95
- **C** 125
- **D** 245

13| Sejam A e B o m.d.c. e o m.m.c. de 180 e 150, respectivamente. Então B : A é igual a:

- **A** 30
- **B** 60
- **C** 120
- **D** 180

14| Dois ônibus partem de uma rodoviária no mesmo dia. O primeiro parte de 4 em 4 dias e o segundo, de 6 em 6 dias. Depois de quantos dias eles partirão juntos novamente?

- **A** 8
- **B** 10
- **C** 12
- **D** 16

15| Três torneiras estão com vazamento. Da primeira cai uma gota de 4 em 4 minutos; da segunda, uma de 6 em 6 minutos e da terceira, uma de 10 em 10 minutos. Exatamente às 2 horas cai uma gota de cada torneira. A próxima vez em que pingarão juntas novamente será às:

- **A** 3 horas.
- **B** 4 horas.
- **C** 2 horas e 30 minutos.
- **D** 3 horas e 30 minutos.

16| Numa cesta há menos de 150 frutas. Elas podem ser contadas em grupos de 5, 8 e 12 sem que sobre nem falte nenhuma. Quantas frutas há na cesta?

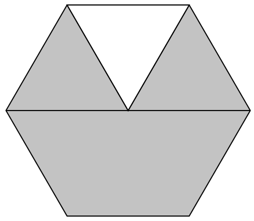
- **A** 100
- **B** 132
- **C** 120
- **D** 144

NÚMEROS FRACIONÁRIOS

01| A fração que representa três sétimos é:

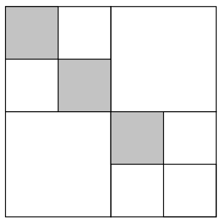
- **A** $\frac{7}{3}$
- **B** $\frac{3}{7}$
- **C** $3\,\frac{1}{7}$
- **D** $3\,\frac{3}{7}$

02| A fração que representa a parte colorida da figura é:



- **A** $\frac{1}{4}$
- **B** $\frac{3}{4}$
- **C** $\frac{3}{16}$
- **D** $\frac{5}{6}$

03| A fração que representa a parte colorida da figura é:



- **A** $\frac{1}{4}$
- **B** $\frac{3}{10}$
- **C** $\frac{3}{16}$
- **D** $\frac{5}{16}$

04| A fração que representa uma semana no mês de dezembro é:

- **A** $\frac{1}{4}$
- **B** $\frac{1}{5}$
- **C** $\frac{7}{30}$
- **D** $\frac{7}{31}$

05| A alternativa verdadeira é:

- **A** $\frac{0}{6} = 0$
- **B** $\frac{6}{0} = 0$
- **C** $\frac{8}{0} = 8$
- **D** $\frac{2}{6} = 3$

06| Podemos representar o número natural 5 por:

- **A** $\frac{5}{5}$
- **B** $\frac{1}{5}$
- **C** $\frac{5}{1}$
- **D** $\frac{5}{0}$

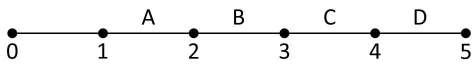
07| $\frac{5}{2}$ é:

- **A** maior que 5.
- **B** maior que 1.
- **C** menor que 2.
- **D** menor que 1.

08| O número $\frac{7}{8}$ está compreendido entre:

- **A** 0 e 1
- **B** 3 e 4
- **C** 5 e 6
- **D** 7 e 8

09| O número $\frac{5}{4}$ pertence ao intervalo:



- **A** A
- **B** B
- **C** C
- **D** D

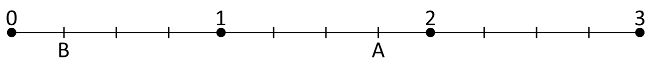
10| A fração $\frac{23}{3}$ pode ser escrita na forma:

- **A** $7\frac{2}{3}$
- **B** $7\frac{1}{3}$
- **C** $3\frac{2}{7}$
- **D** $3\frac{1}{7}$

11| O número misto $7\frac{3}{8}$ é igual a:

- **A** $\frac{10}{8}$
- **B** $\frac{21}{8}$
- **C** $\frac{59}{8}$
- **D** $\frac{59}{7}$

12| Na reta numerada:



- **A** A representa $\frac{5}{3}$ e B representa $\frac{1}{3}$.
- **B** A representa $\frac{1}{4}$ e B representa $\frac{7}{4}$.
- **C** A representa $\frac{7}{4}$ e B representa $\frac{1}{4}$.
- **D** A representa $\frac{1}{5}$ e B representa $\frac{9}{5}$.

FRAÇÕES EQUIVALENTES

01| Quais das frações abaixo são irredutíveis?

- **A** $\frac{2}{5}$
- **B** $\frac{6}{8}$
- **C** $\frac{10}{15}$
- **D** $\frac{3}{27}$
- **E** $\frac{13}{25}$
- **F** $\frac{11}{44}$

02| Simplifique as frações:

- **A** $\frac{3}{6}$
- **B** $\frac{6}{3}$
- **C** $\frac{18}{32}$
- **D** $\frac{12}{20}$
- **E** $\frac{30}{70}$
- **F** $\frac{18}{24}$
- **G** $\frac{90}{12}$
- **H** $\frac{36}{48}$
- **I** $\frac{90}{120}$

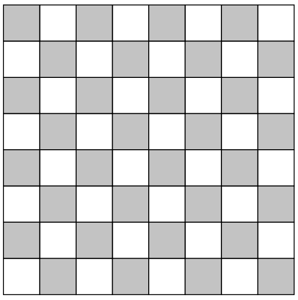
03| Simplifique as frações:

- **A** $\frac{60}{90}$
- **B** $\frac{32}{64}$
- **C** $\frac{88}{110}$
- **D** $\frac{100}{25}$
- **E** $\frac{81}{108}$
- **F** $\frac{196}{210}$
- **G** $\frac{360}{270}$
- **H** $\frac{135}{189}$
- **I** $\frac{231}{924}$

04| Simplifique as frações:

- **A** $\frac{448}{484}$
- **B** $\frac{875}{125}$
- **C** $\frac{11}{1\,210}$

05| Responda:



A Qual a fração que representa a parte?

B Qual a fração que representa a parte **não** colorida da figura?

06| Escreva uma fração equivalente a:

A $\frac{1}{4}$, cujo numerador seja 7

B $\frac{7}{5}$, cujo numerador seja 63

C $\frac{1}{6}$, cujo denominador seja 18

D $\frac{2}{3}$ cujo denominador seja 24

07| Usando os sinais =, < ou >, compare os números fracionários:

A $\frac{7}{15}$ e $\frac{1}{2}$

B $\frac{1}{3}$ e $\frac{19}{27}$

C $\frac{10}{10}$ e $\frac{30}{30}$

D $\frac{5}{7}$ e $\frac{6}{8}$

08| Reduza ao menor denominador comum as frações:

A $\frac{7}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{5}{7}$

B $1, \frac{1}{8}, \frac{9}{10}, \frac{3}{20}$

09| Simplifique as frações:

A $\frac{60}{72}$

B $\frac{81}{54}$

C $\frac{22}{77}$

D $\frac{17}{34}$

E $\frac{19}{38}$

F $\frac{36}{108}$

G $\frac{310}{620}$

H $\frac{630}{126}$

I $\frac{75}{225}$

J $\frac{360}{900}$

L $\frac{480}{240}$

M $\frac{135}{162}$

REFORÇO 1

01| Uma urna contém 10 bolas pretas e 8 bolas vermelhas. A fração do conjunto de bolas que corresponde às vermelhas é:

A $\frac{5}{9}$

B $\frac{4}{9}$

C $\frac{4}{5}$

D $\frac{1}{5}$

02| Numa praça há 56 homens, 24 mulheres e 16 crianças. A fração que representa a quantidade de homens é:

A $\frac{5}{7}$

B $\frac{1}{4}$

C $\frac{7}{12}$

D $\frac{1}{5}$

03| Num grupo de 60 pessoas, 10 são torcedores do São Paulo, 15 são torcedores do Palmeiras e os demais torcedores do Corinthias. A fração do conjunto de pessoas que corresponde aos corinthianos é:

A $\frac{1}{12}$

B $\frac{1}{6}$

C $\frac{1}{4}$

D $\frac{7}{12}$

04| Para comprar um bolo, João deu R$ 9,00, Sílvia R$ 15,00 e Lauro R$ 21,00. Que fração do bolo coube a cada um?

A João $\frac{1}{3}$, Sílvia $\frac{3}{5}$, Lauro $\frac{1}{4}$

B João $\frac{1}{5}$, Sílvia $\frac{1}{3}$, Lauro $\frac{7}{15}$

C João $\frac{1}{5}$, Sílvia $\frac{1}{3}$, Lauro $\frac{1}{2}$

D João $\frac{1}{6}$, Sílvia $\frac{1}{4}$, Lauro $\frac{2}{5}$

05| Qual entre as frações seguintes é equivalente a $\frac{3}{21}$?

A $\frac{5}{35}$

B $\frac{9}{64}$

C $\frac{18}{49}$

D $\frac{7}{42}$

06| Se $A = \frac{3}{2}$ e $B = \frac{x}{16}$, então A = B se:

A $x = 18$

B $x = 20$

C $x = 24$

D $x = 30$

07| Qual dos conjuntos seguintes é formado apenas por frações equivalentes a $\frac{1}{5}$?

A $\left\{\frac{1}{5}, \frac{1}{10}\right\}$

B $\left\{\frac{2}{10}, \frac{4}{15}\right\}$

C $\left\{\frac{2}{5}, \frac{3}{15}\right\}$

D $\left\{\frac{3}{15}, \frac{5}{25}\right\}$

08| A fração equivalente a $\frac{5}{11}$ e cujo numerador é 35, tem a soma dos termos igual a:

- **A** 80
- **B** 96
- **C** 102
- **D** 112

09| Uma fração equivalente a $\frac{3}{4}$ cujo denominador é um múltiplo dos números 3 e 4 é:

- **A** $\frac{6}{8}$
- **B** $\frac{9}{12}$
- **C** $\frac{15}{24}$
- **D** $\frac{12}{16}$

10| A fração irredutível é:

- **A** $\frac{143}{169}$
- **B** $\frac{121}{144}$
- **C** $\frac{11}{101}$
- **D** $\frac{55}{202}$

11| Simplificando a fração $\frac{1\,100}{4\,004}$, obtemos:

- **A** $\frac{25}{91}$
- **B** $\frac{50}{91}$
- **C** $\frac{11}{101}$
- **D** $\frac{55}{202}$

12| Simplificando a fração $\frac{605}{363}$, obtemos:

- **A** $\frac{5}{4}$
- **B** $\frac{4}{5}$
- **C** $\frac{5}{3}$
- **D** $\frac{3}{5}$

13| Veja este anúncio:

VENDEM-SE TUBOS DE PLÁSTICO PARA JARDINS.

$\frac{3}{16}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}$ e $\frac{1}{2}$ polegada de diâmetro.

A fração de polegada que corresponde ao tubo de plástico mais fino é:

- **A** $\frac{1}{4}$
- **B** $\frac{3}{8}$
- **C** $\frac{3}{16}$
- **D** $\frac{3}{5}$

14| Dos números $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}$ e $\frac{1}{2}$:

- **A** o maior é $\frac{4}{5}$ e o menor é $\frac{2}{3}$.
- **B** o maior é $\frac{4}{5}$ e o menor é $\frac{1}{2}$.
- **C** o maior é $\frac{3}{4}$ e o menor é $\frac{2}{3}$.
- **D** o maior é $\frac{3}{4}$ e o menor é $\frac{1}{2}$.

15| $\frac{4}{5}$ é maior que:

- **A** $\frac{2}{3}$
- **B** $\frac{6}{7}$
- **C** $\frac{7}{8}$
- **D** $\frac{9}{10}$

16| Dada as frações $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}$ a maior é:

- **A** $\frac{4}{5}$
- **B** $\frac{2}{3}$
- **C** $\frac{5}{6}$
- **D** $\frac{3}{4}$

17| Ordenando os números racionais $p = \frac{13}{24}$, $q = \frac{2}{3}$ e $r = \frac{5}{8}$, obtemos:

- **A** $p < r < q$
- **B** $q < p < r$
- **C** $r < p < q$
- **D** $q < r < p$

18| Colocando os números $\frac{14}{3}, \frac{17}{4}$ e $\frac{25}{6}$ em **ordem crescente**, obtém-se:

- **A** $\frac{25}{6}, \frac{17}{4}, \frac{14}{3}$
- **B** $\frac{17}{4}, \frac{14}{3}, \frac{25}{6}$
- **C** $\frac{17}{4}, \frac{25}{6}, \frac{14}{3}$
- **D** $\frac{25}{6}, \frac{14}{3}, \frac{17}{4}$

19| Responda:

- **A** Se $\frac{2}{7} < \frac{1}{5} < \frac{3}{8}$
- **B** Se $\frac{2}{7} < \frac{3}{8} < \frac{1}{5}$
- **C** Se $\frac{3}{8} < \frac{2}{7} < \frac{1}{5}$
- **D** Se nenhuma das anteriores for correta.

20| Um pai tem uma caixa de doces para dividir entre seus filhos. Se Luís receber $\frac{1}{8}$ da caixa, Ari $\frac{2}{6}$, Carla $\frac{2}{7}$ e Lia $\frac{1}{4}$, então quem vai receber mais doce será:

- **A** Lia.
- **B** Carla
- **C** Ari.
- **D** Luís.

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMERO FRACIONÁRIOS

01| $\frac{9}{7} - \frac{7}{9}$ é igual a:

Ⓐ 0

Ⓑ $\frac{2}{23}$

Ⓒ 1

Ⓓ $\frac{32}{63}$

02| O valor de $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ é:

Ⓐ $\frac{1}{11}$

Ⓑ $\frac{5}{11}$

Ⓒ $\frac{3}{11}$

Ⓓ 1

03| Um professor pediu a dois alunos que efetuassem a adição $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$

- Sílvio encontrou como resposta $\frac{7}{10}$
- Cláudio encontrou como resposta $\frac{14}{20}$

Como o professor aceita o desenvolvimento incompleto da resposta, podemos afirmar que:

Ⓐ apenas Sílvio acertou.

Ⓑ apenas Cláudio acertou.

Ⓒ os dois erraram

Ⓓ os dois acertaram.

04| O valor de $1 + \frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{8}$ é:

Ⓐ $\frac{8}{7}$

Ⓑ $\frac{16}{15}$

Ⓒ $\frac{37}{8}$

Ⓓ $\frac{31}{8}$

05| O valor de $2 + \frac{0}{5} + \frac{1}{4}$ é:

Ⓐ $\frac{3}{9}$

Ⓑ $\frac{9}{4}$

Ⓒ $\frac{49}{20}$

Ⓓ $\frac{29}{10}$

06| O valor de $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$ é:

Ⓐ 0

Ⓑ $\frac{1}{6}$

Ⓒ 1

Ⓓ $\frac{1}{7}$

07| A diferença $3\,\frac{1}{4} - 1\frac{3}{8}$ é:

Ⓐ $2\,\frac{1}{8}$

Ⓑ $1\,\frac{7}{8}$

Ⓒ $5\,\frac{1}{4}$

Ⓓ $4\,\frac{5}{8}$

08| Qual das quatro expressões é a correta?

Ⓐ $\frac{20+25-30}{5} = \frac{20}{5} + \frac{25}{5} + \frac{30}{5}$

Ⓑ $\frac{20+25-30}{5} = \frac{5}{20} + \frac{5}{25} + \frac{5}{30}$

Ⓒ $\frac{20+25-30}{5} + \frac{5}{20} + \frac{5}{25} - \frac{5}{30}$

Ⓓ $\frac{20+25-30}{5} = \frac{20}{5} + \frac{25}{5} - \frac{30}{5}$

09| Se $x + \frac{3}{7} = 1$, então x vale:

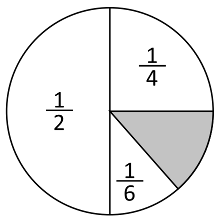
Ⓐ $\frac{4}{7}$

Ⓑ $\frac{2}{7}$

Ⓒ $\frac{7}{4}$

Ⓓ $\frac{7}{2}$

10| A parte sombreada representa que fração do círculo?



Ⓐ $\frac{1}{3}$

Ⓑ $\frac{1}{10}$

Ⓒ $\frac{1}{12}$

Ⓓ $\frac{1}{24}$

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS

01| Observe o exemplo e calcule:

O traço da fração representa o sinal de divisão (:).

$$\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{7}} = \frac{1}{3} : \frac{2}{7} = \frac{1}{3} \times \frac{7}{2} = \frac{7}{6}$$

Ⓐ $\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{5}}$

Ⓑ $\dfrac{\frac{7}{2}}{3}$

C $\dfrac{\frac{5}{7}}{6}$

D $\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{7}{3}}$

E $\dfrac{9}{1\frac{1}{4}}$

F $\dfrac{1\frac{1}{3}}{5}$

G $\dfrac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{8}}$

H $\dfrac{5}{7\frac{1}{3}}$

I $\dfrac{2\frac{2}{3}}{7}$

02| Observe o exemplo e calcule:

$$\frac{3+\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}} = \frac{\frac{15}{5}+\frac{1}{5}}{\frac{2}{4}-\frac{1}{4}} = \frac{\frac{16}{5}}{\frac{1}{4}} = \frac{64}{5}$$

A $\dfrac{\frac{6}{5}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}$

B $\dfrac{1+\frac{3}{4}}{2-\frac{1}{2}}$

C $\dfrac{\frac{3}{2}+\frac{1}{6}}{\frac{3}{4}}$

D $\dfrac{1+\frac{2}{5}}{\frac{1}{4}}$

E $\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{6}}$

F $\dfrac{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}}{1\frac{1}{2}}$

REFORÇO 1

01| Efetue as multiplicações:

A $\frac{3}{7} \times \frac{1}{4}$

B $\frac{2}{3} \times \frac{9}{5}$

C $\frac{5}{3} \times \frac{1}{6} \times \frac{3}{4}$

D $7 \times \frac{3}{8} \times \frac{1}{2}$

02| Efetue as multiplicações:

A $4\frac{1}{3} \times 5$

B $18 \times 1\frac{1}{2}$

C $\frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$

D $1 \times \frac{5}{4} \times 2\frac{1}{2} \times 8$

03| Efetue as divisões:

A $\frac{2}{3} : \frac{5}{2}$

B $\frac{7}{8} : \frac{1}{5}$

C $\frac{3}{4} : 7$

D $8 : \frac{4}{5}$

04| Efetue as divisões:

A $6 : 1\frac{1}{2}$

B $4 : 2\frac{3}{5}$

C $1\frac{4}{5} : 2$

D $3\frac{1}{2} : 5$

05| Calcule:

A $\dfrac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{7}}$

B $\dfrac{\frac{3}{5}}{7}$

C $\dfrac{\frac{5}{9}}{6}$

D $\dfrac{\frac{9}{10}}{\frac{6}{35}}$

E $\dfrac{1}{1\frac{3}{4}}$

F $\dfrac{5\frac{1}{2}}{4}$

G $\dfrac{\frac{5}{6}}{\frac{3}{4}}$

H $\dfrac{5}{2\frac{5}{9}}$

I $\dfrac{1\frac{2}{3}}{5}$

06| Calcule:

A $\dfrac{\frac{3}{2}+\frac{1}{6}}{\frac{3}{4}}$

B $\dfrac{\frac{1}{5}-\frac{1}{6}}{\frac{1}{6}-\frac{1}{7}}$

C $\dfrac{1+\frac{2}{5}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}$

07| Calcule:

A $\frac{5}{7} \times \frac{0}{6}$

B $0 : \frac{4}{5}$

08| Se $x = \frac{3}{4}$, $y = \frac{1}{3}$ e $z = \frac{1}{2}$, calcule:

A $2 \cdot x + y$

B $3 \cdot x - 2 \cdot y + z$

09| Calcule:

A $\dfrac{1\frac{1}{3}}{4\frac{2}{3}}$

B $\dfrac{8}{12 \times \frac{2}{3}}$

10| Calcule:

A $\dfrac{4+\frac{1}{2}}{\frac{4}{5}+2-\frac{1}{2}}$

B $\dfrac{4-\frac{5}{2}+\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}+\frac{7}{4}-1}$

11| Calcule:

A $\dfrac{\frac{1}{5} \times \frac{8}{11}}{\frac{3}{11} : \frac{2}{3}}$

B $\dfrac{\frac{1}{4}+2\frac{1}{2}}{\frac{3}{4} : \frac{1}{2}}$

12| O resultado de $9 : \frac{1}{9}$ é:

A 1

B 81

C $\frac{1}{18}$

D $\frac{1}{81}$

13| O resultado de $7 \cdot 8 \cdot 9 \ \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{9}$ é:

A 0

B 1

C 504

D $\frac{1}{504}$

14| Se $a = \frac{7}{5}$ e $b = \frac{3}{8}$, então $a \cdot b$ e $a : b$ são, respectivamente, iguais a:

A $\frac{21}{40}$ e $\frac{56}{15}$

B $\frac{56}{15}$ e $\frac{21}{40}$

C $\frac{21}{40}$ e $\frac{56}{25}$

D $\frac{10}{13}$ e $\frac{56}{15}$

15| Veja as simplificações efetuadas:

I	II
$\dfrac{\overset{5}{\cancel{10}}+6}{\underset{1}{\cancel{2}}}$	$\dfrac{\overset{5}{\cancel{10}}+\overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}$

A apenas a **I** está certa

B apenas a **II** está certa.

C as duas estão certas.

D as duas estão erradas.

16| O valor de $4\frac{1}{2} : \frac{2}{9}$ é:

A 0

B $\frac{4}{81}$

C 1

D $\frac{81}{4}$

17| O valor de $\frac{7}{8} : 2\frac{1}{3}$ é:

A $\frac{3}{8}$

B $\frac{3}{16}$

C $\frac{49}{24}$

D $\frac{21}{16}$

18| O resultado de $\dfrac{6}{1\frac{1}{2}}$

A 4

B 3

C 9

D 12

19| O resultado de $\dfrac{3}{\frac{7}{2}} : \dfrac{\frac{7}{2}}{3}$

A 1

B 2

C $\frac{36}{49}$

D $\frac{49}{36}$

20| A metade de $\frac{7}{8}$ é:

A $\frac{7}{2}$

B $\frac{7}{4}$

C $\frac{7}{16}$

D $\frac{7}{32}$

21| Se $a = \dfrac{2}{\frac{5}{4}}$ e $b = \dfrac{\frac{5}{4}}{2}$, então:

- **A** $a > b$
- **B** $b > a$
- **C** $a = b$
- **D** $a \cdot b = 1$

22| Um disco de $33\frac{1}{3}$ rotações por minuto toca durante 15 minutos, perfazendo:

- **A** 495 rotações.
- **B** 500 rotações.
- **C** 515 rotações.
- **D** 550 rotações.

23| Um terço da metade 36 é:

- **A** 6
- **B** 12
- **C** 18
- **D** 24

EXPRESSÕES COM FRAÇÕES

01| O valor da expressão $\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$ é:

- **A** $\frac{7}{16}$
- **B** $\frac{13}{24}$
- **C** $\frac{1}{2}$
- **D** $\frac{21}{24}$

02| O valor da expressão $\frac{1}{3} - \frac{1}{10} \times \frac{4}{3}$ é:

- **A** $\frac{1}{5}$
- **B** $\frac{14}{15}$
- **C** $\frac{4}{21}$
- **D** $\frac{7}{30}$

03| O valor da expressão numérica $\frac{1}{2} + \frac{5}{2} \times \frac{2}{5}$ é:

- **A** $\frac{1}{2}$
- **B** $\frac{3}{2}$
- **C** $\frac{6}{5}$
- **D** $\frac{17}{5}$

04| O valor de $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \frac{5}{3}$ é:

- **A** $\frac{1}{3}$
- **B** $\frac{1}{2}$
- **C** $\frac{1}{4}$
- **D** $\frac{3}{5}$

05| Se $x = \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3} : \frac{1}{7}\right)$, então:

- **A** $x = \frac{14}{9}$
- **B** $x = \frac{2}{63}$
- **C** $x = 0$
- **D** n.d.a.

06| O valor da expressão $\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\right)$ é:

- **A** 16
- **B** $\frac{1}{16}$
- **C** 32
- **D** $\frac{1}{32}$

07| O valor da expressão $1 + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{15}\right)$ é:

- **A** 1
- **B** $\frac{9}{10}$
- **C** 2
- **D** $\frac{15}{9}$

08| Efetuadas as operações indicadas $\left(\frac{1}{2} \times \frac{19}{7}\right) : \left(\frac{2}{4} - \frac{1}{6}\right) + 3$, concluímos que o número:

- **A** é menor que 5.
- **B** está entre 2 e 3.
- **C** está entre 5 e 6.
- **D** é maior que 6.

09| O valor da expressão $\sqrt{\frac{36}{25}} : \left(\frac{1}{2}\right)^4$ é:

- **A** $\frac{48}{5}$
- **B** $\frac{96}{5}$
- **C** $\frac{12}{5}$
- **D** $\frac{24}{5}$

10| O valor da expressão $\dfrac{\frac{1}{6}}{2 - \frac{1}{4}} + \dfrac{1}{3}$

- **A** $\frac{7}{3}$
- **B** $\frac{5}{8}$
- **C** $\frac{8}{5}$
- **D** $\frac{3}{7}$

11| O valor da expressão $\dfrac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}}$ é:

- **A** $\frac{1}{10}$
- **B** $\frac{30}{31}$
- **C** $1\frac{1}{10}$
- **D** $1\frac{30}{31}$

12| O valor de $\frac{2}{3+\frac{1}{4}} + \left(\frac{\frac{1}{1}}{2}\right)^2$ é

A $\frac{60}{13}$

B $\frac{13}{60}$

C $\frac{45}{52}$

D $\frac{52}{45}$

13| A expressão $\dfrac{1+\frac{1}{2}}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}$ é igual a:

A $\frac{2}{5}$

B $\frac{5}{2}$

C $\frac{8}{9}$

D $\frac{9}{10}$

14| O valor da expressão numérica $\left(\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}\right)^2 + \frac{13}{49}$ é:

A 1

B $\frac{21}{7}$

C $\frac{6}{7}$

D $\frac{7}{6}$

15| O valor da expressão $\frac{a+b}{1-a \times b}$ para $a = \frac{1}{2}$ e $b = \frac{1}{3}$ é:

A 0

B 3

C 1

D 5

16| Dados os números:

$$x = \frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}},\ y = \frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}{\frac{3}{2}} \text{ e } z = \frac{\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}{3}}{\frac{1}{2}}$$

pode-se concluir que:

A $x < y$ e $y = z$

B $x > y$ e $y = z$

C $x > y$ e $y > z$

D x, y e z são iguais

17| Efetuando a expressão $\frac{5}{6}+\frac{5}{6} : \dfrac{37}{7+2\frac{1}{3} \times \frac{6}{35}}$, encontra-se:

A 1

B $\frac{1}{3}$

C $\frac{8}{105}$

D $\frac{129}{126}$

PROBLEMAS COM NÚMEROS FRACIONÁRIOS

01| Sete quintas partes de 1 400 metros equivalem a:

A 400 metros

B 560 metros

C 1 000 metros

D 1 960 metros

02| Tomei no almoço a metade de uma garrafa de vinho e no jantar tomei a metade que sobrou. Então podemos afirmar que a fração do líquido que restou na garrafa foi:

A $\frac{1}{4}$

B $\frac{1}{3}$

C $\frac{1}{8}$

D $\frac{1}{2}$

03| Um pedreiro foi contratado para construir um muro. No primeiro dia de serviço ele construiu um oitavo do muro e, no segundo dia, o triplo do que havia construído no primeiro dia. Dessa forma, nos dois primeiros dias ele já construiu:

A o muro inteiro.

B a metade do muro

C mais da metade do muro

D menos da metade do muro

04| Quatro pessoas comeram partes iguais da metade de uma pizza. Cada pessoa comeu:

A $\frac{1}{4}$

B $\frac{1}{8}$

C $\frac{1}{6}$

D $\frac{1}{16}$

05| Numa cidade de 200 000 habitantes, $\frac{2}{5}$ da população trabalha na agricultura. Isso significa que o número de pessoas que não trabalha na agricultura é:

A 4 000

B 80 000

C 120 000

D 160 000

06| Duas empreiteiras faram conjuntamente a pavimentação de uma estrada, cada uma trabalhando a partir de uma das extremidades. Se uma delas pavimentar $\frac{2}{5}$ da estrada e a outra os 81 restantes a extensão dessa estrada é de:

A 125km

B 135km

C 145km

D 142km

07| Dois terços da despesas de uma firma destinam-se a pagamento de pessoal. Sabendo-se que a firma gastou R$ 18.000,00 em pessoal, seu gasto total foi de:

A R$ 24.000,00

B R$ 27.000,00

C R$ 30.000,00

D R$ 36.000,00

08| Uma pessoa fez uma viagem de 1 200 km, sendo $\frac{3}{4}$ do percurso feito de ônibus, $\frac{1}{6}$ de automóvel e o resto de moto. O percurso feito de moto foi de:

- **A** 50 km
- **B** 60 km
- **C** 100 km
- **D** 120 km

09| São necessários 30 dias para que sejam asfaltados $\frac{2}{3}$ de uma determinada estrada. Para se asfaltarem $\frac{3}{5}$ dessa mesma estrada, são necessários:

- **A** 12 dias
- **B** 18 dias
- **C** 25 dias
- **D** 27 dias

10| Sabendo-se que $\frac{7}{8}$ do vencimento de José equivalem a R$ 322,35, pergunta-se: quanto valem $\frac{5}{6}$ do vencimento de José?

- **A** R$ 307,00
- **B** R$ 310,40
- **C** R$ 300,70
- **D** R$ 314,00

11| Uma pessoa gastou $\frac{2}{3}$ do seu ordenado, restando-lhe R$ 285,00. Se tivesse gasto $\frac{4}{5}$, teriam lhe sobrado:

- **A** R$ 456,00
- **B** R$ 171,00
- **C** R$ 380,00
- **D** R$ 228,00

12| Uma velhinha vivia da renda de várias casas que tinha alugadas. Quando morreu, deixou $\frac{3}{5}$ do número dessas casas para seu cachorrinho de estimação e $\frac{1}{3}$ do restante para seu fiel mordomo. Assim, o mordomo recebeu de herança 4 casas. Quantas casas tinha a velhinha?

- **A** 18
- **B** 24
- **C** 27
- **D** 30

MEDIDAS DE COMPRIMENTO

01| Um balconista vendeu 70 centímetros de corda a um freguês. Esse balconista preencheu corretamente a nota fiscal, escrevendo:

- **A** 0,07 m
- **B** 0,70 m
- **C** 0,70 cm
- **D** 0,070 cm

02| $\frac{3}{4}$ de 1 km são:

- **A** 75m
- **B** 7,5km
- **C** 750m
- **D** 0,75m

03| Numa carpintaria, empilham-se 32 tábuas de 2cm e outras 18 tábuas de 5 cm de espessura. A altura da pilha é de:

- **A** 144cm
- **B** 164cm
- **C** 154cm
- **D** 0,75m

04| Uma pessoa percorreu 2 610 metros no primeiro dia e 5,07 km no segundo dia. Nesses dois dias ela percorreu:

- **A** 7,68 km
- **B** 768 km
- **C** 2615,07 metros
- **D** 196 km

05| Se uma peça de fita de 8m for dividida em laços de 16 cm vamos obter:

- **A** 2 laços.
- **B** 5 laços.
- **C** 20 laços.
- **D** 50 laços.

06| Uma agulha é feita com 0,08m de arame. O número de agulhas que podem ser feitas com 36m de arame é:

- **A** 45
- **B** 450
- **C** 4 500
- **D** 45 000

07| Uma fita foi fracionada em 4 pedaços de tamanhos iguais. De cada um deles, tiraram-se 2 centímetros, ficando, então, com 185 milímetros de comprimento cada um. O comprimento total da fita era de:

- **A** 8,2m
- **B** 8,2cm
- **C** 0,82m
- **D** 0,82cm

08| A milha é uma unidade de medida usada nos Estados Unidos e corresponde a 1,6 km. Assim, uma distância de 80 km corresponde, em milhar, a:

- **A** 50
- **B** 65
- **C** 72
- **D** 108

09| Num campo de futebol não oficial, as traves verticais do gol distam entre si 8,15m. Considerando que 1 jarda vale 3 pés e que 1 pé mede 30,48cm, a largura mais aproximada desse gol, em jardas, é:

- **A** 6,3
- **B** 8,9
- **C** 10,2
- **D** 12,5

10| O pêndulo de um relógio cuco faz uma oscilação completa em cada segundo, e a cada oscilação do pêndulo o peso desce 0,02mm. Em 24 horas, o peso desce aproximadamente:

- **A** 1,20 m
- **B** 1,44 m
- **C** 1,60 m
- **D** 1,73 m

11| Quantas pessoas formam uma fila de 192m de comprimento, se cada uma ocupa, em média, 60cm?

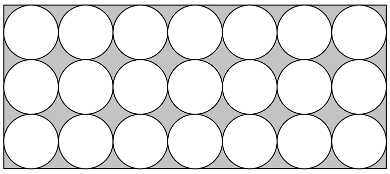
- **A** 32 pessoas.
- **B** 36 pessoas.
- **C** 320 pessoas.
- **D** 360 pessoas.

12| Uma pessoa, andando normalmente, desenvolve uma velocidade da ordem de 1 metro por segundo. Que distância, aproximadamente, essa pessoa percorrerá, andando 15 minutos?

- **A** quinze metros.
- **B** noventa metros.
- **C** um quilômetro.
- **D** dez quilômetros.

REFORÇO 1

01| A figura mostra a parte superior de um maço de cigarros aberto. Se o raio de cada cigarro acomodado é 3mm, as dimensões do retângulo são:



- **A** 9mm e 21mm
- **B** 9mm e 42mm
- **C** 18mm e 42mm
- **D** 4,5mm e 10,5mm

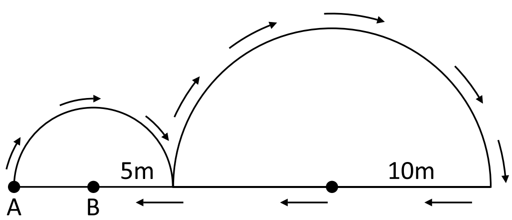
02| Se uma pessoa der 4 voltas em torno de um canteiro circular de 1,5m de raio esta pessoa percorrerá:

- **A** 12 πm
- **B** 15 πm
- **C** 16 πm
- **D** 18 πm

03| Um ciclista de uma prova de resistência deve percorrer 500km sobre uma pista circular de raio de 200m. O número aproximado de voltas que ele deve dar é:

- **A** 200
- **B** 300
- **C** 400
- **D** 500

04| A figura abaixo representa o trajeto que uma formiga faz para ir de A até B, utilizando caminho indicado com setas. Que distância ela percorre?



- **A** 57,1m
- **B** 62,1m
- **C** 72,1m
- **D** 77,1m

05| O pneu de um veículo, com 80cm de diâmetro, ao dar uma volta completa percorre, aproximadamente, uma distância de:

- **A** 0,25m
- **B** 0,50m
- **C** 2,50m
- **D** 5,00m

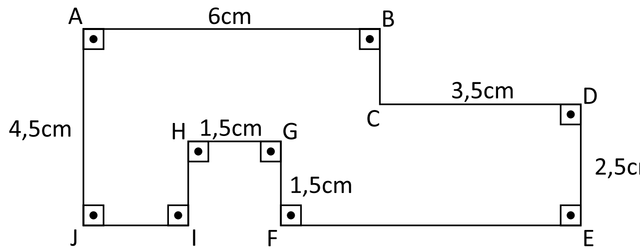
06| Em volta de um terreno retangular de 12m por 30m, deve-se construir uma cerca com 5 fios de arame farpado, vendido em rolos de 50m. Quantos rolos devem ser comprados?

- **A** 5
- **B** 9
- **C** 12
- **D** 18

07| Um terreno tem a forma retangular. Sabendo que seu comprimento é igual a 60m e sua largura igual a $\frac{2}{3}$ do comprimento, o seu perímetro é igual a:

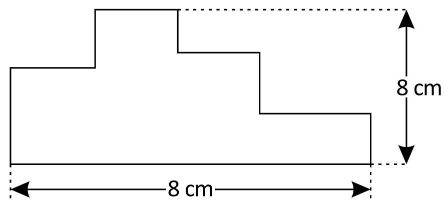
- **A** 120m
- **B** 200m
- **C** 160m
- **D** 300m

08| O perímetro do polígono abaixo, em metros, é:



- **A** 31
- **B** 0,31
- **C** 28,5
- **D** 0,285

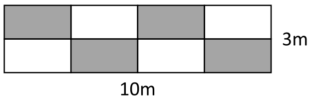
09| O perímetro do polígono da figura é:



- **A** 16cm
- **B** 20cm
- **C** 24cm
- **D** 28cm

MEDIDAS DE SUPERFÍCIE

01| A área sombreada na figura abaixo é:



- **A** $12m^2$
- **B** $15m^2$
- **C** $18m^2$
- **D** $21m^2$

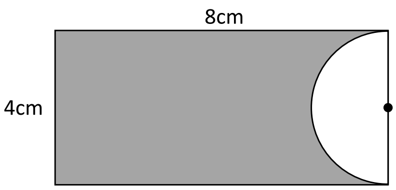
02| Um terreno retangular tem 15m de frente por 36m de fundo e nele vai ser construída uma casa que ocupará a terça parte do terreno. A parte não construída do terreno medirá:

- **A** $180m^2$
- **B** $270m^2$
- **C** $360m^2$
- **D** $540m^2$

03| Para pintar uma parede de 9m de comprimento por 3,5m de altura, gastaram-se 4 litros de tinta. Então, para pintar uma parede de 3,5m de altura por 18m de comprimento gastaremos:

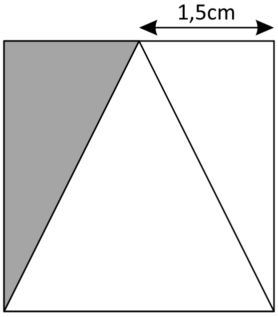
- **A** 6 litros.
- **B** 8 litros.
- **C** 7 litros.
- **D** 9 litros.

04| A área sombreada na figura abaixo é:



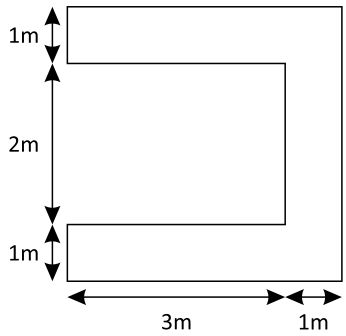
- **A** $5{,}72cm^2$
- **B** $19{,}44cm^2$
- **C** $25{,}72cm^2$
- **D** $38{,}28cm^2$

05| Qual é a área sombreada, sabendo-se que o lado do quadrado mede 3m?



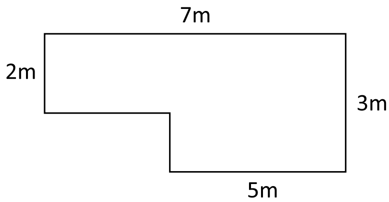
- **A** $3m^2$
- **B** $4{,}5m^2$
- **C** $3{,}75m^2$
- **D** $2{,}25m^2$

06| A área sombreada na figura abaixo é:



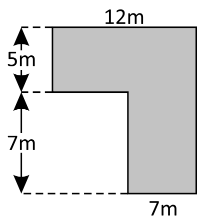
- **A** $10m^2$
- **B** $11m^2$
- **C** $12m^2$
- **D** $14m^2$

07| A área da sala representada na figura é:



- **A** $15m^2$
- **B** $17m^2$
- **C** $19m^2$
- **D** $21m^2$

08| Qual o valor da área da figura?



- **A** $95m^2$
- **B** $109m^2$
- **C** $119m^2$
- **D** $144m^2$

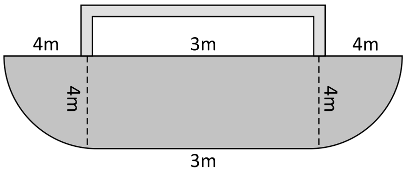
09| Para cobrir o piso de um banheiro de 1,00 de largura por 2,00m de comprimento com cerâmicas quadradas, medindo 20cm de lado, o número necessário de cerâmicas é:

- **A** 30
- **B** 50
- **C** 75
- **D** 100

10| Um comício político lotou uma praça semicircular de 130m de raio. Admitindo uma ocupação média de 4 pessoas por m^2, qual é a melhor estimativa do número de pessoas presentes?

- **A** dez mil.
- **B** cem mil.
- **C** um milhão.
- **D** meio milhão.

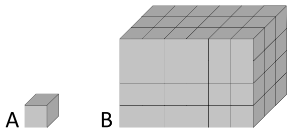
11| No futebol de salão, a área de meta é delimitada por dois segmentos de reta (de comprimentos 11m e 3m) e dois quadrantes de círculos (de raio 4m), conforme a figura. A superfície da área de meta mede, aproximadamente:



Ⓐ $34m^2$
Ⓑ $37m^2$
Ⓒ $41m^2$
Ⓓ $25m^2$

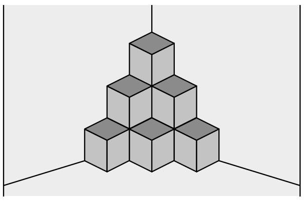
MEDIDAS DE VOLUME

01| Quantos cubos A precisa-se empilhar para formar o paralelepípedo B?



Ⓐ 39
Ⓑ 48
Ⓒ 60
Ⓓ 94

02| Na figura ao lado, cada cubo tem volume 1. O volume da pilha, incluindo os cubos invisíveis no canto, é:



Ⓐ 6
Ⓑ 8
Ⓒ 9
Ⓓ 10

03| Se a soma das arestas de um cubo é igual a 72cm, então, o volume do cubo é igual a:

Ⓐ $40cm^3$
Ⓑ $216cm^3$
Ⓒ $100cm^3$
Ⓓ $144cm^3$

04| Uma piscina de 12m de comprimento por 6m de largura e 3m de profundidade está cheia até os $\frac{5}{8}$ de sua capacidade. Quantos metros cúbicos de água ainda cabem na piscina?

Ⓐ $48m^3$
Ⓑ $81m^3$
Ⓒ $92m^3$
Ⓓ $135m^3$

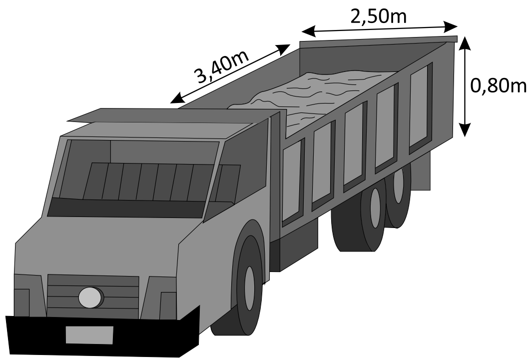
05| Se a aresta de um cubo mede 6cm, então os $\frac{2}{3}$ do seu volume são iguais a:

Ⓐ $72cm^3$
Ⓑ $64cm^3$
Ⓒ $144cm^3$
Ⓓ $216cm^3$

06| O número de paralelepípedos de dimensões 2cm, 1cm e 1cm necessário, para preencher totalmente um paralelepípedo de dimensões 6cm, 3cm e 2cm, é:

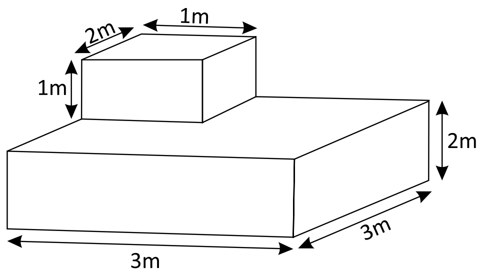
Ⓐ 12
Ⓑ 18
Ⓒ 24
Ⓓ 36

07| Um caminhão basculante tem a carroceria com as dimensões indicadas na figura. O número de viagens necessárias para transportar $136m^3$ de areia é:



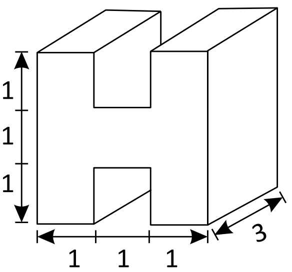
Ⓐ 11
Ⓑ 17
Ⓒ 20
Ⓓ 25

08| O volume do sólido seguinte é:



Ⓐ $12m^3$
Ⓑ $15m^3$
Ⓒ $18m^3$
Ⓓ $20m^3$

09| De um bloco cúbico de isopor de aresta 3m recorta-se o sólido, em forma de "H" mostrado na figura. O volume do sólido é:



Ⓐ $14m^3$
Ⓑ $18m^3$
Ⓒ $21m^3$
Ⓓ $27m^3$

MEDIDAS DE CAPACIDADE

01| Um hidrômetro registrou o consumo mensal de água de uma casa em $15m^3$. Foram gastos:

- **A** 15ℓ
- **B** 150ℓ
- **C** 1 500ℓ
- **D** 15 000ℓ

02| A quantidade de refrigerante necessária para encher 16 copos de 0,25ℓ é:

- **A** 3ℓ
- **B** 4ℓ
- **C** 3,5ℓ
- **D** 4,5ℓ

03| A capacidade de uma caixa d'água que tem a forma de um paralelepípedo retângulo de dimensões 2m, 2m e 1m é:

- **A** 400 litros
- **B** 4 000 litros.
- **C** 40 000 litros.
- **D** 400 000 litros.

04| A capacidade de um reservatório em forma de paralelepípedo retângulo, cujas dimensões são 50cm, 2m e 3m, é, em litros:

- **A** 30
- **B** 300
- **C** 3 000
- **D** 30 000

05| Uma caixa d'água cúbica, com aresta interna de 2m, está cheia d'água e vai ser esvaziada à razão de 200 litros por minuto. O tempo necessário para esvaziá-la totalmente será de:

- **A** 38min
- **B** 40min
- **C** 42min
- **D** 44min

06| Numa piscina retangular com 10m de comprimento e 5m de largura, para elevar o nível da água em 10cm, são necessários (litros de água):

- **A** 500
- **B** 5 000
- **C** 1 000
- **D** 10 000

07| Uma caixa de forma cúbica, seja aresta mede 120cm, está totalmente cheia de água. Quantos litros de água devem ser retirados da caixa para que o nível do líquido se reduza a $\frac{3}{4}$ do nível inicial?

- **A** 216
- **B** 324
- **C** 432
- **D** 540

08| Uma lata tem quadrada de lado 20cm e altura 30cm. Despejando 6 litros de água nessa lata, a água

- **A** transborda.
- **B** ocupa metade da capacidade da lata.
- **C** ocupa menos da metade da capacidade da lata.
- **D** ocupa mais da metade da capacidade da lata, sem enchê-la.

09| Um laboratório dispõe apenas de frascos com volume de $125cm^3$. Quantos frascos serão necessários para acomodar 350ℓ de certa substância?

- **A** 280
- **B** 1 400
- **C** 2 800
- **D** 1 250

10| Uma indústria produz 900 litros de óleo vegetal por dia, que devem ser embalados em latas de $30cm^3$. Para isso, serão necessárias:

- **A** 300 latas.
- **B** 3 000 latas.
- **C** 30 000 latas.
- **D** 300 000 latas.

11| Uma laranja produz $100cm^3$ de suco e uma laranjeira produz 30 dúzias de laranjas. Quantos litros de suco produz uma laranjeira?

- **A** 30
- **B** 36
- **C** 300
- **D** 360

12| Uma indústria farmacêutica importa 500 litros de uma vacina e vai colocá-la em ampolas de $20cm^3$ cada. O número de ampolas que obterá é:

- **A** 2 500
- **B** 25 000
- **C** 250 000
- **D** 2 500 000

13| O tanque de álcool de um posto de gasolina tem forma de um paralelepípedo retângulo. As dimensões do tanque são 3m, 4m e 1m. O dono do posto paga R$ 0,43 por litro que compra e revende por R$ 0,477. Qual é o lucro que ele tem na venda total de um tanque de álcool, em reais?

- **A** 564
- **B** 426
- **C** 542
- **D** 573

MEDIDAS DE MASSA

01| 1,75kg equivalem a:

- **A** 175g
- **B** 17,5g
- **C** 1 750g
- **D** 17 500g

02| Um quarto de quilo de carne corresponde a:

- **A** 25g
- **B** 250g
- **C** 2 500g
- **D** 0,250g

03| $\frac{3}{4}$ de dois quilos correspondem a:

- **A** 1 200g
- **B** 1 300g
- **C** 1 400g
- **D** 1 500g

04| $\frac{7}{5}$ de 1 400g equivalem a:

- **A** 400g
- **B** 560g
- **C** 1 000g
- **D** 1 960g

05| Se um quilo de arroz custa R$ 1,20, então, 250g deste arroz custam:

- **A** R$ 0,30
- **B** R$ 0,32
- **C** R$0,18
- **D** R$0,20

06| Joana e Sílvia pesam juntas 93kg. Se o peso de Sílvia é 47 200g, o peso de Joana é:

- **A** 44 800g
- **B** 46 200g
- **C** 45 800g
- **D** 46 800g

07| O número de pacotes de 1 250g batata que podem ser feitos com 400kg de batata é:

- **A** 32
- **B** 36
- **C** 320
- **D** 360

08| Um caminhão cuja carga máxima é de 8,5 toneladas transporta 42 caixas de 210kg cada uma. A carga se excede em:

- **A** 32kg
- **B** 33kg
- **C** 330kg
- **D** 320kg

09| Duas toneladas de adubo custam R$ 168,00. Qual é o preço de 150kg desse adubo?

- **A** R$ 12,60
- **B** R$ 33,20
- **C** R$ 126,00
- **D** R$ 332,00

10| O valor de $\frac{2}{3}$ do quilo de um produto é R$ 3,60. Um quilo e meio desse produto deve custar:

- **A** R$ 6,80
- **B** R$ 8,10
- **C** R$ 4,10
- **D** R$ 5,60

MEDIDAS DE TEMPO

01| Definição de ano bissexto: um ano é bissexto se é divisível por 4 e não terminar em dois zeros. Se terminar em dois zeros, ele deve ser divisível por 400. Qual dos seguintes anos é bissexto?

- **A** 1900
- **B** 1902
- **C** 1903
- **D** 1904

02| Quantas horas há em 4 dias e meio?

- **A** 54
- **B** 108
- **C** 162
- **D** 216

03| O dobro de 5h 42min 30s é:

- **A** 10h 42min
- **B** 11h 25min
- **C** 10h 43min
- **D** 11h 24min

04| Quanto vale 1h 35min dividido por 5?

- **A** 19min
- **B** 95min
- **C** 0,25h
- **D** n.d.a.

05| Se não decorridos $\frac{3}{10}$ de um dia, o seu relógio deve estar acusando:

- **A** 4h 32min
- **B** 6h 12min
- **C** 7h 18min
- **D** 7h 12min

06| Quantas vezes $\frac{1}{4}$ de hora cabe em $2\frac{1}{2}$h?

- **A** 9
- **B** 10
- **C** 11
- **D** 12

07| Nos jogos de futebol de salão infantil, cada tempo dura um quarto de hora. Se o intervalo é de 5 minutos e o jogo começou às 16h 30min, então terminou às:

- **A** 17h 5min
- **B** 18h 5min
- **C** 17h 15min
- **D** 17h 25min

08| Um determinado CD contém apenas três músicas gravadas. Segundo a ficha deste CD, os tempos de duração das três gravações são, respectivamente, 16min 42s, 13min 34s e 21 min 50s. O tempo total de gravação é:

- **A** 51min 06s
- **B** 51min 26s
- **C** 52min 06s
- **D** 53min 06s

09| Um trabalho é realizado em duas etapas, gastando-se 2h 40 min 35s na primeira e o dobro desse tempo na segunda; havendo um intervalo de 7 minutos entre as etapas, então, o trabalho todo é executado em:

- **A** 8h 8min 45s
- **B** 8h 20min 10s
- **C** 8h 15min 18s
- **D** 8h 03min 30s

10| Numa escola as aulas começam às 19h e 15min. Cada aula tem a duração de 45min. Entre a 3ª e a 4ª aulas há um intervalo de 15 minutos. A que horas começa a 5ª aula?

- **A** 21h 15 min
- **B** 21h 30 min
- **C** 22h 15 min
- **D** 22h 30 min

11| Um operário trabalha de segunda feira a sábado das 7h 10min até às 12h 50min. Trabalha também à tarde, de segunda-feira a sexta-feira, das 14h 30 min às 18h 30 min. Este operário recebe R$ 1,50 por hora, até 40 horas semanais de trabalho semanal. O rendimento semanal bruto deste operário é igual a:

- **A** R$ 70,00
- **B** R$ 88,00
- **C** R$ 100,00
- **D** R$ 110,00

12| Um trem percorreu a distância de 240km com uma parada de 5min na metade do caminho. Se, na 1ª metade, a velocidade média foi de 40km/h e, na 2ª metade, foi de 60km/h, então o tempo total gasto pelo trem no percurso foi de:

- **A** 302min
- **B** 304min
- **C** 305min
- **D** 306min

CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

01| O próximo número da sequência: −10, −8, −6, −4, ... é:

- **A** 0
- **B** 2
- **C** −2
- **D** −3

02| Dos números 0, 1, 2, −1 e −2, o menor é:

- **A** 0
- **B** 1
- **C** −1
- **D** −2

03| Entre as temperaturas −2 °C, 0 °C, 1 °C e −6 °C, a mais alta é:

- **A** 0 °C
- **B** 1 °C
- **C** −6 °C
- **D** −2 °C

04| Dos números

0	4	9	−4	−9

- **A** o maior é 9 e o menor é 0.
- **B** o maior é −9 e o menor é 0.
- **C** o maior é 4 e o menor é −4.
- **D** o maior é 9 e o menor é −9.

05| A alternativa correta é:

- **A** $-7 > -4$
- **B** $-2 < -1$
- **C** $-5 > -1$
- **D** $0 < -10$

06| A distância entre −1 e 7 é:

- **A** 6
- **B** 8
- **C** 7
- **D** 9

07| O antecessor de −100: é:

- **A** 99
- **B** 101
- **C** −99
- **D** −101

08| O sucessor de −299 é:

- **A** 298
- **B** 300
- **C** −298
- **D** −300

09| Acham-se ordenados em ordem crescente os números:

- **A** 0, −10, 20, 30
- **B** 10, −20, −30, −40
- **C** −5, −10, 10, 20
- **D** −50, −40, 40, 50

SUBCONJUNTOS DE INTEIROS

01| O conjunto A = {0, −6, 2, 15} é subconjunto de:

- **A** $\mathbb{N}$
- **B** $\mathbb{Z}$
- **C** $\mathbb{Z}_+$
- **D** $\mathbb{Z}_-$

02| Quantos são os números inteiros compreendidos **entre** −4 e +5?

- **A** 2
- **B** 7
- **C** 8
- **D** 9

03| Qual o conjunto dos números inteiros negativos **maiores** que −4?

- **A** {−3, −2, −1}
- **B** {−3, −2, −1, 0}
- **C** {−4, −3, −2, −1}
- **D** {−4, −3, −2, −1, 0}

04| Qual o conjunto dos números inteiros negativos **menores** que −3?

- **A** {−4, −5, −6, ...}
- **B** {−3, −2, −1, ...}
- **C** {−2, −1, 0}
- **D** {−3, −2, −1}

05| O conjunto $F = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geqslant 6\}$ pode ser representado por:

- **A** F = {6, 7, 8, ...}
- **B** F = {7, 8, 9, ...}
- **C** F = {6, 5, 4, ...}
- **D** F = {5, 4, 3, ...}

06| O conjunto $A = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid -2 < x < 2\}$ é igual a:

- **A** {−2, −1, 1, 2}
- **B** {−2, −1, 0, 1, 2,}
- **C** {−1, 1}
- **D** {−1, 0, 1}

07| Qual dos conjuntos é vazio?

- **A** $\{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x \leqslant 1\}$
- **B** $\{x \in \mathbb{Z} \mid 0 \leqslant x \leqslant 1\}$
- **C** $\{x \in \mathbb{Z} \mid 0 \leqslant x < 1\}$
- **D** $\{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x < 1\}$

08| Se $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 3\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 1\}$, a sentença verdadeira é:

- **A** $A \cup B = \{2\}$
- **B** $A \cap B = \{2\}$
- **C** $A \cap B = \varnothing$
- **D** $A \cup B = \{1, 2, 3\}$

09| Sejam os conjuntos:

$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x \leqslant 4\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 \leqslant x < 2\}$

O conjunto $A \cap B$ é igual a:

- **A** {0, 1}
- **B** {−1, 0, 1}
- **C** {−1, 0, 1, 2}
- **D** {−1, 0, 1, 2, 3, 4}

10| Se:

$A = \{2, 4, 6\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 \leqslant x < 3\}$

$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2 < x \leqslant 5\}$

então $A \cap (B \cup C)$ é igual a:

- **A** $\{2\}$
- **B** $\{4\}$
- **C** $\{2, 4\}$
- **D** $\{2, 4, 5\}$

11| Se:

$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leqslant x < 3\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geqslant 1\}$

Então $A \cap B$ é igual a:

- **A** $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \geqslant 1\}$
- **B** $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \leqslant 3\}$
- **C** $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \geqslant -2\}$
- **D** $\{x \in \mathbb{Z} \mid 1 \leqslant x < 3\}$

12| A afirmação verdadeira é:

- **A** $\mathbb{N} = \mathbb{Z}$
- **B** $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
- **C** $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$
- **D** $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}^*$

ADIÇÃO EM INTEIROS

01| Os resultados de $9 - 5$ e $5 - 9$ são, respectivamente, iguais a:

- **A** 4 e 4
- **B** 4 e −4
- **C** −4 e 4
- **D** −4 e −4

02| $-2 + 4 - 9 + 4 + 9 - 10$ é igual a:

- **A** 4
- **B** 30
- **C** −4
- **D** −30

03| Os resultados de $(2 + 4)$, $(2 - 4)$, $(-2 + 4)$ e $(-2 - 4)$ são, respectivamente:

- **A** 6, −2, 2, −6
- **B** 6, −2, −2, −6
- **C** 6, 2, 2, 6
- **D** 6, 2, −2, 6

04| Qual expressão tem como valor −10?

- **A** $80 + 20 - 60 - 10$
- **B** $30 - 10 - 10 + 20$
- **C** $10 - 10 + 10 - 20$
- **D** $-10 - 30 + 20 + 50$

05| O valor da expressão $-1.000 - 100 + 10 + 1$ é:

- **A** −909
- **B** −1099
- **C** −1.091
- **D** −1.089

06| Observe as igualdades:

A $-6 + 6 = 0$

B $15 - 18 = 3$

C $-2 - 3 = -5$

D $-8 + 1 = -7$

Quantas são verdadeiras?

- **A** 1
- **B** 2
- **C** 3
- **D** 4

07| Dados os números:

$A = -10 + 10 - 10$

$B = -10 - 10 - 10$

$C = 20 - 20 + 20$

$D = 20 - 20 - 20$

Qual é o menor?

- **A** A
- **B** B
- **C** C
- **D** D

08| O valor da expressão $a + b + c + d$ para $a = 8$, $b = -6$, $c = -7$ e $d = 5$ é:

- **A** 0
- **B** 1
- **C** 25
- **D** 26

SUBTRAÇÃO EM INTEIROS

01| A afirmação correta é:

- **A** $-(-6 - 5) = 6 + 5$
- **B** $-(-6 - 5) = 6 - 5$
- **C** $-(-6 - 5) = -6 + 5$
- **D** $-(-6 - 5) = -6 - 5$

02| A expressão $-(-a) - (+b) - (+c) - (-d)$ é igual a:

- **A** $a - b - c + d$
- **B** $a - b + c + d$
- **C** $-a + b + c - d$
- **D** $-a - b - c + d$

03| $(-5) + (-9)$ e $(-5) - (-9)$ são, respectivamente, iguais a:

- **A** 14 e 4
- **B** −14 e 4
- **C** −4 e 14
- **D** −14 e −4

04| Observe as igualdades:

A $6 - (-1) = 7$

B $-30 - (-1) = -31$

C $40 - 50 = -(40 - 50)$

Quantas são verdadeiras?

- **A** 0
- **B** 1
- **C** 2
- **D** 3

05| O valor da expressão $(3 - 8) - (-6 + 2)$ é:

- **A** 1
- **B** 9
- **C** -1
- **D** -9

06| O valor da expressão $-5 - (-5) - 10 - (-10)$ é:

- **A** 0
- **B** 5
- **C** -10
- **D** -30

07| O valor da expressão $-3 + (+7) + [-(-8)]$

- **A** -2
- **B** -4
- **C** 12
- **D** 18

08| O valor da expressão $(-2 - 7) - (7 - 2) = (-7 + 2)$ é:

- **A** 5
- **B** 7
- **C** -5
- **D** -9

09| O valor da expressão $3 - (-8 + 6) - [(-1 - 2) + (4 - 7)]$ é:

- **A** 2
- **B** 3
- **C** 5
- **D** 11

10| O valor da expressão $-4 - 3 - (-3 - 7) - [-5 - 10 - (-4)]$ é:

- **A** 10
- **B** 14
- **C** 2
- **D** -36

11| O valor da expressão $x - y - z$, para $x = -20$, $y = -30$ e $z = -40$ é:

- **A** 50
- **B** 90
- **C** -50
- **D** -90

12| Durante uma experiência, a temperatura foi medida três vezes. A segunda leitura foi 10 graus menor do que a primeira, e a terceira foi 15 graus menor do que a segunda. Se a primeira leitura foi 5 graus, qual foi a última?

- **A** 0 grau
- **B** 10 graus
- **C** -10 graus
- **D** -20 graus

MULTIPLICAÇÃO EM INTEIROS

01| O próximo número da sequencia: $2, -4, 8, -16, 32, \ldots$ é:

- **A** 64
- **B** 128
- **C** -32
- **D** -64

02| O quádruplo de -25 é:

- **A** 50
- **B** 100
- **C** -50
- **D** -100

03| Somando o dobro de -5 com o triplo de -2, obtemos:

- **A** -14
- **B** -16
- **C** 14
- **D** 16

04| O resultado de $(-1) . (-2) . (-3) . (-4)$ é:

- **A** 8
- **B** 24
- **C** -10
- **D** -24

05| O resultado de $-15 - 2 . (-5)$ é:

- **A** -5
- **B** -25
- **C** 5
- **D** 25

06| O resultado de $(58 - 59) . (17 - 16)$ é:

- **A** 1
- **B** 2
- **C** -1
- **D** -2

07| O resultado de $(-5) . (-2) - (-7) . 3$ é:

- **A** 21
- **B** 31
- **C** -11
- **D** -31

08| O resultado de $3 . (-2) . (7 - 5)$ é:

- **A** 3
- **B** 6
- **C** 12
- **D** -12

09| O resultado de $(-3 - 7) . (8 - 4) . (-5 + 2)$ é:

- **A** 120
- **B** 280
- **C** -120
- **D** -280

10| O resultado da expressão $(-4 + 1) . (-4 + 2) . (-4 + 3) . (-4 + 4)$ é:

- **A** 0
- **B** 6
- **C** -6
- **D** -5

11| O valor da expressão $(-10) . (-3) + (2 . 2 - 10)$ é:

- **A** 17
- **B** 24
- **C** 34
- **D** -36

12| O valor da expressão 3 . (−1 + 4 − 2) − 2 . (5 − 2 + 3) é:

(A) 9
(B) 15
(C) −9
(D) −15

13| Se (x + y) = −9 e (x − y) = −4, então (x + y) . (x − y) vale:

(A) 13
(B) 36
(C) −16
(D) −36

14| Numa conta bancária do tipo especial, uma firma estava com saldo positivo de R$ 280,00. Em seguida, deu dois cheques de R$ 67,00 e cinco cheques de R$ 41,20. O saldo final pode ser representado por:

(A) +R$ 50,00
(B) −R$ 50,00
(C) +R$ 60,00
(D) −R$ 60,00

POTENCIAÇÃO EM INTEIROS

01| Reduza a uma só potência:

(A) $(-3)^5 . (-3)^2$
(B) $(-8)^2 . (-8)$
(C) $(+7) . (+7)^4$
(D) $(-5)^6 . (-5) . (-5)^2$
(E) $(-4) . (-4) . (-4)$
(F) $(+9)^4 . (+9)^3 . (+9)^0$

02| Reduza a uma só potência:

(A) $(+7)^8 : (+7)^4$
(B) $(-6)^7 : (-6)^2$
(C) $(-2)^9 : (-2)^5$
(D) $(+4)^5 : (+4)^3$
(E) $(-8)^7 : (-8)$
(F) $(-5)^3 : (-5)^3$

03| Aplique as propriedades das potências e calcule:

(A) $(+2)^2 . (+2)^3$
(B) $(-10)^3 . (-10)$
(C) $(-3)^0 . (-3)^1 . (-3)^2$
(D) $(-1)^8 . (-1)^6 . (-1)^4$
(E) $(-5)^6 : (-5)^4$
(F) $(+3)^8 : (+3)^5$
(G) $(-1)^{15} : (-1)^6$
(H) $(-19)^8 : (-19)^7$

04| Aplique a propriedade de potência de potência:

(A) $[(-4)^2]^3$
(B) $[(+5)^3]^4$
(C) $[(-7)^5]^3$
(D) $[(+8)^2]^6$
(E) $[(+2)^3]^3$
(F) $[(-9)^0]^3$

05| Calcule o valor de:

(A) $[(-2)^1]^5$
(B) $[(-1)^6]^2$
(C) $[(-1)^8]^3$
(D) $[(+2)^3]^2$
(E) $[(+8)^0]^9$
(F) $[(-10)^2]^2$

06| Aplique as propriedades para o produto e para o quociente:

(A) $[(+3) . (+5)]^2$
(B) $[(+2) . (-4)]^3$
(C) $[(-4)^2 . (-2)^3]^2$
(D) $[(-10) : (+2)]^4$
(E) $[(+20) : (-5)]^3$
(F) $[(-15)^2 : (+5)]^3$

REFORÇO 1

01| Calcule:

(A) $(+123)^2$
(B) $(-217)^2$
(C) $(-101)^2$
(D) $(-1\,001)^2$

02| Calcule:

(A) 6^1
(B) 6^2
(C) $(+6)^2$
(D) $(-6)^2$
(E) -6^2
(F) $-(-6)^2$

03| Calcule:

(A) -1^0
(B) $(-1)^0$
(C) $(-1)^{13}$
(D) $-(-1)^{13}$
(E) -1^{100}
(F) $(-1)^{100}$

04| Calcule

(A) $(+1)^5 - (-1)^5 + (-2)^2 - (-2)^2$
(B) $(-2)^0 + (-2)^1 + (-2)^2 + (-2)^3$

05| Sabendo que $A = (-3)^2$ e $B = -2^3$, calcule:

(A) A + B
(B) A − B
(C) B − A
(D) A . B

06| Determine o valor numérico das expressões:

(A) $x^2 + 1$ para $x = 5$
(B) $x^2 + 1$ para $x = -5$
(C) $3x^2 + 18$ para $x = -10$
(D) $x^3 - 900$ para $x = -20$
(E) $5x^2 - 200$ para $x = 40$

REFORÇO 2

01| O dobro de −8 e o quadrado de −8 são, respectivamente:

- **A** 16, 16
- **B** 16, −64
- **C** −16, 64
- **D** −16, −64

02| O menor dos números $(-2)^5$, $(-2)^4$, $(-3)^3$ e $(-3)^2$ é:

- **A** $(-2)^5$
- **B** $(-2)^4$
- **C** $(-3)^3$
- **D** $(-3)^2$

03| Os resultados de $(-3)^2$, -3^2, $(-2)^3$ e -2^3 são:

- **A** 9, 9, 8 e −8
- **B** 9, −9, −8 e −8
- **C** 9, 9, −8 e −8
- **D** −9, −9, −8 e −8

04| O valor da expressão $3^0 - 3^1 - 3^2$ é:

- **A** −8
- **B** −9
- **C** −11
- **D** −12

05| O valor de $(-5)^2 - (-5)^3$ é:

- **A** −5
- **B** −25
- **C** 25
- **D** 150

06| O resultado de $(-7 + 2)^2$ é:

- **A** 25
- **B** 81
- **C** −25
- **D** −81

07| O resultado de $5^0 . (-3 + 9)$ é:

- **A** 6
- **B** 30
- **C** −6
- **D** −30

08| O resultado $(-3)^9 : (-3)^7$ é:

- **A** 6
- **B** 9
- **C** −6
- **D** −9

09| A expressão $(-1)^0 + (-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3$ é igual a:

- **A** 0
- **B** 4
- **C** 1
- **D** −1

10| Se $A = 10 + 10^2$ e $B = 10 - 10^2$, o valor de A + B é:

- **A** 20
- **B** 40
- **C** −20
- **D** 200

11| Se $x = -6$, então $x^2 + 20$ vale:

- **A** 8
- **B** −16
- **C** 32
- **D** 56

12| Se $x = -3$, então $x^3 + x^2 + x + 1$ vale:

- **A** −5
- **B** −17
- **C** −20
- **D** −35

EXPRESSÕES NUMÉRICAS EM INTEIROS

01| O resultado de $-4 + 5 - 8 - 10 + 13$ é:

- **A** 4
- **B** −4
- **C** 30
- **D** −30

02| O resultado de $(4 - 9) - (-5 + 1)$ é:

- **A** 1
- **B** 9
- **C** −1
- **D** −9

03| O resultado de $(-3) . (-7 + 9)$ é:

- **A** 6
- **B** −6
- **C** 48
- **D** −48

04| O resultado de $(-90) : (-5) . (-10)$ é:

- **A** 108
- **B** 180
- **C** −108
- **D** −180

05| O resultado de $(-2 - 8) . (-4 + 1) . (8 - 4)$ é:

- **A** 120
- **B** 280
- **C** −120
- **D** −280

06| O valor da expressão $[64 - 5 . (2 + 3)] : (-8 - 5)$ é:

- **A** 3
- **B** 6
- **C** −3
- **D** −6

07| O valor da expressão $1 - 5 . (-3) + (-2) + (1 - 4)^3$ é:

- **A** 13
- **B** 43
- **C** −13
- **D** −43

08| O valor da expressão $-[-2+(-1) . (-3)]^2$ é:

- **A** −1
- **B** −4
- **C** 1
- **D** 4

09| O resultado da expressão

$(2\ 412 : 12 - 8) - 1^3 + (48 - 6 . 2)$ é:

- **A** 48
- **B** 98
- **C** 226
- **D** 228

10| O resultado da expressão

$1^3 . (14 - 4 . 3) : (72 : 12 - 2^2)$ é:

- **A** 0
- **B** 1
- **C** 2
- **D** 3

11| O resultado da expressão $\{[16 - (4 : 4)] : 3\}^2 . 2^3$ é:

- **A** 6
- **B** 8
- **C** 150
- **D** 200

12| O valor da expressão $-6 . [(-5)^2 : (-2 -3) . (-1)^5 : (-5)]$ é

- **A** 1
- **B** 6
- **C** -1
- **D** -6

13| O valor da expressão numérica

$-4^2 + (3 - 5) . (-2)^3 + 3^2 - (-2)^4$ é:

- **A** 7
- **B** 8
- **C** -7
- **D** 15

14| O valor da expressão

$(-1 -2) . [-7 . (2 - 5) -3 . (4 -2) -1]$ é:

- **A** -34
- **B** -36
- **C** -40
- **D** -42

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

01| Qual das frações abaixo é positiva?

- **A** $\frac{-7}{8}$
- **B** $\frac{-7}{+8}$
- **C** $\frac{7}{-8}$
- **D** $\frac{-7}{-8}$

02| Qual é a igualdade **falsa**?

- **A** $\frac{-3}{5} = \frac{3}{-5}$
- **B** $\frac{3}{-5} = \frac{-3}{5}$
- **C** $\frac{-3}{-5} = -\frac{3}{5}$
- **D** $\frac{+3}{+5} = \frac{3}{5}$

03| O número $\frac{-19}{38}$ é igual a:

- **A** 2
- **B** $\frac{1}{2}$
- **C** -2
- **D** $-\frac{1}{2}$

04| Qual entre as frações seguintes é equivalente a $-\frac{1}{4}$?

- **A** $\frac{-12}{48}$
- **B** $\frac{40}{-10}$
- **C** $\frac{-48}{12}$
- **D** $-\frac{12}{3}$

05| O número $-\frac{3}{6}$ está compreendido entre:

- **A** 0 e 1
- **B** 3 e 6
- **C** -1 e 0
- **D** -6 e -3

06| Dos números $-\frac{3}{5}, -\frac{5}{3}, \frac{4}{7}$ e $\frac{7}{4}$:

- **A** o maior é $\frac{7}{4}$ e o menor é $-\frac{3}{5}$.
- **B** o maior é $\frac{7}{4}$ e o menor é $-\frac{5}{3}$.
- **C** o maior é $\frac{4}{7}$ e o menor é $-\frac{3}{5}$.
- **D** o maior é $\frac{4}{7}$ e o menor é $-\frac{5}{3}$.

07| Dadas as frações: $\frac{5}{7}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{8}{5}$, a ordenação delas em ordem crescente é:

- **A** $-\frac{2}{3}, -\frac{8}{5}, \frac{1}{4}, \frac{5}{7}$
- **B** $-\frac{8}{5}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{7}$
- **C** $\frac{1}{4}, -\frac{2}{3}, -\frac{8}{5}, \frac{5}{7}$
- **D** $-\frac{8}{5}, -\frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{1}{4}$

08| O valor da expressão $\frac{20 - 3 . (-5)}{5 . (-3)}$ e:

- **A** $\frac{1}{3}$
- **B** $\frac{7}{3}$
- **C** $-\frac{1}{3}$
- **D** $-\frac{7}{3}$

09| O valor da expressão $\frac{-5 . (-6) - 4 . (-3)}{8 - 14}$

- **A** $\frac{9}{7}$
- **B** $\frac{7}{9}$
- **C** $-\frac{9}{7}$
- **D** $-\frac{15}{7}$

10| O valor da expressão $\frac{-5\,.\,(-6)-4\,.\,(-3)}{8-14}$ é:

- **A** -7
- **B** $-\frac{1}{7}$
- **C** 7
- **D** $\frac{1}{7}$

11| O valor da expressão $\frac{-5+4+7-1\cdot 1}{(-4):(-2)-1+5-7}$ é:

- **A** 5
- **B** $\frac{1}{5}$
- **C** -5
- **D** $-\frac{1}{5}$

12| O valor da expressão $\frac{-(-2)^2-(-3)}{(-5+8)^0-2}$ é:

- **A** 1
- **B** 7
- **C** -1
- **D** -7

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO EM RACIONAIS

01| $\frac{9}{7}-\frac{7}{9}$ é igual a:

- **A** 1
- **B** $\frac{2}{63}$
- **C** -1
- **D** $\frac{32}{63}$

02| O valor de $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ é:

- **A** 1
- **B** $\frac{1}{11}$
- **C** $\frac{3}{11}$
- **D** $\frac{5}{11}$

03| O valor da expressão numérica $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{6}$ é:

- **A** 0
- **B** $\frac{1}{3}$
- **C** 1
- **D** $-\frac{2}{6}$

04| O valor da expressão numérica $\frac{1}{4}-\frac{3}{2}-\left(-\frac{1}{8}\right)$ é:

- **A** $\frac{8}{9}$
- **B** $\frac{9}{8}$
- **C** $-\frac{9}{8}$
- **D** $-\frac{8}{9}$

05| O valor da expressão $5^0-\left(+\frac{7}{4}\right)$ é:

- **A** $\frac{3}{4}$
- **B** $\frac{7}{4}$
- **C** $-\frac{7}{4}$
- **D** $-\frac{3}{4}$

06| O valor da expressão numérica $-(-3)-\frac{1}{2}-(-4)$ é:

- **A** 13
- **B** $\frac{13}{2}$
- **C** -3
- **D** $-\frac{3}{2}$

07| O valor da expressão $5-\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{6}+\frac{3}{4}\right)$ é:

- **A** $\frac{63}{12}$
- **B** $\frac{49}{12}$
- **C** $-\frac{63}{12}$
- **D** $-\frac{49}{12}$

08| O valor da expressão numérica $\left(-2-\frac{3}{4}+\frac{5}{8}\right)-\left(6-\frac{9}{2}\right)$ é:

- **A** $\frac{5}{8}$
- **B** $\frac{29}{8}$
- **C** $-\frac{5}{8}$
- **D** $-\frac{29}{8}$

09| O valor da expressão $3-\left[-\frac{1}{2}-\left(0,1+\frac{1}{4}\right)\right]$ é:

- **A** $\frac{67}{20}$
- **B** $\frac{77}{20}$
- **C** $-\frac{67}{20}$
- **D** $-\frac{77}{20}$

10| O valor da expressão numérica $-\left\{-\left[-\left(-1-\frac{1}{3}-\frac{3}{4}\right)\right]\right\}$ é:

- **A** $\frac{25}{12}$
- **B** $\frac{11}{12}$
- **C** $-\frac{11}{12}$
- **D** $-\frac{25}{12}$

DIVISÃO EM RACIONAIS

01| O valor da expressão (2,65 − 4) : 0,9 é:

- **A** 15
- **B** 1,5
- **C** −1,5
- **D** −1,8

02| O valor de $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right):\frac{5}{3}$ é:

- **A** $\frac{1}{3}$
- **B** $\frac{1}{2}$
- **C** $\frac{1}{4}$
- **D** $\frac{3}{5}$

03| O resultado de $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right):\left(-\frac{7}{6}\right)$ é:

(A) 1

(B) -1

(C) $\frac{49}{36}$

(D) $-\frac{49}{36}$

04| Se $x=\frac{1}{3}.\left(\frac{2}{3}:\frac{1}{7}\right)$, então:

(A) $x=\frac{14}{9}$

(B) $x=\frac{2}{63}$

(C) $x=0$

(D) n.d.a

05| Simplificado a expressão

$\left[1+\left(\frac{1}{5}-2\right):3\right]:\left(\frac{2}{3}-1\right)$, temos:

(A) $\frac{5}{12}$

(B) $\frac{20}{21}$

(C) $-\frac{6}{5}$

(D) $-\frac{13}{15}$

06| O valor da expressão $-\frac{3}{5}\left[-6+2:\left(-1+\frac{1}{2}\right)\right]$ é:

(A) 6

(B) -6

(C) $\frac{24}{5}$

(D) $-\frac{11}{5}$

07| O valor da expressão $\dfrac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}}$ é:

(A) 10

(B) $\frac{1}{10}$

(C) $\frac{30}{31}$

(D) $1\frac{30}{31}$

08| Qual é o valor da expressão $\dfrac{4.\frac{1}{5}+2-\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}}$?

(A) $-\frac{11}{5}$

(B) $-\frac{13}{6}$

(C) $-\frac{69}{2}$

(D) $-\frac{153}{10}$

09| O valor da expressão $\frac{a+b}{1-ab}$ para $a=\frac{1}{2}$ e $b=\frac{1}{3}$ é:

(A) 0

(B) 1

(C) 5

(D) 6

10| A expressão $\dfrac{1+\dfrac{1}{1-\frac{1}{5}}}{-1+\dfrac{3}{1+\frac{1}{5}}}$ é equivalente a:

(A) $\frac{3}{2}$

(B) $\frac{2}{3}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) n.d.a.

11| O resultado de $0,333...+\frac{1}{2}-\left(\frac{2}{3}:2\right)$ é:

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{7}{6}$

(D) $\frac{3}{2}$

12| Quantas vezes $\frac{1}{4}$ de hora cabe em $2\frac{1}{2}$h?

(A) 6

(B) 8

(C) 10

(D) 20

POTENCIAÇÃO EM RACIONAIS

01| Os resultados de $\left(+\frac{1}{8}\right)^2$ e $\left(-\frac{1}{8}\right)^2$ são, respectivamente, iguais a:

(A) $\frac{1}{16}$ e $\frac{1}{64}$

(B) $\frac{1}{64}$ e $\frac{1}{16}$

(C) $\frac{1}{64}$ e $\frac{1}{64}$

(D) $\frac{1}{64}$ e $-\frac{1}{64}$

02| O resultado de $\frac{3}{4}+\left(\frac{1}{5}\right)^0+\left(-\frac{1}{2}\right)^2$ é:

(A) 1

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 2

(D) $\frac{3}{2}$

03| O resultado de $\left(\frac{5}{7}\right)^{-1}.\left(-\frac{5}{7}\right)$ é:

(A) 1

(B) $\frac{25}{49}$

(C) -1

(D) $-\frac{25}{49}$

04| O valor da expressão $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 2\,.\,(-1)^4\right] : \frac{1}{2}$ é:

Ⓐ $\frac{15}{4}$

Ⓑ $\frac{49}{3}$

Ⓒ $-\frac{17}{4}$

Ⓓ $-\frac{31}{4}$

05| O resultado de $5^{-1} + 5^{-2}$ é:

Ⓐ 5^{-3}

Ⓑ $\frac{6}{25}$

Ⓒ -5^3

Ⓓ $\frac{2}{125}$

06| O valor de $\frac{3^{-1} + 5^{-1}}{2^{-1}}$ é:

Ⓐ $\frac{1}{2}$

Ⓑ $\frac{1}{8}$

Ⓒ $\frac{4}{15}$

Ⓓ $\frac{16}{15}$

07| A expressão $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ é igual a:

Ⓐ 40

Ⓑ $\frac{1}{40}$

Ⓒ -40

Ⓓ $\left(\frac{1}{2}\right)^{-8}$

08| A expressão $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^{-1} + \frac{2}{3}$ é igual a:

Ⓐ $\frac{1}{4}$

Ⓑ $\frac{28}{15}$

Ⓒ $\frac{13}{15}$

Ⓓ $-\frac{12}{5}$

09| O valor de $\frac{2^{-1} - (-2)^2 + (-2)^{-1}}{2^2 + 2^{-2}}$ é:

Ⓐ $-\frac{15}{17}$

Ⓑ $-\frac{15}{16}$

Ⓒ $-\frac{16}{17}$

Ⓓ $-\frac{17}{16}$

10| A expressão $\frac{(-5)^2 - 3^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^0}{3^{-2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}}$

Ⓐ $\frac{3\,150}{17}$

Ⓑ $\frac{17}{3\,150}$

Ⓒ -90

Ⓓ $\frac{1\,530}{73}$

11| O valor da expressão $\frac{1 - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}}$ é:

Ⓐ $\frac{1}{2}$

Ⓑ $\frac{3}{4}$

Ⓒ $\frac{3}{5}$

Ⓓ $-\frac{3}{5}$

12| O valor da expressão $\frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right).(7 + 0,4)}{\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} + \left(\frac{3}{4}\right)^0 + \left(\frac{3}{4}\right)^1}$ é:

Ⓐ 1

Ⓑ 2

Ⓒ 4

Ⓓ 1,6

RADICIAÇÃO EM RACIONAIS

01| O resultado de $\frac{2}{\sqrt{81}} - \frac{\sqrt{16}}{3}$ é:

Ⓐ $\frac{10}{9}$

Ⓑ $\frac{14}{9}$

Ⓒ $-\frac{10}{9}$

Ⓓ $-\frac{14}{9}$

02| O resultado de $(-3)\,.\,\sqrt{\frac{25}{64}}$ é:

Ⓐ $\frac{15}{8}$

Ⓑ $-\frac{15}{8}$

Ⓒ $-\frac{15}{64}$

Ⓓ $-\frac{75}{64}$

03| O valor da expressão $\sqrt{\frac{36}{25}} : \left(-\frac{1}{2}\right)^2$ é:

Ⓐ $\frac{24}{5}$

Ⓑ $\frac{3}{10}$

Ⓒ $-\frac{3}{10}$

Ⓓ $-\frac{24}{5}$

04| O valor da expressão $2^{-1} + \sqrt{\frac{9}{16}}$ é:

Ⓐ $\frac{1}{4}$

Ⓑ $\frac{5}{4}$

Ⓒ $-\frac{5}{4}$

Ⓓ $-\frac{1}{4}$

05| O valor da expressão $\sqrt{\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)}$ é:

- **A** $\frac{1}{2}$
- **B** $\frac{1}{8}$
- **C** $\frac{1}{4}$
- **D** $\frac{10}{19}$

06| O valor da expressão $2+\sqrt{1\frac{9}{16}}$ é:

- **A** $\frac{7}{4}$
- **B** $\frac{13}{4}$
- **C** $\frac{13}{2}$
- **D** $\frac{13}{8}$

07| O valor da expressão $\left[\frac{(-10)+5-(-4)}{\sqrt{9}+(-2)}\right]^3$ é:

- **A** -1
- **B** -2
- **C** 1
- **D** 2

08| O resultado de $\sqrt{0,111...}$ é:

- **A** $\frac{1}{3}$
- **B** $\frac{1}{9}$
- **C** $\frac{1}{10}$
- **D** n.d.a

MÉDIAS

01| A média aritmética dos números 4, 5, 8, 32 e 101 é:

- **A** 30
- **B** 32
- **C** 26
- **D** 38

02| A média aritmética dos números 7,4; 5,9 e 1,7 é:

- **A** 3
- **B** 5
- **C** 4,8
- **D** 7,5

03| A média aritmética dos números $\frac{3}{5}$ e $\frac{5}{3}$ é:

- **A** 0
- **B** $\frac{34}{15}$
- **C** 1
- **D** $\frac{17}{15}$

04| Sabe-se que a média aritmética de três números é 57. Dois dos números são, respectivamente, 48 e 58. O terceiro número é:

- **A** 53
- **B** 56
- **C** 65
- **D** 68

05| A média aritmética de cinco números é 8,5. Se a um desses números acrescentarmos 2 unidades, a média aritmética passará a ser:

- **A** 8,3
- **B** 8,6
- **C** 8,7
- **D** 8,9

06| A média aritmética de um conjunto de 12 números é 9. Se os números 10, 15 e 20 forem retirados do conjunto, a média aritmética dos restantes é:

- **A** 7
- **B** 10
- **C** 12
- **D** 15

07| A média aritmética de um conjunto de 11 números é 45. Se o número 8 for retirado do conjunto, a média aritmética dos números restantes será:

- **A** 42
- **B** 48
- **C** 47,5
- **D** 48,7

08| Na 5ª série A os alunos estão distribuídos, por idade, conforme a tabela:

Idade	10	11	12	13	14
Nº de alunos	9	23	2	2	1

A idade média dos alunos da classe é:

- **A** 10 anos
- **B** 11 anos
- **C** 12 anos
- **D** 13 anos

EQUAÇÕES DO 1º GRAU

01| Resolva as equações, sendo $U = \mathbb{Q}$:

- **A** $x + x + x = 87$
- **B** $x - 2x + 4x = 81$
- **C** $47 + 38 + x = 110$
- **D** $7x + 5 = 0 + 34$
- **E** $2x - 1\,000 = 1\,500$
- **F** $350x - 500 = 100x + 750$

02| Resolva as equações, sendo $U = \mathbb{Q}$:

- **A** $-47x = 611$
- **B** $-10x = -10$
- **C** $-30x = 9\,000$
- **D** $-2x - 1\,000 = 0$
- **E** $39x + 78 = 0$
- **F** $-x + 2\,999 = 7\,248$

03| Resolva as equações, sendo $U = \mathbb{Q}$:

- **A** $2 - 3x = -9 - 4x$
- **B** $-4 + 5 = 7x - 5 - 6x$
- **C** $23 - 16 = -6x - 2x + 9x$
- **D** $-10x + 7 - 4x + 13x = 0$

04| Resolva as equações, sendo $U = \mathbb{Q}$:

- **A** $4(x+1) = 12$
- **B** $9(x-3) + 1 = 18$
- **C** $5(3-x) = 4x + 18$
- **D** $9x - 3(2x+2) = 15$
- **E** $5(3-x) = 2(x-4) + 15$
- **F** $3(2x-1) = -2(x+3)$
- **G** $3(x-2) - 5(x-1) = -7$
- **H** $4(x+10) - 2(x-5) = 0$
- **I** $3(2x-1) = -2(x+3)$
- **J** $15 + 3(x+2) = -7x + 2(x+1)$

05| Resolva as equações, sendo $U = \mathbb{Q}$:

- **A** $-5(-x-4) = -5$
- **B** $2x - 3 = 7 - 2(2x - 13)$
- **C** $-(x-2) - 2 = 2(x-5) + 4x$
- **D** $6(x-3) - 9(x-1) = 5 - (x+3)$
- **E** $-2(2x+1) - 3(x-5) = -8$
- **F** $3(6x-8) + 10 = 5(x-2) - (-4+3x)$

06| Resolva as equações, sendo $U = \mathbb{Q}$:

- **A** $x - \frac{x}{2} = 1$
- **B** $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 15$
- **C** $\frac{3x}{2} - 5x = -7$
- **D** $\frac{x}{4} + 7 = \frac{x}{2} + 5$
- **E** $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{2} = 4$
- **F** $\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}x = -2$

07| Resolva as equações, sendo $U = \mathbb{Q}$:

- **A** $\frac{x-1}{2} + \frac{x-3}{3} = 6$
- **B** $\frac{x-2}{3} - \frac{x+1}{4} = 4$
- **C** $x - \frac{2x-1}{3} = \frac{x-1}{5}$
- **D** $5x - \frac{(x+1)}{2} = 10$

PROBLEMAS DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA

01| Se adicionarmos um número inteiro a seu triplo e o resultado for 24, o número em questão é:

- **A** 6
- **B** 8
- **C** 18
- **D** 20

02| O dobro de um número adicionado com seu triplo é igual a 45. Então, o quádruplo desse número é:

- **A** 36
- **B** 45
- **C** 30
- **D** 32

03| Um número somado ao seu consecutivo e ao seu triplo resulta em 81. Então, esse número está compreendido entre:

- **A** 10 e 13
- **B** 13 e 17
- **C** 17 e 20
- **D** 20 e 25

04| Numa caixa, o número de bolas vermelhas é o triplo do de bolas brancas. Se tirarmos 2 brancas e 26 vermelhas, o número de bolas de cada cor ficará igual. A quantidade de bolas brancas será encontrada, resolvendo-se a equação:

- **A** $3x - 2 = x + 26$
- **B** $3x - 2 = 26 - x$
- **C** $3x + 26 = x + 2$
- **D** $3x - 26 = x - 2$

05| Num concurso de perguntas, um candidato acertou a primeira e fez jus a uma certa quantia. Acertando a segunda, ganhou mais o dobro da quantia inicial. Acertando a terceira e a quarta ganhou mais o triplo e mais o quádruplo da quantia inicial. Ao todo recebeu R$ 500,00. O valor do prêmio inicial é:

- **A** R$ 40,00
- **B** R$ 50,00
- **C** R$ 60,00
- **D** R$ 70,00

06| Numa caixa há bolas brancas e bolas pretas num total de 360. Se o número de brancas é o quádruplo do de preta, então o número de bolas brancas é:

- **A** 72
- **B** 120
- **C** 240
- **D** 288

07| Deseja-se cortar uma tira de couro de 120 cm de comprimento em duas partes tais que o comprimento de uma seja igual ao triplo da outra. A parte maior mede:

- **A** 75 cm
- **B** 80 cm
- **C** 90 cm
- **D** 95 cm

08| Diminuindo-se 6 anos da idade de minha filha obtêm-se os $\frac{3}{5}$ de sua idade. A idade de minha filha, em anos, é:

- **A** 10
- **B** 12
- **C** 15
- **D** 18

09| Os 2 700 alunos matriculados numa escola estão assim distribuídos: No período da manhã há 520 alunos a mais que no período da tarde e, à noite, há 290 alunos a menos que no período da manhã. O número de alunos do período da manhã desta escola é:

- **A** 650
- **B** 810
- **C** 1 170
- **D** 1 300

10| A diferença entre o quíntuplo de um número e sua metade é igual ao triplo desse número mais 30. Esse número é:

- **A** 10
- **B** 18
- **C** 30
- **D** 20

11| De um recipiente cheio de água tiram-se $\frac{2}{3}$ de seu conteúdo. Recolocando-se 30ℓ de água, o conteúdo passa a ocupar a metade do volume inicial. A capacidade do recipiente é:

- **A** 75ℓ
- **B** 120ℓ
- **C** 150ℓ
- **D** 180ℓ

12| Qual o número que deve ser colocado no canto superior direito do **quadrado mágico**?

x	17	■
■	x + 1	■
■	x − 3	x + 2

- **A** 10
- **B** 12
- **C** 14
- **D** 16

INEQUAÇÕES DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA

01| Resolva as inequações, sendo $U = \mathbb{Q}$:

- **A** $5x - 1 \geqslant 9$
- **B** $3x + 5 < x - 5$
- **C** $7x - 4 > 9x + 12$
- **D** $10x - 1 < 4x + 4$

02| Resolva as inequações, sendo $U = \mathbb{Q}$:

- **A** $5(x - 2) < 3x - 8$
- **B** $3x - 2(x + 1) > 1$
- **C** $3(4 - 2x) \geqslant 4 - 8x$
- **D** $(x + 5) - (x + 2) - x \geqslant 7$
- **E** $5x - 3(x - 2) > 20 - 2x$
- **F** $2(2x + 1) - 3(1 - x) > 0$
- **G** $-2(3x + 6) < 6(2 + x)$
- **H** $5x + 4(-2 + x) - 2 + 20x$

03| Resolva as inequações, sendo $U = \mathbb{Q}$:

- **A** $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} > \frac{5}{6}$
- **B** $\frac{x}{3} - \frac{x}{2} - 1 < 0$
- **C** $4x > \frac{6}{5}x + \frac{19}{20}$
- **D** $\frac{2x}{5} - 3 > 5 - \frac{3x}{4}$
- **E** $3x - 2 \leqslant \frac{x}{2} - \frac{1}{5}$
- **F** $9x + \frac{3}{2} > x - \frac{1}{2}$

04| Resolva as inequações, sendo $U = \mathbb{Q}$:

- **A** $3x \leqslant \frac{9x - 5}{2}$
- **B** $3(x - 2) < \frac{2x - 4}{3}$
- **C** $\frac{x}{6} + \frac{x - 1}{2} < 2$
- **D** $\frac{x - 3}{3} + \frac{x - 1}{2} < 6$
- **E** $\frac{x + 3}{2} - \frac{x + 10}{3} > 0$
- **F** $\frac{3x}{2} + \frac{2x - 1}{5} + x \leqslant -2$
- **G** $\frac{3x + 1}{5} - \frac{6x + 1}{2} > 0$
- **H** $\frac{x - 1}{3} - x \geqslant \frac{1}{5}$

SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

01| Resolva os seguintes sistemas, sendo $U = \mathbb{Q} . \mathbb{Q}$:

- **A** $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 9 \end{cases}$
- **B** $\begin{cases} 5x - y = 4 \\ 2x - y = -5 \end{cases}$
- **C** $\begin{cases} x + y = -1 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$
- **D** $\begin{cases} 5x - 2y = 8 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}$
- **E** $\begin{cases} 5x + 3y = 5 \\ x + 4y = 18 \end{cases}$
- **F** $\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x + 3y = -16 \end{cases}$

02| Resolva os sistemas:

- **A** $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 4x - y = 10 \end{cases}$
- **B** $\begin{cases} 2x + 5y = 9 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$

03| Resolva o sistema: $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$

04| Resolver o sistema: $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ -x + y = 2 \end{cases}$

05| Resolva os sistemas, sendo $U = \mathbb{Q} . \mathbb{Q}$:

A $\begin{cases} 4x = 2 + y \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$

B $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x = 14 + 2y \end{cases}$

C $\begin{cases} x = 9 - 3y \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$

D $\begin{cases} y = 5 - x \\ y = 9 - 2x \end{cases}$

E $\begin{cases} 5y - x = 5 \\ 2x - 4 = 3y \end{cases}$

F $\begin{cases} x = -4 + 4y \\ 20 = -5x - 4y \end{cases}$

06| Resolva os seguintes sistemas, sendo $U = \mathbb{Q} \, . \, \mathbb{Q}$:

A $\begin{cases} y = 16 \\ 5x + \dfrac{y}{4} = -6 \end{cases}$

B $\begin{cases} 3x + 2y + 9 = 0 \\ 5x - 3y - 4 = 0 \end{cases}$

C $\begin{cases} x + 8 = y + 2 \\ x + 2 = -y - 4 \end{cases}$

D $\begin{cases} 5x = y + 8 \\ 3x - 4y - 1 = y \end{cases}$

07| Resolva os seguintes sistemas, sendo $U = \mathbb{Q} \, . \, \mathbb{Q}$:

A $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 3(x - y) = -9 \end{cases}$

B $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - (y - 1) = -1 \end{cases}$

C $\begin{cases} 2x + 4 = -(y - 3) \\ x + 4 = 2(1 - y) \end{cases}$

D $\begin{cases} 5 - 2(y + x) = -3 \\ 1 + 3(y - x) = 7 \end{cases}$

08| Resolva os seguintes sistemas, sendo $U = \mathbb{Q} \, . \, \mathbb{Q}$:

A $\begin{cases} 3x - 2y = 16 \\ \dfrac{x}{2} + y = 4 \end{cases}$

B $\begin{cases} x + y = \dfrac{3}{2} \\ x - y = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

C $\begin{cases} x - 3 = y \\ \dfrac{x}{4} - 1 = y \end{cases}$

D $\begin{cases} x + y = -1 \\ \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{4} = 0 \end{cases}$

09| Resolva os seguintes sistemas, sendo $U = \mathbb{Q} \, . \, \mathbb{Q}$:

A $\begin{cases} 5x - 4y = 0 \\ \dfrac{x + 1}{2} - \dfrac{y - 1}{4} = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

B $\begin{cases} 2y = x + 7 \\ \dfrac{x - 3}{4} + \dfrac{y - 1}{2} = 1 \end{cases}$

10| Resolva o sistema de equações $\begin{cases} 2x - (1 - y) = 0 \\ y - \dfrac{x + 2}{3} = 5 \end{cases}$

11| Resolva o sistema de equações $\begin{cases} \dfrac{x + y}{8} + \dfrac{x - y}{6} = 5 \\ \dfrac{x + y}{4} - \dfrac{x - y}{3} = 10 \end{cases}$

12| Resolva os sistemas:

A $\begin{cases} x + y = 100 \\ 0,3x + 0,1y = 12 \end{cases}$

B $\begin{cases} x - y = 11 \\ 0,5x - 0,2y = 4 \end{cases}$

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ATRAVÉS DE SISTEMAS

01| A soma de dois números é 21 e sua diferença é 51. Os números são:

A 36 e 15
B 36 e −15
C −36 e 15
D −36 e −15

02| A soma de dois números é 1 297 e a diferença ente o maior e o dobro do menor é 106. Estes números são:

A 397 e 900
B 497 e 800
C 300 e 987
D 297 e 1 000

03| Uma fábrica produziu 360 peças de tecido, umas de 20 m e outras de 30 m. A soma total foi de 9 600 m. Quantas peças de cada tecido foram produzidas?

A 168 e 192
B 216 e 144
C 140 e 220
D 120 e 240

04| Num pátio existem automóveis e bicicletas. O número total de rodas é 130 e o número de bicicletas é o triplo do número de automóveis. Então, o número total de veículos que se encontram no pátio é:

A 42
B 50
C 52
D 54

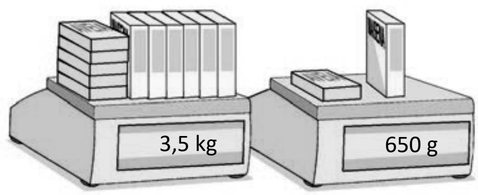
05| Um aluno ganha 5 pontos por exercícios que acerta e perde 3 por exercício que erra. Ao fim de 50 exercícios, tinha 130 pontos. Quantos exercícios acertou?

A 15
B 25
C 30
D 35

06| Numa carpintaria, empilham 50 táboas, umas de 2 cm e outras de 5 cm de espessura. A altura da pinha é de 154 cm. A diferença entre o número de táboas de cada espessura é:

- A) 14
- B) 16
- C) 18
- D) 25

07| Coloquei na balança 6 pacotes de maisena e 5 pacotes de aveia. A balança marcou 3,5 kg. Depois, coloquei um só pacote de maisena e um só de aveia. A balança marcou 650 g. Agora, se eu colocar um só pacote de maisena, quantos gramas a balança vai marcar?



- A) 250
- B) 350
- C) 300
- D) 400

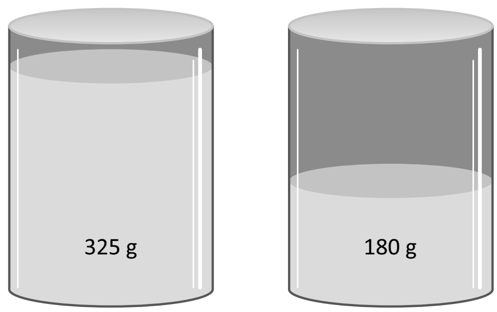
08| Wesley tem, no momento R$ 200,00 em cédulas de R$ 10,00 e R$ 5,00. A quantidade de cédulas de R$ 10,00 equivale a $\frac{3}{4}$ da quantidade de cédulas de R$ 5,00. A quantidade de cédulas de R$ 10,00 que Wesley possui é:

- A) 10
- B) 12
- C) 16
- D) 18

09| Somando-se os $\frac{2}{3}$ de um número x com os $\frac{3}{5}$ de um numero y, obtém-se 84. Se o número x é metade do número y, então a diferença $y - x$ é igual a:

- A) 25
- B) 45
- C) 30
- D) 60

10| Um copo cheio de água pesa 325 g. Se jogarmos metade da água fora, seu peso cai para 180 g. O peso do copo vazio é:



- A) 25 g
- B) 40 g
- C) 35 g
- D) 45 g

RAZÃO

01| A razão de $\frac{3}{7}$ para $\frac{5}{7}$ é:

- A) $\frac{3}{5}$
- B) $\frac{5}{3}$
- C) $\frac{21}{35}$
- D) $\frac{15}{49}$

02| Se $x = \frac{2}{3}$ e $y = \frac{3}{4}$, então a razão $\frac{y}{x}$ vale:

- A) $\frac{9}{8}$
- B) $\frac{8}{9}$
- C) $\frac{1}{2}$
- D) $\frac{3}{2}$

03| A razão de -3 para $\frac{1}{3}$ é:

- A) 9
- B) $\frac{1}{9}$
- C) -9
- D) $-\frac{1}{9}$

04| Se $x = \frac{1}{5} . \frac{20}{8}$ e $y = \left(-\frac{2}{3}\right)^2$, a razão entre x e y é:

- A) um número inteiro.
- B) um número negativo.
- C) maior que 1.
- D) igual a $\frac{2}{3}$.

05| Se uma construção tem 800 m^2 de área construída e 1000 m^2 de área livre, então a razão da área construída para a área livre é de.

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{2}{5}$
- C) $\frac{5}{4}$
- D) $\frac{4}{5}$

06| A razão de $1 - \frac{1}{2}$ para $3 + \frac{1}{2}$ é:

- A) 7
- B) $\frac{1}{7}$
- C) 3
- D) $\frac{2}{7}$

07| Num concurso havia 90 candidatos. Tendo sido aprovados 30, a razão entre o número de reprovados e o número de aprovados é:

- A) 2
- B) $\frac{1}{2}$
- C) 3
- D) $\frac{1}{3}$

08| João resolve 15 testes e acerta 7. Luís revolve 21 testes e acerta 11. Mauro resolve 18 testes e acerta 9. Podemos afirmar que:

- **A** João obteve melhor resultado.
- **B** Luís obteve melhor resultado.
- **C** Mauro obteve melhor resultado.
- **D** Os resultados foram equivalentes.

09| A escala da planta de um terreno na qual o comprimento de 100 m foi representado por um segmento de 5 cm:

- **A** 1 : 20
- **B** 1 : 1 000
- **C** 1 : 200
- **D** 1 : 2 000

10| Sessenta das 520 galinhas de um aviário não foram vacinadas; morreram 92 galinhas vacinadas. Para as galinhas vacinadas, a razão entre o número de mortas e de vivas é:

- **A** $\frac{4}{5}$
- **B** $\frac{5}{4}$
- **C** $\frac{1}{4}$
- **D** $\frac{4}{1}$

PROPORÇÃO

01| Na proporção $\frac{20}{100} = \frac{x}{45}$, o valor de x é:

- **A** 3
- **B** $\frac{1}{3}$
- **C** 9
- **D** $\frac{1}{9}$

02| O valor de x na proporção $75 = \frac{15}{2x}$ é:

- **A** 5
- **B** $\frac{1}{5}$
- **C** 10
- **D** $\frac{1}{10}$

03| Se a razão $\frac{2}{3}$ é equivalente a $\frac{4+x}{7+x}$, então o valor de x é:

- **A** 2
- **B** 4
- **C** 8
- **D** 16

04| Se $\frac{1,25}{x} = \frac{0,5}{2}$, então o valor de x é:

- **A** 5
- **B** 50
- **C** 0,5
- **D** 0,05

05| O valor de x na proporção $\frac{x}{2 \,.\left(1+\frac{3}{4}\right)} = \frac{2}{5}$ é:

- **A** $\frac{4}{5}$
- **B** $\frac{6}{5}$
- **C** $\frac{5}{7}$
- **D** $\frac{7}{5}$

06| Na proporção $\frac{2-\frac{1}{2}\,.\,3}{5} = \frac{x}{\frac{4}{3}+1}$, o valor de x é:

- **A** $\frac{9}{5}$
- **B** $\frac{7}{30}$
- **C** $\frac{1}{10}$
- **D** $-\frac{1}{10}$

07| Se $\frac{x}{1+\frac{1}{5}} = \frac{2}{1:\frac{1}{3}}$, então x satisfaz à condição:

- **A** $x = 1$
- **B** $0 < x < \frac{1}{2}$
- **C** $x < 0$
- **D** $\frac{1}{3} < x < 1$

08| Para que se verifique a igualdade $\frac{9}{y} = \frac{x}{8} = \frac{5}{20}$, os valores de x e y devem ser respectivamente:

- **A** 2 e 5
- **B** $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{5}$
- **C** 2 e 36
- **D** 5 e 35

09| Se $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$, com $a = \frac{1}{2}$ e $b = \frac{1}{3}$, então **c** vale:

- **A** $\frac{5}{2}$
- **B** $\frac{5}{6}$
- **C** $\frac{1}{5}$
- **D** $\frac{2}{5}$

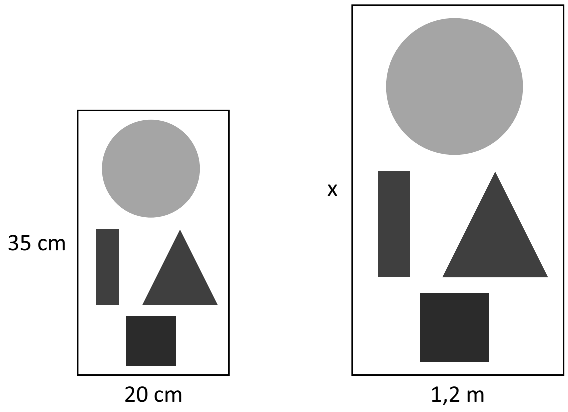
10| A razão entre dois números é $\frac{3}{8}$. Se a soma dos maior com o dobro do menor é 42, o maior deles é:

- **A** 9
- **B** 15
- **C** 24
- **D** 30

11| Tenho 36 CDs gravados. Para cada 3 CDs de música brasileira tenho um CD de música estrangeira. Quantos CDs de cada gênero tenho?

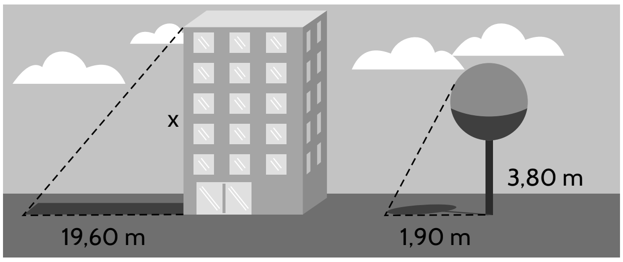
- **A** 9 brasileiras e 27 estrangeiras.
- **B** 27 brasileiras e 9 estrangeiras.
- **C** 24 brasileiras e 12 estrangeiras.
- **D** 12 brasileiras e 24 estrangeiras.

12| Uma gravura de forma retangular, medindo 20 cm de largura por 35 cm de comprimento, deve ser ampliada para 1,2 m de largura. O comprimento correspondente será:



- **A** 6, 85 m
- **B** 0,685 m
- **C** 2,1 m
- **D** 1,35 m

13| A altura de um edifício que projeta uma sombra de 19,60 m no mesmo instante em que uma árvore de 3,80 m, plantada na vertical, projeta uma sombra de 1,90 m é:



- **A** 98 m
- **B** 9,8 m
- **C** 392 m
- **D** 39,2 m

14| Dois amigos jogaram na loteria esportiva, sendo que o primeiro entrou com R$ 140,00 e o segundo com R$ 220,00. Ganharam um prêmio de R$ 162.000,00. Como deve ser rateado o prêmio?

- **A** R$ 63.000,00 e R$ 99.000,00
- **B** R$ 70.000,00 e R$ 92.000,00
- **C** R$ 50.000,00 e R$ 112.000,00
- **D** R$ 54.000,00 e R$ 108.000,00

15| Numa sociedade, houve um lucro de R$ 800,00. Os capitais dos sócios A e B são respectivamente R$ 1.500,00 e R$ 900,00. Os sócios A e B receberão em reais lucros, respectivamente, de:

- **A** R$ 550,00 e R$ 250,00
- **B** R$ 600,00 e R$ 200,00
- **C** R$ 500,00 e R$ 300,00
- **D** R$ 520,00 e R$ 280,00

16| Dois sócios tiveram um lucro de R$ 9.000,00. O primeiro entrou para a sociedade com R$ 20.000,00 e o segundo, com R$ 25.000,00. O lucro de cada sócio foi, respectivamente:

- **A** R$ 3.000,00 e R$ 6.000,00
- **B** R$ 4.000,00 e R$ 5.000,00
- **C** R$ 4.250,00 e R$ 4.750,00
- **D** R$ 3.500,00 e R$ 5.500,00

REGRA DE TRÊS

01| Se 4 máquinas fazem um serviço em 6 dias, então 3 dessas máquinas farão o mesmo serviço em:

- **A** 7 dias
- **B** 8 dias
- **C** 9 dias
- **D** 4,5 dias

02| Um litro de água do mar contém 25 gramas de sal. Então, para se obterem 50 kg de sal, o número necessário de litros de água do mar será:

- **A** 200
- **B** 500
- **C** 2 000
- **D** 5 000

03| Um avião percorre 2 700 km em quatro horas. Em uma hora e 20 minutos de vôo percorrerá:

- **A** 675 km
- **B** 695 km
- **C** 810 km
- **D** 900 km

04| Numa corrida de Fórmula 1, um corretor dá uma volta na pista em 1 minuto e 30 segundos com velocidade média de 200 km por hora. Se sua velocidade média cair para 180 km por hora, o tempo gasto para a mesma volta será de:

- **A** 2 min
- **B** 2 min e 19 segundos
- **C** 1 min 40 segundos
- **D** 1 min e 50 segundos

05| Um secretário gastou 15 dias para desenvolver um certo projeto, trabalhando 7 horas por dia. Se o prazo concedido fosse de 21 dias para realizar o mesmo projeto, poderia ter trabalhado:

- **A** 2 horas a menos por dia.
- **B** 2 horas a mais por dia.
- **C** 3 horas a menos por dia.
- **D** 3 horas a mais por dia.

06| Um carro consumiu 50 litros de álcool para percorrer 600 km. Supondo condições equivalentes, esse mesmo carro, para percorrer 840 km, consumirá

- **A** 68 ℓ
- **B** 70 ℓ
- **C** 75 ℓ
- **D** 80 ℓ

07| Uma empresa tem 750 empregados e comprou marmitas individuais congeladas suficientes para o almoço deles durante 25 dias. Se essa empresa tivesse mais 500 empregados, a quantidade de marmitas já adquiridas seria suficiente para um número de dias igual a:

- **A** 10
- **B** 12
- **C** 15
- **D** 18

08| Uma máquina varredeira limpa uma área de 5.100 m^2 em 3 horas de trabalho. Nas mesmas condições, em quanto tempo limpará uma área de 11.900m^2?

- **A** 4 horas
- **B** 5 horas
- **C** 7 horas
- **D** 9 horas

09| Um motorista de táxi, trabalhando 6 horas por dia durante 10 dias, gasta R$ 1.026,00. Qual será o seu gasto mensal, se trabalhar 4 horas por dia?

- **A** R$ 1.026,00
- **B** R$ 2.052,00
- **C** R$ 3.078,00
- **D** R$ 4.104,00

10| Se 15 operários em 9 dias de 8 horas ganham R$ 10.800,00; 23 operários em 12 dias de 6 horas ganhariam:

- **A** R$ 16.560,00
- **B** R$ 17.560,00
- **C** R$ 26.560,00
- **D** R$ 29.440,00

11| Sabe-se que 4 máquinas, operando 4 horas por dia, durante 4 dias, produzem 4 toneladas de certo produto. Quantas toneladas do mesmo produto seriam produzidas por 6 máquinas daquele tipo, operando 6 horas por dia, durante 6 dias?

- **A** 8
- **B** 15
- **C** 10,5
- **D** 13,5

12| Para asfaltar 1 km de estrada, 30 homens gastaram 12 dias trabalhando 8 horas por dia. Vinte homens, para asfaltar 2 km da mesma estrada, trabalhando 12 horas por dia, gastarão:

- **A** 6 dias.
- **B** 12 dias.
- **C** 24 dias.
- **D** 28 dias.

13| Operando 12 horas por dia, 20 máquinas produzem 6.000 peças em 6 dias. Com 4 horas a menos de trabalho diário, 15 daquelas máquinas produzirão 4.000 peças em:

- **A** 8 dias.
- **B** 9 dias.
- **C** 9 dias e 6 horas
- **D** 8 dias e 12 horas.

14| Numa campanha de divulgação do vestibular, o diretor mandou confeccionar cinquenta mil folhetos. A gráfica realizou o serviço em cinco dias, utilizando duas máquinas de mesmo rendimento, oito horas por dia. O diretor precisou fazer nova encomenda. Desta vez, sessenta mil folhetos. Nessa ocasião, uma das máquinas estava quebrada. Para atender o pedido, a gráfica prontificou-se a trabalhar doze horas por dia, executando o serviço em:

- **A** 5 dias.
- **B** 8 dias.
- **C** 10 dias.
- **D** 12 dias.

PORCENTAGEM

01| Calcule:

- **A** 0,5% de R$ 120.000,00
- **B** 0,25% de R$ 70.000,00
- **C** 3,5% de R$ 34.800,00
- **D** 16,5% de 28.000,00
- **E** 182% de R$ 50.000,00
- **F** 210% de R$ 600.000,00

02| Calcule:

- **A** (10% de 20) + (20% de 30) + (30% de 50)
- **B** (5% de 40) + (10% de 72) + (20% de 135)

03| Calcule 2% de A, onde $A = \left(1+\frac{1}{2}\right)^2 : \frac{3}{4} - \frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{4}\right)$

04| Um objeto que custava R$ 1.500,00 teve um aumento de 120%. Qual o valor do objeto após o aumento?

05| Num lote de 1.000 peças, 65% são do tipo A e 35% do tipo B. Sabendo-se que 8% do tipo A e 4% do tipo B são defeituosas, quantas peças defeituosas deve haver no lote?

06| Um senhor contrata um advogado e ele consegue receber 90% do valor da questão avaliada em R$ 80.000,00, cobrando a título de honorários, 25% da quantia recebida. Qual a importância que sobra para quem contratou o advogado?

07| Uma vendedora de uma loja ganha um salário fixo mensal de R$ 750,00 acrescido de 3% do valor das vendas efetuadas durante o mês. Responda:

A) Qual o salário mensal quando vende no mês R$ 1.600,00?

B) Qual o salário mensal quando vende no mês R$ 7.180,00?

C) Qual o valor da venda mensal quando o salário é de R$ 777,00?

08| Um comerciante pretendia obter R$ 100,00 pela venda de 500 laranjas. Ao receber as laranjas de seu fornecedor, constatou que 20% estavam imprestáveis ao consumo. Para conseguir a quantia prevista inicialmente, por quanto teve que vender cada laranja restante?

09| Uma geladeira é oferecida por R$ 600,00. Este preço sofre um desconto de 20% e depois um de 15%. Qual o novo preço de venda?

10| Um vendedor disse inicialmente que dava 15% de desconto sobre uma mercadoria, mas, no fim, deu mais 10% de desconto sobre o primeiro desconto. Qual foi o desconto único equivalente que ele deu no fim?

REFORÇO 1

01| Quanto é 32% de R$ 25.000,00?

A) R$ 5.500,00
B) R$ 7.500,00
C) R$ 8.000,00
D) R$ 10.000,00

02| Trinta por cento da quarta parte de 6400 é igual a:

A) 480
B) 640
C) 160
D) 240

03| 25% da terça parte de 1026 é igual a:

A) 855
B) 769,5
C) 94,5
D) 85,5

04| $(10\%)^2$ é igual a?

A) 1%
B) 10%
C) 20%
D) 100%

05| Uma casa de R$ 60.000,00 foi vendida com lucro de 20%. Qual foi o preço da venda?

A) R$ 62.000,00
B) R$ 70.000,00
C) R$ 72.000,00
D) R$ 74.000,00

06| O preço de uma televisão é R$ 540,00. Como vou comprá-la a prazo, o preço sofre um acréscimo total de 10% sobre o preço a vista. Dando 30% de entrada e pagando o restante em duas prestações mensais iguais, o valor de cada prestação será de:

A) R$ 189,00
B) R$ 189,90
C) R$ 207,00
C) R$ 207,90

07| Contrariando o plano real, um comerciante aumenta o preço de um produto que custava R$ 300,00 em 20%. Um mês depois arrependeu-se e fez um desconto de 20% sobre o preço reajustado. O novo preço do produto é:

A) R$ 240,00
B) R$ 278,00
C) R$ 288,00
D) R$ 300,00

08| 15.000 candidatos inscreveram-se na PUC e foram aprovados 9.600. Qual a porcentagem de reprovação?

A) 24%
B) 30%
C) 32%
D) n.d.a.

09| Para um certo concurso, inscreveram 27.200 candidatos. No dia da prova faltaram 15% do total de inscritos. Se o número de aprovados foi 1.156, o percentual de aprovação em relação ao número de comparecimentos foi de:

A) 5%
B) 6%
C) 12%
D) 15%

10| Numa loja, o preço de um par de sapatos era R$ 140,00. Para iludir os consumidores, o dono aumentou o preço de todos os artigos em 50% e, em seguida anunciou um desconto de 20%. Esse par de sapatos ficou aumentado de:

A) R$ 26,00
B) R$ 28,00
C) R$ 31,00
D) R$ 34,00

11| No dia 1º de dezembro um lojista aumenta em 20% o preço de um artigo que custava R$ 3.000,00. Na liquidação após o natal o mesmo artigo sofre um desconto de 20%. Seu preço na liquidação é:

A) R$ 2.400,00
B) R$ 2.500,00
C) R$ 2.880,00
D) R$ 2.780,00

12| Uma certa mercadoria, que custava R$ 12,50, teve um aumento, passando a custar R$ 13,50. A majoração sobre o preço antigo é de:

- **A** 1%
- **B** 8%
- **C** 10,8%
- **D** 12,5%

13| Numa turma, 80% dos alunos foram aprovados, 15% reprovados e os 6 alunos restantes desistiram do curso. Na turma havia:

- **A** 65 alunos
- **B** 80 alunos
- **C** 95 alunos
- **D** 120 alunos

JUROS SIMPLES

01| Um banco relacionou os clientes a quem deve pagar juros. Copie e complete o quadro, sabendo que a taxa de juros é de 15% ao ano:

Cliente	Capital	Tempo	Juros
A	R$ 7.200,00	1 ano	■■■■■
B	R$ 8.450,00	1 ano	■■■■■
C	R$ 62.000,00	1 ano	■■■■■
D	R$ 30.400,00	2 anos	■■■■■
E	R$ 73.500,00	3 anos	■■■■■

02| Consegui dois empréstimos para reformar a minha casa:

- **A** R$ 920,00 durante 5 meses, à taxa de 16% ao mês.
- **B** R$ 1.500,00 durante 1 ano, à taxa de 180% ao ano.

Quanto pagarei de juros no total:

03| Mario tomou emprestado R$ 240.000,00 durante 3 meses, à taxa de 60% ao ano. Que quantia devolveu após os 2 meses?

04| Calcule o juro produzido por R$ 90.000,00, durante 90 dias, a uma taxa de 3,5% ao mês.

05| Calcular o juro que o capital de R$ 12.000,00 rende, durante 23 dias, à taxa de 30% ao mês.

06| Qual é o juro produzido pelo capital de R$ 18.500,00 durante 1 ano e meio, a uma taxa de 7,5% ao mês?

07| Que capital, aplicando durante 2 anos, à taxa de 15% ao ano, produz juros de R$ 600,00?

08| Qual o capital que, depositado a 48% ao ano, rende em 4 meses, o juro de R$ 960,00?

09| Uma caderneta de poupança no valor de R$ 50.000,00 rendeu em um mês R$ 625,00, entre juros e correção monetária. Qual a taxa mensal dessa aplicação?

10| Bruno atrasou no pagamento de uma prestação de R$ 4.800,00 ao SFH e vai ter que pagar pelo atraso um juro de 72% ao ano. Qual é o novo valor da prestação, se o atraso foi de 30 dias?

11| Um comerciante tomou emprestado de um banco R$ 400.000,00. O banco emprestou a uma taxa de juros de 38% ao ano. O comerciante teve que pagar R$ 304.000,00 de juros. Por quantos anos o dinheiro esteve emprestado?

NOÇÕES DE GEOMETRIA

01| São conceitos primitivos da geometria:

- **A** ponto, segmento e reta.
- **B** ponto, segmento e plano.
- **C** ponto, reta e plano.
- **D** ponto, reta e semi-reta.

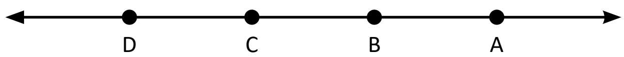
02| Um segmento de reta

- **A** não tem extremidades.
- **B** possui apenas dois pontos.
- **C** tem duas extremidades.
- **D** tem apenas uma extremidade.

03| O número de retas que passam por dois pontos é:

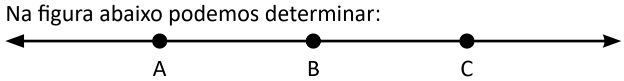
- **A** 0
- **B** 1
- **C** 2
- **D** 3

04| Na figura, o ponto A pertence à semi-reta:



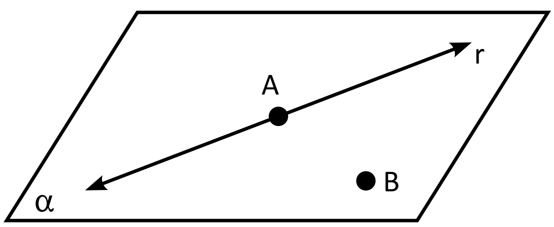
- **A** $\overrightarrow{BC}$
- **B** $\overrightarrow{BD}$
- **C** $\overrightarrow{CD}$
- **D** $\overrightarrow{BA}$

05| Na figura abaixo podemos determinar:



- **A** 1 segmento.
- **B** 2 segmentos.
- **C** 3 segmentos.
- **D** 4 segmentos.

06| Observando a figura abaixo, podemos afirmar que:



- **A** A pertence a α.
- **B** B pertence a r.
- **C** A não pertence a α.
- **D** B não pertence a α.

07| Na figura abaixo, temos:

(A) $\overline{BC} \cup \overline{CD} = C$

(B) $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \varnothing$

(C) $\overline{AD} \cap \overline{BC} = \overline{BD}$

(D) $\overline{AB} \cup \overline{CD} = \overline{AD}$

08| Os pontos A, B e C são colineares quando:

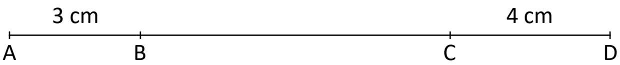
(A) dois pertencerem a uma reta.

(B) cada um pertencer a uma reta.

(C) os três pertencerem à mesma reta.

(D) n.d.a.

09| Na figura ao lado, se $\overline{AD}$ mede 15 cm, então o segmento $\overline{BC}$ mede:



(A) 4 cm

(B) 8 cm

(C) 7 cm

(D) 3,5 cm

10| A medida de um segmento é o dobro da medida de outro. Se a soma das medidas dos dois segmentos é 27 cm, o menor deles mede:

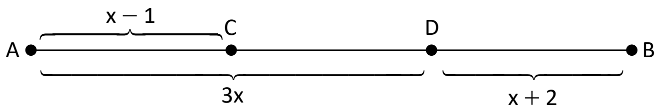
(A) 6 cm

(B) 8 cm

(C) 9 cm

(D) 12 cm

11| Se $\overline{AB}$ mede 42 cm, então a medida do segmento $\overline{CD}$ é:



(A) 19 cm

(B) 21 cm

(C) 20 cm

(D) 22 cm

12| Os pontos, A, B, C, D são colineares e tais que AB = 6 cm, BC = 2 cm, AC = 8 cm e BD = 1 cm. Nessas condições, uma possível disposição desses pontos é:

(A) ADBC

(B) ABCD

(C) ACBD

(D) BACD

ÂNGULOS

01| Um ângulo é reto quando seus lados são:

(A) opostos.

(B) paralelos.

(C) coincidentes.

(D) perpendiculares.

02| O ângulo que o ponteiro dos minutos descreve em 14 minutos é:

(A) 14°

(B) 24°

(C) 82°

(D) 84°

03| $\frac{2}{3}$ de 120° é:

(A) 40°

(B) 90°

(C) 80°

(D) 180°

04| 1° 1' 1" é igual a:

(A) 360"

(B) 361"

(C) 3 601"

(D) 3 661"

05| Se x = 27° 45' 20" e y = 13° 15' 40", então x + y é igual a:

(A) 41°

(B) 42°

(C) 41° 1'

(D) 42° 1'

06| A metade de 25° é igual a:

(A) 12°

(B) 13°

(C) 12°30'

(D) 12°50'

07| O quádruplo de 25° 47' 08" é:

(A) 102° 08' 32"

(B) 103° 08' 32"

(C) 100° 08' 32"

(D) 102° 18' 32"

08|quantos graus há em 7 200"?

(A) 1°

(B) 2°

(C) 10°

(D) 20°

09| Se a soma das medidas de dois ângulos é 150° e a medida de um deles é o dobro da medida do outro, então o menor deles mede:

(A) 40°

(B) 50°

(C) 80°

(D) 100°

10| A diferença entre os ângulos dos ponteiros de um relógio que marca 2h30min e de outro que marca 1h é:

(A) 75°

(B) 90°

(C) 105°

(D) 135°

NÚMEROS RACIONAIS

01| Escreva sob forma de frações:

A) 0,555...
B) 0,3737...
C) − 0,888...
D) − 3,222...
E) − 1,2121...
F) 0,0505...
G) 2,0101...
H) 0,5666...
I) 1,4333...

02| Calcule:

A) $0,777... + \frac{1}{2}$
B) $0,555... + \frac{4}{3}$
C) $0,222... - \left(\frac{1}{3}\right)^2$
D) $0,111... + \left(\frac{1}{3}\right)^2$
E) $1,222... + \frac{1}{6}$
F) $0,555... + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}$
G) $10^0 - 0,111... + \frac{1}{12}$
H) $\left(0,222... + \frac{1}{3}\right) : \frac{2}{3}$

REFORÇO 1

01| O número racional $\frac{1}{6}$ é igual a:
A) 0,6
B) 1,6
C) 0,16
D) 0,1666...

02| O número 0,2121... é equivalente a:
A) $\frac{7}{33}$
B) $\frac{7}{99}$
C) $\frac{21}{100}$
D) $\frac{21}{999}$

03| A fração da dízima periódica 24,444... é:
A) $\frac{22}{9}$
B) $\frac{9}{22}$
C) $\frac{220}{9}$
D) $\frac{110}{9}$

04| A dízima periódica 0,4999... é igual a:
A) $\frac{4}{9}$
B) $\frac{1}{2}$
C) $\frac{49}{90}$
D) $\frac{49}{99}$

05| Se a = 0,444... e b = 0,333..., então b $\sqrt{a}$ é igual á:
A) $\frac{1}{9}$
B) $\frac{2}{9}$
C) $\frac{5}{9}$
D) $\frac{7}{9}$

06| O valor da expressão $1 - 5 \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5}\right) + 0,75$ é:
A) 0
B) $\frac{3}{4}$
C) 1
D) $\frac{1}{20}$

07| O valor de $0,333... + \frac{7}{2} - \left(\frac{2}{3} + 2\right)$ é:
A) $\frac{1}{2}$
B) $\frac{1}{3}$
C) $\frac{7}{6}$
D) $\frac{3}{2}$

08| A expressão $1,333... + 0,666... + \frac{1}{3}$ é igual a:
A) $\frac{7}{3}$
B) $\frac{11}{9}$
C) $\frac{11}{21}$
D) $\frac{20}{21}$

09| Calcular a expressão numérica:

$$\frac{\frac{1}{5} + \frac{2}{5} \times 0,111...}{\frac{3}{5} \times 0,11}$$

A) $\frac{5}{27}$
B) $\frac{10}{27}$
C) $\frac{50}{297}$
D) $\frac{100}{27}$

10| Considere a expressão:

$$0,999... + \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{5} - \frac{1}{15}}$$

Efetuando as operações indicadas e simplificando, obtemos:

A) 1

B) $\frac{9}{10}$

C) 2

D) $\frac{15}{9}$

11| A expressão $\frac{0,060606...}{0,121212...}$ é igual a:

A) 2

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{11}{2}$

12| O valor de $\frac{4 \cdot (0,3)^2}{2 - 1,4}$ é:

A) 3

B) 6

C) 0,3

D) 0,6

13| A expressão $\frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}}{(0,1)^2}$ representa o número:

A) 0

B) 5

C) 2,5

D) 7,5

14| Quantas vezes $\frac{1}{4}$ de hora cabe em $2\frac{1}{2}$?

A) 8

B) 10

C) 12

D) 20

VALOR NUMÉRICO DE UMA EXPRESSÃO ALGÉBRICA

01| O valor numérico de $x^3 - 4x^2 + 5x - 7$, para $X = -1$ é:

A) 3

B) -5

C) -9

D) -17

02| O valor numérico da expressão $2\sqrt{xy} - \sqrt{x^2 - 21y}$, para $x = 12$ e $y = 3$, é igual a:

A) 0

B) 3

C) 9

D) -3

03| Se $x = 1$, $y = 2x$ e $z = 2y$, o valor de $x + y + z$ é:

A) 3

B) 5

C) 7

D) 9

04| Se $A = x^2 + \frac{1}{5}$, o valor de A, quando $x = \frac{2}{5}$, é:

A) 1

B) $\frac{9}{25}$

C) $\frac{9}{5}$

D) $\frac{6}{25}$

05| O valor numérico de $3x^2 - \frac{1}{5}x + 7$, para $x = -5$, é :

A) 81

B) 83

C) -67

D) -69

06| O valor numérico de $-\frac{2}{3}x^2 + 5x - \frac{1}{2}$, para $x = -3$, é:

A) $\frac{23}{2}$

B) $\frac{43}{2}$

C) $-\frac{23}{2}$

D) $-\frac{43}{2}$

07| O valor numérico da expressão $-x^3y + 5xy^2 - 6x$, para $x = -1$ e $y = \frac{1}{2}$, é:

A) 0

B) $\frac{21}{4}$

C) -3

D) $\frac{17}{4}$

08| O valor numérico de $\frac{a^3 + a^2b + a + b}{a^4 - 1}$ para $a = 2$ e $b = 4$ é:

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

09| O valor numérico de $\frac{x^2 - 4}{x + 2} + \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$, para $x = 4$, é:

A) 1

B) 2

C) 4

D) 6

10| Sendo $a = -1$, $b = -3$ e $c = 5$, o valor da expressão $\frac{a^2 - 2b - c}{b + 2}$ é:

A) 1

B) 2

C) -1

D) -2

11| O valor da expressão $\frac{a + b}{1 - ab}$, para $a = \frac{1}{2}$ e $b = \frac{1}{3}$, é:

A) 0

B) 1

C) 5

D) 6

12| A expressão $\frac{-x^2+x+2}{x-\frac{1}{2}}$ para $x=-1$ é igual a:

A) 0
B) $\frac{4}{3}$
C) -3
D) $-\frac{4}{3}$

13| Se $A=\frac{x-y}{xy}$, $x=\frac{2}{5}$ e $y=\frac{1}{2}$, então A é igual a:

A) $\frac{1}{2}$
B) $\frac{1}{10}$
C) $-\frac{1}{2}$
D) $-\frac{1}{10}$

14| O valor da expressão $\frac{0,25-x^2}{0,5+x}$ para $x=-2,1$ é:

A) 2,6
B) 3,1
C) −1,2
D) −1,6

15| O valor de $x-y^{x-y}$ quando $x=2$ e $y=-2$ é:

A) 14
B) −14
C) −18
D) 256

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE MONÔMIOS

01| O resultado de $7x^4-8x^4$ é:

A) x^4
B) $-x^4$
C) $15x^4$
D) $-15x^4$

02| O resultado de − 6abc − 5abc é :

A) 11abc
B) −11abc
C) $11a^2b^2c^2$
D) $-11a^2b^2c^2$

03| O resultado de − 3x − 0,2x é:

A) − 2,8x
B) $-3,2x^2$
C) − 3,2x
D) + 3,2x

04| O resultado de 8x + (−0,5x) − (−1,2x) é:

A) 6,3x
B) 7,3x
C) 8,7x
D) 9,7x

05| Simplificando a expressão − [−5t − (4 − t) + 7] − (−2 + t), obtemos:

A) 3t − 1
B) 5t + 2
C) 4t − 5
D) 5t + 9

06| Simplificando a expressão $6x^2-(2x^2+5)+(x-8)-(3x-1)$, obtemos:

A) $4x^2-4x-4$
B) $8x^2-2x-4$
C) $4x^2-2x-12$
D) $8x^2-4x-12$

07| A expressão $\left(\frac{1}{3}y+\frac{1}{2}x\right)-\left(\frac{4}{3}y-\frac{3}{2}x\right)$ é:

A) x − y
B) 2x − y
C) − x − y
D) −x + y

08| A expressão $\frac{5}{2}m+\frac{n}{2}+0,5n-\frac{m}{3}$ é igual a:

A) 2m + n
B) $-\frac{13}{6}m+n$
C) $\frac{13}{6}m-n$
D) $\frac{13}{6}m+n$

MULTIPLICAÇÃO DE POLINÔMIOS

01| A expressão $x^5 \cdot y^3 \cdot x^2 \cdot y^4 \cdot x$ equivale a:

A) x^7y^7
B) x^8y^7
C) x^8y^{12}
D) $x^{10}y^{12}$

02| O produto $(-4abx) \cdot (-3a^2b)$ é igual a:

A) $-12a^3bx$
B) $+12a^3b^2x$
C) $-24a^2bx$
D) $+24a^3b^2x$

03| O produto $4x \cdot (-2x) \cdot (-x)$ é igual a:

A) 8x
B) $8x^3$
C) −8x
D) $-8x^3$

04| O produto $(-x) \cdot (-7ax) \cdot (-3a)$ é igual a:

A) 21ax
B) $21a^2x^2$
C) $-21ax^2$
D) $-21a^2x^2$

05| O produto $-4(m^2n)(-3m^4n^3)$ é igual a:

A) $12m^6n^3$
B) $12m^8n^3$
C) $12m^6n^4$
D) $-12m^6n^4$

06| O produto $(0{,}2\ a^3)\ .\ (0{,}3\ a^2)$ é igual a:

A) $0{,}6\ a^5$
B) $0{,}6\ a^6$
C) $0{,}06\ a^5$
D) $0{,}06\ a^6$

07| O produto $(x^{52}\ .\ y^{40})\ .\ (y^{32}\ .\ x^{60})$ é igual a:

A) $x^{84}\ .\ y^{90}$
B) $x^{92}\ .\ y^{72}$
C) $x^{84}\ .\ y^{100}$
D) $x^{112}\ .\ y^{72}$

08| O quociente $(-\ 16x^4y^2) : (8xy^2)$ é igual a:

A) $2x^3$
B) $-2x^3$
C) $-2x^3y$
D) $-2x^4y$

09| O quociente $(-6x^2y^6) : (-8xy^3)$ é igual a:

A) $\frac{3}{4}xy^3$
B) $\frac{3}{4}x^2y^2$
C) $-\frac{3}{4}xy^3$
D) $-\frac{3}{4}x^2y^2$

10| O quociente $(-x^8y^3) : x^5$ é igual a:

A) x^3y^2
B) x^3y^3
C) $-x^3y^3$
D) $-x^{13}y^3$

11| O produto $\left(\frac{1}{2}xy\right)\cdot\left(\frac{1}{2}xy\right)\cdot\left(\frac{1}{2}xy\right)$ é igual a:

A) $\frac{1}{8}x^3y^3$
B) $\frac{1}{6}x^3y^3$
C) $\frac{1}{8}xy$
D) $\frac{3}{6}x^3y^3$

12| O produto $\frac{1}{3}am^2\cdot(-\ 3a^3m^2)$ é igual a:

A) a^4m^4
B) a^3m^4
C) $-\ a^4m^4$
D) $-\frac{1}{9}a^4m^4$

13| A expressão $[2\ (x^2y)\ (3x^2y^3)] : (x^2y^2)$ é igual a:

A) $2x^2y^2$
B) $6x^2y^2$
C) $6x^2y$
D) $3x^2y^2$

14| Se $y = 2x$ e $z = 2y$, então $x + y + z$ equivale a:

A) $3x$
B) $5x$
C) $7x$
D) $9x$

POTENCIAÇÃO E RAIZ QUADRADA DE MONÔMIOS

01| O resultado de $(-pq^2r)^5$ é:

A) $p^5q^{10}r^5$
B) $p^5q^7r^5$
C) $-p^5q^7r^5$
D) $-p^5q^{10}r^5$

02| O resultado de $(-2a^4c^5)^3$ é:

A) $8a^7c^8$
B) $8a^{12}c^{15}$
C) $-8a^7c^8$
D) $-8a^{12}c^{15}$

03| O resultado de $(-1{,}2am^3)^2$ é:

A) $1{,}44a^2m^6$
B) $14{,}4a^2m^6$
C) $-1{,}44a^2m^5$
D) $-1{,}44a^2m^6$

04| O resultado de $\left(-\frac{2}{3}a^2c^3\right)^4$ é:

A) $\frac{8}{12}a^8c^{12}$
B) $\frac{16}{81}a^8c^{12}$
C) $-\frac{16}{81}a^6c^7$
D) $-\frac{16}{81}a^8c^{12}$

05| O resultado de $\sqrt{100a^4x^{16}}$ é:

A) $50a^2x^8$
B) $50a^2x^4$
C) $10a^2x^8$
D) $10a^2x^4$

06| A expressão $(4x)^2 - x^2 + 3x^2$ equivale a:

A) $6x^2$
B) $18x^2$
C) $-6x^2$
D) $20x^2$

07| O resultado de $(2x)^5 : 4x$ é:

A) $8x^4$
B) $8x^5$
C) $8x^6$
D) $\frac{1}{2}x^4$

08| O resultado de $(-2x^2)^3\ .\ (-3x)^2$ é:

A) $6x^3$
B) $48x^8$
C) $72x^8$
D) $-72x^8$

09| O resultado de $(-5x^3)^2 : (5x^4)$ é:

A) x^2
B) $5x^2$
C) $-x^2$
D) $-5x^{10}$

10| O resultado de $(p^2)^3 : (0{,}1p^3)^2$ é:

- **A** 10
- **B** 10p
- **C** 100
- **D** 100p

11| A potência de $(0{,}111... x^3)^2$ é igual a:

- **A** x^5
- **B** $\frac{1}{81}x^6$
- **C** x^6
- **D** $\frac{1}{100}x^6$

12| O resultado de $\sqrt{0{,}444...m^2n^4}$ é:

- **A** $0{,}2mn^2$
- **B** $0{,}22m^2n$
- **C** $0{,}222...mn^2$
- **D** $\frac{2}{3}mn^2$

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE POLINÔMIOS

01| A diferença $(10h^4 + h^2) - (10h^4 - h^2)$ é igual a:

- **A** 0
- **B** h^4
- **C** $2h^2$
- **D** $20h^4 + 2h^2$

02| O resultado de $-(-x^3 + y^2) - (7x^3 - 2y^2)$ é:

- **A** $8x^3 - y^2$
- **B** $-6x^3 + y^2$
- **C** $-8x^3 + y^2$
- **D** $-8x^3 - 3y^2$

03| O resultado de $(-2x^2 - 5x) + (8x - 6) - (-3x^2 + 7x)$ é:

- **A** $x^2 - 6x + 3$
- **B** $x^2 - 4x - 6$
- **C** $-5x^2 + 6x - 6$
- **D** $-5x^2 + 10x - 12$

04| O resultado de $\left(a^4 - \frac{7}{2}\right) - \left(a^4 - 4a^2 - \frac{7}{2}\right)$ é:

- **A** 7
- **B** $4a^2$
- **C** $2a^4 - 4a^2$
- **D** $2a^4 + 4a^2 + 7$

05| Se:

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathbf{B = 5x - 2y - 1} \\ \mathbf{A + B = 2x + 3y - 4} \end{array}}$$

então o polinômio A é:

- **A** $3x - 5y + 3$
- **B** $3x + 5y - 3$
- **C** $-3x + 5y + 3$
- **D** $-3x + 5y - 3$

06| Se:

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathbf{A = -x - 2y + 10} \\ \mathbf{B = x + y + 1} \\ \mathbf{C = -3x - 2y + 1} \end{array}}$$

então A − B − C é igual a:

- **A** $x - y + 8$
- **B** $3x + y + 10$
- **C** $-5x - 3y + 12$
- **D** $-3x - 5y + 10$

MULTIPLICAÇÃO DE POLINÔMIOS

01| O produto $(xy + 7) . (xy - 9)$ tem como resultado:

- **A** $x^2y^2 - 63$
- **B** $x^2y^2 - 2xy - 63$
- **C** $xy^2 - 2xy - 63$
- **D** $x^2y^2 - 16xy - 63$

02| O resultado de $0{,}5 . (0{,}3x + 4{,}2y)$ é:

- **A** $1{,}5x + 2{,}1y$
- **B** $1{,}5x + 0{,}21y$
- **C** $0{,}15x + 21y$
- **D** $0{,}15x + 2{,}1y$

03| O resultado de $\frac{x}{2} \cdot (10x - 8)$ é:

- **A** $5x - 4$
- **B** $5x^2 + 4$
- **C** $5x^2 - 4x$
- **D** $10x^2 - 8$

04| A expressão $12 \cdot \left(\frac{x}{3} + \frac{x}{4} - \frac{x}{2}\right)$

- **A** x
- **B** $\frac{x^3}{2}$
- **C** 60x
- **D** $\frac{12x}{5}$

05| A expressão $3x . (5x - 1) + (-2x)^2$ é igual a:

- **A** $15x^2 + x$
- **B** $4x^2 + 15x - 1$
- **C** $19x^2 - 3x$
- **D** $11x^2 - 3x$

06| Se $A = -x^2 + 5x - 7$ e $B = 3x + 8$, então 2A − B é igual a:

- **A** $-2x^2 + 2x + 1$
- **B** $-2x^2 + 2x - 6$
- **C** $-2x^2 + 7x - 6$
- **D** $-2x^2 + 7x - 22$

DIVISÃO DE POLINÔMIOS

01| Sendo $x \neq 0$, os resultados de $(x^3 . x^3)$ e de $(x^3 : x^3)$ são, respectivamente:

- **A** x^6 e 1
- **B** x^9 e 1
- **C** 1 e x^6
- **D** 1 e x^9

02| Sendo $x \neq 0$, o quociente $(x^7 - 5x^5 + 7x^4) : x^4$ é:

- **A** $x^2 - 5$
- **B** $x^3 - 5x$
- **C** $x^2 - 5x + 7$
- **D** $x^3 - 5x + 7$

03| O quociente $(a^{60} - a^{20}) : a^{10}$ tem como resultado:

- **A** $a^6 - a^2$
- **B** $a^6 + a^2$
- **C** $a^{50} - a^{10}$
- **D** $a^{50} + a^{10}$

04| O quociente $(22m^{12} - 11m^{11}) : 44m$ tem como resultado:

- **A** $2m^{11} - 4m^{10}$
- **B** $\frac{1}{2}m^{11} - \frac{1}{4}m^{10}$
- **C** $2m^{13} - 4m^{12}$
- **D** $\frac{1}{2}m^{13} - \frac{1}{4}m^{12}$

05| Sejam **A** e **B** os polinômios $A = x^2 - x$ e $B = x - 1$. O quociente de **A** por **B** é:

- **A** 0
- **B** 1
- **C** x
- **D** $x - 1$

06| Dividindo $x^2 - 2x + 3$ por $x - 1$, obtemos para quociente e para resto, respectivamente:

- **A** $x + 1$ e 2
- **B** $x - 1$ e 2
- **C** $x - 1$ e -2
- **D** $x + 1$ e -2

07| O resto da divisão do polinômio $x^3 + 4x^2 + x - 1$ por $x^2 + 3x + 1$ é:

- **A** $x + 1$
- **B** $3x - 2$
- **C** $-3x - 2$
- **D** $-3x + 2$

08| O resto da divisão de $x^3 + 3x - 5$ por $x - 1$ é:

- **A** 0
- **B** 4
- **C** -1
- **D** 3x

09| Sendo $\mathbf{A} = 3x^3 - 2x^2 + x - 2$ e $\mathbf{B} = x - 1$ dois polinômios, temos que:

- **A** **A** é divisível por **B**.
- **B** **A** não é divisível por **B**.
- **C** O resto da divisão de **A** por **B** é igual a $x - 1$.
- **D** O resto da divisão de **A** por **B** é igual a $x + 1$.

10| O quociente de $4x^4 - 2x^3 + x - 1$ por $2x^2 - 1$ é:

- **A** $2x^2 - x + 1$
- **B** $2x^2 - x - 1$
- **C** $2x^2 + x + 1$
- **D** $2x^2 + 2x - 1$

11| O polinômio que dividido por $(x + 5)$ tem por quociente $(x - 2)$ e resto 3 é:

- **A** $x^2 + 3x + 7$
- **B** $x^2 + 3x - 7$
- **C** $x^2 - 3x - 7$
- **D** $x^2 + 3x - 13$

12| O polinômio que, dividido por $2x + 3$, tem quociente $(x - 1)$ o resto 6 é:

- **A** $2x^2 + x - 3$
- **B** $2x^2 + x + 3$
- **C** $2x^2 + 5x + 3$
- **D** $2x^2 + 5x + 9$

PRODUTO NOTÁVEL - QUADRADO DA SOMA DE DOIS TERMOS

01| Calcule os quadrados:

- **A** $(x + y)^2$
- **B** $(a + 7)^2$
- **C** $(3x + 1)^2$
- **D** $(5 + 2m)^2$
- **E** $(10x + y)^2$
- **F** $(a + 3x)^2$
- **G** $(5x^2 + 1)^2$
- **H** $(c^3 + 6)^2$
- **I** $(x^{10} + 4)^2$
- **J** $(a^2 + c^3)^2$

02| Calcule os quadrados:

- **A** $(xy + 5)^2$
- **B** $(11 + pq)^2$
- **C** $(3m^2 + 4n)^2$
- **D** $(xy + p^3)^2$
- **E** $(ac + d^3)^2$
- **F** $(7x^2 + 2xy)^2$

03| Simplifique as expressões:

- **A** $(x + 1)^2 + (x + 2)^2$
- **B** $(2x + 1)^2 + (3x + 1)^2$
- **C** $5x - (2x + 3)^2$
- **D** $(x + 5)^2 - x(x + 3)$

REFORÇO

01| Se $E = 2x + 3$, então E^2 é igual a:

- **A** $4x + 6$
- **B** $4x + 9$
- **C** $4x^2 + 12x + 6$
- **D** $4x^2 + 12x + 9$

02| O desenvolvimento de $(1 + xyz)^2$ é:

- **A** $1 + 2xyz$
- **B** $1 + x^2y^2z^2$
- **C** $1 + xyz + x^2y^2z^2$
- **D** $1 + 2xyz + x^2y^2z^2$

03| O desenvolvimento de $(10x + 0{,}1)^2$ é:

- **A** $20x^2 + 2x + 0{,}1$
- **B** $100x^2 + 2x + 0{,}01$
- **C** $100x^2 + 2x + 0{,}1$
- **D** $100x^2 + 20x + 0{,}01$

04| O desenvolvimento de $(2a + 3b)^2$ é:

- **A** $2a^2 + 3b^2$
- **B** $4a^2 + 9b^2$
- **C** $2a^2 + 12ab + 3b^2$
- **D** $4a^2 + 12ab + 9b^2$

05| A expressão $(a + b)^2 - (b^2 + a^2)$ é igual a:

- **A** 0
- **B** 2ab
- **C** $2a^2$
- **D** $2a^2 + 2b^2$

06| Se $x^2 + y^2 = 13$ e $xy = 6$, então o valor de $(x + y)^2$ é:

- **A** 25
- **B** 78
- **C** 19
- **D** 175

07| O desenvolvimento de $\left(6x^5 - \frac{1}{3}\right)^2$ é:

- **A** $36x^{25} - \frac{1}{9}$
- **B** $36x^{10} + \frac{1}{9}$
- **C** $36x^{10} - 4x^5 + \frac{1}{9}$
- **D** $36x^{10} - 2x^5 - \frac{1}{9}$

08| Sabendo-se que $x + \frac{1}{x} = 10$, então o valor da expressão $x^2 + \frac{1}{x^2}$ vale:

- **A** 98
- **B** 96
- **C** 90
- **D** 100

PRODUTO NOTÁVEL - QUADRADO DA DIFERENÇA DE DOIS TERMOS

01| Calcule os quadrados:

- **A** $(x - y)^2$
- **B** $(m - 3)^2$
- **C** $(2a - 5)^2$
- **D** $(7 - 3c)^2$
- **E** $(5x - 2y)^2$
- **F** $(4m^2 - 1)^2$
- **G** $(2 - x^3)^2$
- **H** $(a^3 - 3c^2)^2$
- **I** $(xy - 5)^2$
- **J** $(a^2c - 3x)^2$

02| Simplifique as expressões:

- **A** $(x - 4)^2 - (x - 1)^2$
- **B** $(x + 1)^2 - (x - 2)^2$
- **C** $(2x - 1)^2 + x(3x - 2)$
- **D** $x(x - 1)^2 + x^2(x + 3)$

REFORÇO

01| O desenvolvimento de $(2a - 3b)^2$ é:

- **A** $2a^2 - 3b^2$
- **B** $4a^2 + 9b^2$
- **C** $2a^2 - 12ab + 3b^2$
- **D** $4a^2 - 12ab + 9b^2$

02| O desenvolvimento de $(-2x - 3)^2$ é:

- **A** $4x^2 + 12x + 9$
- **B** $-4x^2 + 12x - 9$
- **C** $2a^2 - 12ab + 3b^2$
- **D** $4a^2 - 12ab + 9b^2$

03| A expressão $(x - y)2 - (x + y)2$ é equivalente a:

- **A** 0
- **B** $2y^2$
- **C** $-2y^3$
- **D** $-4xy$

04| A expressão $(2a + b)^2 - (a - b)^2$ é igual a:

- **A** $3a^2 + 2b^2$
- **B** $3a^2 + 6ab$
- **C** $4a^2b + 2ab^2$
- **D** $4a^2 + 4ab + b^2$

05| A expressão $(x - 3)^2 - (3x^2 + 5)$ é igual a:

- **A** $-2x^2 - 6x + 4$
- **B** $-2x^2 - 6x - 4$
- **C** $-2x^2 - 6x + 14$
- **D** $-2x^2 - 6x - 14$

06| Considere as expressões:

1	$(a - b)^2 = a^2 - b^2$
2	$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
3	$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$

Então:

- **A** são todas falsas.
- **B** são todas verdadeiras.
- **C** Somente **2** e **3** são verdadeiras.
- **D** somente **1** e **3** são verdadeiras.

07| A expressão que deve ser somada a $a^2 + 6a^2b^2 - 12a^2b$ para que resulte o quadrado de $2a - 3ab$ é:

- **A** $3a^2 + 3a^2b^2$
- **B** $-3a^2 - 3a^2b^2$
- **C** $a^2 - 9a^2b^2 + 12a^2b$
- **D** $3a^2 + 3a^2b^2 + 24a^2b$

08| Se $x - y = 7$ e $xy = 60$, então o valor da expressão $x^2 + y^2$ é:

- **A** 53
- **B** 109
- **C** 169
- **D** 420

PRODUTO NOTÁVEL - PRODUTO DA SOMA PELA DIFERENÇA DE DOIS TERMOS

01| Calcule os produtos:

- **A** $(x + 9) . (x - 9)$
- **B** $(m - 1) . (m + 1)$
- **C** $(3x + 5) . (3x - 5)$
- **D** $(2 - 7x) . (2 + 7x)$
- **E** $(m^2 - 5) . (m^2 + 5)$
- **F** $(p^3 + 3) . (p^3 - 3)$
- **G** $(a^2 + b^5) . (a^2 - b^5)$
- **H** $(7x^2 - y) . (7x^2 + y)$

02| Calcule os produtos:

- **A** $(xy + 4) \cdot (xy - 4)$
- **B** $(7 - am) \cdot (7 + am)$
- **C** $(5xy - 6) \cdot (5xy + 6)$
- **D** $(-2a + 5) \cdot (-2a - 5)$
- **E** $(a^2c + m) \cdot (a^2c - m)$
- **F** $(p^2q + 3d^2) \cdot (p^2q - 3d^2)$

03| Calcule os produtos:

- **A** $\left(x+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)$
- **B** $\left(1+\frac{x}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{x}{3}\right)$
- **C** $\left(\frac{m}{2}+\frac{5}{3}\right)\cdot\left(\frac{m}{2}-\frac{5}{3}\right)$
- **D** $\left(\frac{1}{3}x^2+y^2\right)\cdot\left(\frac{1}{3}x^2-y^2\right)$

04| Simplifique as expressões:

- **A** $(m - 1)^2 - (m + 1) . (m - 1)$
- **B** $(7x + y)^2 + (7x + y) . (7x - y)$
- **C** $(x + 3) . (x - 3) + (x - 3)^2$
- **D** $(1 + x) . (1 - x) - (1 + x)^2$

REFORÇO 1

01| O produto $(x + 11) . (x - 11)$ tem como resultado:

- **A** $x - 121$
- **B** $x^2 - 111$
- **C** $x^2 + 121$
- **D** $x^2 - 121$

02| A expressão $(3 +ab) . (ab - 3)$ é igual a:

- **A** $a^2b - 9$
- **B** $ab^2 - 9$
- **C** $a^2b^2 - 9$
- **D** $a^2b^2 - 6$

03| A expressão $(-1 + x) . (-1 - x)$ é igual a:

- **A** $1 - x^2$
- **B** $1 + x^2$
- **C** $-1 - x^2$
- **D** $-1 + x^2$

04| A expressão $5 . (h + 1) . (h - 1)$ é igual a:

- **A** $5h - 1$
- **B** $5h - 5$
- **C** $5h^2 - 5$
- **D** $5h^2 - 1$

05| A expressão $(3x)^2 + (10 + 3x) . (10 - 3x)$ é igual a:

- **A** 10
- **B** 100
- **C** $9x^2 + 100$
- **D** $12x^2 - 100$

06| A expressão $(x + y) . (x^2 + y^2) . (x - y)$

- **A** $x^4 + y^4$
- **B** $x^4 - y^4$
- **C** $x^3 + xy^2 - x^2y - y3$
- **D** $x^3 + xy^2 + x^2y + y^3$

07| se $x + y = 11$ e $x - y = 5$, então o valor de $x^2 - y^2$ é:

- **A** 10
- **B** 55
- **C** 96
- **D** 110

08| Sendo $A = x + 2$ e $B = x - 2$, a expressão $A^2 + AB - B^2$ é equivalente a:

- **A** $x^2 + 4$
- **B** $x^2 - 4$
- **C** $x^2 + 8x + 8$
- **D** $x^2 + 8x - 4$

PRODUTO NOTÁVEL - CUBO DA SOMA OU DA DIFERENÇA DE DOIS TERMOS

01| O desenvolvimento de $(2 - m)^3$ é:

- **A** $8 - m^3$
- **B** $8 + m^3$
- **C** $8 + 12m - 6m^2 - m^3$
- **D** $8 - 12m + 6m^2 - m^3$

02| O desenvolvimento de $(x^2 + 1)^3$ é:

- **A** $x^6 + 1$
- **B** $x^6 + 3x^4 + 6x^2 + 1$
- **C** $x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1$
- **D** $x^6 + 6x^4 + 3x^2 + 1$

03| O desenvolvimento de $(-c - d)^3$ é:

- **A** $c^3 - d^3$
- **B** $- c^3 - d^3$
- **C** $c^3 - 3c^2d + 3cd^2 - d^3$
- **D** $- c^3 - 3c^2d - 3cd^2 - d^3$

04| O desenvolvimento de $(1 + xy)^3$ é:

- **A** $1 + 3xy + 3x^2y^2 + x^3y^3$
- **B** $1 + 3x^2y + 3xy^2 + x^3y^3$
- **C** $1 + 3xy^2 + 3x^2y + x^3y^3$
- **D** $1 + 3xy + 3x^2y^2 + xy^3$

05| A expressão $x^3 - (x - 1)^3$ é igual a:

- **A** $3x^2 + 3x + 1$
- **B** $3x^2 - 3x + 1$
- **C** $- 3x^2 + 3x - 1$
- **D** $- 3x^2 + 6x + 1$

06| A expressão $(2x - 1)^3 + (x - 1)^2$ é igual a:

- **A** $8x^3 + 4x - 2$
- **B** $8x^3 - 11x^2 - 8x$
- **C** $8x^3 - 13x^2 + 4x$
- **D** $8x^3 - 11x^2 + 4x$

FATORAÇÃO COM FATOR COMUM

01| Fatore as expressões:

- **A** $2x + 2y$
- **B** $7a^2 - 35$
- **C** $10x^2 - 4y$
- **D** $9x^2 - 6x + 3$
- **E** $10x - 15y + 20z$
- **F** $77a - 33b + 55$

02| Fatore as expressões:

- **A** $am - 4ac$
- **B** $x^2 + 15x$
- **C** $6m^3 - m^2$
- **D** $14a^2 + 42a$
- **E** $x^2 + x$
- **F** $m^3 + 7m^2$
- **G** $4x^5 - 10x^3 + 6x^2$
- **H** $8a^4 - 6a^3 + 2a^2$

03| Fatore as expressões:

- **A** $6a^8 - 12a^5$
- **B** $x^2 - xy + xz$
- **C** $9ax + 12ay - 15az$
- **D** $abc - abd - abg$
- **E** $x + x^2 + x^3$
- **F** $10x^2y^3 + 15xy^2$

REFORÇO 1

01| Qual a expressão não pode ser fatorada?

- **A** $19x + 19y$
- **B** $6x^3 - 5x^2$
- **C** $4x - 3y + 6$
- **D** $6x - 8y - 10z$

02| Fatorando $2\pi R - 2\pi r$, obtemos:

- **A** $2(R - r)$
- **B** $2(\pi R - r)$
- **C** $2R(\pi - r)$
- **D** $2\pi(R - r)$

03| Fatorando $22x^2y^2 - 11xy^2$, obtemos:

- **A** $11xy^2\,(2x - 1)$
- **B** $11x^2y\,(2x - 1)$
- **C** $11x^2y^2\,(2x - x)$
- **D** $22x^2y^2\,(1 - 2x)$

04| Fatorando $-18a - 27c$, obtemos:

- **A** $9(3c - 2a)$
- **B** $9(2a - 3c)$
- **C** $-9(2a - 3c)$
- **D** $-9(2a + 3c)$

05| Fatorando $x^3 + x^4 - x^5$, obtemos:

- **A** $x^3\,(x + x^2 + x^3)$
- **B** $x^3\,(1 + x + x^2)$
- **C** $x^3\,(1 + x - x^2)$
- **D** $x^3\,(1 - x + x^2)$

06| Fatorando $\frac{1}{3}x + \frac{1}{9}x^2$, obtemos:

- **A** $3x\,(1 + x)$
- **B** $\frac{1}{3}x\left(1 + \frac{1}{3}x\right)$
- **C** $3\,(1 + 3x)$
- **D** $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3} + x\right)$

07| Se $x + y = 15$ então $4x + 4y$ é igual a:

- **A** 30
- **B** 40
- **C** 60
- **D** 120

08| Se $xy = 20$ e $x - y = 8$ então $x^2y - xy^2$ é igual a:

- **A** 12
- **B** 28
- **C** 56
- **D** 160

FATORAÇÃO POR AGRUPAMENTO

01| Fatore as expressões:

- **A** $5x + 5y + ax + ay$
- **B** $7a - 7b + ma - mb$
- **C** $ay + 2by + ax + 2bx$
- **D** $6x + ax + 6y + ay$
- **E** $3ax + bx + 3ay + by$
- **F** $am - bm + an - bn$
- **G** $y^2 + 3y + ay + 3a$
- **H** $m^2 + mx + mb + bx$

02| Fatore as expressões:

- **A** $a^3 + 3a^2 + 2a + 6$
- **B** $a^2 - a + ax - x$
- **C** $x^3 - x^2 + 6x - 6$
- **D** $x^3 + x^2 + x + 1$
- **E** $p^3 - 5p^2 + 4p - 20$
- **F** $7x - 3xy + 7 - 3y$

REFORÇO 1

01| Fatorando $mx + my - ax - ay$, obtemos:

- **A** $(m - a)\,.\,(x + y)$
- **B** $(m + a)\,.\,(x - y)$
- **C** $(m + x)\,.\,(a - y)$
- **D** $(m - x)\,.\,(a - y)$

02| Fatorando $x^3 + 3x^2 + 2x + 6$, obtemos:

- **A** $(x + 3)\,.\,(x + 2)$
- **B** $(x^2 + 3)\,.\,(x + 2)$
- **C** $(x + 3)\,.\,(x^2 + 2)$
- **D** $(2 + x)\,.\,(x^2 + 3)$

03| Fatorando $c^3 - c^2 + c - 1$, obtemos:

- **A** $(c + 1)\,.\,(c^2 - 1)$
- **B** $(c - 1)\,.\,(c^2 - 1)$
- **C** $(c + 1)\,.\,(c^2 + 1)$
- **D** $(c - 1)\,.\,(c^2 + 1)$

04| Fatorando $ax - a - x + 1$, obtemos:

- **A** $(x + 1)\,.\,(a - 1)$
- **B** $(x - 1)\,.\,(a - 1)$
- **C** $(x - 1)\,.\,(a + 1)$
- **D** $(x + 1)\,.\,(a + 1)$

05| Fatorando $7x + 7y + 7z - ax - ay - az$, obtemos

- **A** $(x + y + z)\,.\,(a - 7)$
- **B** $(x - y - z)\,.\,(7 + a)$
- **C** $(x - y - z)\,.\,(7 - a)$
- **D** $(x + y + z)\,.\,(7 - a)$

06| O valor da expressão $ax + ay + bx + by$, onde $a + b = 15$ e $x + y = 6$, é:

- **A** 21
- **B** 60
- **C** 90
- **D** 120

FATORAÇÃO DA DIFERENÇA DE DOIS QUADRADOS

01| Fatore as expressões:

- **A** $x^2 - 36$
- **B** $25 - a^2$
- **C** $x^2 - y^2$
- **D** $p^2 - 100$
- **E** $9x^2 - 16$
- **F** $1 - 25a^2$
- **G** $4m^2 - x^2$
- **H** $49a^2 - x^2y^2$

02| Fatore as expressões:

- **A** $a^4 - 9$
- **B** $81 - \pi^2$
- **C** $36x^4 - y^6$
- **D** $a^6 - m^2n^4$
- **E** $1 - 25a^2x6$
- **F** $100x^2y^4 - 1$

REFORÇO 1

01| Fatorando $x^2 - y^4$, obtemos:

- **A** $(x - y) . (x^2 + y^2)$
- **B** $(x - y^2) . (x^2 + y^2)$
- **C** $(x + y^2) . (x - y)$
- **D** $(x + y^2) . (x - y^2)$

02| Fatorando $x^{10} - 9$, obtemos:

- **A** $(x^2 - 3) . (x^5 + 3)$
- **B** $(x^2 - 3) . (x^8 + 3)$
- **C** $(x^5 + 3) . (x^5 - 3)$
- **D** $(x^5 + 3) . (x^5 - 2)$

03| A forma fatorada de $2x^2 - 50$ é:

- **A** $(2x + 5) . (x - 5)$
- **B** $(2x + 5) . (2x - 5)$
- **C** $2(x + 5) . (x - 5)$
- **D** $2(x^2 + 5) . (x - 5)$

04| A forma fatorada da expressão $4x^3 - 9x$ é:

- **A** $x(2x - 3)^2$
- **B** $4(x + 3) . (x - 3)$
- **C** $x(2x + 3) . (2x - 3)$
- **D** $x(4x + 3) . (4x - 3)$

05| A fatoração completa de $x^8 - x^4$ é:

- **A** $(x^2 - 1)^4$
- **B** $x^4(x^2 + 1)^2$
- **C** $x^4(x + 1)(x - 1)^3$
- **D** $x^4(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$

06| Os fatores de $a^8 - 1$ são:

- **A** $(a^4 + 1)(a + 1)^2(a - 1)^2$
- **B** $(a^3 + 1)^2(a + 1)(a - 1)$
- **C** $(a^4 + 1)(a^2 + 1)(a + 1)(a - 1)$
- **D** $(a^4 - 1)(a^2 + 1)(a + 1)(a - 1)$

07| A expressão algébrica $x^2 - y^2 - x - y$ é equivalente a:

- **A** $(x + y)(x - y - 1)$
- **B** $(x - y)(x + y - 1)$
- **C** $(x - y)(x - 1)(y + 1)$
- **D** $(x + y)(x - 1)(y - 1)$

08| A expressão $5x^2 - 4x^2 - 11 + 2$ é igual a:

- **A** $(x - 1)(x + 9)$
- **B** $(x - 3)(x + 3)$
- **C** $(x + 3)(x + 3)$
- **D** $(x - 3)(x - 3)$

09| Se $x + y = 9$ e $x - y = 5$, então o valor de $x^2 - y^2$ é:

- **A** 11
- **B** 28
- **C** 45
- **D** 56

10| Calculando $934\,287^2 - 934\,286^2$, obtemos:

- **A** 1
- **B** 2
- **C** 1 868 573
- **D** 1 975 441

FATORAÇÃO DO TRINÔMIO QUADRADO PERFEITO

01| Fatore as expressões:

- **A** $x^2 + 2x + 1$
- **B** $x^2 - 2x + 1$
- **C** $x^2 + 6x + 9$
- **D** $x^2 - 6x + 9$
- **E** $a^2 + 8a + 16$
- **F** $x^2 - 8x + 16$

02| Fatore as expressões:

- **A** $1 - 6m + 9m^2$
- **B** $x^2 - 4xy + 4y^2$
- **C** $4 + 12x + 9x^2$
- **D** $36a^2 - 12ac + c^2$
- **E** $49p^2 - 28pq + 4q^2$
- **F** $25y^2 + 10xy + x^2$

03| Fatore as expressões:

- **A** $x^4 - 2x^2 + 1$
- **B** $u^4 + 4u^2 + 4$
- **C** $m^6 - 2m^3 + 1$
- **D** $a^4 + 2a^2b^2 + b^4$
- **E** $25x^4 - 20x^2y + 4y^2$
- **F** $25a^4 - 10a^2c^3 + c^6$

04| Fatore completamente, de acordo com o exemplo:

$$\begin{aligned} 5x^2 - 20x + 20 &= 5(x^2 - 4x + 4) \\ &= 5(x - 2)^2 \end{aligned}$$

- **A** $3x^2 + 18x + 27$
- **B** $4p^2 - 16p + 16$
- **C** $x^3 + 10x^2 + 25x$
- **D** $2a^2 + 20ac + 50c^2$

FRAÇÕES ALGÉBRICAS

01| Simplificando a fração $\dfrac{x^2}{x^3 - x}$, obtemos:

- **A** $\dfrac{1}{x-1}$
- **B** $\dfrac{1}{x^2 - x}$
- **C** $\dfrac{x}{x^2 - 1}$
- **D** $\dfrac{x^2}{x-1}$

02| Simplificando a expressão $\dfrac{a^2 + b^2 + c^2}{-a^2 - b^2 - c^2}$, obtemos:

- **A** 0
- **B** 1
- **C** -2
- **D** -1

03| Simplificando a expressão $\dfrac{4x - 12}{15 - 5x}$, obtemos:

- **A** $\dfrac{4}{5}$
- **B** $-\dfrac{4}{5}$
- **C** $\dfrac{x-3}{-x+5}$
- **D** $\dfrac{x-3}{5-x}$

04| A expressão $\dfrac{x^2 + 6x + 9}{x + 3}$ é equivalente a:

- **A** $x + 3$
- **B** $x - 3$
- **C** $x - 1$
- **D** $x + 1$

05| Simplificando a expressão $\dfrac{x^2y - y^3}{x - y}$, obtemos:

- **A** $x - y^2$
- **B** $x^2 - y^2$
- **C** $xy + y^2$
- **D** $xy^2 + y$

06| Simplificando a expressão $\dfrac{a^3 - ab^2}{a(a+b)}$, obtemos:

- **A** a
- **B** -1
- **C** $a + 2$
- **D** $a - b$

07| Simplificando a expressão $\dfrac{ax^2 - ay^2}{x^2 - 2xy + y^2}$, obtemos:

- **A** $a(x + y)$
- **B** $\dfrac{a(x+y)}{x-y}$
- **C** $\dfrac{a}{x-y}$
- **D** $\dfrac{x+y}{x-y}$

08| A expressão $\dfrac{a^3 - a^2b}{3a^5 - 6a^4b + 3a^3b^2}$ equivale a:

- **A** $\dfrac{a}{3a - b}$
- **B** $\dfrac{1}{3(a-b)}$
- **C** $\dfrac{1}{3a(a+b)}$
- **D** $\dfrac{1}{3a(a-b)}$

09| Simplificando a expressão $\dfrac{mx + m - x - 1}{m^2 - 1}$, obtemos:

- **A** $\dfrac{x+1}{m+1}$
- **B** $\dfrac{x-1}{m-1}$
- **C** $\dfrac{x+1}{m-1}$
- **D** $\dfrac{x-1}{m+1}$

10| Simplificando a fração $\dfrac{a^2 + ab - ac - bc}{a^2 - ac}$, obtem-se:

- **A** $a - b$
- **B** $\dfrac{a-c}{a}$
- **C** $ab - ac$
- **D** $\dfrac{a+b}{a}$

11| Simplificando a expressão $\dfrac{(a+b)^2 - 4ab}{a^2 - b^2}$, obtem-se:

- **A** 1
- **B** -1
- **C** $\dfrac{a+b}{a-b}$
- **D** $\dfrac{a-b}{a+b}$

12| Simplificando a expressão $\dfrac{(a-x)(a+x) + (a+x)^2}{2a}$, obtem-se:

- **A** x^2
- **B** $a + x$
- **C** $x^2 + a^2$
- **D** $(x - a)^2$

13| O valor de $\dfrac{x^4 - 1}{(x-1)(x^2+1)}$, para $x = 1\,999$ é:

- **A** 2 000
- **B** 3 000
- **C** 4 000
- **D** 5 000

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES ALGÉBRICAS

01| O resultado de $\frac{2x+3y}{3}-\frac{x+2y}{2}$, é:

A) $\frac{x}{6}$

B) $\frac{7x}{6}$

C) $\frac{x+12y}{6}$

D) $\frac{7x+12y}{6}$

02| O resultado de $\frac{5x-12}{12}-\frac{4x+5}{8}+\frac{x}{3}$ é:

A) $\frac{2x-7}{7}$

B) $\frac{2x-13}{8}$

C) $\frac{6x+11}{24}$

D) $\frac{6x-19}{3}$

03| Efetuando-se as operações em $\frac{x+y}{2}-\frac{x-y}{3}$ obtém se:

A) $\frac{x+5y}{6}$

B) $\frac{5x+y}{6}$

C) $\frac{x+y}{6}$

D) $\frac{-x+5y}{6}$

04| Efetuando $\frac{x^2-2}{2x}-\frac{3x-1}{x}$, obtemos:

A) $\frac{x+6}{2}$

B) $\frac{x-6}{2}$

C) $\frac{x^2-6x+4}{2x}$

D) $\frac{x^2-6x-4}{2x^2}$

05| Sendo a e b dois números reais diferentes de zero, a expressão $\frac{1}{a^2}+\frac{2}{ab}$ é igual a:

A) $\frac{1}{a^2b}$

B) $\frac{3}{a^2b}$

C) $\frac{b+2a}{a^2b}$

D) $\frac{b+2a}{a(a+b)}$

06| A expressão $\frac{3a-4}{a^2-16}-\frac{1}{a-4}(a\neq 4)$ é equivalente a:

A) $\frac{1}{a-4}$

B) $\frac{2}{a-4}$

C) $\frac{2}{a+4}$

D) n.d.a

07| Simplificando-se a expressão $\frac{2x-4}{3x-3}-\frac{x-2}{x^2-1}$ e $x\neq\pm1$, obtém-se:

A) $\frac{2x^2-5x-10}{3(x^2-1)}$

B) $\frac{2x^2-3x-10}{3(x^2-1)}$

C) $\frac{2x^2-5x+2}{3(x^2-1)}$

D) $\frac{2x^2-6x+3}{3(x^2-1)}$

08| A expressão $\frac{3x}{x^2-1}+\frac{2}{x-1}-\frac{x+3}{x-1}$, $x\neq\pm1$ é idêntica a:

A) x^2-x+1

B) $\frac{x^2-3x-5}{x^2-1}$

C) $-x^2+x-1$

D) $-\frac{x^2-x+1}{x^2-1}$

09| Simplificando-se a expressão $\frac{x^3-y^3}{x-y}-\frac{x^3+y^3}{x+y}$, obtém-se:

A) $2y$

B) $2xy$

C) $x-y$

D) $x+y$

10| Considere o conjunto de todos os valores de a e b que não anulam os denominadores de $M=\frac{4a^2}{4a^2-6ab}-\frac{18ab^2}{4a^3-9ab^2}-\frac{3b}{2a+3b}$

A) 1

B) 2

C) $4a^2$

D) $\frac{ab^2}{4a^2-9b^2}$

11| O valor da expressão $\frac{a+b}{a-b}-\frac{ab+b^2}{a^2-b^2}$ é:

A) $\frac{a}{a-b}$

B) $\frac{a}{a+b}$

C) $\frac{b}{a+b}$

D) $\frac{b}{a-b}$

12| Considere dois números reais não nulos x e y, tais que $x-y=xy$. O valor de $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$ é:

A) 0

B) -1

C) $y-x$

D) $\frac{1}{xy}$

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE FRAÇÕES ALGÉBRICAS

01| O resultado simplificado de $\frac{5a}{2b^2}\cdot\frac{8ab}{10a^2}$ é:

A) $\frac{2}{b}$

B) $\frac{b}{2}$

C $\frac{8b^3}{25a^2}$

D $\frac{25a^2}{8b^3}$

02| O resultado simplificado de $\frac{3ac^2}{5x} : \frac{3c}{7a^2x^2}$ é:

A $\frac{7a^3}{5}$

B $\frac{7a^3cx}{5}$

C $\frac{21a^3c^2x^2}{15x}$

D $\frac{21a^2c^2x^2}{15cx}$

03| Simplificando $\frac{x^2}{xy - y^2} \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy}$, obtemos:

A $\frac{x}{y}$

B $\frac{y}{x}$

C $\frac{x - y}{x + y}$

D $\frac{x + y}{x - y}$

04| Efetuando-se $\frac{x + 1}{3x^2 - 6x + 3} : \frac{x + 1}{(x - 1)^2}$

A 3

B $\frac{1}{3}$

C $\frac{3}{x - 1}$

D $\frac{x + 1}{3}$

05| O valor da expressão $\frac{x^3 - 6x^2 + 9x}{x^2 - 9} \cdot \frac{x + 3}{x}$, para $x = 99$, é:

A 96

B 97

C 98

D 99

06| Simplificando-se $\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{xy}}$, obtemos:

A x

B y

C $x - y$

D $y + x$

07| Simplificando $\frac{a + \frac{1}{b}}{b + \frac{1}{a}}$, obtém-se:

A $\frac{a}{b}$

B $\frac{b}{a}$

C $\frac{a + 1}{b}$

D $\frac{b + 1}{a}$

08| Simplificando-se $\frac{a + b}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$, obtemos:

A ab

B $\frac{1}{ab}$

C $-ab$

D $\frac{a + b}{-a - b}$

09| A expressão $\frac{\frac{y}{y - 1} - 1}{1 + \frac{y}{1 - y}}$

A 1

B 2

C -1

D -2

10| Simplificando-se a expressão $\frac{1}{1 + \frac{1}{a}} - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}$, obtém-se:

A $\frac{2a}{1 - a^2}$

B $-\frac{2a}{1 - a^2}$

C $-\frac{2a}{1 + a^2}$

D $-\frac{2}{1 - a}$

11| Simplificando a expressão $\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s}\right)\left(\frac{r}{r + s}\right)$, obtemos:

A $\frac{r}{s}$

B $\frac{s}{r}$

C $\frac{1}{r}$

D $\frac{1}{s}$

12| Simplificando a expressão $a^3 \,.\, (a^2 + a^3) : a^5$ encontramos:

A a^3

B $1 + a$

C $1 - a$

D $a + a^2$

EQUAÇÕES FRACIONÁRIAS

01| A solução da equação $\frac{2}{3} + \frac{3}{x} = 1$ é:

A 9

B -9

C -4

D -5

02| Qual o valor de x na equação $\frac{4}{5} - \frac{1}{X} = \frac{17}{15}$?

A -3

B $-\frac{6}{5}$

C $-\frac{15}{2}$

D $-\frac{28}{3}$

03| O conjunto solução da equação $\frac{x + 2}{x} = 2$, em $\mathbb{R}^*$, é:

A $S = \{0\}$

B $S = \{2\}$

C $S = \varnothing$

D $S = \{-2\}$

04| A solução da equação $\frac{x - 1}{3} + \frac{1}{x} = \frac{x}{3}$ é:

A 0

B $\frac{1}{3}$

C 3

D $-\frac{1}{3}$

05| O conjunto solução da equação $\frac{2}{5x} + \frac{1}{10x} = 5$ é:

A $S = \{10\}$

B $S = \left\{\frac{1}{10}\right\}$

C $S = \{-10\}$

D $S = \left\{-\frac{1}{10}\right\}$

06| A solução de $\frac{5}{x} - \frac{1}{12x} + \frac{1}{2} = \frac{5-3x}{3x} + \frac{1}{4x}$ é:

A 1

B 2

C -1

D -2

07| O conjunto solução da equação $\frac{\frac{2}{3}}{4} - \frac{2}{\frac{3}{4}} = -\frac{5}{x}$ é:

A $S = \{1\}$

B $S = \{2\}$

C $S = \{3\}$

D $S = \{4\}$

08| O conjunto solução da equação $\frac{x}{x-1} + 3 = \frac{1}{x-1} - 1$ é:

A $S = \varnothing$

B $S = \{0\}$

C $S = \{1\}$

D $S = \left\{\frac{3}{5}\right\}$

09| Em $\frac{4}{3+x} + \frac{2}{6+2x} = \frac{5}{2}$, o valor de x é:

A 1

B 0,1

C -1

D -3

10| A raiz da equação $2(x-1) = \frac{1}{x-2} + (2x+1)$ é:

A 0

B $\frac{2}{3}$

C $\frac{2}{5}$

D $\frac{5}{3}$

11| O valor de x, tal que $1 + \frac{1}{1+\frac{1}{x}} = 3$, é:

A 1

B 2

C -1

D -2

12| A raiz da equação fracionária $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{x-3}{x-1} + \frac{4-x}{x+1}$ é:

A 3

B 5

C -3

D -5

13| A solução da equação $\frac{1}{2x-3} - \frac{3}{2x^2-3x} - \frac{5}{x} = 0$ é:

A 0

B $\frac{3}{2}$

C $\frac{4}{3}$

D $-\frac{4}{3}$

14| A solução da equação $\frac{1}{x+1} + \frac{3}{x} = \frac{4}{x(x+1)}$ é:

A 1

B $\frac{1}{4}$

C 4

D $\frac{7}{4}$

15| Se $\frac{3}{x} = 6$, então $x - 1$ é igual a:

A 1

B $\frac{1}{2}$

C $-\frac{1}{2}$

D $-\frac{3}{2}$

ÂNGULOS

01| $\frac{2}{3}$ de 120° é:

A 40°

B 90°

C 80°

D 180°

02| A metade de 25° é igual a:

A 12°

B 13°

C 12°30'

D 13°30'

03| Se x = 27°45'20'' e y = 13°15'40'', então x + y é igual a:

A 41°

B 42°

C 42°1'

D 41°1'

04| O ângulo que o ponteiro dos minutos descreve em 14 minutos é:

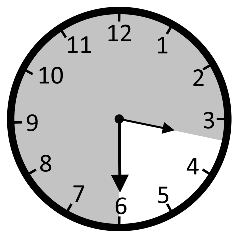
A 14°

B 24°

C 82°

D 84°

05| O melhor ângulo formado pelos ponteiros do relógio é:



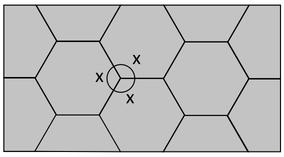
A 65°

B 75°

C 90°

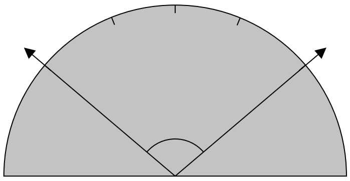
D 82°30'

06| Na figura, os três ângulos indicados tem a mesma medida. O valor de x é:



- **A** 60°
- **B** 90°
- **C** 120°
- **D** 135°

07| Na figura, as marcas indicam 6 ângulos de mesma medida. O ângulo indicado mede:



- **A** 90°
- **B** 120°
- **C** 135°
- **D** 150°

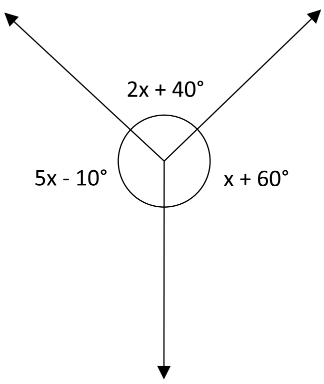
08| A diferença entre os ângulos dos ponteiros de um relógio que marca 2h 30min e de outro que marca 1h é:

- **A** 75°
- **B** 90°
- **C** 105°
- **D** 135°

09| Entre 12h 30min e 13h 10min, o ponteiro das horas de um relógio percorre um ângulo de:

- **A** 10°
- **B** 20°
- **C** 30°
- **D** 40°

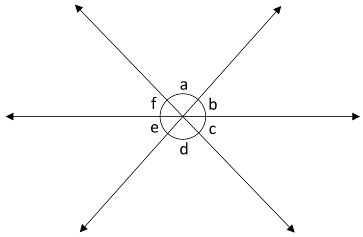
10| O valor de x na figura é:



- **A** 27°30'
- **B** 28°45'
- **C** 30°30'
- **D** 33°45'

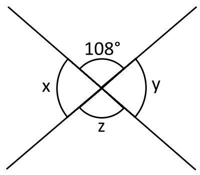
ÂNGULOS ESPECIAIS

01| Quais são os três pares de ângulos opostos pelo vértice?

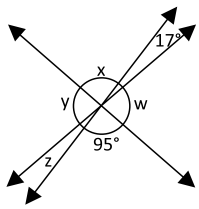


02| Calcule os ângulos indicados pelas letras:

A

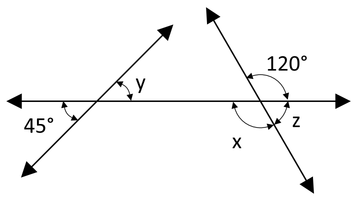


B

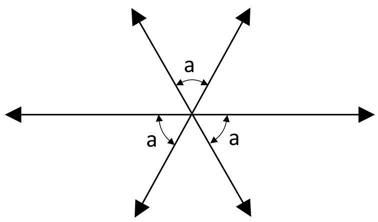


03| Calcule os ângulos indicados pelas letras:

A

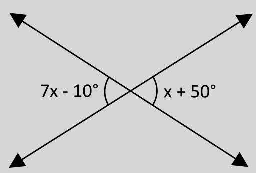


B



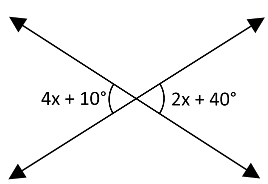
04| Calcule x, observando o exemplo:

Solução:

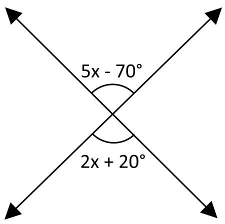


$$7x - 10° = x + 50°$$
$$7x - x = 50° + 10°$$
$$6x = 60°$$
$$x = 10°$$

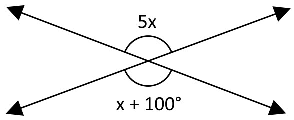
A



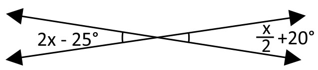
B



C



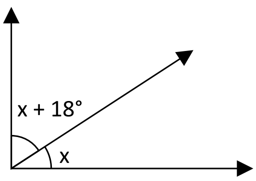
D



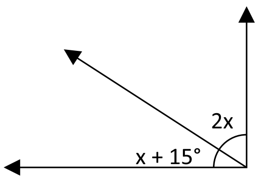
REFORÇO 1

01| Calcule x, sabendo que os ângulos são complementares:

A

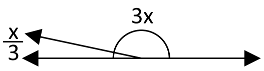


B

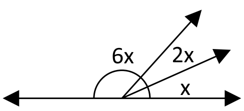


02| Calcule x, sabendo que os ângulos são suplementares:

A

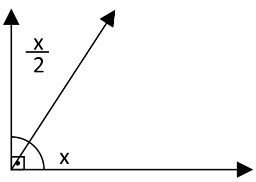


B

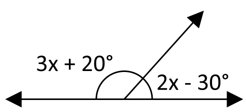


03| Calcule o ângulo x:

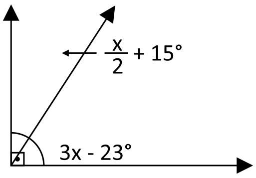
A



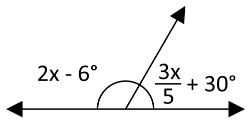
B



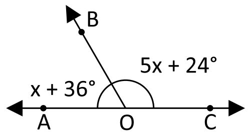
C



D



04| Observe a figura:



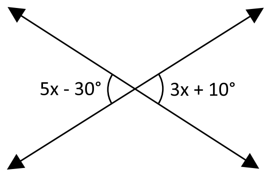
A Quanto vale x?

B Qual é a medida do ângulo AÔB?

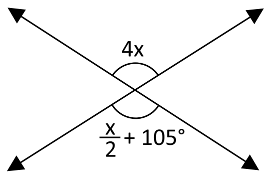
C Qual é a medida do ângulo BÔC?

05| Calcule x:

A

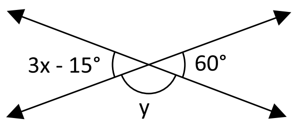


B

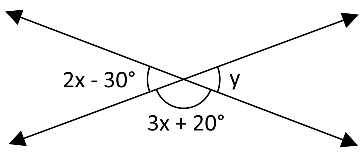


06| Calcule x e y:

A



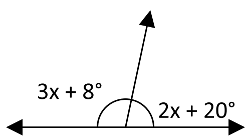
B



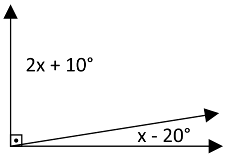
07| A soma do complemento com o suplemento de um ângulo é 110°. Quanto mede o ângulo?

08| Calcule x:

A

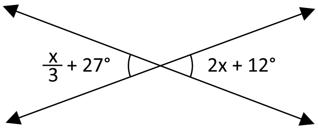


B

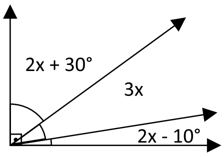


09| Calcule x:

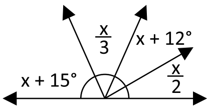
A



B

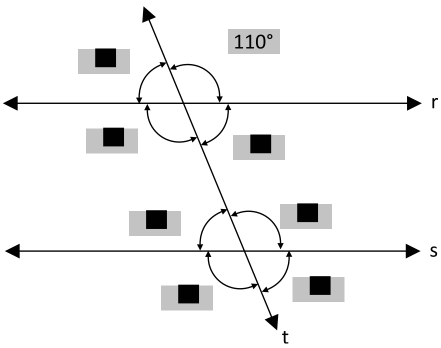


C

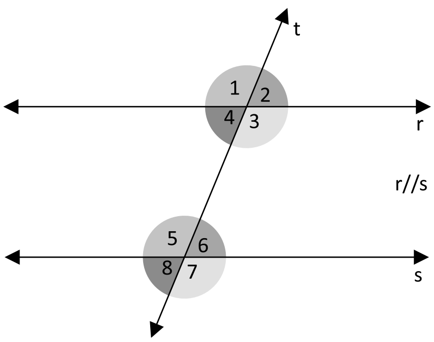


ÂNGULOS FORMADOS POR TRÊS RETAS

01| Escreva a medida no caderno de cada ângulo indicado na figura, sabendo que r//s:



02| Observe a figura e complete no caderno as lacunas com **congruentes** ou **suplementares**:



A Os ângulos 4 e 5 são ■■■■■

B Os ângulos 4 e 6 são ■■■■■

C Os ângulos 4 e 8 são ■■■■■

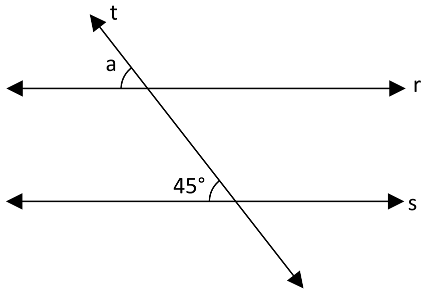
D Os ângulos 2 e 6 são ■■■■■

E Os ângulos 2 e 8 são ■■■■■

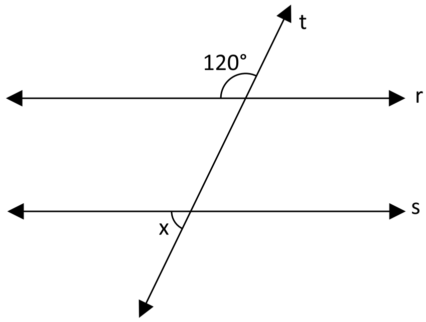
F Os ângulos 2 e 5 são ■■■■■

03| Se r//s, determine os ângulos indicados pelas letras:

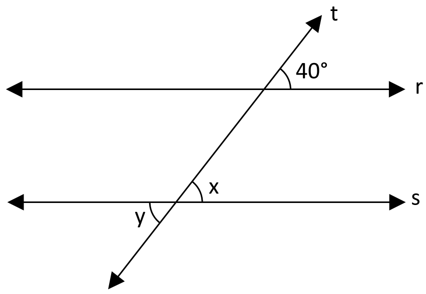
A



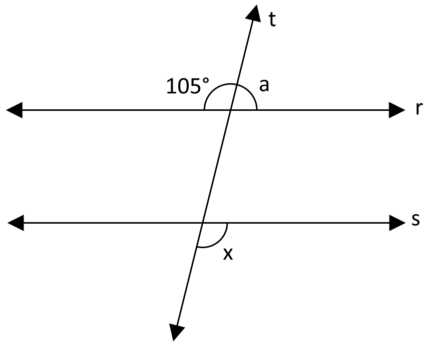
B



C

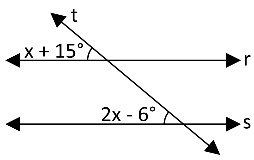


D

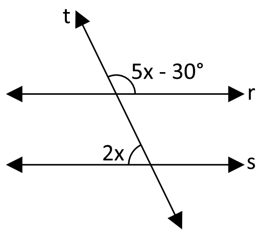


04| Sabendo que r//s, determine x:

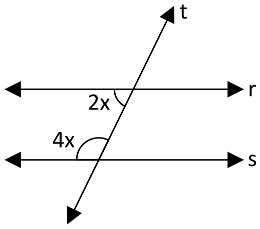
A



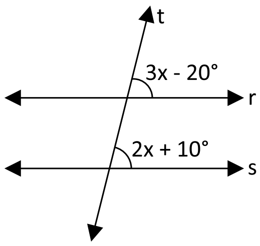
B



C



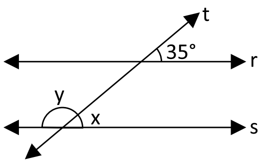
D



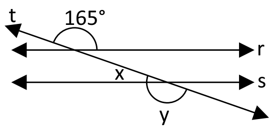
REFORÇO 1

01| Sabendo que r//s, determine os ângulos indicados pelas letras:

A

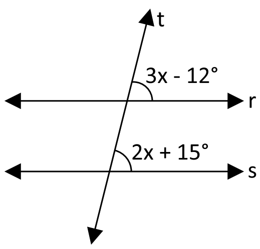


B

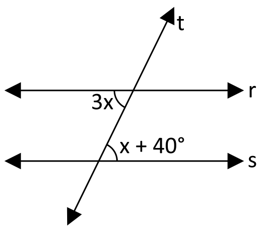


02| Sabendo que r//s, determine:

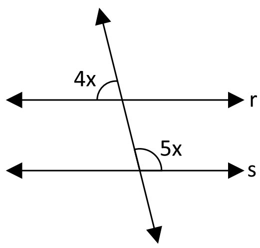
A



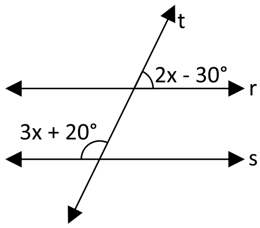
B



C

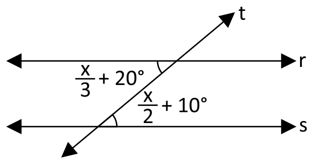


D

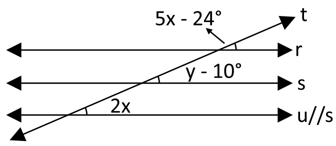


03| Sabendo que r//s, determine os ângulos indicados pelas letras:

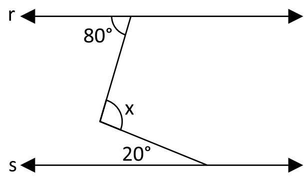
A



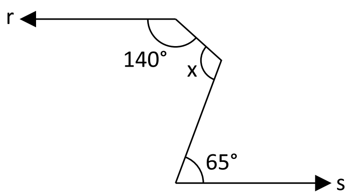
B



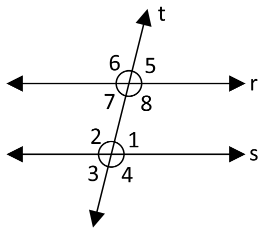
04| Sabendo que r//s, determine x:



05| Sabendo que r//s, determine x:

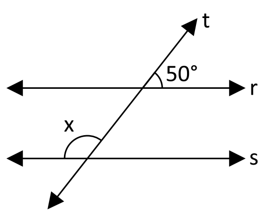


06| Nesta figura, as retas **r** e **s** são paralelas e **t** é uma transversal. Assinale no caderno a afirmação **falsa**:



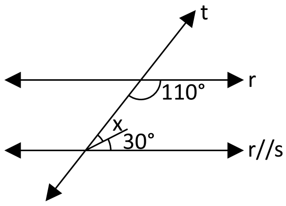
A 1 = 8, pois são alternos internos.
B 4 = 8, pois são correspondentes.
C 1 = 7, pois são alternos internos.
D 3 = 5, pois são alternos externos.

07| Na figura ao lado, as retas r e s são paralelas. A medida do ângulo x é:



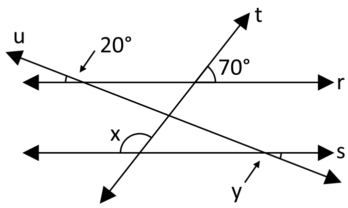
Ⓐ 50°
Ⓑ 100°
Ⓒ 130°
Ⓓ 140°

08| Na figura, o valor de x é:



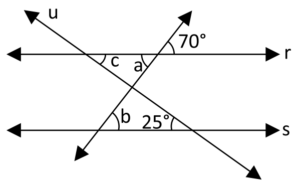
Ⓐ 30°
Ⓑ 40°
Ⓒ 45°
Ⓓ 60°

09| Na figura abaixo tem-se r//s; t e u são transversais. O valor de x + y é:



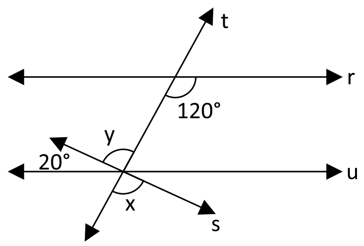
Ⓐ 100°
Ⓑ 120°
Ⓒ 130°
Ⓓ 140°

10| Na figura, **r** é paralela a **s**. As medidas dos ângulos indicados por **a**, **b** e **c** são, respectivamente:



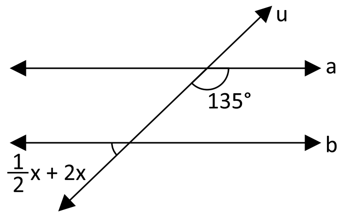
Ⓐ 70°, 70° e 25°
Ⓑ 70°, 110° e 45°
Ⓒ 110°, 70° e 45°
Ⓓ 110°, 110° e 25°

11| Considere as retas r, s, t, u todas num mesmo plano, com r//u. O valor em graus de (2x + 3y) é:



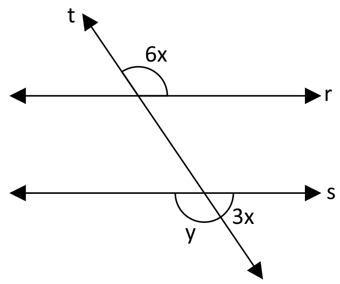
Ⓐ 500°
Ⓑ 520°
Ⓒ 580°
Ⓓ 660°

12| Sendo a paralela a b, então o valor de x:



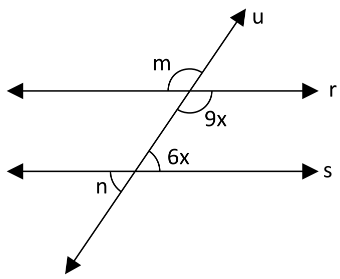
Ⓐ 45°
Ⓑ 90°
Ⓒ 18°
Ⓓ 60°30'10''

13| Sabendo-se que r, s, t são coplanares e r//s, os valores de x e y na figura são:



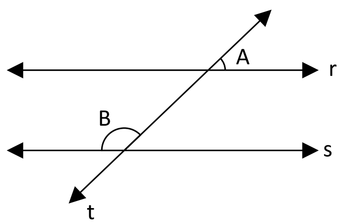
Ⓐ 40° e 80°
Ⓑ 80° e 20°
Ⓒ 60 e 120°
Ⓓ 20° e 120°

14| Se r é paralela a s, então m e n medem respectivamente:



Ⓐ 100° e 80°
Ⓑ 120° e 60°
Ⓒ 108° e 72°
Ⓓ 150° e 30°

15| As retas r e s da figura são paralelas cortadas pela transversal t. Se o ângulo $\widehat{B}$ é o triplo de Â, então $\widehat{B}$ - Â vale:

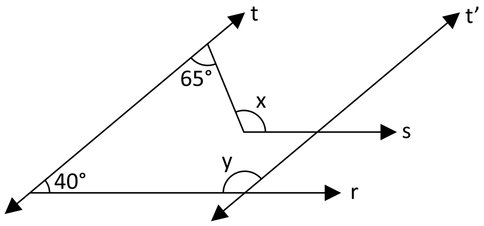


Ⓐ 75°
Ⓑ 80°
Ⓒ 85°
Ⓓ 90°

16| Uma transversal intercepta duas paralelas formando ângulos alternos internos expressos em graus por $(5x + 8)$ e $(7x - 12)$. A soma das medidas desses ângulos é:

- **A** 40°
- **B** 58°
- **C** 80°
- **D** 116°

17| Na figura r//s, t//t'. A medida de x + y é igual a:



- **A** 125°
- **B** 140°
- **C** 185°
- **D** 245°

TRIÂNGULOS

01| O ponto onde concorrem as três alturas de um triângulo é denominado:

- **A** incentro.
- **B** ortocentro.
- **C** baricentro.
- **D** circuncentro.

02| Em um triângulo isósceles, o perímetro mede 80 cm. Sabendo-se que a base vale 20cm, cada lado deve ser:

- **A** 20cm
- **B** 30cm
- **C** 40cm
- **D** 60cm

03| O perímetro de um triângulo isósceles é 24cm. Se a medida dos lados congruentes é igual ao dobro da medida do outro lado, então o maior lado mede:

- **A** 4cm
- **B** 6cm
- **C** 4,8cm
- **D** 9,6cm

04| Dois lados de um triângulo isósceles medem 5cm e 12cm. O terceiro lado mede:

- **A** 4cm
- **B** 10cm
- **C** 12cm
- **D** 15cm

05| Dois lados de um triângulo isósceles medem, respectivamente 5cm e 2cm. Qual o seu perímetro?

- **A** 7cm
- **B** 9cm
- **C** 12cm
- **D** 14cm

06| Se dois lados de um triângulo medem respectivamente 3dm e 4dm, podemos afirmar que a medida do terceiro lado é:

- **A** igual a 1dm
- **B** igual a 5dm
- **C** maior que 7dm
- **D** menor que 7dm

07| Com três segmentos de comprimentos iguais a 10cm, 12cm e 23cm:

- **A** Não é possível formar um triângulo.
- **B** é possível formar apenas um triângulo retângulo.
- **C** é possível formar apenas um triângulo acutângulo.
- **D** é possível formar apenas um triângulo obtusângulo.

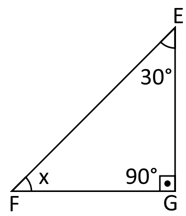
ÂNGULOS DE UM TRIÂNGULO

01| Copie e complete o quadro no seu caderno, sendo $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$ ângulos internos de um triângulo.

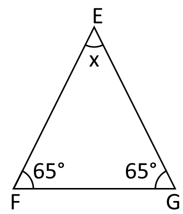
$\hat{A}$	20°	15°	■■	85°	90°	■■
$\hat{B}$	70°	■■	60°	30°	■■	27°
$\hat{C}$	■■	125°	60°	■■	52°	41°

02| Determine x em cada um dos triângulos:

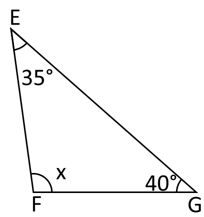
A



B

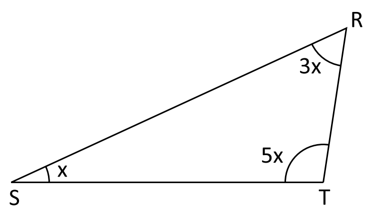


C

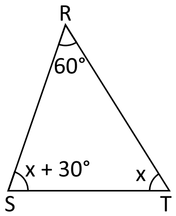


03| Determine x em cada um dos triângulos:

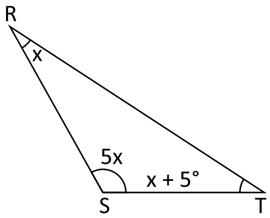
A



B

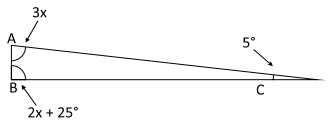


C

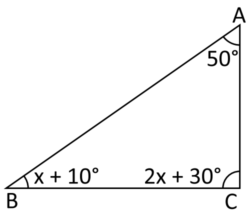


04| Determine x em cada um dos triângulos:

A

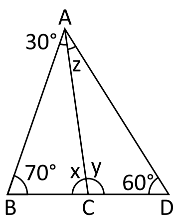


B

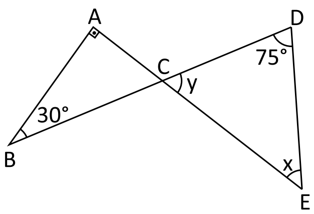


05| Calcule os ângulos indicados pelas letras:

A



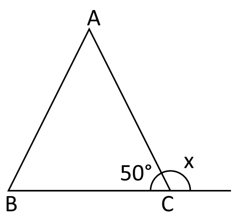
B



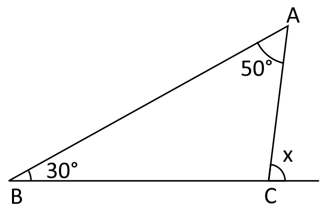
REFORÇO

01| Determine x em cada um dos triângulos:

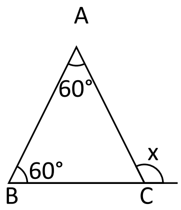
A



B

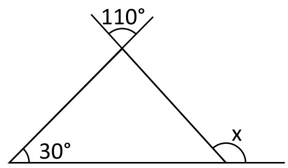


C

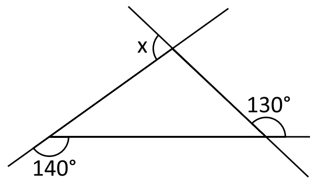


02| Determine x em cada um dos triângulos:

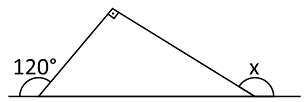
A



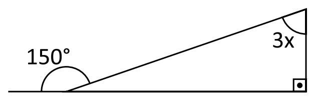
B



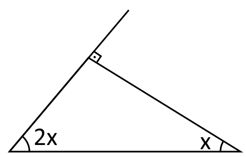
C



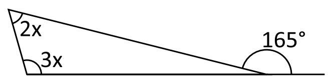
D



E

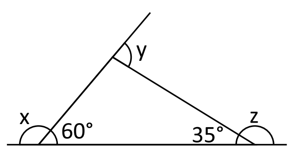


F

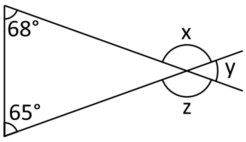


03| Calcule os ângulos indicados pelas letras:

A

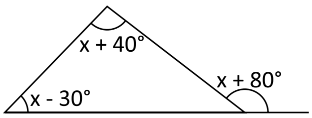


B

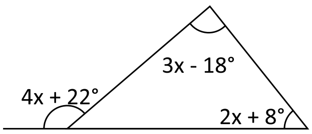


04| Determine x em cada um dos triângulos:

A



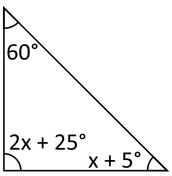
B



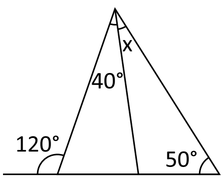
REFORÇO 1

01| Determine x em cada um dos triângulos:

A

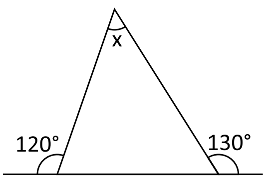


B

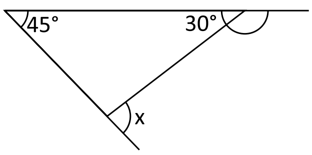


02| Calcule os ângulos indicados pelas letras:

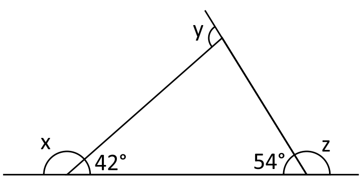
A



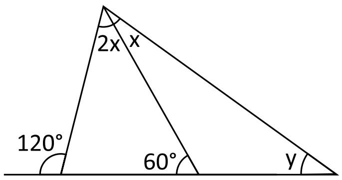
B



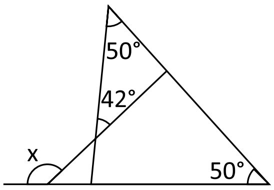
C



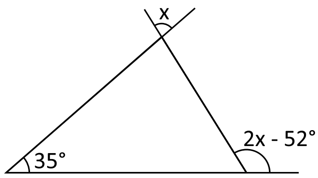
D



E

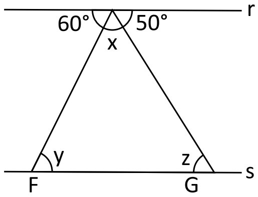


F

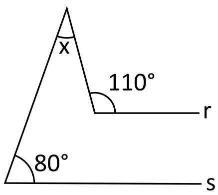


03| Se as retas r e s são paralelas, determine x, y e z em cada um dos triângulos:

A

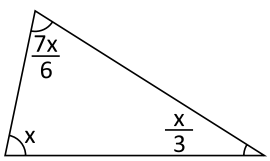


B

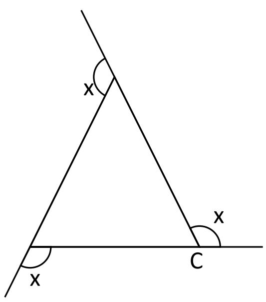


04| Calcule x:

A

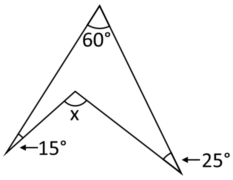


B

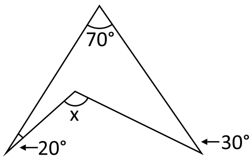


05| Calcule x:

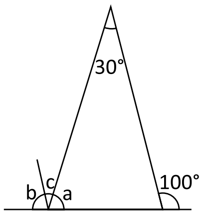
A



B



06| Na figura $b = 2c$. Determine **a**, **b** e **c**.

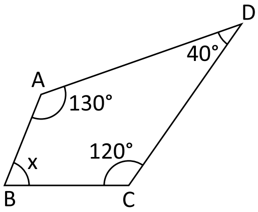


07| Sabendo que os ângulos internos de um triângulo medem $\frac{5x}{2} - 23°$, $x + 10°$, $2x - 5°$, determine o valor de x.

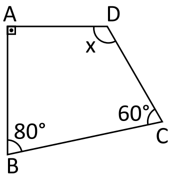
QUADRILÁTEROS

01| Calcule x:

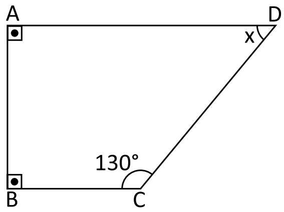
A



B

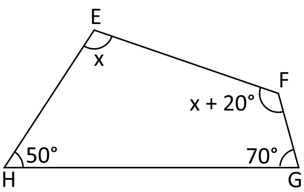


C

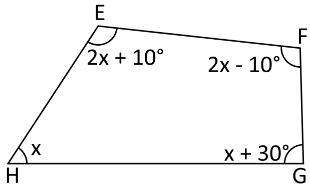


02| Calcule o valor de x nos quadriláteros:

A

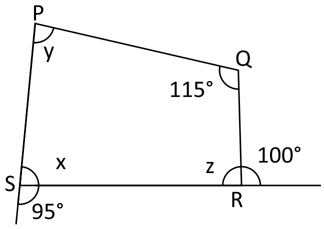


B

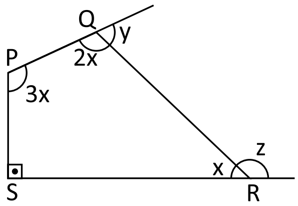


03| Determine os ângulos indicados pelas letras:

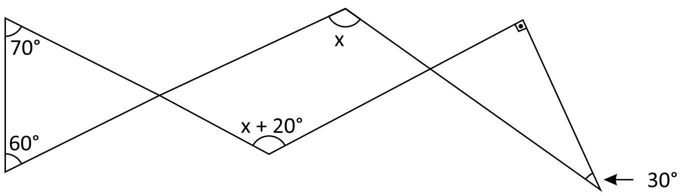
A



B

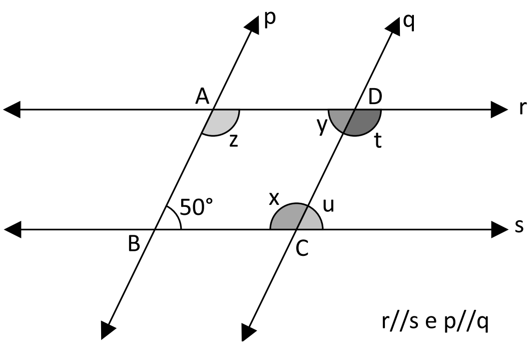


04| Calcule x na figura:



REFORÇO 1

01| Dado o paralelogramo ABCD, calcule os ângulos indicados pelas letras:



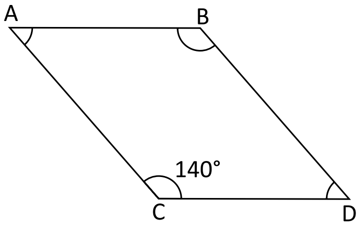
r//s e p//q

Os ângulos opostos pelo vértice são congruentes?

02| Calcule os ângulos indicados nos paralelogramos seguintes:

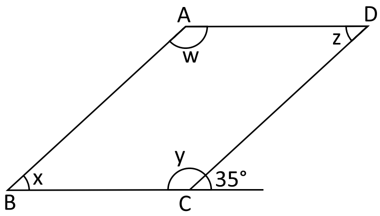
A

B

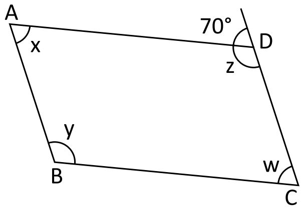


03| Calcule o valor de, y, z e w nos paralelogramos abaixo:

A

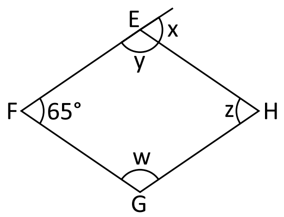


B

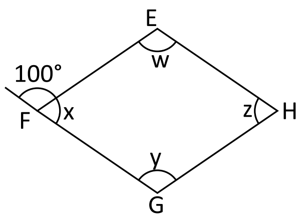


04| Calcule o valor de x, y, z e w nos losangos abaixo:

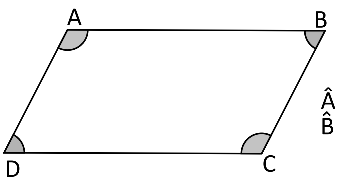
A



B

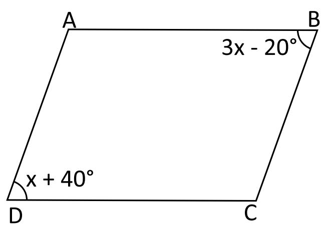


05| Observe a ilustração e calcule o valor de x nos paralelogramos abaixo:

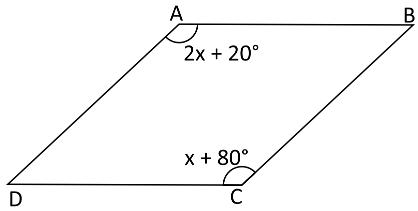


$\hat{A} \equiv \hat{C}$ (ângulos opostos)
$\hat{B} \equiv \hat{D}$ (ângulos opostos)

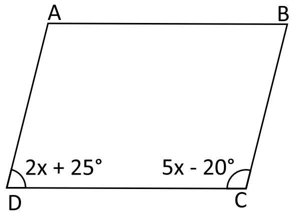
A



B



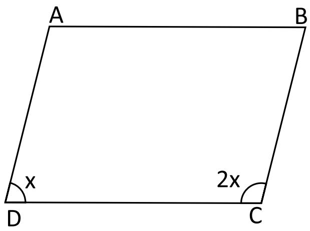
06| Observe o exemplo e calcule x nos paralelogramos seguinte:



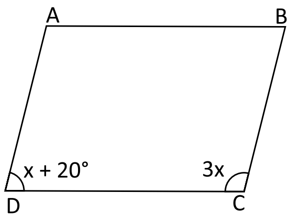
Os ângulos consecutivos são suplementares. Então:

$$2x + 25° + 5x - 20° = 180°$$
$$7x = 180° - 25° + 20°$$
$$7x = 175°$$
$$x = 25°$$

A

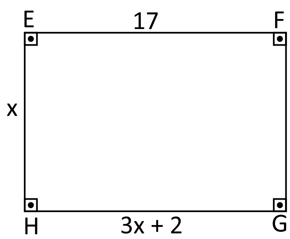


B

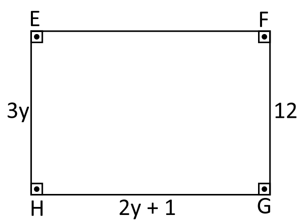


07| Determine o perímetro dos retângulos:

A

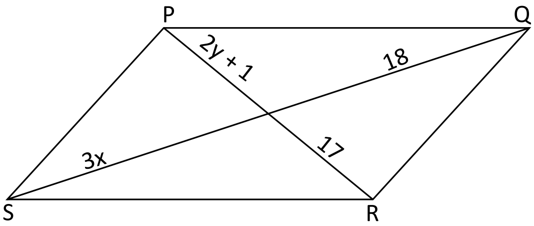


B

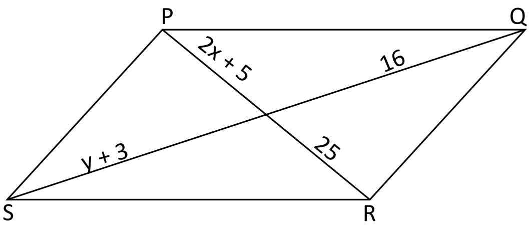


08| Sabendo que as diagonais de um paralelogramo se encontram no ponto médio, determine x e y:

A



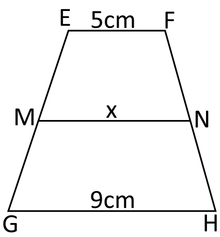
B



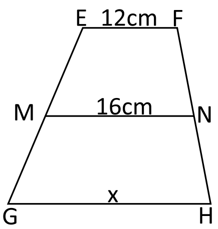
REFORÇO 1

01| Determine x, sendo $\overline{MN}$ a base média dos trapézios.

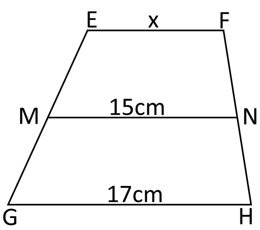
A



B



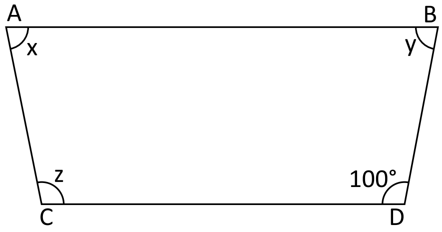
C



02| Calcule x, y e z nos trapézios isósceles abaixo:

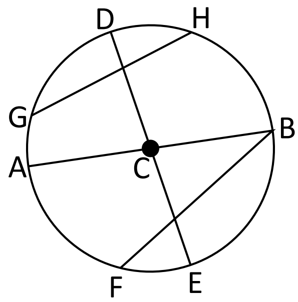
A

B



CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO

01| Na circunferência dada, identifique:



A o centro

B os raios.

C as cordas.

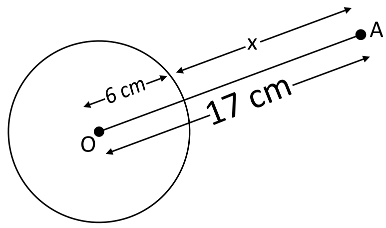
D os diâmetros.

02| Determine:

A O diâmetro de uma circunferência cujo raio mede 3,5cm.

B O raio de uma circunferência cojo diâmetro mede 19cm.

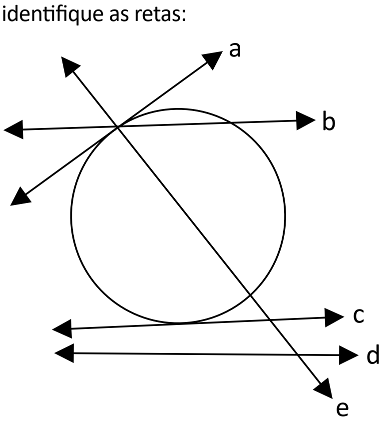
03| Observe a figura e calcule x.



04| Numa circunferência de raio 2x – 3 e diâmetro 30cm, determine x.

REFORÇO 1

01| Na figura, identifique as retas:

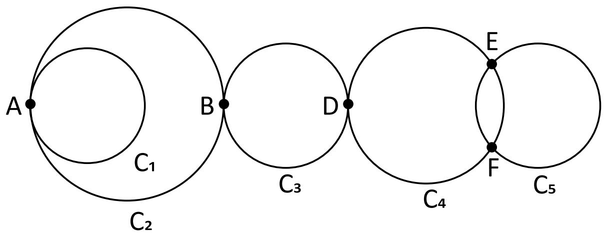


Ⓐ secantes.

Ⓑ tangentes.

Ⓒ externas.

02| Dê a posição relativa das circunferência:



Ⓐ C_1 e C_2

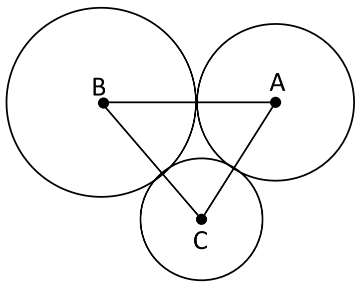
Ⓑ C_1 e C_3

Ⓒ C_2 e C_3

Ⓓ C_3 e C_4

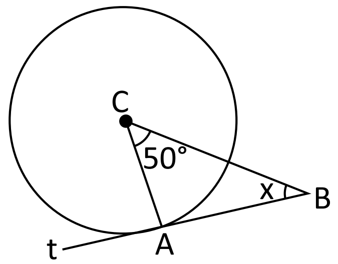
Ⓔ C_4 e C_5

03| As três circunferências são tangentes. O raio menor é 5cm, AC = 17cm e BC = 21cm. Qual o raio das outras duas circunferências?

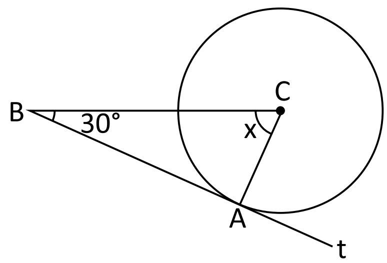


04| Sabendo que a reta t é tangente à circunferência no ponto A, calcule x.

Ⓐ

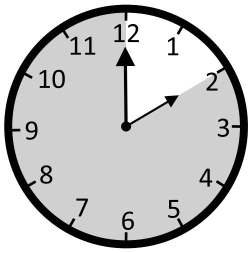


Ⓑ

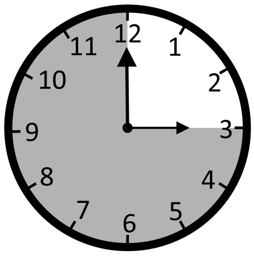


05| Os ponteiros de um relógio formam ângulos centrais. Determine esses ângulos, sem usar o transferidor.

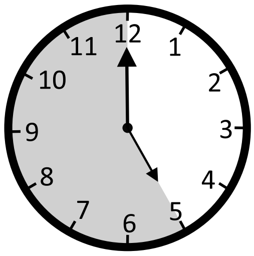
Ⓐ



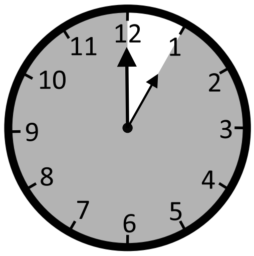
Ⓑ



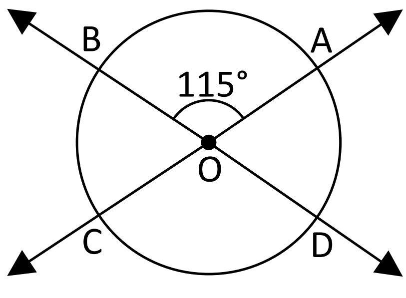
Ⓒ



Ⓓ



06| Observe a figura e determine o arco menor solicitado:



Ⓐ $\overset{\frown}{AB}$

Ⓑ $\overset{\frown}{BC}$

Ⓒ $\overset{\frown}{AD}$

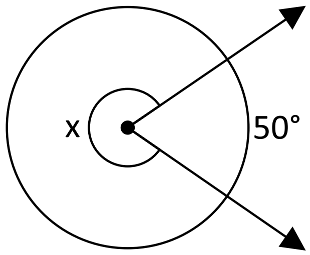
Ⓓ $\overset{\frown}{CD}$

Ⓔ $\overset{\frown}{AC}$

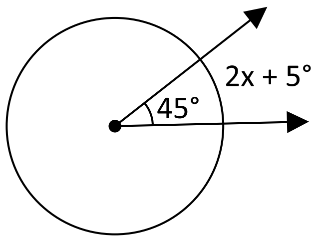
Ⓕ $\overset{\frown}{BD}$

07| Determine o valor de x:

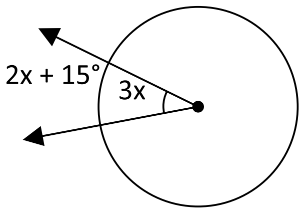
A



B

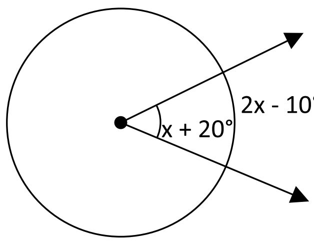


C

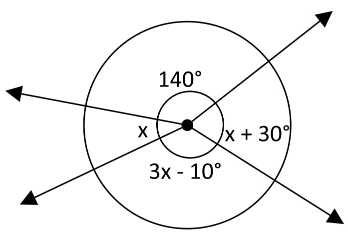


08| Determine o valor de x:

A



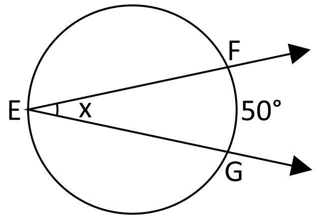
B



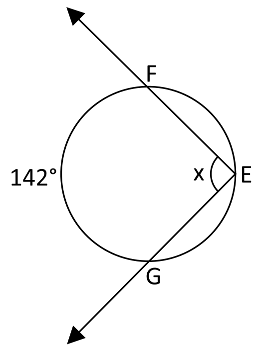
REFORÇO 1

01| Determine x:

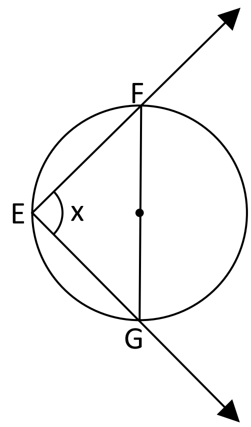
A



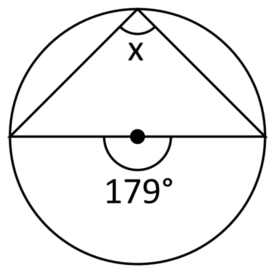
B



C

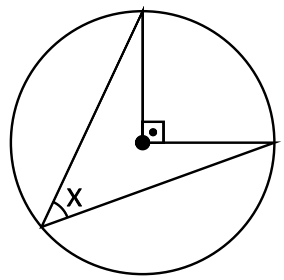


D

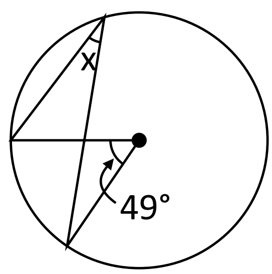


02| Determine x:

A

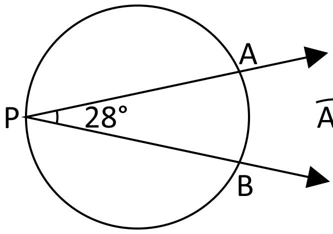


B



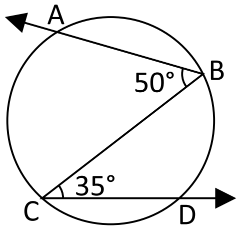
03| Determine o arco solicitado:

A



$\overset{\frown}{AB}$

B

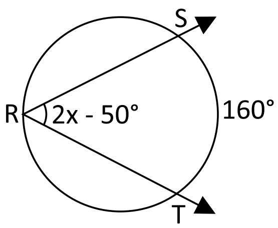


$\overset{\frown}{AC}$

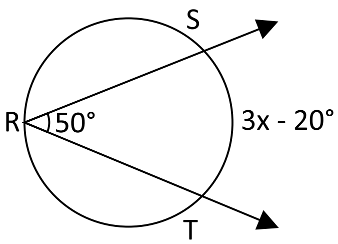
$\overset{\frown}{BD}$

04| Determine x:

A

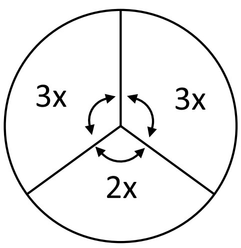


B

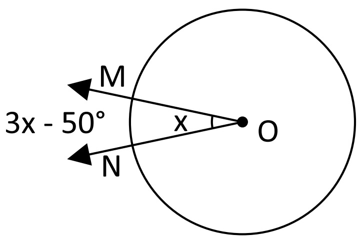


05| Determine x:

A

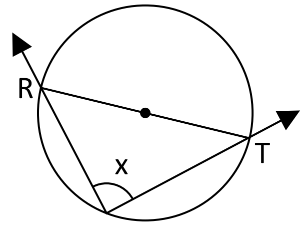


B

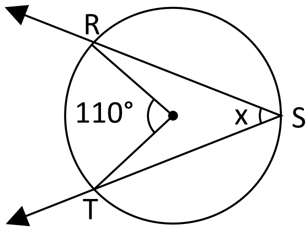


06| Determine os ângulos indicados pelas letras:

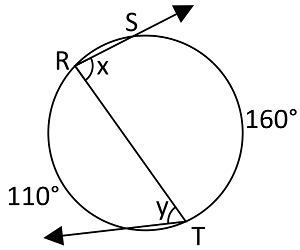
A



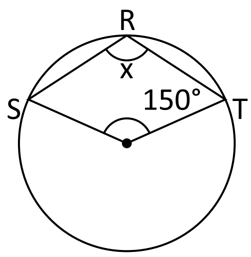
B



C

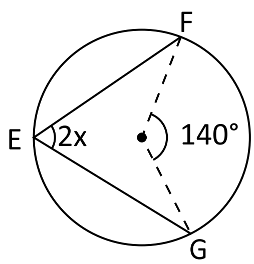


D

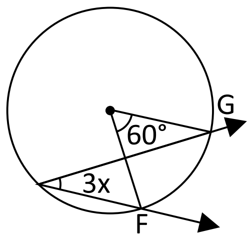


07| Determine x:

A



B



POTENCIAÇÃO

01| O valor da expressão $\frac{1\,234^3}{2\,468^3}$ é:

A) 8

B) $\frac{1}{8}$

C) 4

D) $\frac{1}{4}$

02| O valor de $4^4 . 9^4 . 4^9 . 9^9$ é igual a:

A) 13^{13}

B) 13^{36}

C) 36^{13}

D) 36^{36}

03| Simplificando a expressão $[2^9 : (2^2 . 2)^3]^3$, obtém-se:

A) 1

B) 2^{36}

C) 2^{-6}

D) 2^{-30}

04| O valor da expressão $a^3 - 3a^2 x^2 y^2$ para $a = 10$, $x = 2$ e $y = 1$ é:

A) 100

B) 250

C) –150

D) –200

05| O valor da expressão numérica

$$\boxed{-4^2 + (3 - 5) . (-2)^3 + 3^2 - (-2)^4}$$

é:

A) 7

B) 8

C) 15

D) –7

06| O valor da expressão $\frac{10^{-3} \times 10^5}{10 \times 10^4}$ é:

A) 10

B) 10^3

C) 10^{-2}

D) 10^{-3}

07| O valor da expressão $5^{-1} - \frac{1}{2}$ é:

A) $\frac{1}{5}$

B) $\frac{3}{10}$

C) $-\frac{1}{5}$

D) $-\frac{3}{10}$

08| O valor de $\frac{3^{-1} + 5^{-1}}{2^{-1}}$ é

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{8}$

C) $\frac{4}{15}$

D) $\frac{16}{15}$

09| A expressão $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ é igual a:

A) 40

B) $\frac{1}{40}$

C) –40

D) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

10| A expressão $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^{-1} + \frac{2}{3}$ é igual a:

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{28}{15}$

C) $\frac{13}{15}$

D) $-\frac{12}{5}$

11| O valor $\frac{2^{-1} - (-2)^2 + (-2)^{-1}}{2^2 + 2^{-2}}$ é:

A) $-\frac{15}{17}$

B) $-\frac{15}{16}$

C) $-\frac{16}{17}$

D) $-\frac{17}{16}$

RADICAIS

01| Determine as raízes:

A) $\sqrt{81}$

B) $\sqrt{100}$

C) $\sqrt[3]{1}$

D) $\sqrt[3]{-1}$

E) $\sqrt[4]{81}$

F) $\sqrt{121}$

G) $\sqrt[5]{32}$

H) $\sqrt[5]{-32}$

I) $\sqrt{400}$

J) $\sqrt[6]{64}$

L) $\sqrt[3]{1\,000}$

M) $\sqrt[3]{-1\,000}$

02| Calcule, caso exista em $\mathbb{R}$:

A) $\sqrt{64}$

B) $-\sqrt{64}$

- **C** $\sqrt{-64}$
- **D** $\sqrt[4]{81}$
- **E** $-\sqrt[4]{81}$
- **F** $\sqrt[4]{-81}$
- **G** $\sqrt[6]{1}$
- **H** $-\sqrt[6]{1}$
- **I** $\sqrt[6]{-1}$
- **J** $\sqrt[3]{27}$
- **L** $\sqrt[3]{-27}$
- **M** $-\sqrt[3]{-27}$

03| Calcule:

- **A** $10-\sqrt{49}+\sqrt[7]{0}$
- **B** $5\sqrt[3]{-8}+12-\sqrt[4]{81}$
- **C** $\sqrt[8]{1}+\sqrt[9]{0}+\sqrt[4]{16}+\sqrt[3]{-64}$
- **D** $\sqrt[7]{-1}+\sqrt[3]{8}+\sqrt[5]{-32}+\sqrt{144}$

04| Calcule:

- **A** $\sqrt{9+16}$
- **B** $\sqrt{9}+\sqrt{16}$
- **C** $\sqrt{9\,.\,16}$
- **D** $\sqrt{9}\,.\,\sqrt{16}$
- **E** $\sqrt{\dfrac{9}{16}}$
- **F** $\dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}$

05| Calcule:

- **A** $\sqrt{3^2+4^2}$
- **B** $\sqrt{10^2-8^2}$
- **C** $\sqrt{(-5)^2-4\,.\,1\,.\,6}$
- **D** $\sqrt{10^2-4\,.\,1\,.\,9}$
- **E** $\sqrt{1{,}1-0{,}29}$
- **F** $\sqrt{0{,}6^2+0{,}8^2}$

06| Calcule:

- **A** $\dfrac{\sqrt{81}+\sqrt{49}}{\sqrt{81}-\sqrt{49}}$
- **B** $\dfrac{\sqrt[3]{8}\,.\,\sqrt{25}}{6}$
- **C** $\dfrac{\sqrt{64}\,.\,\sqrt{100}}{4\,.\,\sqrt{25}}$

07| Calcule:

- **A** $\dfrac{-4+\sqrt{100}}{3}$
- **B** $\dfrac{-(-7)+\sqrt{1}}{2\,.\,6}$
- **C** $\dfrac{-2\sqrt{2^2-4\,.\,1\,.\,(-3)}}{2\,.\,1}$

REFORÇO 1

01| Escreva em forma de potência com expoente fracionário:

- **A** $\sqrt[3]{5^2}$
- **B** $\sqrt[4]{2^3}$
- **C** $\sqrt{3}$
- **D** $\sqrt[3]{5}$
- **E** $\sqrt{10^3}$
- **F** $\sqrt[6]{9^5}$
- **G** $\sqrt[5]{a^3}$
- **H** $\sqrt{x}$

02| Escreva em forma de radical:

- **A** $2^{\frac{3}{4}}$
- **B** $7^{\frac{2}{3}}$
- **C** $6^{\frac{1}{4}}$
- **D** $3^{\frac{1}{2}}$
- **E** $a^{\frac{1}{5}}$
- **F** $x^{\frac{2}{3}}$
- **G** $x^{\frac{7}{5}}$
- **H** $m^{\frac{1}{6}}$

03| Calcule:

- **A** $9^{\frac{1}{2}}$
- **B** $400^{\frac{1}{2}}$
- **C** $\left(\dfrac{16}{25}\right)^{\frac{1}{2}}$
- **D** $\left(\dfrac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$

REFORÇO 2

01| Simplifique os radicais:

- **A** $\sqrt[4]{7^6}$
- **B** $\sqrt[6]{3^8}$

C) $\sqrt[6]{7^9}$

D) $\sqrt[9]{7^6}$

E) $\sqrt[10]{8^{15}}$

F) $\sqrt[6]{7^{10}}$

G) $\sqrt[8]{x^4}$

H) $\sqrt[10]{a^8}$

REFORÇO 3

01| Simplifique os radicais:

A) $\sqrt{a^8}$

B) $\sqrt[3]{x^{15}}$

C) $\sqrt{a^2\,x}$

D) $\sqrt[4]{2^4\,.\,5}$

E) $\sqrt{3^2\,.\,7^2\,.\,5}$

F) $\sqrt[5]{a^5\,.\,x^2\,.\,y^5}$

02| Simplifique os radicais:

A) $\sqrt{10^3}$

B) $\sqrt[3]{5^4}$

C) $\sqrt[4]{7^5}$

D) $\sqrt[4]{a^9}$

E) $\sqrt[3]{x^7}$

F) $\sqrt[3]{m^8}$

G) $\sqrt[5]{a^6\,x}$

H) $\sqrt{a^4\,y^3}$

I) $\sqrt{2^3\,.\,5}$

03| Simplifique os radicais, observando o exemplo:

$$\sqrt{72} = \sqrt{2^3\,.\,3^2} = \sqrt{2^2\,.\,2\,.\,3^2} = 2\,.\,\sqrt{2}\,.\,3 = 2\,.\,3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

O número 72 foi decomposto em fatores primos

A) $\sqrt{8}$

B) $\sqrt{20}$

C) $\sqrt{63}$

D) $\sqrt[3]{8}$

E) $\sqrt{121}$

F) $\sqrt[3]{24}$

G) $\sqrt[4]{80}$

H) $\sqrt{36}$

I) $\sqrt[3]{729}$

04| Simplifique os radicais, observando o exemplo:

$$\sqrt{49\,a^3} = \sqrt{7^2\,.\,a^2\,.\,a} = \sqrt{7^2}\,.\,\sqrt{a^2}\,.\,\sqrt{a} = 7a\sqrt{a}$$

A) $\sqrt{25\,a^6}$

B) $\sqrt{9x^8\,y}$

C) $\sqrt[3]{27\,x^6}$

D) $\sqrt[3]{8\,y^{10}}$

E) $\sqrt{9\,a^5}$

F) $\sqrt{36\,a^4\,x}$

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE RADICIAÇÃO

01| Efetue:

A) $\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$

B) $9\sqrt{5} - 3\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$

C) $10\sqrt{a} + \sqrt{a} - 3\sqrt{a}$

D) $10\sqrt{11} - \sqrt{11}$

E) $\sqrt{5} + 10\sqrt{5}$

F) $10\sqrt{13} - 11\sqrt{13}$

02| Efetue:

A) $2 + 3 + \sqrt{7}$

B) $8\sqrt{10} - 6 - 3\sqrt{10}$

C) $5\sqrt[3]{2} - 4 - 8\sqrt[3]{2} - 1$

D) $(5 + \sqrt{3}) + (5 + \sqrt{3})$

E) $(10 - \sqrt{13}) + (10 + \sqrt{13})$

F) $(12 + \sqrt{11}) - (12 + \sqrt{11})$

03| Efetue as adições e subtrações:

A) $\sqrt{63} - \sqrt{7}$

B) $\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{625}$

C) $12\sqrt{3} - \sqrt{5} - 8\sqrt{3} - 6\sqrt{5}$

D) $\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{32} + \sqrt{18}$

E) $\sqrt{48} + \sqrt{27} - \sqrt{12}$

F) $\sqrt{108} + \sqrt{75} - 2\sqrt{48}$

G) $\sqrt{54} - 2\sqrt{96} + \sqrt{24} + \sqrt{6}$

H) $\sqrt[3]{375} + \sqrt[3]{81} - 2\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{192}$

MULTIPLICAÇÃO, DIVISÃO, POTENCIAÇÃO DE RADICIAÇÃO

01| Efetue as multiplicações e simplifique, se possível, os resultados:

A) $\sqrt{5}\,.\,\sqrt{3}$

B) $\sqrt{6}\,.\,\sqrt{8}$

C) $\sqrt{2}\,.\,\sqrt{3}\,.\,\sqrt{6}$

D) $\sqrt{8}\,.\,\sqrt{5}\,.\,\sqrt{2}$

E) $\sqrt[3]{3}\,.\,\sqrt[3]{9}$

F) $\sqrt[4]{5}\,.\,\sqrt[4]{125}$

G) $5\sqrt{3}\,.\,2\sqrt{3}$

H) $2\sqrt[3]{4}\,.\,6\sqrt[3]{2}$

I) $4\sqrt{3}\,.\,\sqrt{7}$

J) $2\sqrt{5}\,.\,4\sqrt{2}$

L) $4\sqrt{3}\,.\,2\sqrt{6}$

M) $3\sqrt{5}\,.\,2\sqrt{10}$

02| Efetue as divisões:

A) $\sqrt{90} : \sqrt{15}$

B) $\sqrt{45} : \sqrt{3}$

C) $\sqrt[3]{6} : \sqrt[3]{2}$

D) $2\sqrt{26} : \sqrt{13}$

E) $14\sqrt{6} : 7\sqrt{2}$

F) $84\sqrt{15} : 12\sqrt{3}$

03| Simplifique:

A) $\dfrac{\sqrt{63}}{7}$

B) $\dfrac{\sqrt{72}}{18}$

C) $\dfrac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{3}}$

D) $\dfrac{\sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}}$

E) $\dfrac{\sqrt{11}}{\sqrt{44}}$

F) $\dfrac{2\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$

04| Calcule o valor de cada expressão e simplifique o resultado:

A) $\dfrac{\sqrt{6}\,.\,\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

B) $\dfrac{\sqrt{10}\,.\,\sqrt{50}}{\sqrt{5}}$

C) $\dfrac{7\sqrt{54}}{\sqrt{6}}$

05| Calcule o valor de cada uma das expressões

A) $(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{7})^2$

B) $(\sqrt{5})^2 + (\sqrt[3]{2})^6$

C) $\dfrac{(2\sqrt{3})^2}{6}$

06| Expresse na forma de um único radical:

A) $\sqrt[3]{\sqrt{2}}$

B) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{5}}}$

C) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{\sqrt[3]{6}}}$

07| Calcule e simplifique os resultados

A) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{1}}$

B) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$

C) $\sqrt{\sqrt{80}}$

CÁLCULO DE EXPRESSÕES

01| Calcule:

A) $\sqrt{8}(\sqrt{8} + \sqrt{2})$

B) $\sqrt{6}(1 - 2\sqrt{6})$

C) $4\sqrt{2}(\sqrt{8} + 1)$

D) $(2 + \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})$

E) $(3 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})$

F) $(5\sqrt{2} + 4)(5\sqrt{2} - 3)$

02| Calcule:

A) $(5 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3})$

B) $(\sqrt{7} - \sqrt{6})(\sqrt{7} + \sqrt{6})$

C) $(\sqrt{10} - 3)(\sqrt{10} + 3)$

D) $(\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(\sqrt{3} + 3\sqrt{2})$

E) $(\sqrt{2} + 1)^2$

F) $(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$

G) $(10 - \sqrt{10})^2$

H) $(2\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADORES

01| Responda:

A) É verdade que $\dfrac{11}{\sqrt{11}} = \sqrt{11}$?

B) É verdade que $\dfrac{3}{\sqrt{5}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$?

02| Racionalize:

A $\frac{10}{\sqrt{3}}$

B $\frac{1}{\sqrt{23}}$

C $\frac{8}{\sqrt{8}}$

D $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{11}}$

E $\frac{2}{5\sqrt{3}}$

F $-\frac{2}{\sqrt{2}}$

G $\frac{-3}{4\sqrt{3}}$

H $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

I $\frac{3\sqrt{7}}{4\sqrt{2}}$

03| Racionalize:

A $\frac{5}{\sqrt[3]{7^2}}$

B $\frac{3}{\sqrt[5]{2^2}}$

C $\frac{6}{\sqrt[3]{7}}$

D $\frac{1}{2\sqrt[4]{5}}$

E $\frac{1}{4\sqrt[3]{2}}$

F $\frac{7}{2\sqrt[3]{10}}$

04| Racionalize

A $\frac{4}{\sqrt{5}-2}$

B $\frac{7}{3-\sqrt{2}}$

C $\frac{4}{\sqrt{11}+\sqrt{7}}$

D $\frac{4}{2\sqrt{5}-3}$

E $\frac{8}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}$

F $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

EQUAÇÕES DO 2º GRAU

01| Resolva as equações do 2º grau em $\mathbb{R}$:

A $x^2 - x - 6 = 0$

B $2x^2 - 8x + 8 = 0$

C $4x^2 + 5x + 10 = 0$

D $2x^2 - 6x + 3 = 0$

E $6x^2 + 3x + 4 = -8x$

F $2x^2 - 3x = 6 - 4x$

02| Resolva as equações do 2º grau em $\mathbb{R}$:

A $x(x + 9) + (x + 9) = 0$

B $3x - 2 + 7x(3x - 2) = 0$

C $x(x - 1) = -2(x - 4) - 2$

D $3(x - 1) - 6x = 2 - 2x(x - 3)$

E $(x + 1)(x - 1) = 2x$

F $(2x + 1)(x - 1) = 2$

G $5 - (x + 3)(x - 1) = 2x + 8$

H $(x - 2)^2 = 2x - 1$

I $(1 - x)^2 - 1 = 3x$

J $(x + 2)^2 + 4x^2 = 4x(x + 2)$

03| Resolva as equações do 2º grau em $\mathbb{R}$:

A $\frac{3x^2}{4} - 3x = 0$

B $x^2 - \frac{x}{3} - \frac{1}{6} = 0$

C $\frac{x^2}{2} - \frac{5}{2}x + 3 = 0$

D $\frac{x^2}{2} + 8 = 5x$

E $\frac{5x^2}{4} + \frac{x}{6} + \frac{2x}{3} = \frac{3x^2}{2}$

F $\frac{x-3}{4} + \frac{2x+3}{6} = \frac{x^2-11}{12}$

G $\frac{x^2-1}{3} + \frac{x-1}{2} = 2$

H $\frac{(x+1)^2}{2} + \frac{x+3}{3} = 10$

EQUAÇÕES FRACIONÁRIAS E LITERÁRIAS DO 2º GRAU

01|

A $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$

B $\frac{10x}{3} + \frac{3}{x} = 7$

C $\frac{x}{5} + \frac{45}{x} = 10$

D $x + \frac{1}{x-4} = 6$

E $\frac{x+8}{3} = \frac{x+2}{x} + \frac{1-x}{2x}$

F $\frac{21}{x+5} = \frac{23}{7} - \frac{x}{7}$

G $\frac{5}{x} + \frac{x-12}{x^2} - \frac{2}{3} = 0$

H $\frac{x-1}{6} + \frac{4}{x-4} + \frac{x+1}{2} = 0$

I $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-1} = \frac{3}{2}$

J $\frac{2}{x} + \frac{2}{x+3} = 1$

L $\frac{3}{x+1} + \frac{2}{3(x-1)} = \frac{x+3}{6(x-1)}$

M $\frac{5}{(x+1)^2}+\frac{4}{x+1}=1$

N $\frac{x}{x-1}-\frac{2}{x^2-1}=0$

O $\frac{15}{x^2-4}-\frac{2}{x-2}=1$

02| Resolva as equações literais:

A $x^2-3mx+2m^2=0$

B $x^2-6ax=16a^2$

C $x^2-10n^2=-3nx$

D $x^2-2pqx=3p^2q^2$

E $x^2-(c-2d)\,x-2cd=0$

F $2x^2-(a+4b)\,x+2ab=0$

G $2ax^2-(1+2a)\,x+1=0$, sendo $a\neq 0$

H $ax^2-(a+b)\,x+b=0$, sendo $a\neq 0$

DISCRIMINANTE E RELAÇÃO ENTRE COEFICIENTES E RAÍZES

01| Calcule a soma e o produto das raízes das equações:

A $x^2-7x+10=0$

B $2x^2-10x-12=0$

C $x^2-x-30=0$

D $x^2+6=5x$

E $8x^2-7=8$

F $1+12x=9x^2$

02| Calcule o valor de **a** na equação $ax^2-14x-5=0$, para que a soma de suas raízes seja igual a 2.

03| Calcule o valor de **m** na equação $3x^2-(m-2)\,x+5=0$, para que a soma de suas raízes seja igual a 4.

04| Calcule o valor de **m** na equação $x^2-5x+m-3=0$, para que o produto de suas raízes seja igual a 5.

05| Calcule o valor de **p** na equação $5x^2-7x-(p-1)=0$, para que o produto de suas raízes seja igual a 4.

REFORÇO 1

01| Quantas raízes reais tem a equação $2x^2-2x+1=0$?

A 0

B 1

C 2

D 3

02| A equação $x^2-4x-2m=0$ sempre apresenta soluções reais e distintas se:

A $m<0$

B $m<1$

C $m>-2$

D $m\leqslant -2$

03| A soma das raízes da equação $3x^2+6x-9=0$ é igual a:

A 1

B 4

C -2

D -3

04| A equação $4x^2+x+m=0$ tem uma única raiz. Então, **m** é igual a:

A 0

B $\frac{1}{16}$

C 1

D $\frac{1}{32}$

05| A razão entre a soma e o produto das raízes da equação $2x^2-14x+9=0$ é:

A $\frac{2}{9}$

B $\frac{14}{9}$

C $\frac{63}{2}$

D $-\frac{63}{2}$

06| Qual deve ser o valor de **m** na equação $2x^2-mx-40=0$ para que a soma de suas raízes seja igual a 8?

A 8

B 16

C -8

D -16

07| Sejam $\frac{5}{2}$ e $\frac{-3}{2}$, respectivamente, a soma e o produto das raízes da equação $2x^2+bx+c=0$. O valor de $b+c$ é:

A 2

B 8

C -2

D -8

08| A soma e o produto das raízes da equação $px^2+2(q-1)\,x+6=0$ são, respectivamente, -3 e 3. O valor de q é:

A 0

B 2

C 4

D -4

09| Na equação $x^2+mx-12=0$, uma das raízes é 4. Então, **m** vale:

A 1

B $\frac{1}{2}$

C -1

D $-\frac{1}{2}$

10| O valor de **m**, de modo que a equação $5x^2-(2m-1)x+2m=0$ tenha uma das raízes igual a 3, é:

A 10

B 11

C 12

D 14

11| A soma e o produto das raízes da equação $x^2+x-1=0$ são, respetivamente:

A -1 e 0

B 1 e -1

C -1 e 1

D -1 e -1

12| A equação do 2º grau $ax^2 - 4x - 16 = 0$ tem uma raiz cujo valor é 4. A outra raiz é:

- **A** 1
- **B** 2
- **C** -1
- **D** -2

13| Se as raízes de $x^2 - 3x + 1 = 0$ são **m** e **n**, então $3(m + n) + mn$ é:

- **A** 8
- **B** 10
- **C** -8
- **D** -10

14| Sendo **a** e **b** as raízes da equação $6x^2 - x - 1 = 0$, o valor de $(a + 1)(b + 1)$ é:

- **A** 0
- **B** 1
- **C** 2
- **D** $\frac{1}{3}$

15| Sendo $m \in \mathbb{R}$, então as raízes da equação $x^2 - (m - 1)x - m = 0$ serão reais e iguais, se:

- **A** $m = 1$
- **B** $m = -1$
- **C** $m \neq 1$
- **D** $m \neq -1$

EQUAÇÕES BIQUADRADAS

01| Resolva as equações biquadradas em $\mathbb{R}$:

- **A** $x^4 - 32x^2 + 256 = 0$
- **B** $x^4 + 12 = 7x^2$
- **C** $4x^4 + 4 = 17x^{2t}$
- **D** $x^4 - 1 = 0$
- **E** $2x^4 + x^2 = 0$
- **F** $x^4 - 25x^2 = 0$

PROBLEMAS DO 2º GRAU

01| A soma de um número com o seu quadrado é 72. Calcule esse número.

02| O quadrado mais o dobro de um número é igual a 8. Calcule esse número.

03| O quadrado de um número aumentado de 10 é igual a sete vezes esse número. Qual é o número?

04| A diferença entre o dobro do quadrado de um número inteiro e o triplo desse mesmo número é 77. Calcule o número.

05| A metade do quadrado de um número menos o dobro desse número é 16. Calcule esse número.

06| A raiz quadrada de um número natural somada com o próprio número é igual a 12. Qual é esse número?

07| O quadrado da idade de Pedrinho mais o quíntuplo dela é igual a 150 anos. Qual é a idade de Pedrinho?

08| O quadrado da idade de Mauro menos o quádruplo dela é igual a 45 anos. Qual é a idade de Mauro?

09| A diferença entre um número e o seu inverso é $\frac{24}{5}$. Calcule esse número.

10| Determine dois números inteiros positivos e consecutivos cujo produto é 12.

11| Determine dois números inteiros e consecutivos de modo que a soma de seus quadrados seja igual a 85.

12| Determine dois números inteiros consecutivos de modo que o quadrado do primeiro adicionado ao dobro do segundo seja igual a 5.

13| Determine dois números cuja soma é 10 e cujo produto é 24.

14| A soma das idades de dois irmãos é 12 anos e o produto delas é 35. Calcule essas idades.

15| A diferença entre dois números inteiros positivos é 2 e a soma de seus quadrados é 20. Calcule os números.

NOÇÃO DE FUNÇÃO

01| Seja a função definida por $f(x) = 2x - 1$.
Calcule:

- **A** $f(0)$
- **B** $f(1)$
- **C** $f(2)$
- **D** $f(3)$
- **E** $f(-2)$
- **F** $f(-3)$

02| Seja a função definida por $f(x) = x^2 - 7x + 10$.
Calcule:

- **A** $f(0)$
- **B** $f(2)$
- **C** $f(-1)$
- **D** $f(-3)$
- **E** $f(-5)$
- **F** $f\left(\frac{1}{2}\right)$

03| Seja a função definida por $f(x) = x + \frac{1}{x}$.
Calcule:

- **A** $f(1)$
- **B** $f(3)$
- **C** $f(-1)$
- **D** $f(-5)$
- **E** $f(-2)$
- **F** $f\left(\frac{3}{2}\right)$

04| Seja a função definida por $f(x) = \frac{5x - 13}{3x - 7}$.
Calcule:

- **A** $f(0)$
- **B** $f(1)$
- **C** $f(2)$
- **D** $f(3)$
- **E** $f(2) + f(3)$
- **F** $f(1) \,.\, f(2)$

REFORÇO 1

01| Se $f(x) = 2x^3$, então os valores de f(0); f(–1); f(2); f(–2) são respectivamente:

- **A** 2, 2, 4, −4
- **B** 0, 2, 16, 16
- **C** 0, −2, 16, −16
- **D** 0, −6, 16, −16

02| O valor da função $f(x) = -x^2 + 1$ para $x = -1$ é:

- **A** 0
- **B** 2
- **C** −1
- **D** n.d.a

03| Se $f(x) = x^2 + \frac{1}{5}$, então $f\left(\frac{2}{5}\right)$ é igual a:

- **A** $\frac{3}{5}$
- **B** $\frac{9}{5}$
- **C** $\frac{9}{25}$
- **D** $\frac{6}{25}$

04| Se $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$, então $f(-1)$ é igual a:

- **A** 0
- **B** 1
- **C** −1
- **D** −2

05| Seja a função definida por $f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$. Então, o valor de f(0) é:

- **A** 0
- **B** 3
- **C** −3
- **D** $\frac{3}{9}$

06| Se $f(x) = \frac{x^4+x^2}{x+1}$, então $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ é:

- **A** $\frac{5}{8}$
- **B** $\frac{5}{32}$
- **C** $-\frac{5}{8}$
- **D** $-\frac{5}{32}$

07| O valor da expressão $y = \frac{0,25 - x^2}{0,5 + x}$ para $x = -2,1$ é:

- **A** 1,3
- **B** 2,6
- **C** −1,2
- **D** −1,6

08| Se $f(x) = 2x^3 - 1$, então $f(0) + f(-1) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ é igual a:

- **A** $-\frac{3}{4}$
- **B** $-\frac{15}{4}$
- **C** $-\frac{17}{4}$
- **D** $-\frac{19}{4}$

09| Sendo $f(x) = 7x + 1$, então $\frac{f(12) - f(9)}{3}$ é igual a:

- **A** 3
- **B** 5
- **C** 7
- **D** −1

FUNÇÃO DO 1º GRAU

01| Construir o gráfico de cada uma das funções seguintes definidas $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$:

- **A** $y = 2x$
- **B** $y = -3x$
- **C** $y = 5x - 1$
- **D** $y = 3x + 1$
- **E** $y = 4 - x$
- **F** $y = -x + 1$
- **G** $y = x$
- **H** $y = 1 - 2x$
- **I** $y = -1 - 3x$

02| Construir o gráfico de cada uma das funções seguintes definidas $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$:

- **A** $y = \frac{x}{2}$
- **B** $y = -\frac{x}{3}$
- **C** $y = \frac{x}{2} + 1$
- **D** $y = \frac{1}{3}x - 2$
- **E** $y = \frac{x}{4} + 1$
- **F** $y = -\frac{x}{4} + 2$

REFORÇO 1

01| Quais são funções do 1º grau?

- **A** $y = x + 7$
- **B** $y = 4x - 1$
- **C** $y = x^2 - 6x$
- **D** $y = x^2$
- **E** $y = 2x$
- **F** $y = \sqrt{x}$
- **G** $y = x^2 - 5$
- **H** $y = -3x - 2$
- **I** $y = \frac{1}{6} - 5x$

02| Construir o gráfico de cada uma das funções seguintes definidas $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$:

- **A** $y = x + 4$
- **B** $y = -2x + 1$
- **C** $y = 3x$
- **D** $y = -x - 1$
- **E** $y = -x$
- **F** $y = \frac{x}{2} - 1$

03| Determine o zero das funções do 1º grau:

- **A** $y = x + 9$
- **B** $y = 2x - 3$
- **C** $y = -4x + 6$
- **D** $y = -2x - 8$
- **E** $y = 3x + 15$
- **F** $y = 2x - 18$

FUNÇÃO DO 2º GRAU

01| Observe cada função do 2º grau e responda se o gráfico da parábola tem tem concavidade " para cima" ou " para baixo".

- **A** $y = x^2 - 4x - 5$
- **B** $y = x^2 - 7x + 10$
- **C** $y = -x^2 + 3x - 2$
- **D** $y = -x^2 + 9$
- **E** $y = 5x^2 + 2x + 8$
- **F** $y = -2x^2 + 12 - 18$

02| Represente graficamente as funções do 2º grau.

- **A** $y = x^2$
- **B** $y = -2x^2$
- **C** $y = x^2 - 9$
- **D** $y = x^2 - 5x$
- **E** $y = -x^2 + 2x - 1$
- **F** $y = -x^2 + 4x - 7$
- **G** $y = x^2 - 7x + 10$
- **H** $y = x^2 - x - 6$
- **I** $y = x^2 - 2x + 5$
- **J** $y = -x^2 + 2x + 3$

REFORÇO 1

01| Determine o vértice da parábola que representa a função definida por:

- **A** $y = x^2 - 2x - 3$
- **B** $y = -x^2 + 8x - 15$
- **C** $y = x^2 - 6x + 9$
- **D** $y = x^2 - 5x + 6$

02| Faça um esboço gráfico das funções:

- **A** $y = x^2 - 6x + 8$
- **B** $y = -x^2 - 2x$
- **C** $y = x^2 - 2x + 1$
- **D** $y = -9x^2 - 6x - 1$
- **E** $y = -3x^2 + 2x - 5$
- **F** $y = 3x^2 - 4x + 2$

REFORÇO 2

01| Quais funções são do 2º grau?

- **A** $y = -2x$
- **B** $y = x^2 - 6x + 9$
- **C** $y = -x^2 - x + 3$
- **D** $y = x^2$
- **E** $y = -3x^2 + x$
- **F** $y = \frac{1}{x^2} + 4$
- **G** $y = 2^x - 1$
- **H** $y = 5x - 10$
- **I** $y = -2x^2 + x + \frac{1}{2}$

02| Construa o gráfico das funções:

- **A** $y = -x^2$
- **B** $y = x^2 - 1$
- **C** $y = -x^2 + 2x$
- **D** $y = x^2 - x - 6$
- **E** $y = -x^2 + 2x + 8$
- **F** $y = x^2 - 6x + 5$

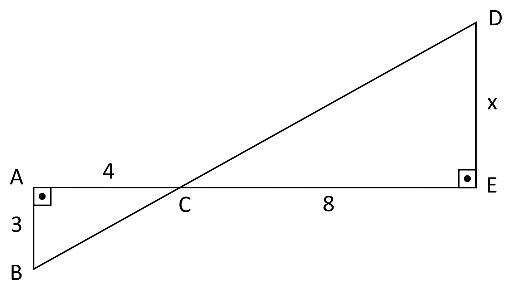
03| Quais dos pontos pertencem à parábola $y = x^2 - 2x - 3$?

- **A** $(0, -3)$
- **B** $(1, -4)$
- **C** $(1, -3)$
- **D** $(2, -3)$
- **E** $(3, 0)$
- **F** $(4, -3)$

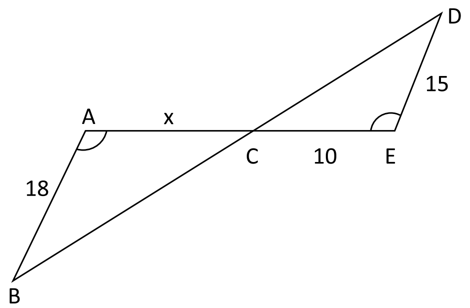
SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

01| Se os ângulos com "marcas iguais" são congruentes, determine x.

A

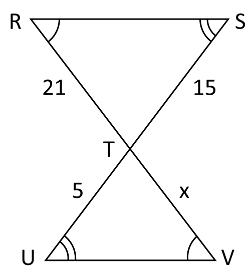


B

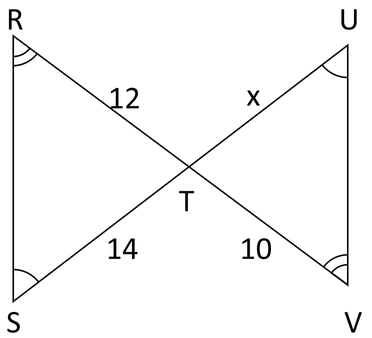


02| Se os ângulos com "marcas iguais" são congruentes, determine x.

A

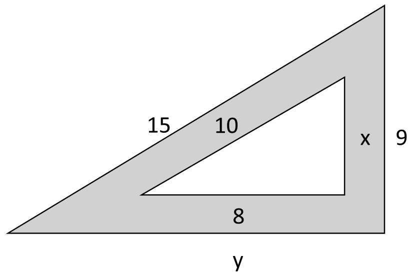


B



REFORÇO 1

01| Na figura temos um esquadro.

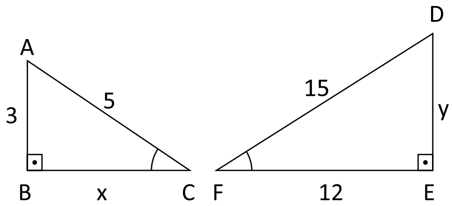


A Quanto vale x?

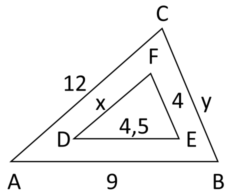
B Quanto vale y?

02| Determine x e y, sabendo que os triângulos são semelhantes:

A

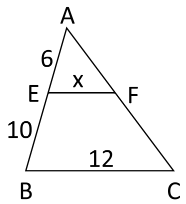


B

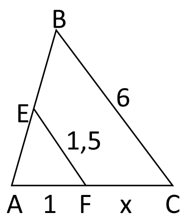


03| Calcule x, sabendo que $\overline{BC}//\overline{EF}$.

A

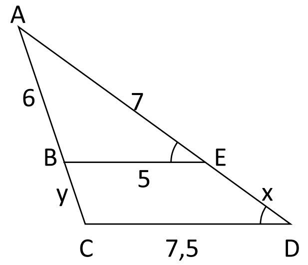


B

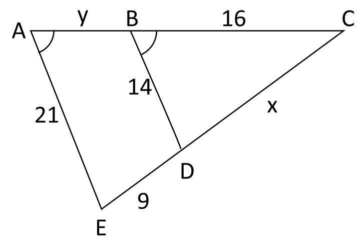


04| Calcule **x** e **y**, sabendo que os ângulos com "marcas iguais" são congruentes.

A

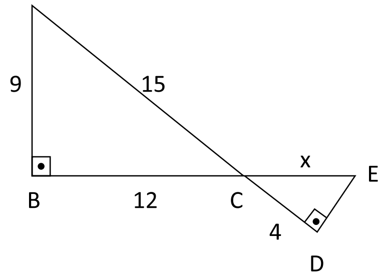


B

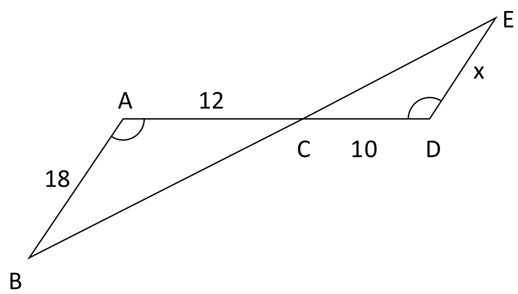


05| Calcule x, sabendo que os ângulos com "marcas iguais" são congruentes.

A

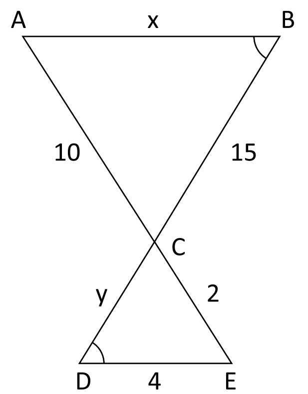


B

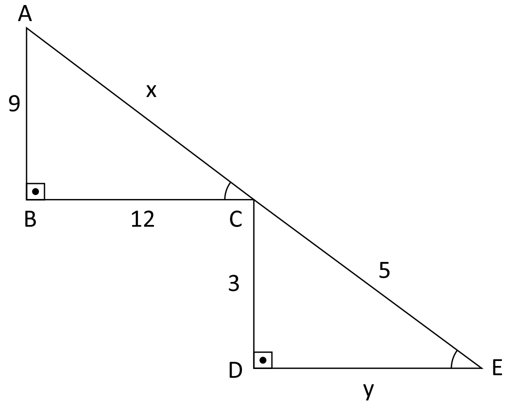


06| Calcule x e y, sabendo que os ângulos com "marcas iguais" são congruentes.

A



B

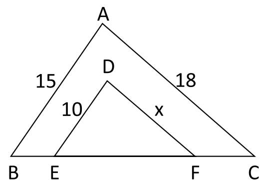


REFORÇO 2

01| Os lados de um triângulo medem, respectivamente, 7,9 e 14dm. Qual é o perímetro do triângulo semelhante ao dado cujo lado maior é de 21dm?

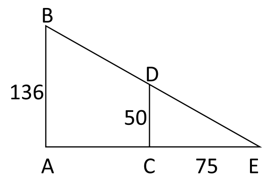
- **A** 45dm
- **B** 55dm
- **C** 60dm
- **D** 75dm

02| Na figura abaixo, os triângulos são semelhantes. Então, o valor de x é:



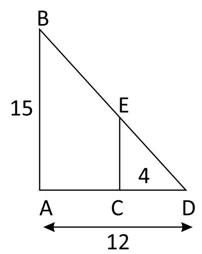
- **A** 8
- **B** 10
- **C** 12
- **D** 16

03| Na figura abaixo os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são paralelas. Quanto mede o segmento AE?



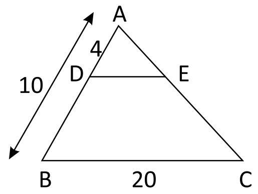
- **A** 136
- **B** 163
- **C** 204
- **D** 306

04| Seja $\overline{EC}$ paralelo a $\overline{AB}$. Qual o valor de $\overline{EC}$?



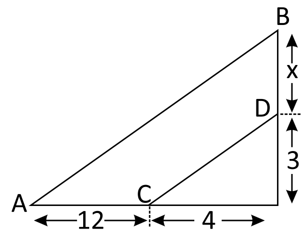
- **A** 2
- **B** 3
- **C** 4
- **D** 5

05| Seja $\overline{DE}$ paralelo a $\overline{BC}$. Então, o lado $\overline{DE}$ mede:



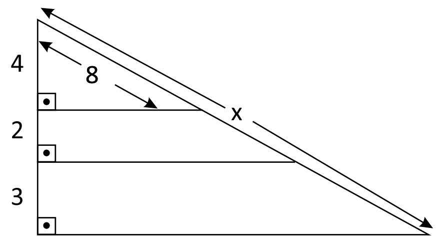
- **A** 4
- **B** 6
- **C** 8
- **D** 12

06| Na figura ao lado, $\overline{AB}//\overline{CD}$. Então, o valor de x é:



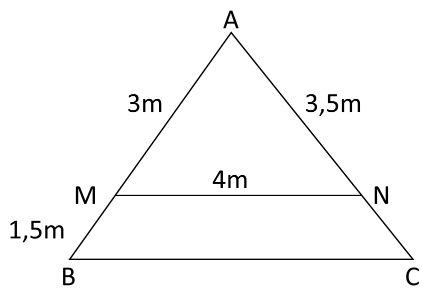
- **A** 3
- **B** 6
- **C** 9
- **D** 4,5

07| Na figura abaixo, o valor de x é:



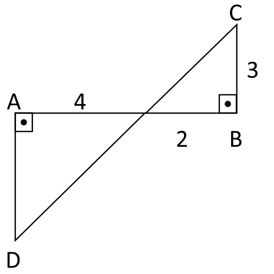
- **A** 12
- **B** 16
- **C** 18
- **D** 12,5

08| O perímetro do triângulo ABC é:



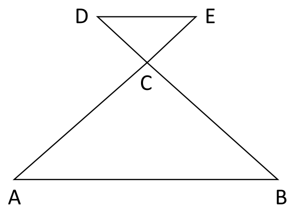
- **A** 13,25m
- **B** 14,50m
- **C** 14,55m
- **D** 15,75m

09| A medida, em metros, do segmento $\overline{AD}$ da figura abaixo é de:



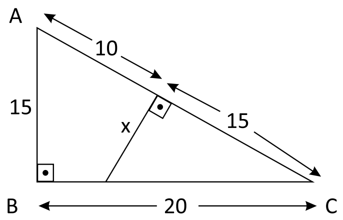
- **A** 4
- **B** 6
- **C** 8
- **D** 10

10| Na figura abaixo, $AC = 4cm$, $CE = 2cm$, $DE = 3cm$ e $BC = 5cm$. $\overline{AB}//\overline{DE}$, a soma $DC + AB$ em centímetros é igual a:



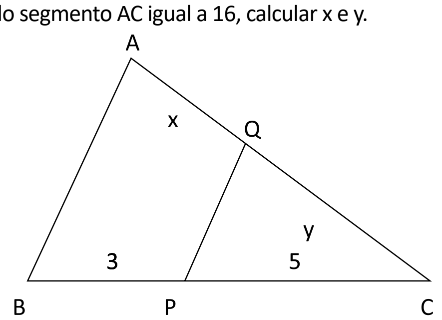
- **A** 8
- **B** 10
- **C** 8,5
- **D** 9,5

11| Na figura abaixo a medida de **x** vale:



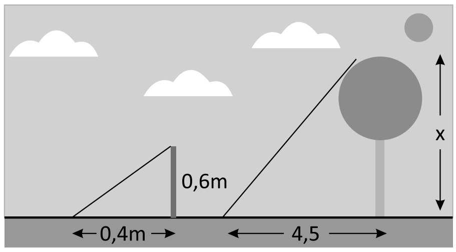
- **A** 11,25
- **B** 11,75
- **C** 12,25
- **D** 12,75

12| Dada a figura, sendo o segmento PQ paralelo ao segmento AB e a medida do segmento AC igual a 16, calcular x e y.



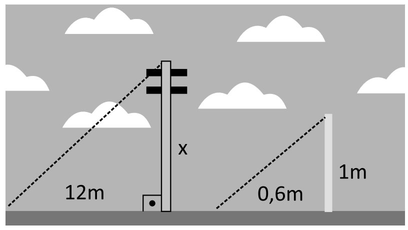
- **A** $x = 6$ e $y = 10$
- **B** $x = 2$ e $y = 5$
- **C** $x = 3$ e $y = 5$
- **D** $x = 7$ e $y = 9$

13| A sombra de uma árvore mede 4,5m. À mesma hora, a sombra de um bastão de 0,6m, mantido na vertical, mede 0,4m. A altura da árvore é:



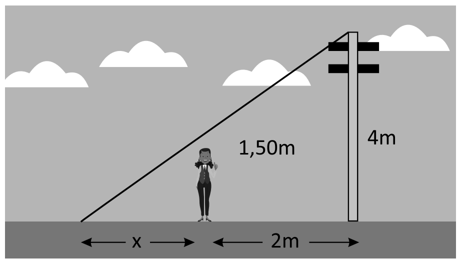
- **A** 3m
- **B** 5m
- **C** 4,8m
- **D** 6,75m

14| A sombra de um poste vertical, projetada pelo sol sobre um chão plano, mede 12m. Nesse mesmo instante, a sombra de um bastão vertical de 1m de altura mede 0,6m. A altura do poste é:



- **A** 12m
- **B** 20m
- **C** 72m
- **D** 7,2m

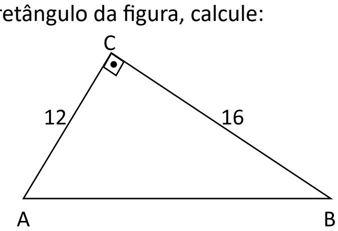
15| Certa noite, uma moça de 1,50m de altura estava a 2m de distância de um poste de 4m de altura. O comprimento da sombra da moça no chão era de:



- **A** 1,20m
- **B** 1,80m
- **C** 2,40m
- **D** 3,20m

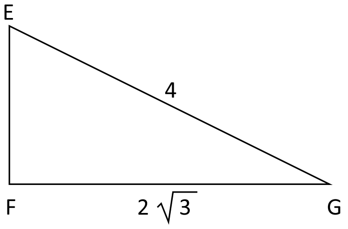
TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

01| No triângulo retângulo da figura, calcule:



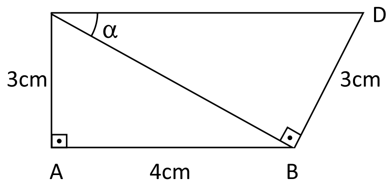
- **A** sen A
- **B** cos A
- **C** tg A
- **D** sen B
- **E** cos B
- **F** tg B

02| No triângulo retângulo da figura, calcule:



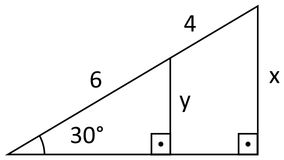
- **A** sen E
- **B** cos E
- **C** tg E
- **D** sen G
- **E** cos G
- **F** tg G

03| Quanto vale a tangente α ?

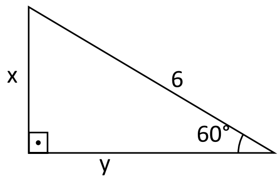


04| Calcule x e y:

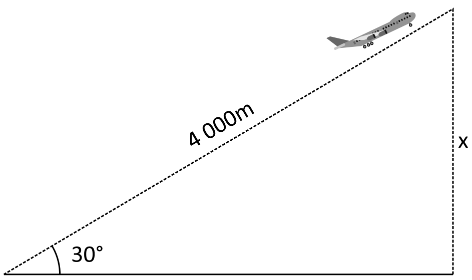
A



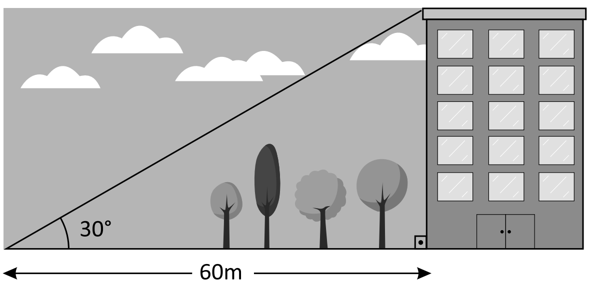
B



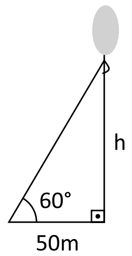
05| Um avião levanta vôo sob um ângulo de 30° em relação à pista. Qual será a altura do avião quando este percorrer 4 000m em linha reta?



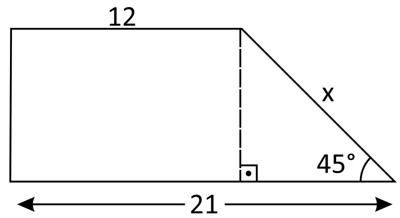
06| Qual a altura do prédio?



07| Calcule a altura do balão de gás, considerando $\sqrt{3} = 1,7$.

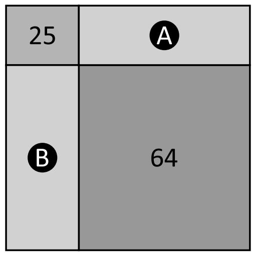


08| Quanto vale x?



ÁREA DE FIGURAS PLANAS

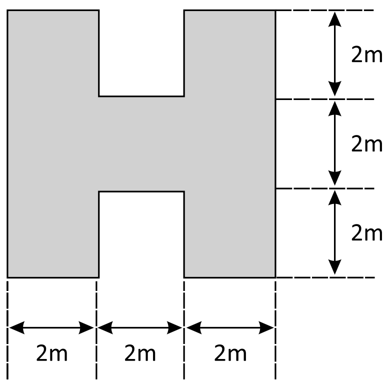
01| Observando a figura abaixo, notamos que a área de um quadrado é $25m^2$ e a área do outro quadrado é $64m^2$.



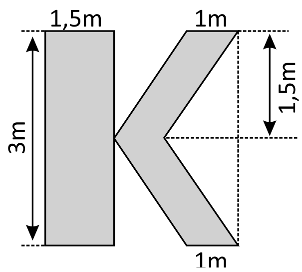
- **A** Qual é a área do retângulo **A**?
- **B** Qual é a área do retângulo **B**?
- **C** Qual é a área total da figura?

02| Calcule as áreas das figuras sombreadas:

A

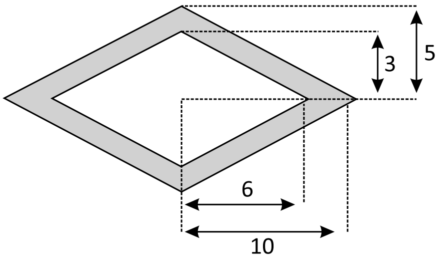


B

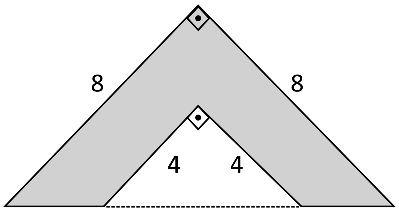


03| Calcule as áreas das figuras sombreadas (medidas em cm):

A

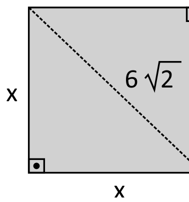


B

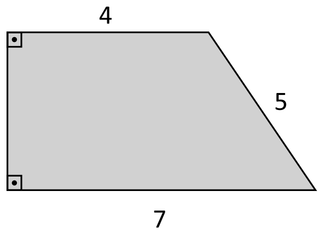


04| Calcule a área de cada figura abaixo (medidas em cm):

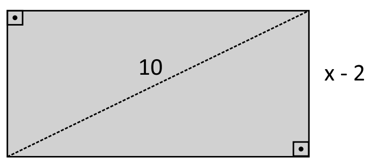
A



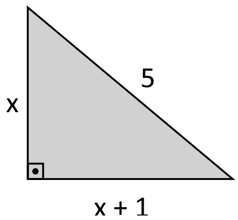
B



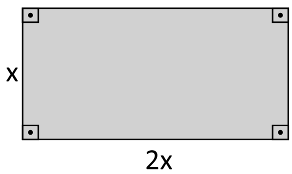
C



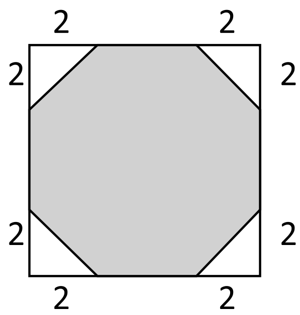
D



05| A área do retângulo abaixo mede $15cm^2$. Calcule o valor de x.



06| Calcule a área deste octógono inscrito num quadrado de 6cm de lado.



REFORÇO 1

01| Se as duas diagonais de um losango medem, respectivamente, 6cm e 8cm, então a área do losango é:

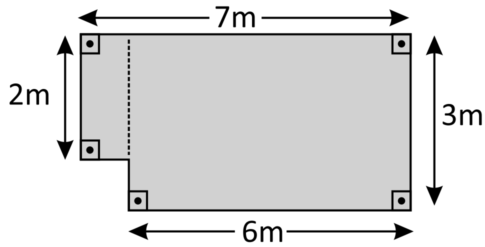
A $18cm^2$

B $24cm^2$

C $30cm^2$

D $36cm^2$

02| A área da sala representada na figura é:



A $15cm^2$

B $17cm^2$

C $19cm^2$

D $20cm^2$

03| Um retângulo é dividido em quatro retângulos por intermédio de dois segmentos paralelos aos seus lados. As áreas de três dos retângulos assim obtidos são mostrados na figura abaixo. Qual a área do quarto retângulo?

6	14
?	35

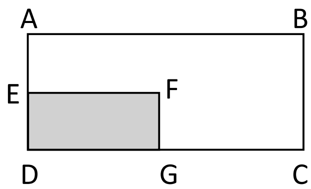
A 15

B 20

C 21

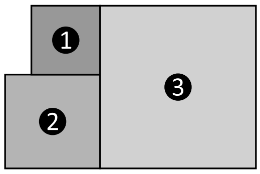
D 25

04| O retângulo ABCD tem área igual $72m^2$. Os pontos E e G são pontos médios dos lados AD e CD. A área do retângulo DEFG, em m^2, é:



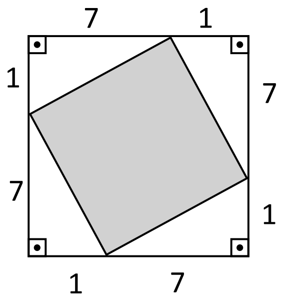
A) 9
B) 12
C) 18
D) 24

05| Na figura, há três quadrados. A área do quadrado ❶ mede $16cm^2$ e a área do quadrado ❷ mede $25cm^2$. A área do terceiro quadrado



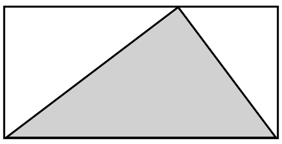
A) $36cm^2$
B) $40cm^2$
C) $64cm^2$
D) $81cm^2$

06| A área do quadrado sombreado é:



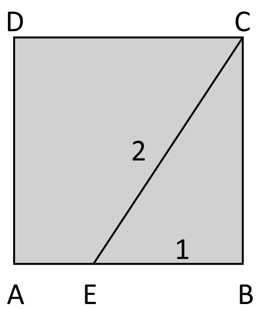
A) 36
B) 40
C) 48
D) 50

07| Na figura, a área do retângulo é 20. Então a área do triângulo é:



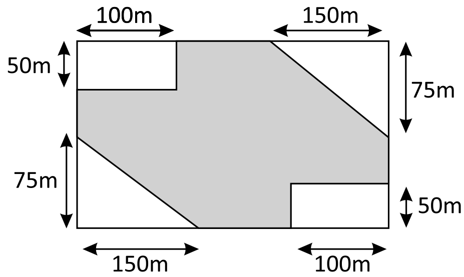
A) 5
B) 10
C) 15
D) 20

08| A área do quadrado ABCD da figura é:



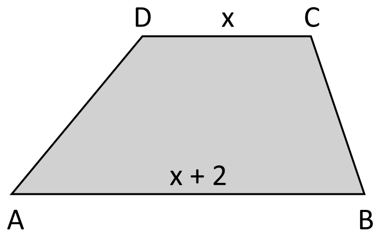
A) 3
B) 5
C) $\sqrt{2}$
D) $\sqrt{5}$

09| Uma praça está inscrita em uma área retangular cujos lados medem 300m e 500m, conforme a figura abaixo. Calculando a área da praça, obtemos



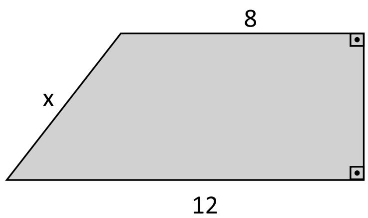
A) $100\,000m^2$
B) $110\,500m^2$
C) $128\,750m^2$
D) $133\,750m^2$

10| No trapézio, área mede $21cm^2$ e a altura, 3cm. Então AB e DC valem, respectivamente:



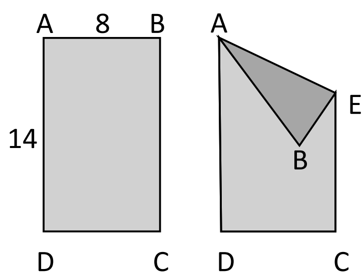
A) 4cm e 6cm
B) 6cm e 8cm
C) 6cm e 4cm
D) 8cm e 6cm

11| A área do polígono da figura é 30. O lado x mede:



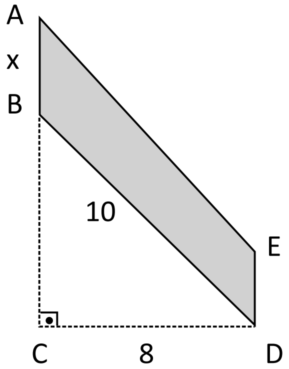
A) 3
B) 4
C) 5
D) $\sqrt{17}$

12| Dobra-se uma folha de papel retangular de 8cm x 14cm como indicado na figura. Se o comprimento CE é 8cm, então a área do triangulo ABE é:



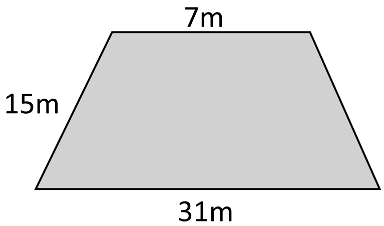
A) $18m^2$
B) $22m^2$
C) $24m^2$
D) $40m^2$

13| A área do paralelogramo, representado na figura seguinte, é $30cm^2$. A medida do lado **x**, em cm, é:



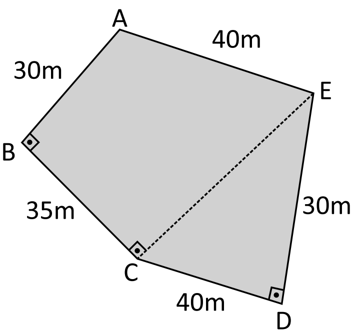
- **A** 3,5
- **B** 4,5
- **C** 3,75
- **D** 4,25

14| Um pátio em forma de trapézio isósceles, cujas dimensões estão indicadas na figura, deve ser cimentado. Sendo R$ 2,00 o preço do metro quadrado cimentado, qual será o custo final da obra?



- **A** R$ 312,00
- **B** R$ 322,00
- **C** R$ 332,00
- **D** R$ 342,00

15| O terreno correspondente à figura ABCDE, ao lado, foi vendido ao preço de R$ 4,00 o m^2. Consequentemente, foi vendido por:



- **A** R$ 5.000,00
- **B** R$ 6.000,00
- **C** R$ 7.800,00
- **D** R$ 8.000,00

16| Para pintar uma parede quadrada, gastam-se duas latas de tinta. Quantas latas iguais seriam gastas para pintar outra, também quadrada, com o dobro da largura da primeira?

- **A** 4
- **B** 6
- **C** 8
- **D** 10

17| Numa cozinha de 3m de comprimento, 2m de largura e 2,80m de altura, as portas e janelas ocupam uma área de $4m^2$. Para azulejar as quatro paredes, o pedreiro aconselha a compra de 10% a mais da metragem a ladrilhar. A metragem de ladrilhos a comprar é:

- **A** $24,80m^2$
- **B** $25,50m^2$
- **C** $26,40m^2$
- **D** $26,80m^2$

18| Para cobrir o piso de um banheiro de 1,00m de largura por 2,00m de comprimento, com cerâmicas quadradas, medindo 20cm de lado, o número necessário de cerâmicas é

- **A** 30
- **B** 50
- **C** 75
- **D** 100

19| Ao reformar-se o assoalho de uma sala, suas 49 tábuas corridas foram substituídas por tacos. As tábuas medem 3m de comprimento por 15cm de largura, e os tacos, 20cm por 7,5cm. O número de tacos necessários para essa substituição foi:

- **A** 1 029
- **B** 1 050
- **C** 1 470
- **D** 1 500

20| Uma casa tem dez janelas, cada uma com quatro vidros retangulares e iguais, de 0,45m de comprimento e 0,40m de largura. Cada vidro custa R$ 0,25 o dm^2, e a mão-de-obra para colocá-lo, R$ 4,00 por janela. A importância a ser gasta para colocar os vidros nessas janelas é

- **A** R$ 220,00
- **B** R$ 225,00
- **C** R$ 445,00
- **D** R$ 450,00

COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA

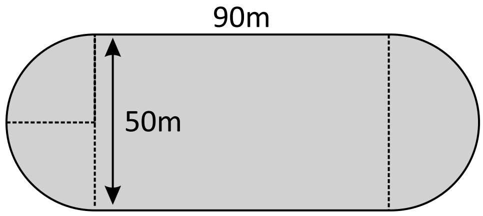
01| Um professor de química deseja construir uma estante para que caibam exatamente 8 frascos de reagentes. Cada frasco tem 3,125cm de raios. Qual deve ser o comprimento da estante

02| Calcule o comprimento de uma circunferência quando:

- **A** o raio mede 7cm.
- **B** o raio mede 2,5cm.
- **C** o diâmetro mede 3cm.
- **D** o diâmetro mede 8,2cm.

03| O comprimento de uma circunferência mede 2,12cm. Quanto mede o raio?

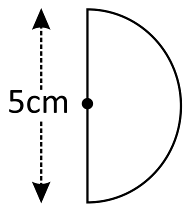
04| Uma pista de corrida para ciclista tem a seguinte forma:



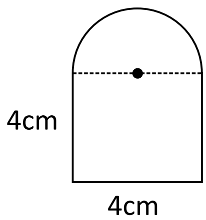
Qual o comprimento dessa pista?

05| Calcular o perímetro das figuras:

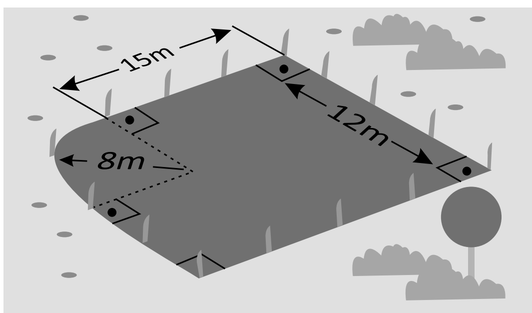
A



B



06| Quantos metros de arame são necessários para fazer uma cerca de 3 fios em volta do terreno indicado pela figura abaixo?



REFORÇO 1

01| O número constante $\pi = 3{,}14156...$ é obtido:

- **A** multiplicando-se o número 2 pelo raio da circunferência.
- **B** dividindo-se o diâmetro da circunferência pela medida da circunferência.
- **C** dividindo-se a media da circunferência pelo seu diâmetro.
- **D** dividindo-se a medida da circunferência pelo seu raio.

02| Se uma pessoa der 4 voltas completas em torno de um canteiro circular de 1,5m de raio, essa pessoa percorrerá?

- **A** $12\ \pi$m
- **B** $15\ \pi$m
- **C** $16\ \pi$m
- **D** $18\ \pi$m

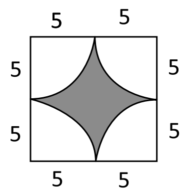
03| Um ciclista de uma prova de resistência deve percorrer 500km sobre uma pista circular de raio de 200m. O número aproximado de voltas que ele deve dar é:

- **A** 200
- **B** 300
- **C** 400
- **D** 500

04| O pneu de um veículo, com 80cm de diâmetro, ao dar uma volta completa percorre, aproximadamente, uma distância de:

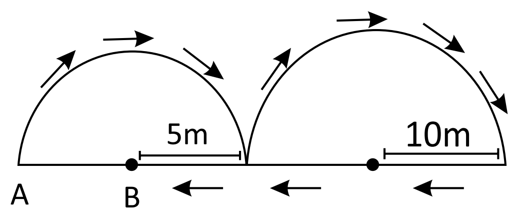
- **A** 0,25m
- **B** 0,50m
- **C** 2,50m
- **D** 5,00m

05| Na figura ao lado, cada arco pertence a uma circunferência de raio de 5cm. Então, o perímetro da figura sombreada no interior do quadrado é:



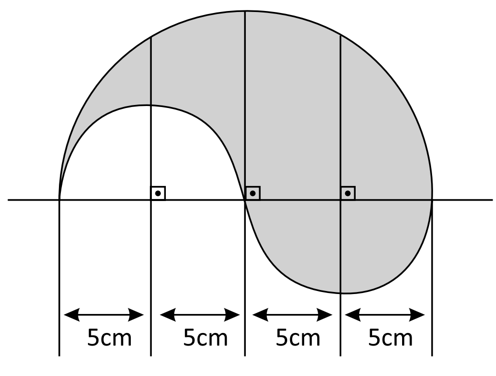
- **A** 5π
- **B** 10π
- **C** 20π
- **D** 25π

06| A figura abaixo representa o trajeto que uma formiga faz para ir de A até B, utilizando o caminho indicado com setas. Que distância ela percorre?



- **A** 57,1m
- **B** 62,1m
- **C** 77,1m
- **D** 72,1m

07| O perímetro da figura abaixo é:



- **A** 15,7cm
- **B** 31,4cm
- **C** 47,1cm
- **D** 62,8cm

08| O lado de um quadrado inscrito em uma circunferência mede $3\sqrt{2}$ m. Então, o comprimento da circunferência é:

A 6πm

B 8πm

C 10πm

D 12πm

09| As rodas dianteiras de um trator têm 50cm de raio e dão 25 voltas no mesmo tempo em que as rodas traseiras dão 20 voltas (com o trator em movimento). Qual é o diâmetro das rodas traseiras?

A 100cm

B 125cm

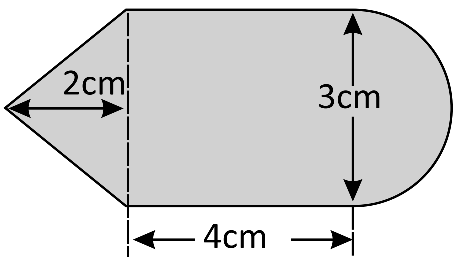
C 140cm

D 150cm

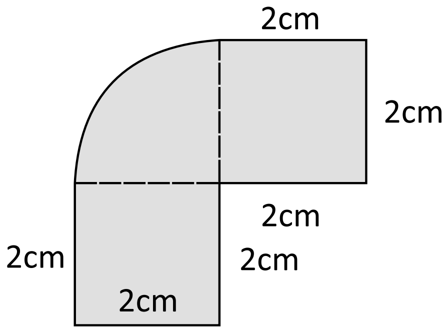
ÁREA DO CÍRCULO

01| Calcule a área das figuras:

A

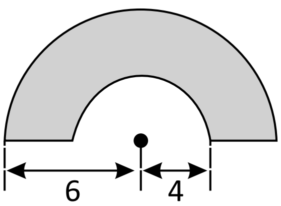


B

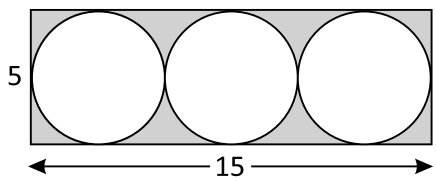


02| Calcule a área das partes coloridas, supondo as medidas em cm:

A

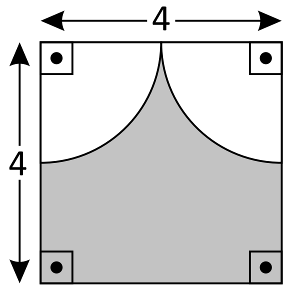


B

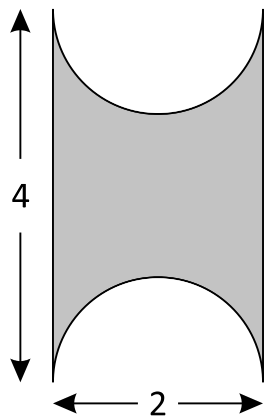


03| Calcule a área das partes coloridas, supondo as medidas em cm:

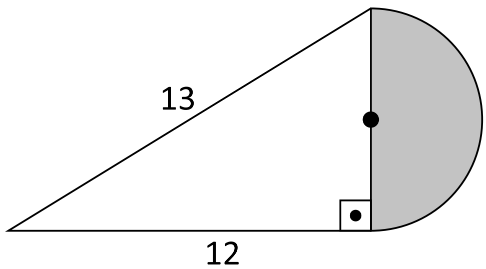
A



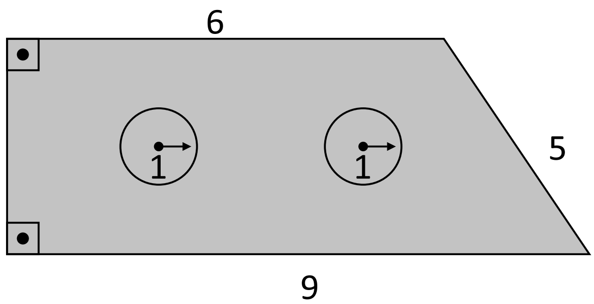
B



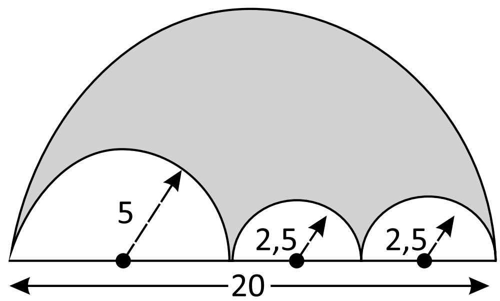
C



D

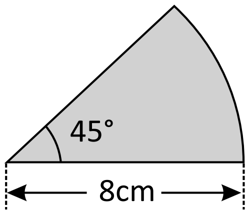


04| Calcule a área da parte colorida da figura, supondo as medidas em cm:

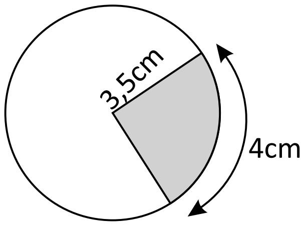


05| Calcule a área dos setores circulares:

A



B



NOÇÕES DE ESTATÍSTICA

01| O quadro mostra as alturas dos jogadores de um time de futebol de salão:

Alturas
1,68m
1,75m
1,75m
1,62m
1,65m

A Qual é a moda?

B Qual é a mediana?

C Qual é a média de altura desse time?

02| Um professor registrou em sua caderneta as notas de seus 15 alunos. São elas:

5, 5, 8, 3, 4, 10, 7, 3, 8, 2, 6, 9, 2, 8, 10

A Qual é a moda?

B Qual é a mediana?

C Qual é a média?

03| Os oito alunos de uma classe tiraram as seguintes notas na prova de Geografia:

10, 4, 8, 4, 9, 6, 10, 7

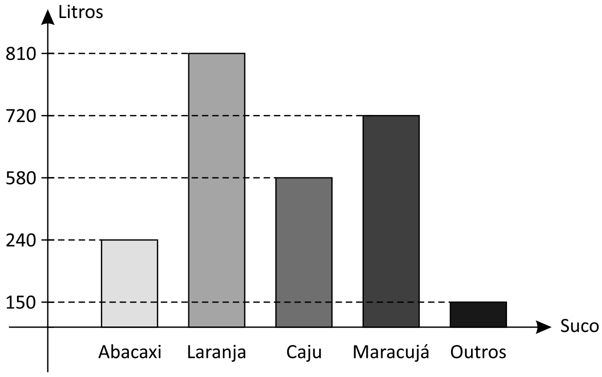
A Qual é a moda?

B Qual é a mediana?

C Qual é a média?

REFORÇO 1

01| No gráfico, os dados indicam a venda mensal de sucos em um supermercado.



responda:

A Qual o suco mais vendido? Quantos litros foram vendidos?

B Quantos litros de suco de maracujá foram vendidos?

C Qual foi o total de litros de suco vendido no mês?

02| Considere as notas obtidas por 40 alunos, numa prova de Ciências:

3	9	6	8	3	7	2	8	5	3
6	4	1	5	9	4	9	4	9	7
4	6	5	8	2	9	5	7	4	5
5	2	7	4	10	6	5	3	6	10

Notas	Nºde alunos

A Construa a tabela acima com as notas de todos os alunos.

B Com os dados obtidos na tabela, construa o gráfico de barras, colocando no eixo horizontal as notas e no eixo vertical o número de alunos.

03| O quadro abaixo mostra o número de pontos de duas equipes de basquetebol durante 8 jogos.

A	67	93	78	76	51	76	89	102
B	94	41	64	103	94	76	80	56

Responda:

A Qual a moda A?

B Qual a moda de B?

C Qual a mediana de A?

D Qual a mediana B?

E Qual a média de A?

F Qual a média de B?

04| A tabela mostra a distribuição das idades dos alunos de uma classe:

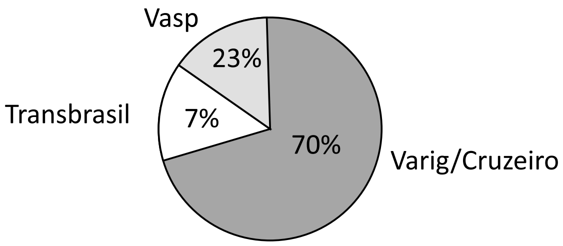
NÚMERO DE ALUNOS	IDADE (EM ANOS)
12	10
12	11
8	12
1	15

Qual é a média das idades dos alunos?

05| A média aritmética de quatro números é 37. Três desses números são 1,3 e 5. Qual é o quarto número?

REFORÇO 2

01| Observe o gráfico dado abaixo:



Ponte Aérea

O mercado da rota São Paulo – Rio – Belo Horizonte

Revista **Isto é Senhor**, 10/04/91.

O ângulo central do setor circular que define a parte dos usuários da Varig/Cruzeiro é de:

- **A** 240°
- **B** 252°
- **C** 260°
- **D** 308°

02| Na listagem, composta de notas de Matemática:

$\boxed{6}, \boxed{3}, \boxed{8}, \boxed{6}, \boxed{2}, \boxed{0}, \boxed{4}, \boxed{2}, \boxed{7}, \boxed{6}, \boxed{10}, \boxed{3}$

a mediana e a moda são, respectivamente:

- **A** 5 e 2
- **B** 5 e 6
- **C** 5,5 e 2
- **D** 5,5 e 6

03| A média aritmética de cinco números é 8,5. Se a um desses números acrescentarmos 2 unidades, a média aritmética passará a ser

- **A** 8,3
- **B** 8,6
- **C** 8,7
- **D** 8,9

04| A média aritmética de um conjunto de 12 números é 9. Se os números 10, 15 e 20 forem retirados do conjunto, a média aritmética dos restantes é:

- **A** 7
- **B** 10
- **C** 12
- **D** 15

05| A média aritmética de um conjunto de 11 números é 45. Se o número 8 for retirado do conjunto, a média aritmética dos números restantes será:

- **A** 42
- **B** 48
- **C** 47,5
- **D** 48,7

06| Na 5ª série os alunos estão distribuídos, por idade, conforme a tabela:

Idade (em anos)	10	11	12	13	14
Nº de alunos	9	23	2	2	1

A idade média dos alunos da classe é:

- **A** 10 anos.
- **B** 11 anos.
- **C** 12 anos.
- **D** 13 anos.

07| Comprei 5 doces a R$ 1,80 cada um, 3 doces a R$ 1,50 e 2 doces a R$ 2,50 cada. O preço médio, por doce, foi:

- **A** R$ 1,75
- **B** R$ 1,85
- **C** R$ 1,93
- **D** R$ 2,00

08| Para ser aprovado, um aluno precisa ter média maior a 5. Se ele obteve notas 3 e 6 nas provas parciais (que têm peso 1 cada uma), quanto precisa tirar na prova final (que tem peso 2) para ser aprovado?

- **A** 4
- **B** 5
- **C** 4,5
- **D** 5,5

09| Numa população, a razão do número de mulheres para o número de homens é de 11 para 10. A idade média das mulheres é 34 e a idade média dos homens é 32. Então a idade média da população é aproximadamente:

- **A** 32,90
- **B** 32,95
- **C** 33,05
- **D** 33,10

CONCEITOS BÁSICOS

Geometria Euclidiana, o nome se deve a **Euclides**, foi ele quem sistematizou os conhecimentos geométricos que, em parte, já eram do domínio dos matemáticos da Antiguidade Clássica. Apesar de sabermos muito pouco sobre a vida de Euclides, matemático que viveu por volta do ano 300 a.C., frequentemente atribuímos a ele o título de **"pai da geometria"** devido às suas importantes contribuições ao estudo desse ramo da matemática, contidas na monumental obra ***Os Elementos***. Acredita-se que o livro de Euclides, escrito originalmente em 13 volumes, tenha sido a segunda obra mais editada na história do homem, perdendo apenas para o número de edições da Bíblia. Durante várias gerações, a obra foi usada como manual para o ensino de geometria devido ao rigor matemático com que tratava o assunto.


Shutterstock

EUCLIDES DE ALEXANDRIA

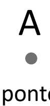
NOÇÕES PRIMITIVAS

As noções (conceitos) geométricas são estabelecidas por meio de definição.

As noções primitivas são aceitas sem definição. Aceitaremos sem definir as noções de: PONTO, RETA e PLANO, de cada um desses termos temos conhecimento intuitivo, vindos da experiência e observação.

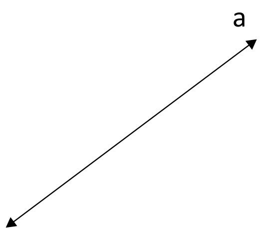
Adotaremos as seguintes notações:

PONTO (letras maiúsculas do nosso alfabeto): A, B, C, ...



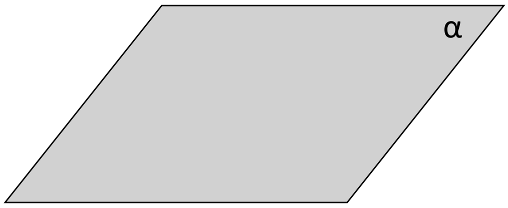
(O ponto A)

RETA (letras minúsculas do nosso alfabeto): a, b, c, ...



(A reta a)

PLANO (letras minúsculas do alfabeto grego): α, β, λ, ...



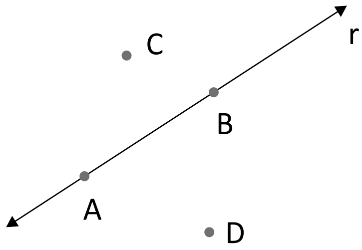
(O plano α)

PROPOSIÇÕES PRIMITIVAS

As proposições (propriedades) geométricas são aceitas por meio de demonstrações.

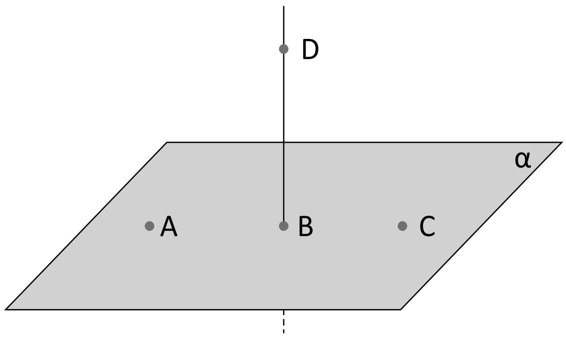
As proposições primitivas (postulados, axiomas) são aceitas sem demonstração. Vejamos alguns postulados relacionando o ponto, a reta e o plano:

POSTULADO 1 | Em uma reta, bem como fora dela, há infinitos pontos.



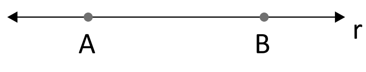
$A \in r, B \in r, C \notin r$ e $D \notin r$

POSTULADO 2 | Em um plano há infinitos pontos.



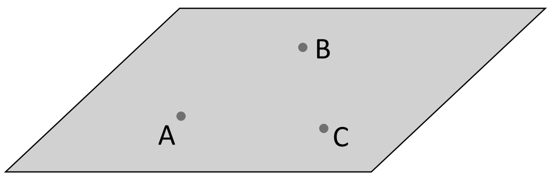
$A \in \alpha, B \in \alpha, C \in \alpha$ e $D \notin \alpha$

POSTULADO 3 | Dois pontos distintos determinam uma única reta que passa por eles.



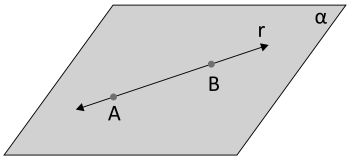
A reta r é a única reta que passa por A e B (retas coincidentes se equivalem a uma única reta)

POSTULADO 4 | Três pontos não colineares (não pertencentes a uma mesma reta) determinam um único plano que passa por eles.



O plano α é o único plano que passa por A, B e C

POSTULADO 5 | Se uma reta tem dois pontos distintos em um plano, então a reta está contida nesse mesmo plano.

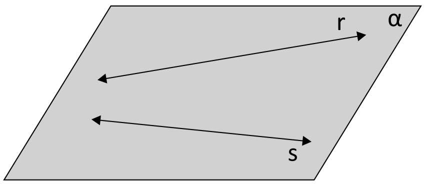


$A \in \alpha, B \in \alpha \Rightarrow r \subset \alpha$

POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETAS

COPLANARES

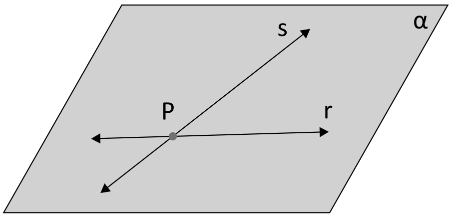
Duas retas que estão contidas no mesmo plano são chamadas de retas coplanares.



$r \subset \alpha, s \subset \alpha \Rightarrow$ r e s (coplanares)

CONCORRENTES

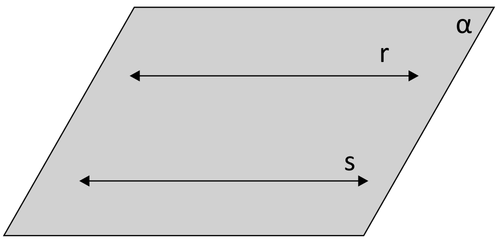
Duas retas coplanares são concorrentes quando possuem um único ponto em comum.



$r \cap s = \{P\}$

PARALELAS

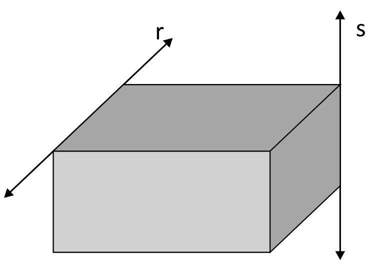
Duas retas coplanares são paralelas quando não possuem ponto em comum.



$r \cap s = \varnothing$

REVERSAS

Duas retas que não estão contidas no mesmo plano são chamadas de retas reversas.



Não existe um único plano que contenha as retas r e s]

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01| Julgue os itens:

A ( ) Por um ponto passam infinitas retas.

B ( ) Em uma reta e fora dela existem infinitos pontos.

C ( ) Por dois pontos distintos passa uma reta.

D ( ) Por três pontos dados passa uma só reta.

E ( ) Uma reta contém dois pontos distintos.

02| Considerando dois pontos distintos A e B, responda:

A Quantas retas você pode traçar passando pelo ponto A?

B Quantas retas você pode traçar passando pelo ponto B?

C Quantas retas você pode traçar passando pelos pontos A e B simultaneamente?

03| Julgue os itens:

A ( ) Três pontos distintos são sempre não colineares.

B ( ) Três pontos distintos são sempre não coplanares.

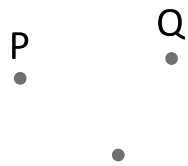
C ( ) Quatro pontos todos distintos determinam duas retas.

D ( ) Se uma reta tem dois pontos distintos em um plano, então a reta está contida nesse mesmo plano.

E ( ) Três pontos não colineares determinam um único plano que passa por eles.

04| É comum encontrarmos mesas com 4 pernas que, mesmo apoiadas em um piso plano, balançam e nos obrigam a colocar um calço em uma das pernas se a quisermos firme. Explique usando argumentos de geometria, por que isso não acontece com uma mesa de 3 pernas.

05| Considerando os pontos P, Q e R da figura seguinte, responda:

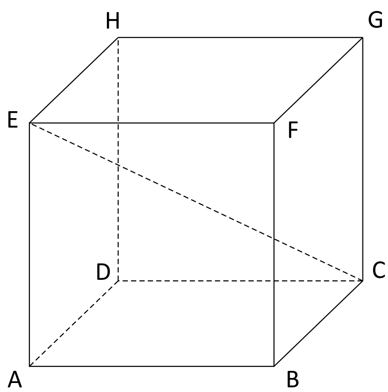


A Quantas retas você pode traçar passando por dois desses pontos?

B Quantas retas você pode traçar passando pelos três pontos simultaneamente?

06| Em quantas regiões quatro retas distintas dividem o plano, sabendo-se que não há duas retas paralelas nem três concorrentes no mesmo ponto?

07| As arestas do hexaedro regular (cubo) representado abaixo estão identificadas pelos vértices. Para cada par de arestas existem três possibilidades de posição entre elas: concorrentes, paralelas ou reversas. Identifique, em cada item, a posição dos pares solicitados.



$\overline{AB}$ e $\overline{HG}$ ____________________

$\overline{FB}$ e $\overline{BC}$ ____________________

$\overline{EA}$ e $\overline{HD}$ ____________________

$\overline{HG}$ e $\overline{EA}$ ____________________

$\overline{EC}$ e $\overline{HG}$ ____________________

$\overline{CG}$ e $\overline{AE}$ ____________________

08| Millôr Fernandes, em uma bela homenagem à Matemática, escreveu:

Poesia Matemática
Às folhas tantas
do livro matemático
um Quociente apaixonou-se
um dia
doidamente
por uma Incógnita.
Olhou-a com seu olhar inumerável
e viu-a do ápice à base
uma figura ímpar;
olhos romboides, boca trapezoide,
corpo retangular, seios esferoides.
Fez de sua uma vida
paralela à dela
até que se encontraram
no infinito.
"Quem és tu?", indagou ele
em ânsia radical.
"Sou a soma do quadrado dos catetos.
Mas pode me chamar de Hipotenusa."
E de falarem descobriram que eram
(o que em aritmética corresponde
a almas irmãs)
primos entre si.
E assim se amaram
ao quadrado da velocidade da luz
numa sexta potenciação
traçando
ao sabor do momento
e da paixão
retas, curvas, círculos e linhas sinoidais
nos jardins da quarta dimensão.
Escandalizaram os ortodoxos das fórmulas euclidiana
e os exegetas do Universo Finito.
Romperam convenções newtonianas e pitagóricas.
E enfim resolveram se casar
constituir um lar,
mais que um lar,
um perpendicular.
Convidaram para padrinhos
o Poliedro e a Bissetriz.
E fizeram planos, equações e diagramas para o futuro
sonhando com uma felicidade
integral e diferencial.
E se casaram e tiveram uma secante e três cones
muito engraçadinhos.
E foram felizes
até aquele dia
em que tudo vira afinal
monotonia.
Foi então que surgiu
O Máximo Divisor Comum
frequentador de círculos concêntricos,
viciosos.
Ofereceu-lhe, a ela,
uma grandeza absoluta
e reduziu-a a um denominador comum.
Ele, Quociente, percebeu
que com ela não formava mais um todo,
uma unidade.
Era o triângulo,
tanto chamado amoroso.
Desse problema ela era uma fração,
a mais ordinária.
Mas foi então que Einstein descobriu a Relatividade
e tudo que era espúrio passou a ser
moralidade
como aliás em qualquer
sociedade.

Texto extraído do livro *Tempo e Contratempo*, Edições O Cruzeiro — Rio de Janeiro, 1954, pág. sem número, publicado com o pseudônimo de Vão Gogo.

Em: "Fez da sua uma vida paralela à dela, até que se encontraram no Infinito.", Millôr comete um erro geométrico, baseado em seus conhecimentos de geometria plana, explique esse erro.

09| Analise as afirmativas abaixo.

- **A** ( ) Duas retas que não têm pontos comuns sempre são paralelas.
- **B** ( ) Duas retas distintas sempre determinam um plano.
- **C** ( ) Uma reta pertence a infinitos planos distintos.
- **D** ( ) Três pontos distintos sempre determinam um único plano.
- **E** ( ) Duas retas coplanares distintas são paralelas.

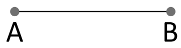
ÂNGULOS

INTRODUÇÃO

Para entendermos a definição de ângulo, devemos inicialmente entender as definições de segmento de reta, semirreta e região convexa.

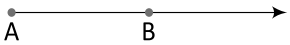
SEGMENTO DE RETA

Dados dois pontos distintos A e B, a reunião do conjunto desses dois pontos com o conjunto dos pontos que estão entre eles é um segmento de reta AB (indicado por $\overline{AB}$).



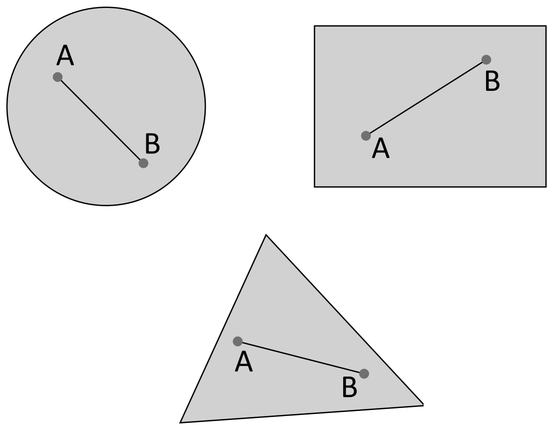
SEMIRRETA

Dados dois pontos distintos A e B, a reunião do segmento de reta $\overline{AB}$ com o conjunto dos pontos X tais que B está entre A e X é a semirreta AB (indicada por $\overrightarrow{AB}$).

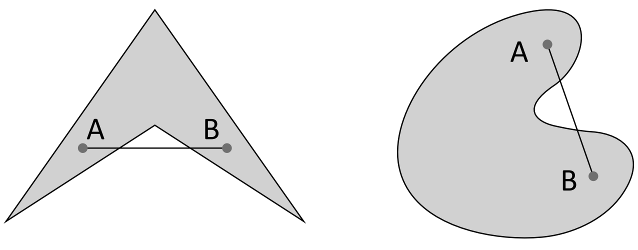


REGIÃO CONVEXA

Um conjunto de pontos Σ é convexo (região convexa) se, e somente se, dois pontos distintos de Σ são extremidades de um segmento $\overline{AB}$ contido em Σ, ou se Σ é unitário ou vazio. São exemplos de regiões convexas:

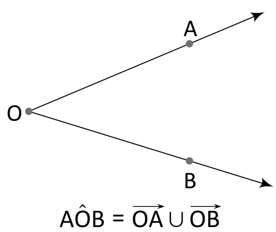


Se uma região não é convexa, ela é uma região côncava. São exemplos de regiões côncavas:



ÂNGULO

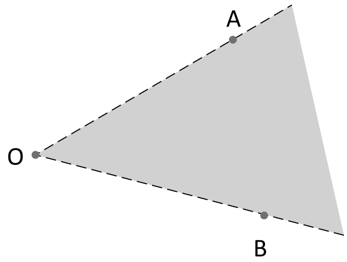
Chama-se ângulo à reunião de duas semirretas de mesma origem, não contidas em uma mesma reta (não colineares).



$A\hat{O}B = \overrightarrow{OA} \cup \overrightarrow{OB}$

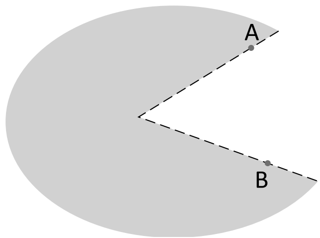
O interior de um ângulo é convexo.

Os pontos do interior de um ângulo são pontos internos ao ângulo.



O exterior de um ângulo é côncavo.

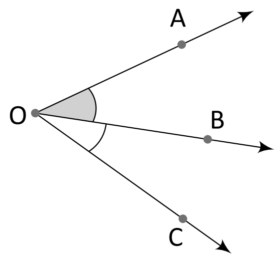
Os pontos do exterior de um ângulo são pontos externos ao ângulo.



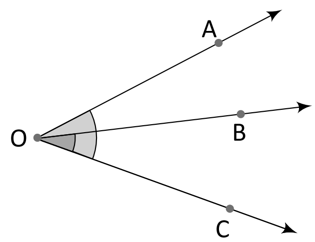
ÂNGULOS CONSECUTIVOS E ADJACENTES

ÂNGULOS CONSECUTIVOS

Dois ângulos são consecutivos se, e somente se, um lado de um deles é também lado do outro.



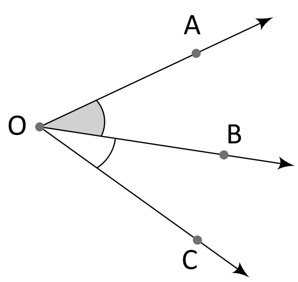
$A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são consecutivos ($\overrightarrow{OB}$ é o lado comum)



$A\hat{O}C$ e $B\hat{O}C$ são consecutivos ($\overrightarrow{OC}$ é o lado comum)

ÂNGULOS ADJACENTES

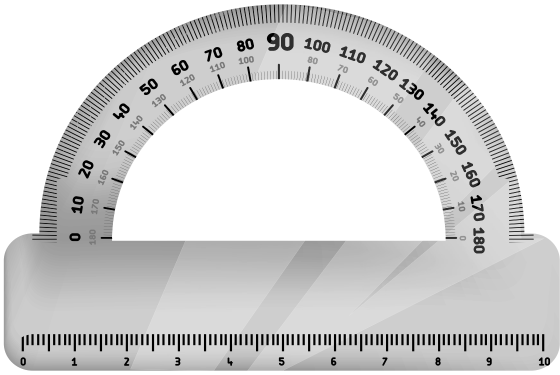
Dois ângulos consecutivos são adjacentes se, e somente se, não tem pontos internos comuns.



$A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são adjacentes

UNIDADES DE MEDIDA DE ÂNGULOS

O instrumento utilizado para medir ângulos é o transferidor, que tem o grau como unidade de medida.


SHUTTERSTOCK


SHUTTERSTOCK

Com base em números codificados nas inscrições da superfície do objeto egípcio, acredita-se que poderia ter sido usado para determinar a inclinação de certos ângulos (o primeiro exemplar mundial de um transferidor).

O número de graus de um ângulo é a sua medida.

Estendendo-se o conceito de ângulo convenientemente, a medida α de um ângulo é tal que:

$$0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$$

SUBMÚLTIPLOS DO GRAU

Ângulo de um minuto (1′) é o ângulo submúltiplo segundo 60 de um ângulo de um grau, ou seja:

$$1^\circ = 60'$$

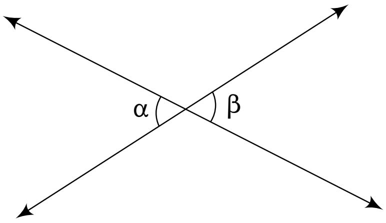
Ângulo de um segundo (1′′) é o ângulo submúltiplo segundo 60 de um ângulo de um minuto, ou seja:

$$1' = 60''$$

ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE (O.P.V.)

Dois ângulos são opostos pelo vértice se, e somente se, os lados de um deles são as respectivas semirretas opostas aos lados do outro.

Ângulos opostos pelo vértice são congruentes, ou seja, dois ângulos de mesma medida.

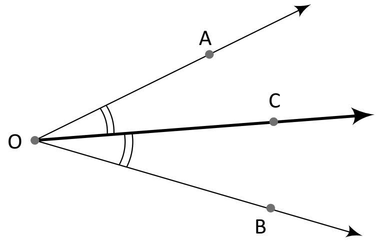


α e β são opostos pelo vértice

$$\alpha \equiv \beta$$

BISSETRIZ DE UM ÂNGULO

A bissetriz de um ângulo é a semirreta interna ao ângulo, com origem no vértice do ângulo e que o divide em dois ângulos de mesma medida (congruentes).



$\overrightarrow{OC}$ é bissetriz do ângulo $A\hat{O}B$

$A\hat{O}C \equiv B\hat{O}C$

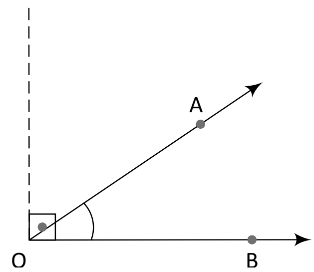
ÂNGULOS: NULO, AGUDO, RETO, OBTUSO, E RASO

ÂNGULO NULO

É o ângulo cujos lados são coincidentes.

ÂNGULO AGUDO

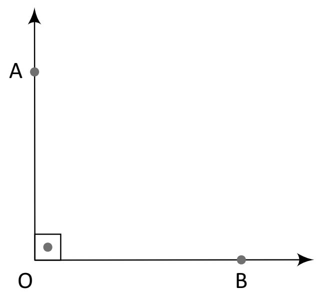
É o ângulo cuja medida é maior que 0° e menor que 90°.



$A\hat{O}B$ é agudo

ÂNGULO RETO

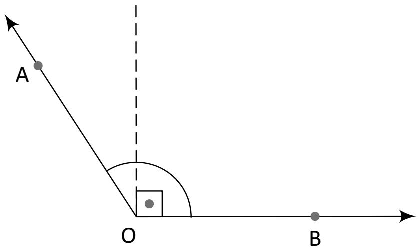
É o ângulo cuja medida é 90°.



$A\hat{O}B$ é reto

ÂNGULO OBTUSO

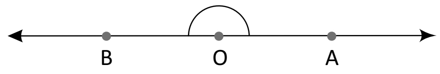
É o ângulo cuja medida é maior que 90° e menor que 180°.



$A\hat{O}B$ é obtuso

ÂNGULO RASO

É o ângulo cuja medida é 180°.



$A\hat{O}B$ é raso

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01| Determine:

- **A** $30°40' + 15°37'$
- **B** $20°50'45'' - 5°45'54''$
- **C** $2.(12°40'52'')$
- **D** $(46°49'51''):3$

Resolução:

A

$$\begin{array}{r} 30°40' \\ +15°37' \\ \hline 45°77' \end{array} \Rightarrow 46°17'$$

B

$$\begin{array}{r} 20°50'45'' \\ -5°45'54'' \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 20°49'105'' \\ -\ 5°45'54'' \\ \hline 15°4'51'' \end{array}$$

C

$$\begin{array}{r} 12°40'52'' \\ 2 \\ \hline 24°80'104'' \end{array} \Rightarrow 24°81'44''$$

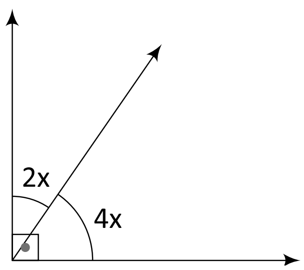
$$\Rightarrow 25°21'44''$$

D

$$\begin{array}{r|l} 46°49'51'' & 3 \\ \hline -45° & 15°36'37'' \\ \hline 1°49'51'' & \\ \Rightarrow 109'51'' & \\ -\ 108' & \\ \hline 1'51'' & \\ \Rightarrow\ 111'' & \\ -\ 111'' & \\ \hline 0 & \end{array}$$

02| Determine o valor de x:

A



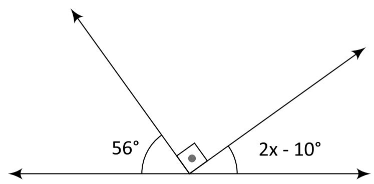
Resolução:

$2x + 4x = 90°$

(ângulos complementares)

$\Rightarrow 6x = 90° \Rightarrow x = 15°$

B

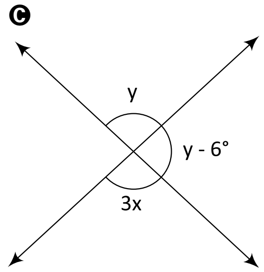


Resolução:

$2x - 10° + 90° + 56° = 180°$

$\Rightarrow 2x = 44° \Rightarrow x = 22°$

C



Resolução:

$y + y - 6 = 180°$

(ângulos suplementares)

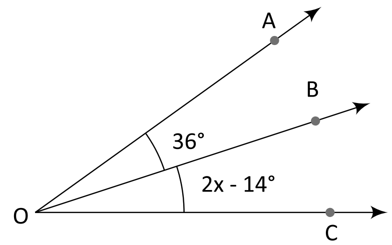
$\Rightarrow 2y = 186° \Rightarrow y = 93°$

$3x = y = 93°$

(ângulos opostos pelo vértice)

$\Rightarrow x = 31°$

03| Se $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz de $A\hat{O}B$, determine x.



Resolução:

$2x - 14° = 36°$

$\Rightarrow 2x = 50° \Rightarrow x = 25°$

04| Calcule o suplemente e o complemento dos ângulos seguintes:

- **A** 37°
- **B** α

Resolução:

A $90° - 37° = 53°$ (complemento)

$180° - 37° = 143°$ (suplemento)

B $90° - \alpha$ (complemento)

$180° - \alpha$ (suplemento)

05| Determine o ângulo que vale o triplo de seu complemento.

Resolução:

Sendo x, o ângulo, temos:

$x = 3\ .(90° - x)$

$\Rightarrow x = 270° - 3x \Rightarrow 4x = 270°$

$\Rightarrow x = \frac{270°}{4} \Rightarrow x = 67°\ 30'$

06| Qual é o ângulo que excede o seu suplemento em 48°?

Resolução:

Sendo x, o ângulo, temos:

$x = (180° - x) + 48°$

$\Rightarrow 2x = 228° \Rightarrow x = 114°$

07| Determine dois ângulos complementares, sabendo que um deles é o quadruplo do outro.

Resolução:

Sendo os ângulos, x e $90° - x$, temos:

$x = 4.(90° - x)$

$\Rightarrow 5x = 360° \Rightarrow x = 72°$

Portanto, os ângulos são 72° e 18°.

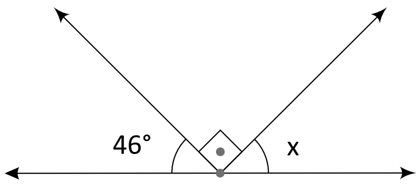
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01| Efetue as operações indicadas:

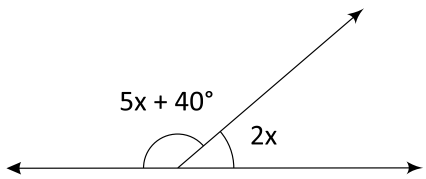
- **A** 25° 54' + 17° 36'
- **B** 12° 32' 25'' + 19° 27' 58''
- **C** 20° 45' 32'' − 6° 33' 54''
- **D** 90° − 50° 42' 28''
- **E** 2 . (10° 36' 48'')
- **F** 5 . (7° 15' 30'')
- **G** (42° 54' 48'') : 2
- **H** (34° 35' 12'') : 3

02| Determine o valor de x:

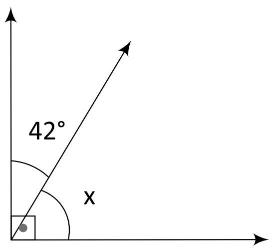
A



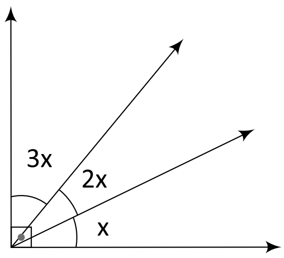
B



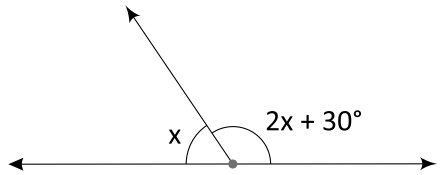
C



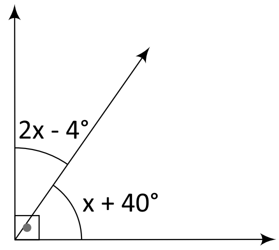
D



E

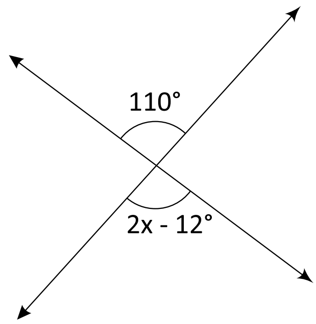


F

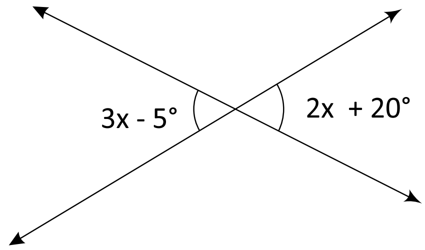


03| Determine o valor de x:

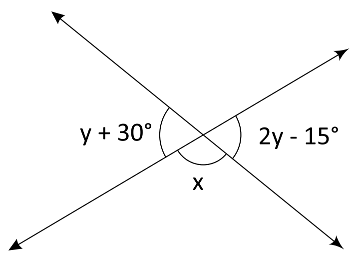
A



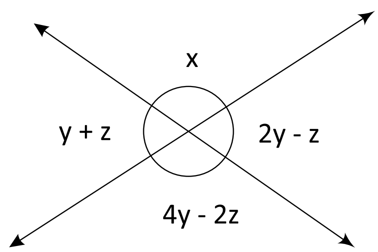
B



C

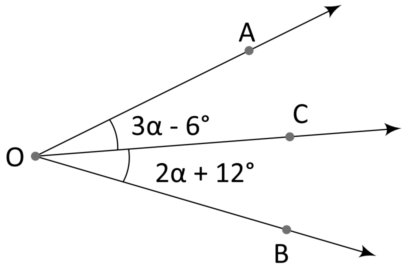


D

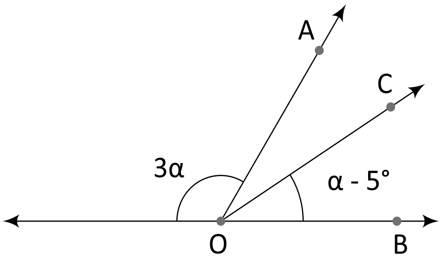


04| Se $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz de $A\hat{O}B$, determine α:

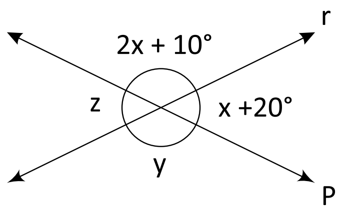
A



B



05| Determine x, y, z na figura a seguir:



06| Calcular em graus e minutos a medida do ângulo descrito pelo ponteiro dos minutos de um relógio, durante o tempo de 135 segundos.

07| Demonstre que as bissetrizes de dois ângulos adjacentes suplementares formam um ângulo reto.

08| Julgue os itens:

A ( ) Dois ângulos consecutivos são adjacentes.

B ( ) Dois ângulos adjacentes são consecutivos.

C ( ) Dois ângulos adjacentes são complementares.

D ( ) Dois ângulos complementares são adjacentes.

E ( ) Os ângulos de medida 15°, 25° e 50° são complementares.

F ( ) Os ângulos de medida 35°, 65° e 80° são suplementares

09| Calcule o complemento e o suplemento dos seguintes ângulos:

A y

B 25°

C 49°

D 64° 45’

E 72° 35’

10| Determine a medida do ângulo que vale o dobro de seu complemento.

11| Determine a medida do ângulo que vale o quádruplo de seu complemento.

12| Calcule o ângulo que vale o quíntuplo de seu suplemento.

13| Qual é o ângulo que excede seu complemento em 36°?

14| Calcule o ângulo que somado ao triplo de seu suplemento resulta 300°.

15| Qual é o ângulo que excede seu suplemento em 54°?

16| Um ângulo excede seu complemento em 38°. Determine o suplemento desse ângulo.

17| O suplemento de um ângulo excede este ângulo em 46°. Determine o ângulo.

18| Determine dois ângulos complementares, sabendo que um deles é o quádruplo do outro.

19| A razão de dois ângulos suplementares é igual a $\frac{2}{3}$. Determine o complemento do menor.

20| Dois ângulos são suplementares. Os $\frac{2}{3}$ do maior excedem os $\frac{3}{4}$ do menor em 69°. Determine os ângulos.

21| Responda as questões à seguir:

A A metade de um ângulo menos a quinta parte do seu complemento mede 17°. Qual é esse ângulo?

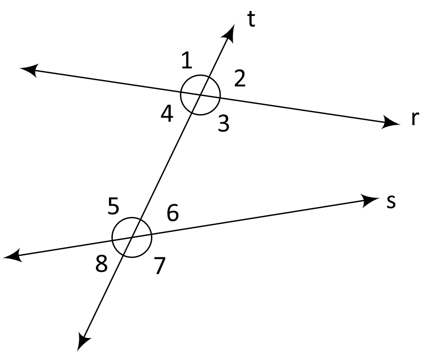
B $\frac{2}{3}$ do complemento de um ângulo mais $\frac{1}{5}$ do suplemento do mesmo ângulo perfazem 70°. Qual é esse ângulo?

22| Sabendo que dois ângulos são complementares e que o dobro da medida do menor ângulo é igual a medida do maior aumentada de 30°, determine-os.

PARALELISMO

ÂNGULOS DE DUAS RETAS E UMA TRANVERSAL

Duas retas distintas r e s coplanares, paralelas ou não, e uma reta t concorrente com r e s (dizemos que t é uma reta transversal de r e s), determinam os oito ângulos destacados na figura abaixo:



Assim denominados:

CORRESPONDENTES:

1 e 5; 2 e 6; 3 e 7; 4 e 8

ALTERNOS:

INTERNOS: 3 e 5; 4 e 6   EXTERNOS: 1 e 7; 2 e 8

COLATERAIS:

INTERNOS: 3 e 6; 4 e 5   EXTERNOS: 1 e 8; 2 e 7

ÂNGULOS DE DUAS RETAS PARALELAS E UMA TRANVERSAL

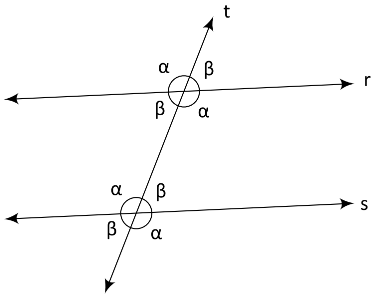
Se r e s são paralelas, então:

PROPRIEDADE 1 | Os ângulos correspondentes são congruentes.

PROPRIEDADE 2 | Os ângulos alternos são congruentes.

PROPRIEDADE 3 | Os ângulos colaterais são suplementares.

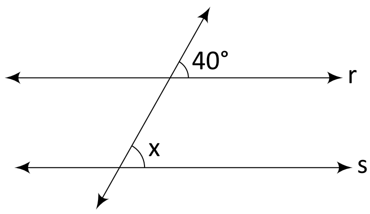
Veja:



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01| Nas figuras seguintes as retas r e s são paralelas, determine o valor de x:

A

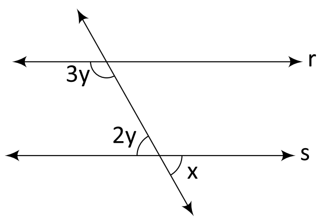


Resolução:

40° e x são ângulos correspondentes, logo:

$x = 40°$

B



Resolução:

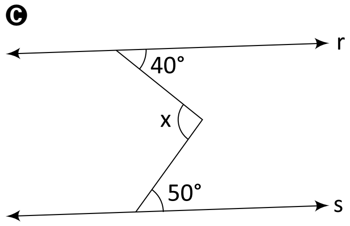
2y e 3y são ângulos colaterais internos, logo:

$2y + 3y = 180^\circ \Rightarrow y = 36^\circ$

x e 2y são opostos pelo vértice, logo:

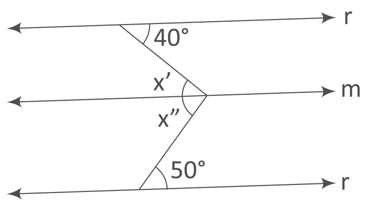
$x = 2y \Rightarrow x = 72^\circ$

C



Resolução:

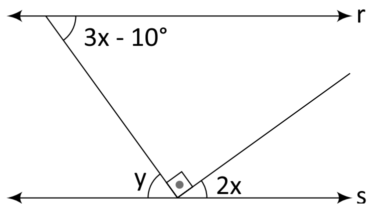
Traçando uma reta m paralela as retas r e s que passa pelo vértice do ângulo x, temos:



$x = x' + x'' \Rightarrow x = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$

(alternos internos)

02| As retas r e s da figura são paralelas. Determine 2x + y.



Resolução:

y e 3x − 10° são arternos internos, logo:

$y = 3x - 10°$ e $y + 90° + 2x = 180°$, portanto:

$3x - 10° + 90° + 2x = 180°$

$\Rightarrow 5x = 100° \Rightarrow x = 20°$

Consequentemente:

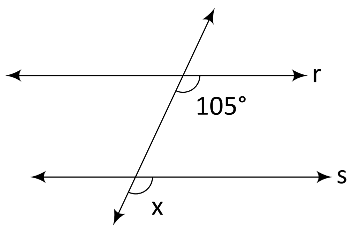
$y = 3 \cdot 20° - 10° = 50°$

e $2x + y = 2 \cdot 20° + 50° = 90°$

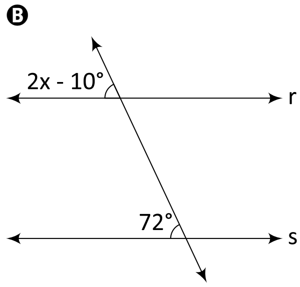
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01| Se r e s são retas paralelas e os ângulos destacados são correspondentes, determine x.

A

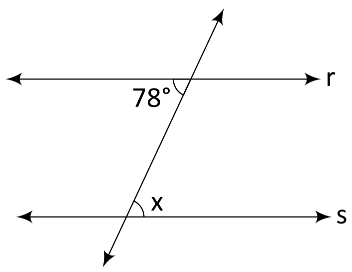


B

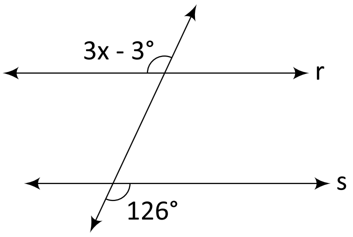


02| Se r e s são retas paralelas e os ângulos destacados são alternos, determine x.

A

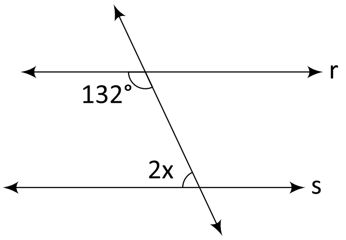


B

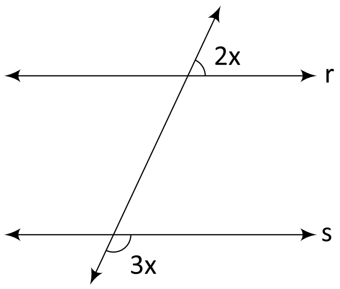


03| Se r e s são retas paralelas e os ângulos destacados são colaterais, determine x.

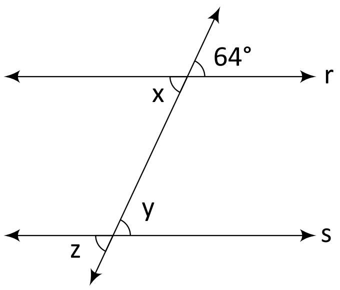
A



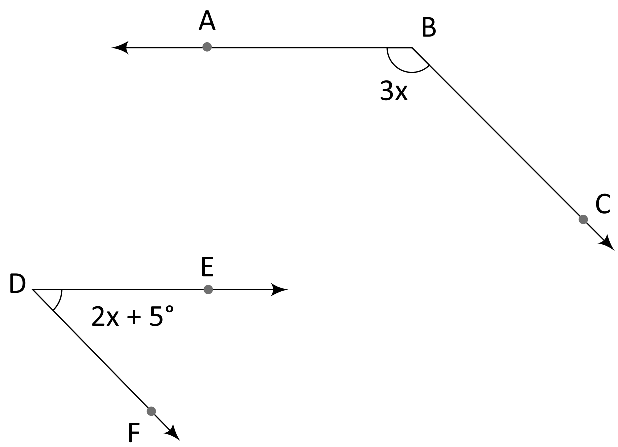
B



04| Na figura, sendo r e s retas paralelas, calcule $x + 2y - z$.

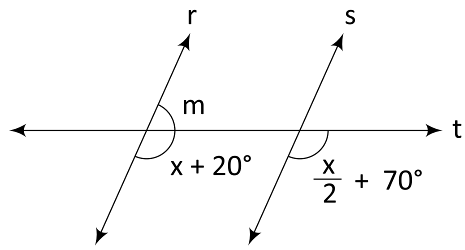


05| Calcule o valor de x, sendo AB//DE e BC//DF.



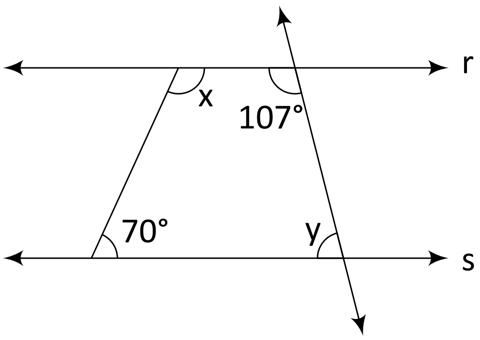
06| A soma dos quatro ângulos obtusos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal é igual a 420°. Determine a medida de um ângulo agudo.

07| Sendo r//s, calcule o ângulo m.

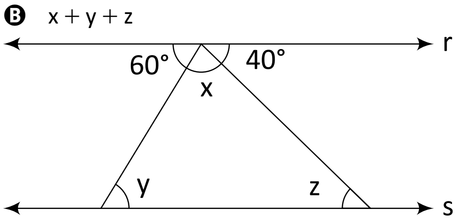


08| As retas r e s destacadas abaixo são paralelas, determine:

A $x + y$

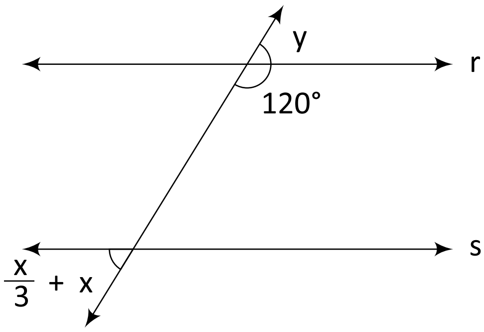


B $x + y + z$

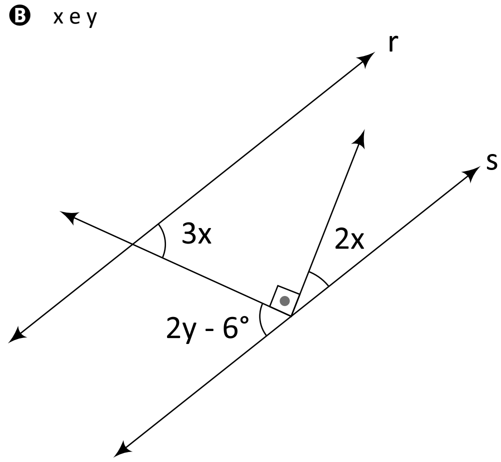


09| Nas figuras, sendo r e s retas paralelas, calcule:

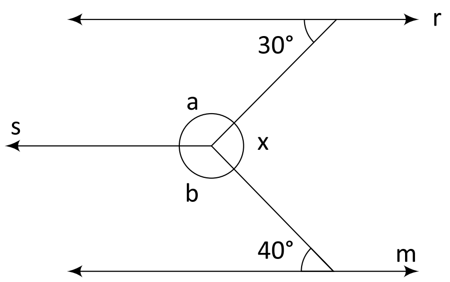
A $x + y$



B x e y

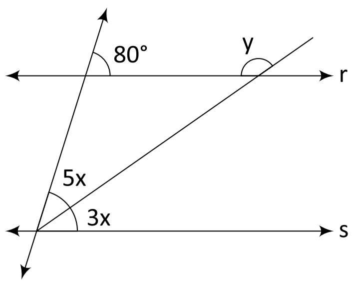


10| Na figura a seguir determine x sabendo que r//s e s//m.

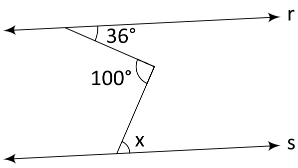


11| As retas r e s destacadas abaixo são paralelas, determine:

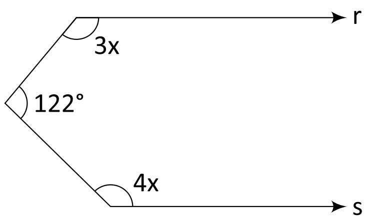
A x e y



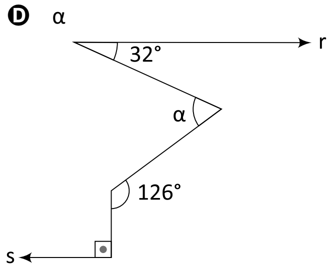
B x



C x

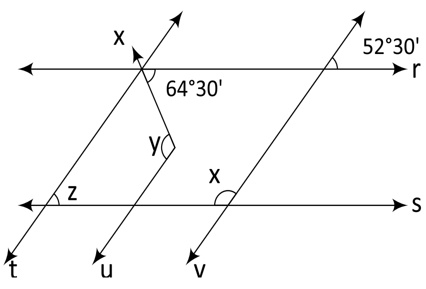


D α



TESTES DE VESTIBULARES

01| Na figura a seguir, temos r//s e t//u//v.



Com base nos estudos dos ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, pode-se afirmar que:

I) O ângulo X mede 127° 30'.

II) O ângulo Y mede 117°.

III) O ângulo Z mede 64° 30'.

Analise as proposições acima e assinale a alternativa correta.

A Somente as afirmações I e II estão corretas.

B Somente as afirmações I e III estão corretas.

C Somente a afirmação I está correta.

D As afirmações I, II e III estão corretas.

E As afirmações I, II e III estão incorretas.

02| Duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, de modo que a soma de dois dos ângulos agudos formados vale 72°. Então, qualquer dos ângulos obtusos formados mede:

A 142°

B 144°

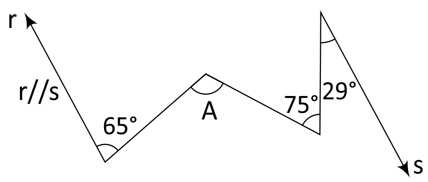
C 148°

D 150°

E 152°

03| Numa gincana, a equipe "Já Ganhou" recebeu o seguinte desafio:

Na cidade de Curitiba, fotografar a construção localizada na rua Marechal Hermes no número igual à nove vezes o valor do ângulo Â da figura a seguir:



Se a Equipe resolver corretamente o problema, irá fotografar a construção localizada no número:

A 990

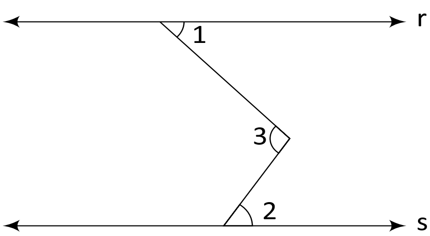
B 261

C 999

D 1026

E 1260

04| Na figura adiante, as retas r e s são paralelas, o ângulo 1 mede 45° e o ângulo 2 mede 55°. A medida, em graus, do ângulo 3 é:



A 50

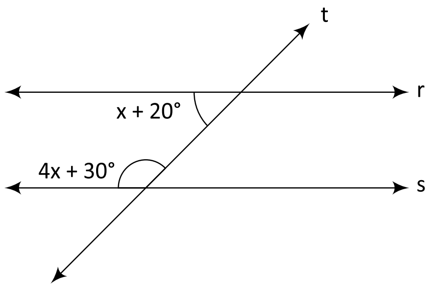
B 55

C 60

D 80

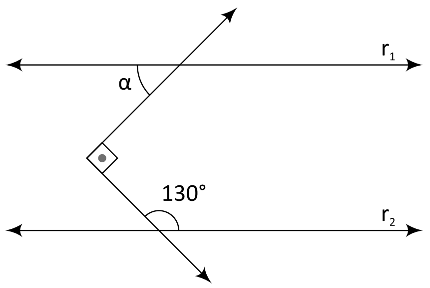
E 100

05| As retas r e s são interceptadas pela transversal "t", conforme a figura. O valor de x para que r e s sejam, paralelas é:



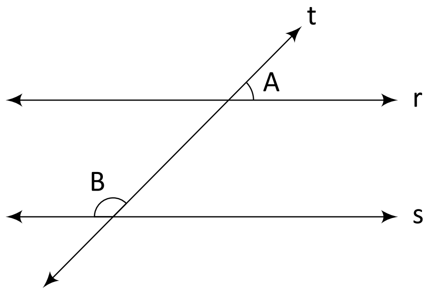
Ⓐ 20°
Ⓑ 26°
Ⓒ 28°
Ⓓ 30°
Ⓔ 35°

06| As retas r_1 e r_2 são paralelas. O valor do ângulo α, apresentado na figura a seguir, é:



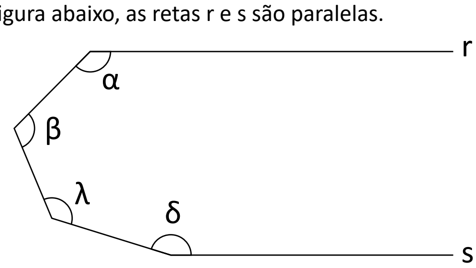
Ⓐ 40°
Ⓑ 45°
Ⓒ 50°
Ⓓ 65°
Ⓔ 130°

07| As retas r e s da figura são paralelas cortadas pela transversal t. Se o ângulo B é o triplo de A, então B − A vale:



Ⓐ 90°
Ⓑ 85°
Ⓒ 80°
Ⓓ 75°
Ⓔ 60°

08| Na figura abaixo, as retas r e s são paralelas.



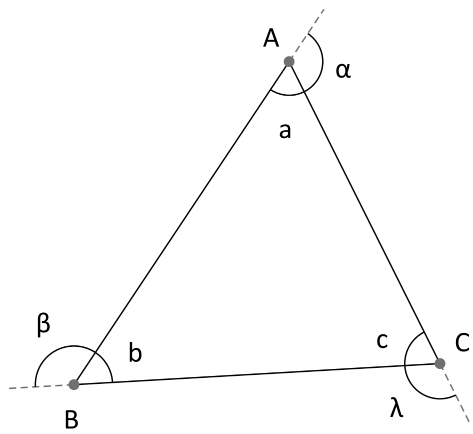
A soma de $\alpha + \beta + \lambda + \delta$ das medidas dos ângulos indicados na figura é:

Ⓐ 180°
Ⓑ 270°
Ⓒ 360°
Ⓓ 480°
Ⓔ 540°

TRIÂNGULO

DEFINIÇÃO

Dados três pontos A, B e C não colineares, à reunião dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$ denominamos triângulo.



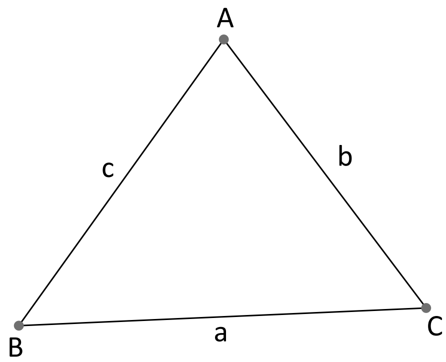
ELEMENTOS

- Os pontos A, B e C são os vértices do triângulo ABC.
- Os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$ são os lados do triângulo ABC.
- Os ângulos a, b e c são os ângulos internos do triângulo ABC.
- Os ângulos α, β e λ são os ângulos externos do triângulo ABC.

CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DE UM TRIÂNGULO

DESIGUALDADE TRIÂNGULAR

Em todo triângulo, cada lado é menor que a soma e maior que o módulo da diferença dos outros dois lados.

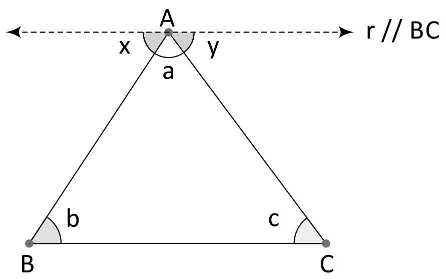


$$|b - c| < a < b + c$$

OBSERVAÇÃO: Em todo triângulo, o maior lado opõe-se ao maior ângulo interno e o menor lado ao menor ângulo interno e vice-versa.

SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO

Em todo triângulo, a soma dos ângulos internos é 180°. Veja:



Sendo r paralela a $\overline{BC}$, verifica-se:

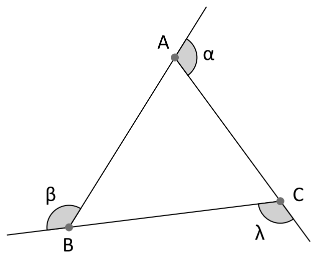
$x + a + y = 180°$

Como: $b \equiv x$ e $c \equiv y$ (alternos internos), temos

$b + a + c = 180°$ ou $a + b + c = 180°$

SOMA DOS ÂNGULOS EXTERNOS DE UM TRIÂNGULO

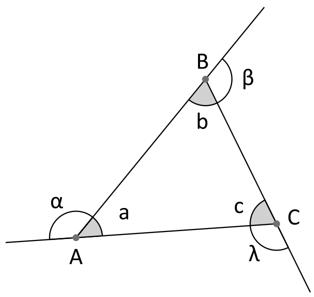
Em todo triângulo, a soma dos ângulos externos é 360°.



$\alpha + \beta + \lambda = 360°$

ÂNGULO EXTERNO DE UM TRIÂNGULO

Em todo triângulo, um ângulo externo é igual a soma dos ângulos internos não adjacentes a ele.



$\alpha = b + c$

ou

$\beta = a + c$

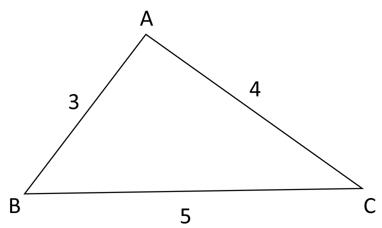
ou

$\gamma = a + b$

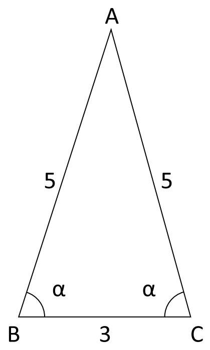
CLASSIFICAÇÃO DE UM TRIÂNGULO QUANTO AOS LADOS

Quanto aos lados, um triângulo pode ser:

ESCALENO se, e somente se, dois quaisquer lados são não congruentes. Exemplo:



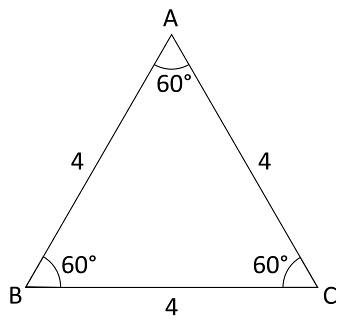
ISÓSCELES se, e somente se, têm dois quaisquer lados congruentes. Exemplo:



OBSERVAÇÃO: Nos triângulos isósceles, o lado de medida diferente é chamado de base e seu ângulo oposto de vértice.

PROPRIEDADE: Nos triângulos isósceles, os ângulos internos adjacentes à base são congruentes.

EQUILÁTERO se, e somente se, têm os três lados congruentes.



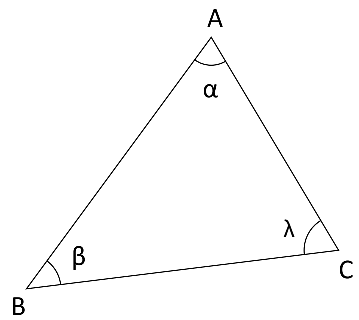
OBSERVAÇÃO: Todo triângulo equilátero é isósceles.

PROPRIEDADE: Todo triângulo equilátero é equiângulo, ou seja, seus ângulos internos são congruentes (60°).

CLASSIFICAÇÃO DE UM TRIÂNGULO QUANTO AOS ÂNGULOS

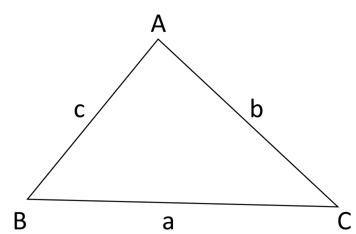
Quanto aos ângulos, um triângulo pode ser:

ACUTÂNGULO se, e somente se, têm os três ângulos agudos.



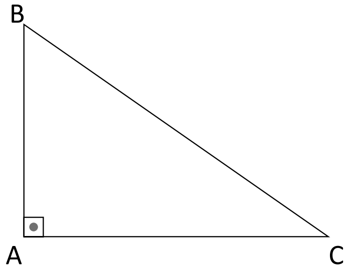
$\alpha < 90°$, $\beta < 90°$ e $\lambda < 90° \Rightarrow \Delta ABC$ acutângulo

PROPRIEDADE: Em todo triângulo acutângulo o quadrado do maior lado é menor que a soma dos quadrados dos outros dois lados.



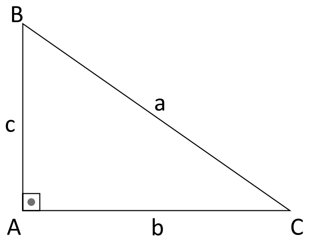
Sendo a o maior lado do triângulo ABC (acutângulo), temos: $a^2 < b^2 + c^2$

RETÂNGULO se, e somente se, têm um ângulo reto.



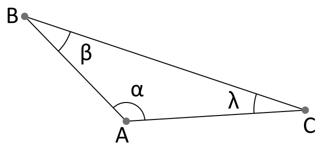
$B\hat{A}C = 90° \Rightarrow \Delta$ ABC retângulo

PROPRIEDADE: Em todo triângulo retângulo o quadrado do maior lado é igual a soma dos quadrados dos outros dois lados (Teorema de PITÁGORAS).



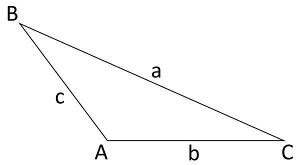
Sendo a o maior lado do triângulo retângulo ABC, temos: $a^2 = b^2 + c^2$

OBTUSÂNGULO se, e somente se, têm um ângulo obtuso.



$B\hat{A}C > 90° \Rightarrow \Delta$ ABC obtusângulo

PROPRIEDADE: Em todo triângulo obtusângulo o quadrado do maior lado é maior que a soma dos quadrados dos outros dois lados.



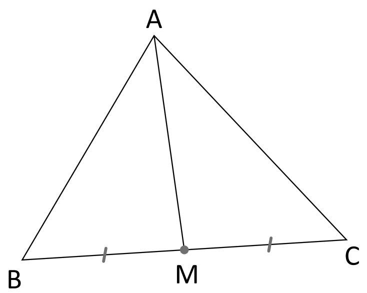
Sendo a o maior lado do triângulo obtusângulo ABC, temos: $a^2 > b^2 + c^2$

PONTOS NOTÁVEIS DE UM TRIÂNGULO

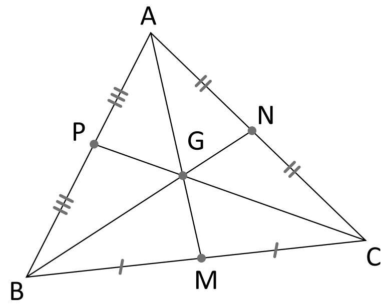
BARICENTRO (G) – MEDIANAS

A mediana de um triângulo é o segmento de reta que liga um vértice do triângulo ao ponto médio do lado oposto a este vértice.

As três **medianas** de um triângulo são concorrentes em um único ponto, denominado **baricentro** do triângulo.



$\overline{AM}$ é mediana do Δ ABC



G é o baricentro do Δ ABC

OBSERVAÇÃO: Um ponto M é ponto médio do segmento $\overline{AB}$ se, e somente se, a medida do segmento de reta $\overline{AM}$ é igual a medida do segmento de reta $\overline{MB}$.

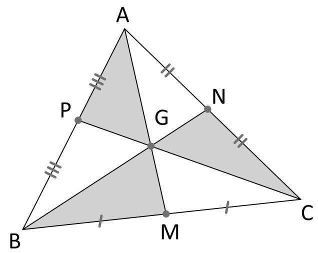
PROPRIEDADES:

PROPRIEDADE 1 **|** O baricentro de um triângulo divide suas medianas na razão de 2:1, ou seja, a distância do baricentro ao vértice é o dobro da distância do baricentro ao ponto médio.

PROPRIEDADE 2 **|** As medianas de um triângulo o divide em seis triângulos menores de mesma área.

PROPRIEDADE 3 **|** O baricentro é um ponto interno do triângulo.

Veja:



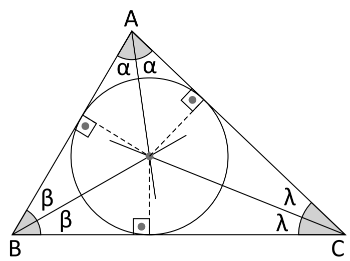
Sendo M, N e P os pontos médios do triângulo ABC, G é seu baricentro, logo:

$$\frac{AG}{GM} = \frac{BG}{GN} = \frac{CG}{GP} = \frac{2}{1}$$

Área(GMB) = Área(GBP) = Área(GPA) = Área(GAN) = Área(GNC) = Área(GCM) = $\frac{\textbf{Área (ABC)}}{\textbf{6}}$

INCENTRO (I) – Bissetrizes Internas

As três **bissetrizes internas** de um triângulo são concorrentes em um único ponto, denominado **incentro** do triângulo.



PROPRIEDADES:

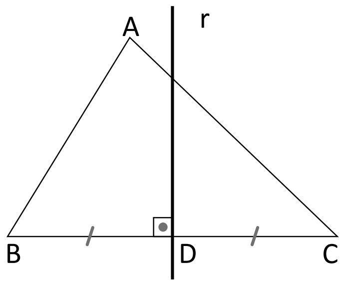
PROPRIEDADE 1 **|** O incentro é o centro da circunferência inscrita no triângulo, ou seja, que tangencia os três lados do triângulo.

PROPRIEDADE 2 **|** O incentro é um ponto interno do triângulo.

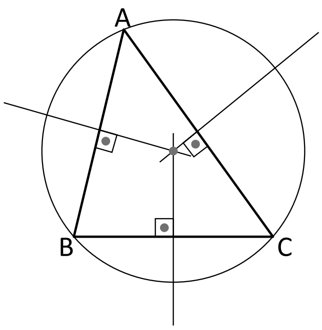
CIRCUNCENTRO (O) – Mediatrizes

A mediatriz de um triângulo é a reta perpendicular a um de seus lados, traçada pelo seu ponto médio.

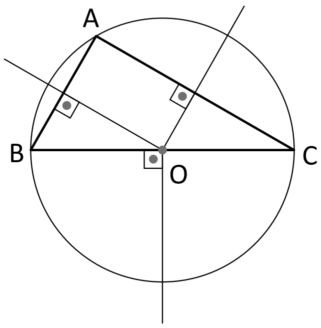
Na figura r é mediatriz do triângulo ABC, relativa ao lado $\overline{BC}$.



As três mediatrizes de um triângulo se encontram em um único ponto, denominado **circuncentro** do triângulo.



ΔABC é acutângulo



ΔABC é retângulo

PROPRIEDADES:

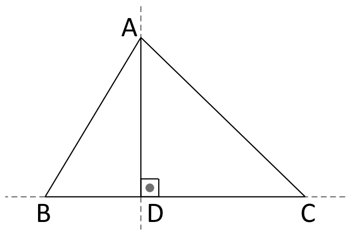
PROPRIEDADE 1 **|** O circuncentro é o centro da circunferência circunscrita ao triângulo, ou seja, que passa pelos três vértices do triângulo.

PROPRIEDADE 2 **|** O circuncentro de um triângulo pode ser um ponto: interno ao triângulo

(Δ Acutângulo), pertencente ao triângulo (Δ Retângulo) ou externo ao triângulo (Δ Obtusângulo).

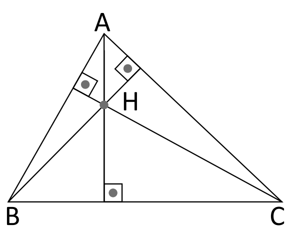
ORTOCENTRO (H) – Alturas

A altura de um triângulo é um segmento de reta perpendicular a um lado do triângulo ou ao seu prolongamento, traçado pelo vértice oposto. Esse lado é chamado de base da altura, e o ponto onde a altura encontra a base é chamado de pé da altura.

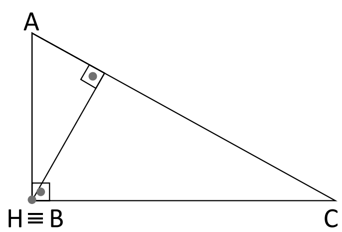


$\overline{AD}$ é a altura do ΔABC (relativa ao lado $\overline{BC}$)

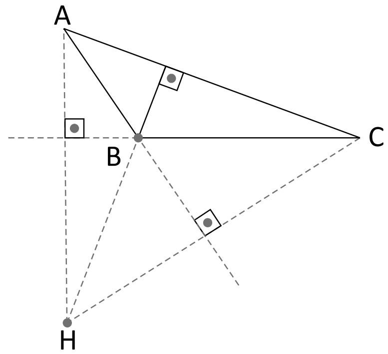
As retas suportes das três alturas de um triângulo se encontram em um único ponto, denominado ortocentro (H).



ΔABC é acutângulo



ΔABC é retângulo

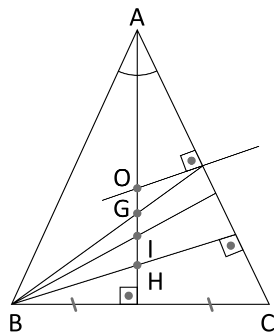


ΔABC é obtusângulo

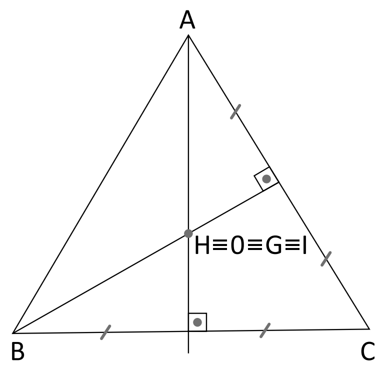
PROPRIEDADE: No triângulo acutângulo, o ortocentro é interno ao triângulo; no triângulo retângulo, é o vértice do ângulo reto; e no triângulo obtusângulo, é externo ao triângulo.

PONTOS NOTÁVEIS NOS TRIÂNGULOS ISÓSCELES E EQUILÁTERO

1| Em um triângulo isóceles, o baricentro, o incentro, o circuncentro e o ortocentro são colineares.



2| Em um triângulo equilátero, os quatros pontos notáveis são coincidentes.



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01| É possível construir triângulos com os segmentos indicados abaixo? Por quê?

A 5 cm, 6 cm e 10 cm

B 5 cm, 7 cm e 12 cm

C 5 cm, 8 cm e 15 cm

Resolução:

A Sim, pois: $10 < 5 + 6$

B Não, pois: $12 = 5 + 7$

C Não, pois: $15 > 5 + 8$

02| Classifique o triângulo cujos lados medem 6 cm, 7 cm e 9 cm, quanto aos lados e aos ângulos.

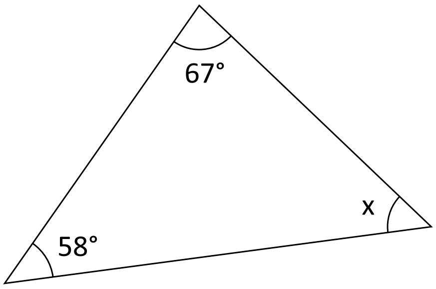
Resolução:

Quanto aos lados o triângulo é Escaleno.

Quanto aos ângulos o triângulo é Acutângulo, pois: $9^2 < 6^2 + 7^2 (81 < 85)$.

03| Determine o valor de x.

A

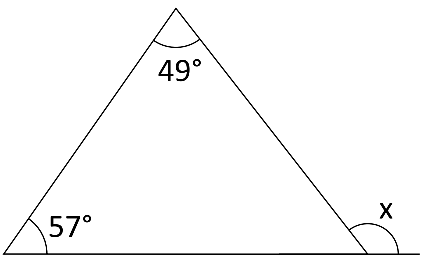


Resolução:

$x + 58° + 67° = 180°$

$\Rightarrow x = 55°$

B

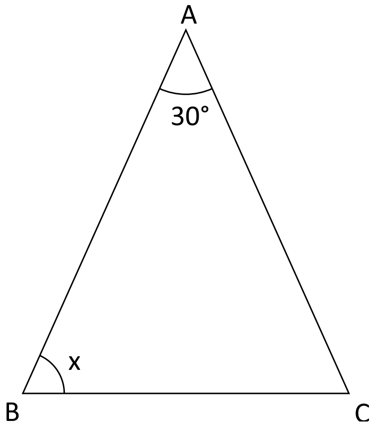


Resolução:

$X = 49° + 57°$

$\Rightarrow x = 106°$

C $\overline{AB} \equiv \overline{AC}$



Resolução:

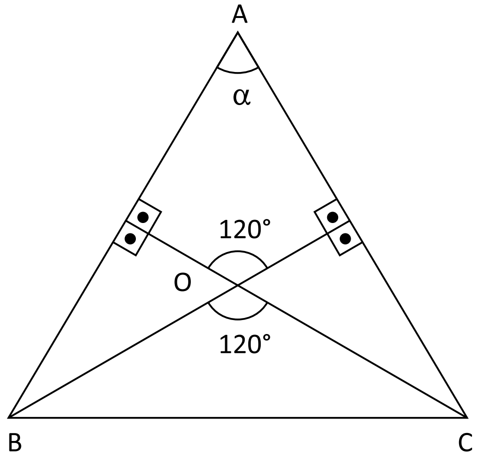
Como o ΔABC é isósceles, os ângulos adjacentes à sua base são congruentes, logo: $A\hat{C}B = x$, portanto:

$x + x + 30° = 180°$

$\Rightarrow x = 75°$

04| Sendo O o ortocentro de um triângulo ABC e $B\hat{O}C = 120°$: Determine $B\hat{A}C$.

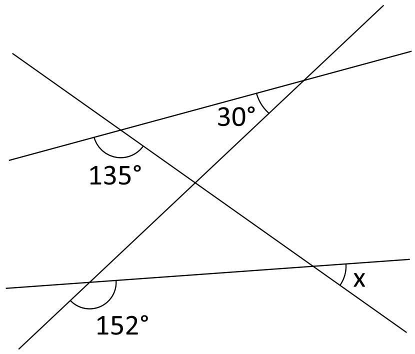
Resolução:



$\alpha + 90° + 90° + 120° = 360°$

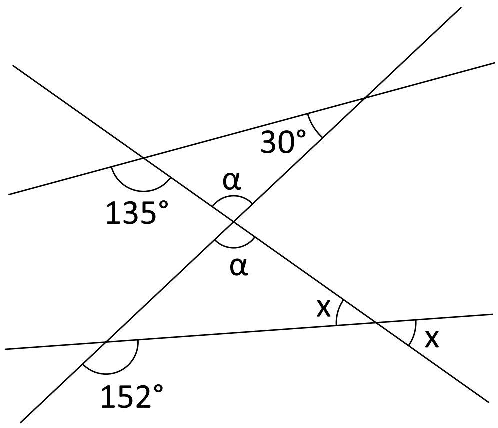
$\Rightarrow \alpha = 60°$

05| Na figura seguinte, determine x.



Resolução:

Acrecentando o ângulo α na figura e seu O.P.V., temos:



$135° = \alpha + 30° (\text{I})$

$152° = \alpha + x (\text{II})$

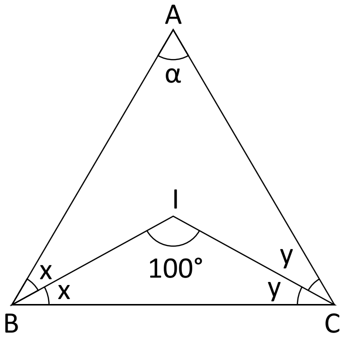
Fazendo $(\text{II}) - (\text{I})$

$152° - 135° = \alpha + x - \alpha - 30° \Rightarrow x = 47°$

06| Sendo I o incentro de um triângulo ABC e $B\hat{I}C = 100°$, determine $B\hat{A}C$.

Resolução:

Se I é o incentro do triângulo ABC, temos:



$$\begin{cases} x + y + 100^\circ = 180^\circ \ \ \text{(I)} \\ 2x + 2y + \alpha = 180^\circ \ \ \text{(II)} \end{cases}$$

$(\text{I})\, x + y = 80^\circ$

$(\text{II})\, 2.(x + y) + \alpha = 180^\circ$

$\text{De}(\text{I})\,\text{em}(\text{II})$:

$2.80^\circ + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 20^\circ$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01| Com segmentos de 10 cm, 7 cm e 21 cm pode-se construir um triângulo? Por quê?

02| Dois lados, AB e BC, de um triângulo ABC medem respectivamente 7 cm e 16 cm. Quanto poderá medir o terceiro lado, sabendo que é múltiplo de 5?

03| Se dois lados de um triângulo isósceles medem 15 cm e 32 cm, qual poderá ser a medida do terceiro lado?

04|

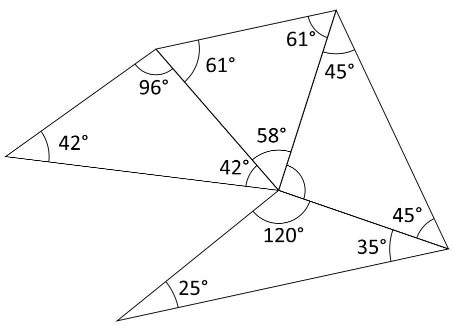
- **A** Quantos são os triângulos não congruentes cujas medidas dos lados são NÚMEROS INTEIROS e cujos perímetros medem 11 metros?
- **B** Quantos dos triângulos considerados no item anterior são equiláteros? E quantos são isósceles?

05| Classifique quanto aos lados e ângulos, os triângulos cujas medidas dos lados estão indicadas abaixo:

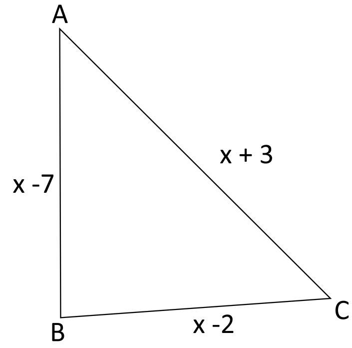
- **A** 8 cm, 8 cm e 8 cm.
- **B** 10 cm, 10 cm e 7 cm.
- **C** 5 cm, 12 cm e 13 cm.
- **D** 17 cm, 10 cm e 8 cm.

06| Os três ângulos de um triângulo têm para expressões, respectivamente, $5x - 40^\circ$, $2x + 20^\circ$, $3x$. Verifique se este triângulo é equilátero.

07| Na figura a seguir determine o ângulo que é oposto ao lado de menor comprimento.

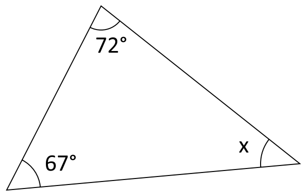


08| Determine os lados do triângulo da figura sabendo que ele tem 60 cm de perímetro.

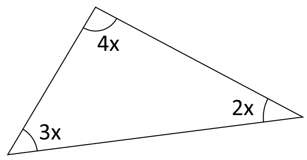


09| Determine o valor de x:

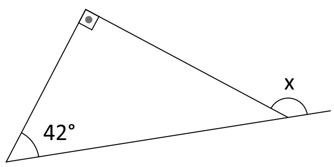
A



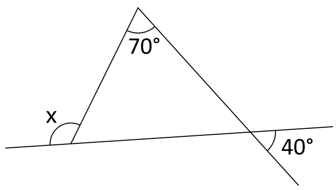
B



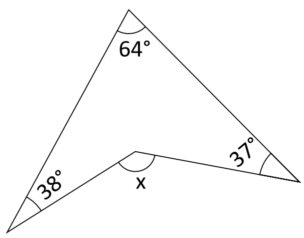
C



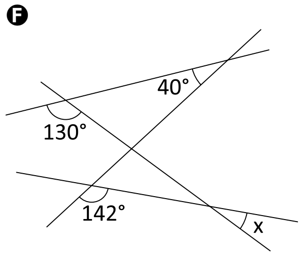
D



E

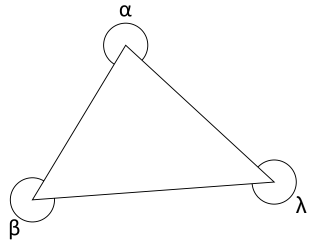


F

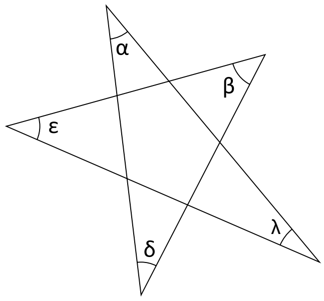


10| Determine as somas indicadas:

A $\alpha + \beta + \lambda$



B $\alpha + \beta + \lambda + \delta + \varepsilon$

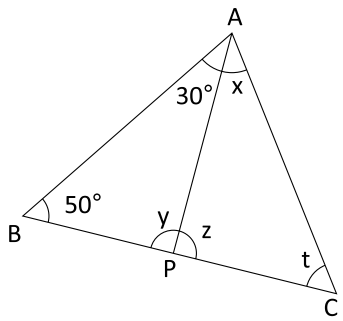


11| Responda as perguntas a seguir.

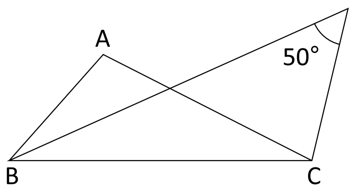
A O que é um triângulo escaleno?

B O que é um triângulo isósceles?

12| Sendo $\overline{PA}$ bissetriz do triângulo ABC, determine x, y, z, t.



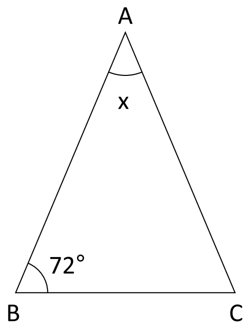
13| UNESP Considere o triângulo ABC da figura adiante.



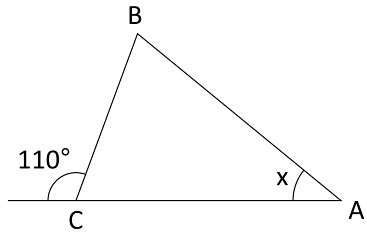
Se a bissetriz interna do ângulo B forma com a bissetriz externa do ângulo C um ângulo de 50°, determine a medida do ângulo interno A.

14| Determine x nos casos seguintes:

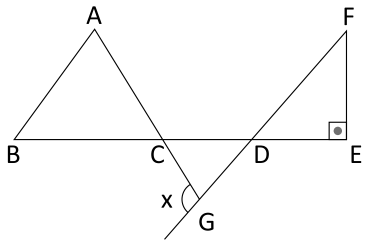
A $\overline{AB} \equiv \overline{AC}$



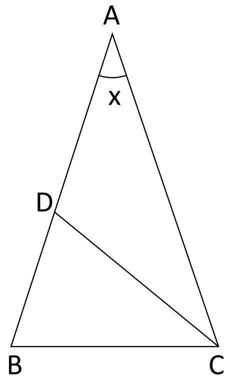
B $\overline{AB} \equiv \overline{AC}$



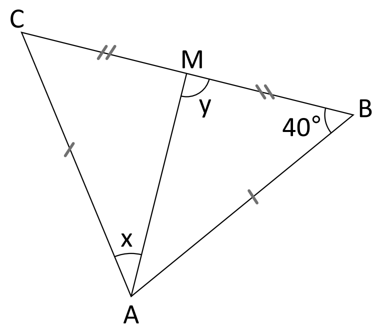
C $\overline{AB} \equiv \overline{BC} \equiv \overline{CA}$ e $\overline{DE} \equiv \overline{EF}$



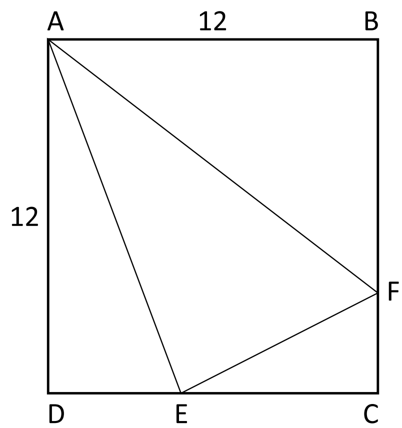
D $\overline{BC} \equiv \overline{CD} \equiv \overline{DA}$ e $\overline{AB} \equiv \overline{AC}$



15| Em um triângulo isósceles ABC, com AB $\equiv$ AC, AM é mediana. Se B = 40°, determine os ângulos x e y.



16| No quadrado ABCD de lado 12, temos: AE = 13 e CF = 3. O ângulo AÊF é agudo, reto ou obtuso? Justifique.



17| A diferença entre as medidas de dois lados de um triângulo isósceles é 75 cm. Sabendo que estes lados estão na razão de 8 para 5 e admitindo-se que o lado desigual é o de maior medida, calcular o perímetro desse triângulo.

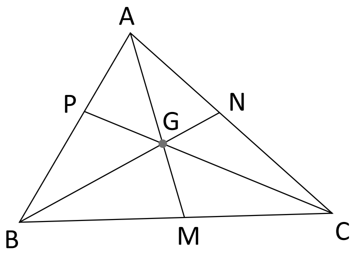
18| Em um triângulo ABC, os ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$ medem, respectivamente, 84° e 36°. Determine o ângulo agudo formado pela mediatriz relativa ao lado BC e pela bissetriz do ângulo C.

19| Julgue os itens seguintes:

- **A** ( ) O incentro é o centro da circunferência inscrita no triângulo.
- **B** ( ) O circuncentro é o centro da circunferência circunscrita ao triângulo.
- **C** ( ) O incentro é interno ao triângulo.
- **D** ( ) O baricentro é interno ao triângulo.
- **E** ( ) O ortocentro é interno ao triângulo.

20| Sendo G o baricentro do triângulo ABC, GN = 4 cm, AM = 15 cm e GC = 12 cm, determine:

- **A** A medida do segmento BG;
- **B** A medida do segmento GM;
- **C** A medida do segmento CP.



21| Se I é o incentro do triângulo ABC e $B\hat{I}C = 120°$, determine $\hat{A}$.

22| Sendo O o ortocento de um triângulo ABC e $B\hat{O}C = 148°$, determine $\hat{A}$.

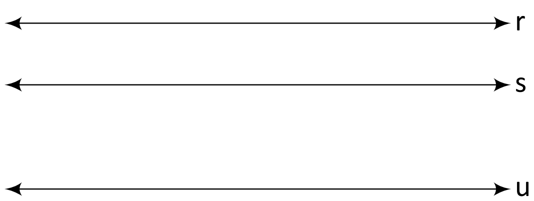
23| Se O é o ortocento de um triângulo isósceles ABC de base BC e $B\hat{O}C = 140°$, determine os ângulos do triângulo.

24| O circuncentro de um triângulo isósceles é interno ao triângulo e duas mediatrizes formam um ângulo de 48°. Determine os ângulos desse triângulo.

TEOREMA DE TALES

FEIXE DE RETAS PARALELAS

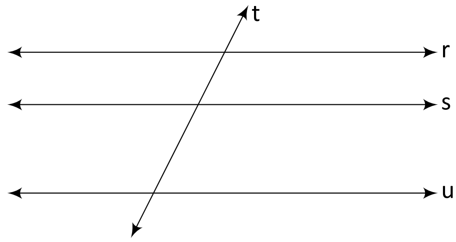
Feixe de retas paralelas é um conjunto de retas coplanares paralelas entre si.



r // s // u (feixe de paralelas)

TRANSVERSAL DO FEIXE DE RETAS PARALELAS

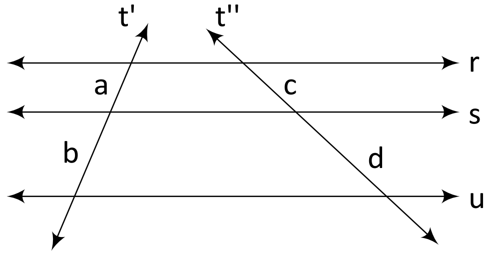
Transversal do feixe de retas paralelas é uma reta do plano do feixe que concorre com todas as retas do feixe.



t é uma transversal do feixe de paralelas

TEOREMA DE TALES

Se duas retas são transversais (t′ e t″) de um feixe de retas paralelas (r, s e u), então a razão entre dois segmentos quaisquer de uma delas é igual à razão entre os respectivos segmentos correspendentes da outra.



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

PROPRIEDADES DAS PROPORÇÕES

Considerando que os números a, b, c e d formam ordenadamente uma proporção, temos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

Lê-se: o produto dos extremos é igual ao produto dos produtos do meio.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

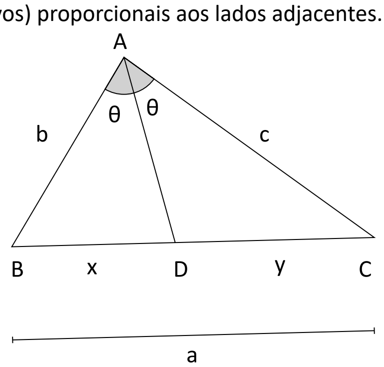
Lê-se: a soma dos dois primeiros está para o segundo, bem como a soma dos dois últimos está para o último.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Lê-se: a soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes, bem como cada antecedente está para o correspondente consequente.

TEOREMA DA BISSETRIZ INTERNA

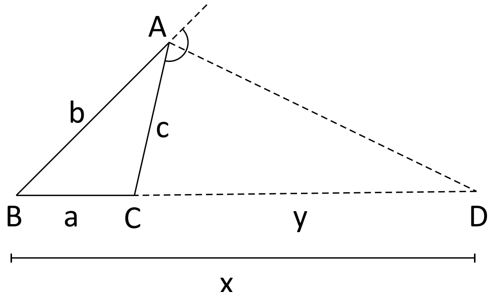
Uma bissetriz interna de um triângulo divide o lado oposto em segmentos (aditivos) proporcionais aos lados adjacentes.



$$\frac{b}{x} = \frac{c}{y} \quad (x + y = a)$$

TEOREMA DA BISSETRIZ EXTERNA

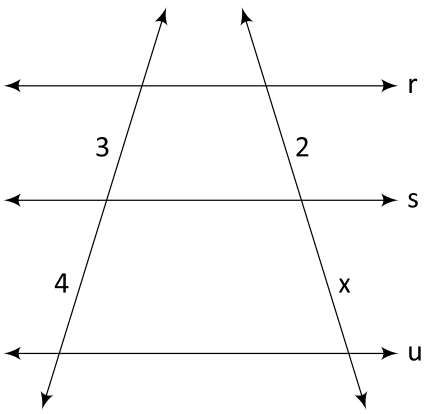
Se a bissetriz de um ângulo externo de um triângulo intercepta a reta que contém o lado oposto, então ela divide este lado oposto externamente em segmentos (subtrativos) proporcionais aos lados adjacentes.



$$\frac{b}{x} = \frac{c}{y} \quad (x - y = a)$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01| Na figura seguinte r // s // u, determine o valor de x.

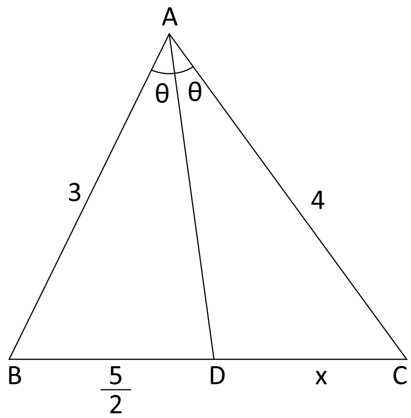


Resolução:

Pelo Teorema de Tales, temos:

$$\frac{3}{4} = \frac{2}{x} \Rightarrow 3x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{3}$$

02| Se $\overline{AD}$ é bissetriz interna de Â, determine x.

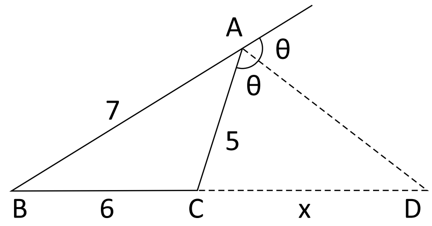


Resolução:

Pelo Teorema da Bissetriz Interna, temos:

$$\frac{3}{\frac{5}{2}} = \frac{4}{x} \Rightarrow 3x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{3}$$

03| Se $\overline{AD}$ é bissetriz externa de Â, determine x.



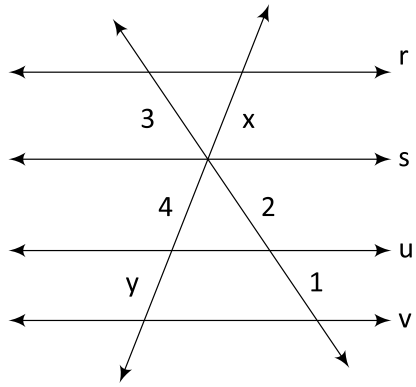
Resolução:

Pelo Teorema da Bissetriz Externa, temos:

$$\frac{5}{x} = \frac{7}{6 + x} \Rightarrow 7x = 30 + 5x$$

$$\Rightarrow 2x = 30 \Rightarrow x = 15$$

04| Sendo r // s // u // v determine x^y.



Resolução:

Pelo Teorema de Tales, temos:

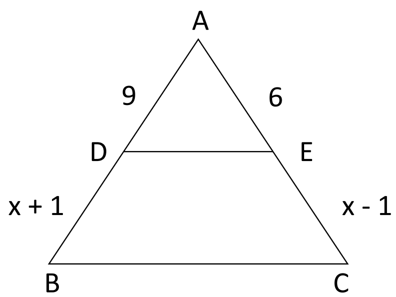
$$\frac{x}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$$

$$\frac{4}{y} = \frac{2}{1} \Rightarrow 2y = 4 \Rightarrow y = 2$$

Logo:

$x^y = 6^2 = 36$

05| No triângulo da figura a seguir, DE//BC. Nessas condições determine a medida x.



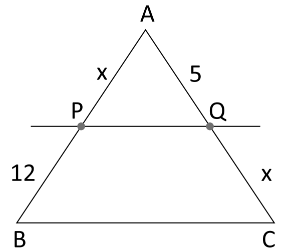
Resolução:

Pelo Teorema de Tales, temos:

$$\frac{9}{x + 1} = \frac{6}{x - 1} \Rightarrow 9x - 9 = 6x + 6 \Rightarrow x = 5$$

06| Uma reta paralela ao lado BC de um triângulo ABC intercepta os lados AB e AC do triângulo em P e Q, respectivamente, em que AQ = 5, PB = 12 e AP = QC. Determine o comprimento de AP.

Resolução:



Pelo Teorema de Tales, temos:

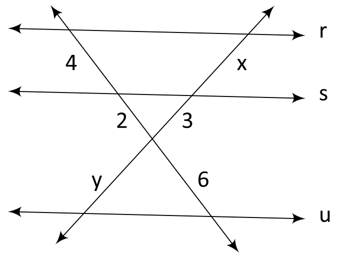
$$\frac{x}{12} = \frac{5}{x} \Rightarrow x^2 = 60 \Rightarrow x = 2\sqrt{15}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01| Um feixe de 4 paralelas determina sobre uma transversal três segmentos consecutivos que medem 4 cm, 7 cm e 9 cm. Calcule os comprimentos do segmentos determinados pelo feixe na outra transversal, sabendo que o segmento desta, compreendido entre a primeira e a quarta paralela, é 40 cm.

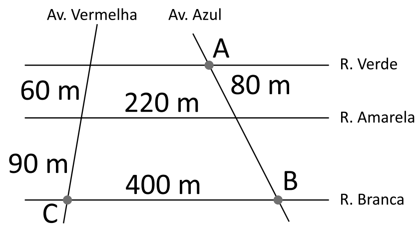
02| Os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{MN}$, $\overline{PQ}$ formam, nessa ordem, uma proporção. Se $\overline{MN} = 3$ cm, $\overline{PQ} = 7$ cm e $\overline{AB} + \overline{CD} = 30$ cm, determine $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$.

03| Sendo r//s//u, determine o valor de $2x - y$.



04| Uma reta paralela ao lado $\overline{BC}$ de um triângulo ABC determina sobre o lado $\overline{AB}$ segmentos de 5 cm e 15 cm. Calcule as medidas dos segmentos que esta reta determina sobre o lado $\overline{AC}$, de medida 40 cm.

05| As ruas Verde, Amarela e Branca são paralelas e as avenidas Azul e Vermelha são transversais a essas ruas.



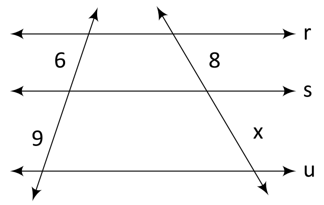
Pedro mora na esquina da Rua Verde com a Avenida Azul indicada na figura pelo ponto A.

A Para ir à padaria situada na esquina da Rua Branca com a Avenida Azul, indicada pelo ponto B, quantos metros, no mínimo, Pedro percorre?

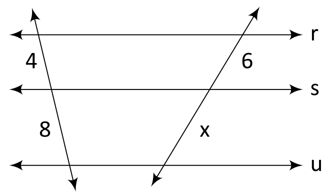
B Pedro faz uma caminhada de 200 metros em 4 minutos. Para ir à sua escola, situada na esquina da Rua Branca com a Avenida Vermelha, indicada pelo ponto C, ele anda pela Avenida Azul e vira na Rua Branca. Quanto tempo Pedro demora para chegar à escola?

06| Sendo r//s//u, determine o valor de x:

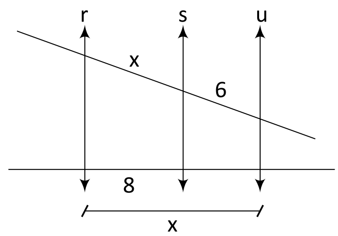
A



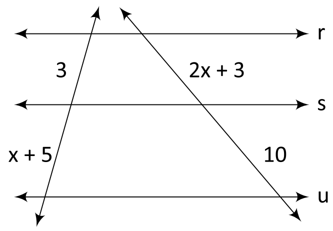
B



C



D

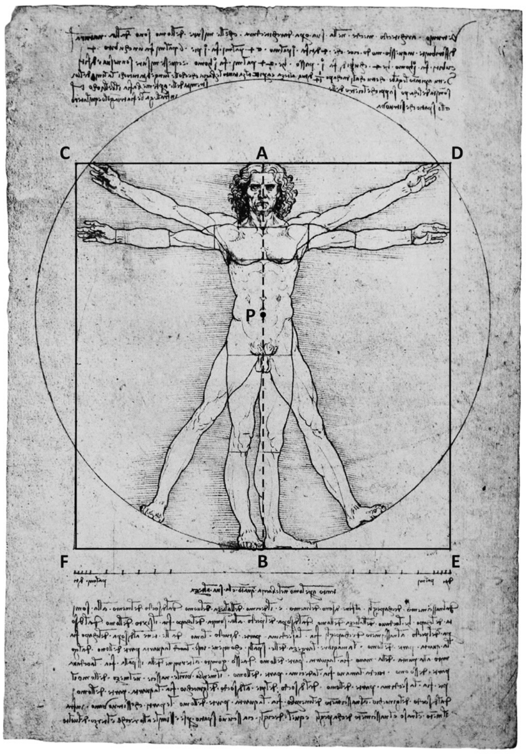


07| Observe a figura a seguir que demonstra um padrão de harmonia, segundo os gregos.

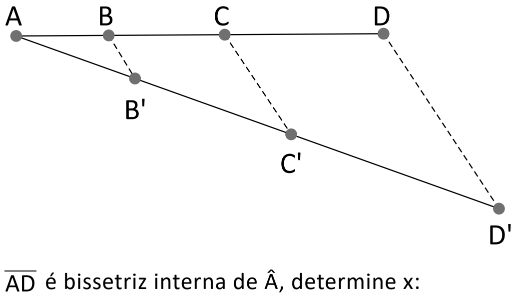
Há muito tempo os gregos já conheciam o número de ouro $\phi = \frac{(1+\sqrt{5})}{2}$, que é aproximadamente 1,618. Tal número foi durante muito tempo "padrão de harmonia". Por exemplo, ao se tomar a medida de uma pessoa (altura) e dividi-la pela medida que vai da linha umbilical até o chão, vê-se que a razão é a mesma que a da medida do queixo até a testa, em relação à medida da linha dos olhos até o queixo, e é igual ao número de ouro. Considere a cantora Ivete Sangalo, harmoniosa, segundo os padrões gregos.

Assumindo que a sua distância da linha umbilical até o chão é igual a $\frac{22.(\sqrt{5}-1)}{25}$ metros, determine a altura da mesma.

08| Na figura abaixo, temos o famoso desenho de Leonardo da Vinci conhecido como o *Homem Vitruviano*. Leonardo utilizou a razão áurea na construção do desenho em vários momentos. Por exemplo, o segmento que une o ponto A (extremidade da cabeça) ao ponto B (pé) está dividido na razão áurea pelo ponto P (umbigo), sendo PB maior que AP. Sabendo que o lado do quadrado CDEF mede 16,2 cm, utilize a razão de ouro para calcular o comprimento do segmento PB (a distância do umbigo até o pé). Considere: $\sqrt{5} \cong 2,24$

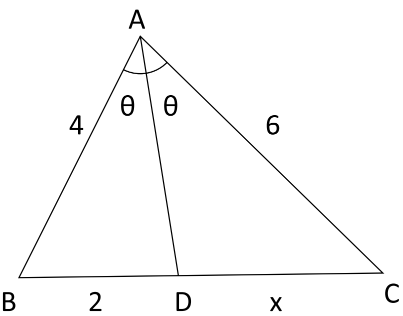


09| A figura a seguir mostra um segmento AD dividido em três partes: AB = 2 cm, BC = 3 cm e CD = 5 cm. O segmento AD' mede 13 cm e as retas BB' e CC' são paralelas a DD'. Determine os comprimentos dos segmentos AB', B'C' e C'D'.

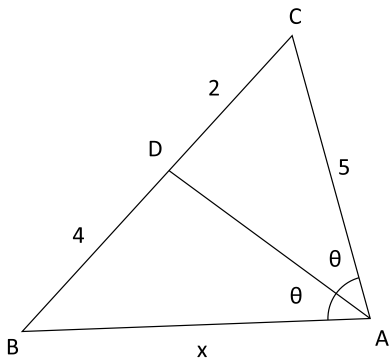


10| Se $\overline{AD}$ é bissetriz interna de Â, determine x:

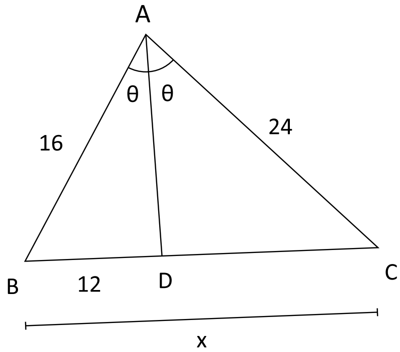
A



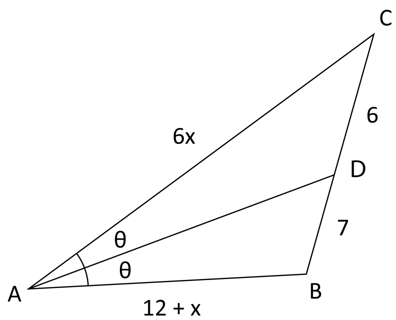
B



C

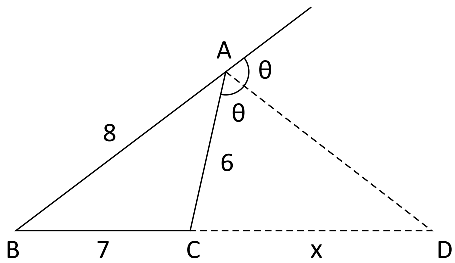


D

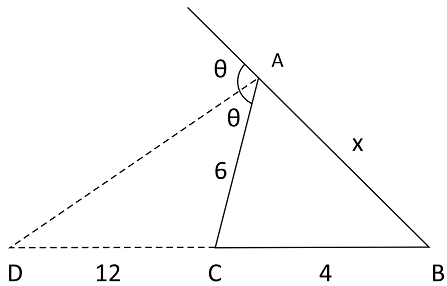


11| Se $\overline{AD}$ é bissetriz externa de Â, determine x:

A

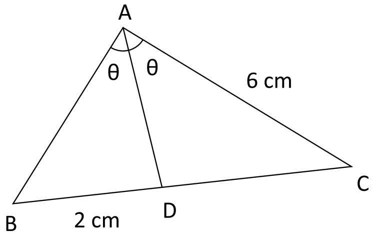


B

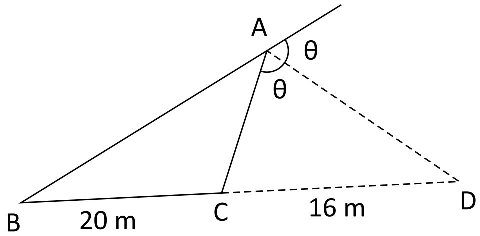


12| Determine a medida do lado $\overline{AB}$ do triângulo ABC, sabendo que:

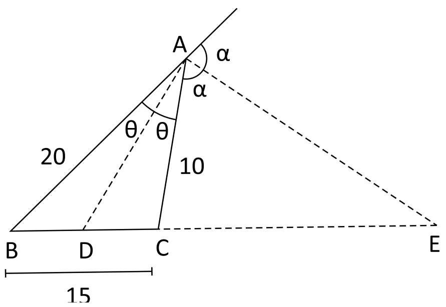
A $\overline{AD}$ é bissetriz e o perímetro do triângulo. ABC é 15 cm.



B $\overline{AD}$ é bissetriz do ângulo externo em A e o perímetro do triângulo ABC é 46 m.

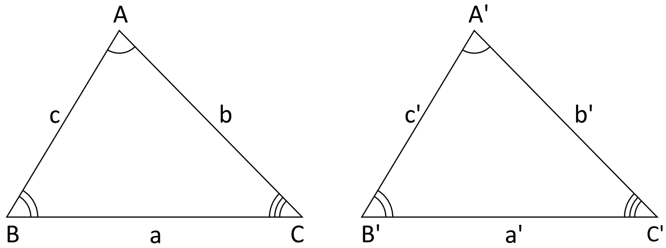


13| No triângulo ABC destacado abaixo, $\overline{AD}$ é bissetriz interna de Â, e $\overline{AE}$ é bissetriz externa de Â. Determine a medida do segmento $\overline{DE}$.



SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Dois triângulos são semelhantes se, e somente se, possuem os três ângulos ordenadamente congruentes e os lados homólogos proporcionais.



$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \iff \left(\begin{array}{l} \hat{A} \equiv \hat{A}' \\ \hat{B} \equiv \hat{B}' \text{ e } \dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} = \dfrac{c}{c'} \\ \hat{C} \equiv \hat{C}' \end{array}\right)$$

RAZÃO DE SEMELHANÇA

A razão entre dois lados homólogos k, de dois triângulos semelhantes, será chamada razão de semelhança.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$$

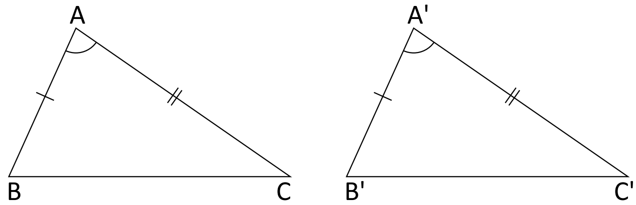
CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

Se dois triângulos são semelhantes e k = 1, então dizemos que os triângulos são congruentes, ou seja, admitirão os três ângulos ordenadamente congruentes e os lados homólogos também congruentes.

CASOS DE CONGRUÊNCIA

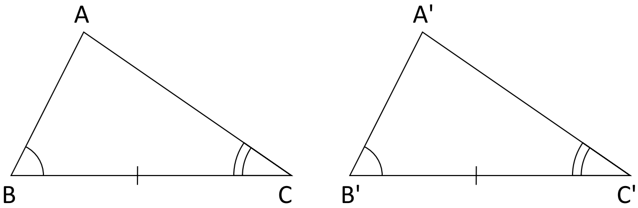
1° CASO – L.A.L.

Se dois triângulos têm ordenadamente congruentes dois lados e o ângulo compreendido, então eles são congruentes.



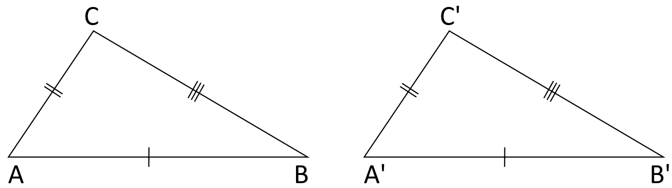
2° CASO – A.L.A.

Se dois triângulos têm ordenadamente congruentes um lado e os dois ângulos a ele adjacentes, então esses triângulos são congruentes.



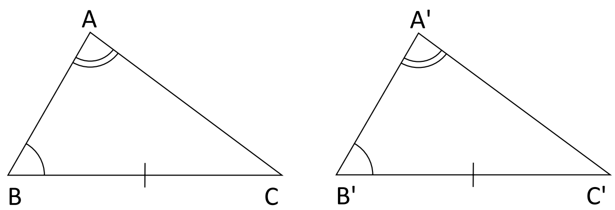
3° CASO – L.L.L.

Se dois triângulos têm ordenadamente congruentes os três lados, então esses triângulos são congruentes.



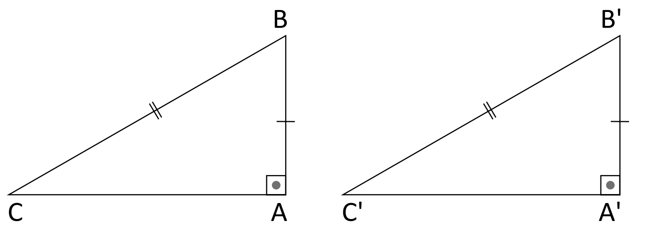
4° CASO – L.A.A$_o$.

Se dois triângulos têm ordenadamente congruentes um lado, um ângulo adjacente e o ângulo oposto a esse lado, então esses triângulos são congruentes.



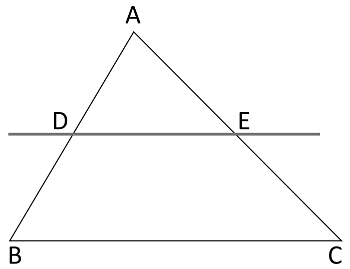
5° CASO – ESPECIAL PARA TRIÂNGULOS RETÂNGULOS

Se dois triângulos retângulos têm ordenadamente congruentes um cateto e a hipotenusa, então esses triângulos são congruentes.



TEOREMA FUNDAMENTAL DA SEMELHANÇA

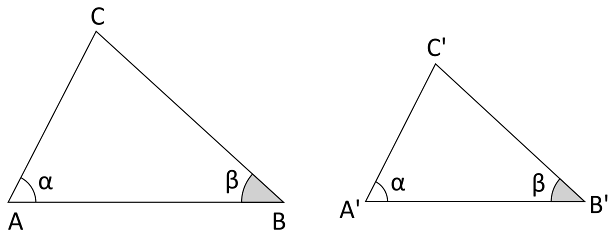
Se uma reta é paralela a um dos lados de um triângulo e intercepta os outros dois, então o triângulo que ela determina é semelhante ao primeiro.



CASOS DE SEMELHANÇA

1° CASO – A.A.

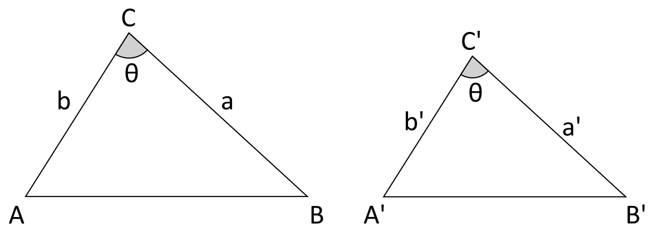
Se dois triângulos admitem dois ângulos ordenadamente congruentes, então eles são semelhantes.



$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

2° CASO – L.A.L.

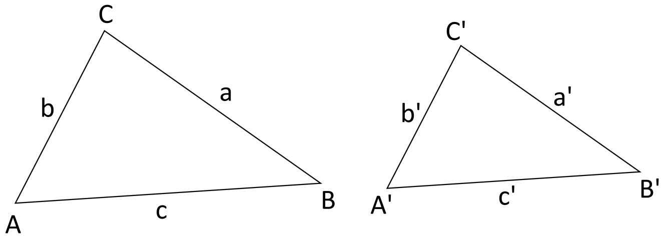
Se dois triângulos admitem dois lados homólogos proporcionais e os ângulos compreendidos entre eles congruentes, então eles são semelhantes.



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

3° CASO – L.L.L.

Se dois triângulos admitem lados homólogos proporcionais, então eles são semelhantes.

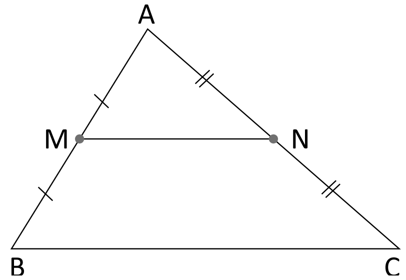


$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

OBSERVAÇÃO: Se a razão de semelhança de dois triângulos é k, então a razão entre dois elementos lineares (unidimensionais) homólogos é k e os ângulos homólogos são congruentes.

BASE MÉDIA DE UM TRIÂNGULO

A base média de um triângulo qualquer é o segmento de reta que une os pontos médios de dois lados. Veja:



Pelo 2º caso de semelhança, podemos garantir que os triângulos AMN e ABC são semelhantes na razão de $\frac{1}{2}$, logo:

$$\overline{MN} = \frac{\overline{BC}}{2}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

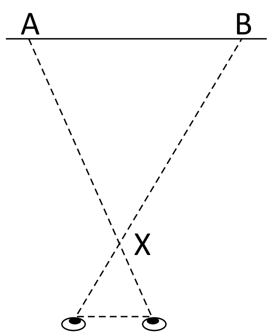
01| Quando olhamos para um ambiente qualquer, a percepção de profundidade é possível devido a nossa visão binocular. Por estarem separados em média em adultos, cada um dos nossos olhos registra uma imagem de um ângulo ligeiramente diferente. Ao interpretar essas imagens ao mesmo tempo, o cérebro forma um "mapa" dessas diferenças, tornando possível estimar a distância dos objetos em relação a nós.

A estereoscopia (popularmente conhecida como "imagem 3D") é uma técnica que consiste em exibir imagens distintas para cada olho do observador, representando o que se observaria em uma situação real. Assim, o cérebro pode ser "enganado" a interpretar os objetos representados como se estivessem flutuando diante da tela ou atrás dela.

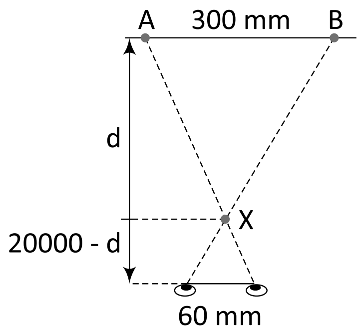
Diversas tecnologias existem atualmente para conseguir isso. A mais comum delas, usada nas salas de cinema 3D, funciona com o uso de óculos polarizadores que filtram a imagem projetada na tela, permitindo que cada olho receba somente a imagem correspondente.

Um observador está em uma sala de cinema 3D usando óculos polarizadores e sobre a tela são projetados dois pontos A e B a uma distância de um do outro, com A à esquerda de B. Os filtros polarizadores dos óculos fazem com que o ponto A seja visto apenas por seu olho direito e o ponto B apenas por seu olho esquerdo, de forma que as linhas de visão de cada um dos olhos se intersecionem em um ponto X, conforme a figura. O observador verá apenas um único ponto, resultado da junção em seu cérebro dos pontos A e B, localizado em X.

Sabendo que a reta imaginária que passa por seus olhos é paralela àquela que passa pelos pontos A e B e estas distam entre si, e que sua distância interocular é de a distância da tela em que ele verá a imagem virtual, formada no ponto X, é aproximadamente:



Resolução:



Como os triângulos ABX e EDX são semelhantes, temos que:

$$\frac{20000 - d}{d} = \frac{60}{300} \Rightarrow d = 100000 - 5d$$

$$\Rightarrow d = \frac{100000}{6}$$

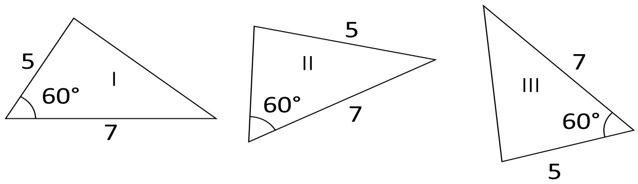
$$\Rightarrow d \cong 16666,7\ \text{mm}$$

$$\Rightarrow d \cong 16,7\ \text{m}$$

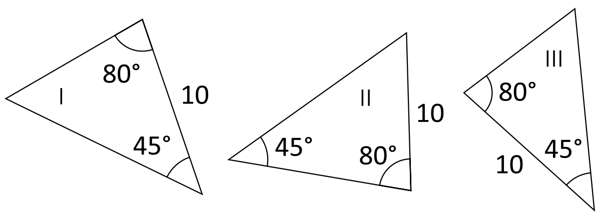
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01| Nos itens abaixo, selecione os triângulos congruentes e indique o caso de congruência.

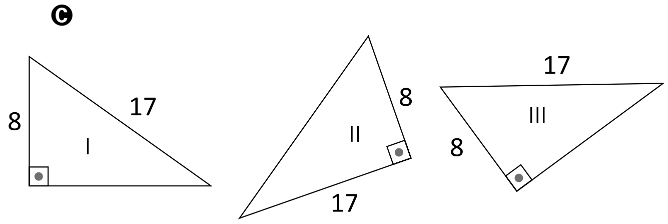
A



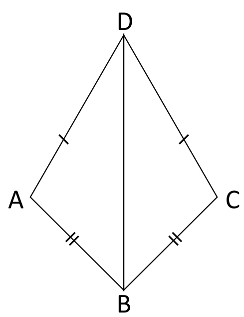
B



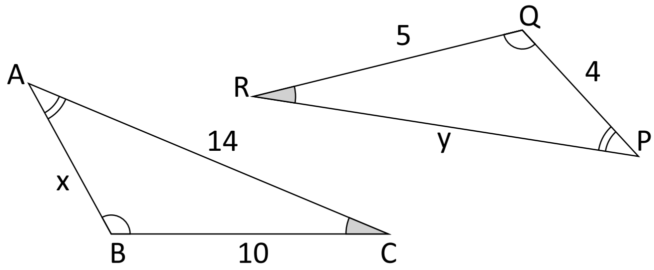
C



02| Na figura a seguir, temos o segmento AD que é idêntico a CD e AB que é idêntico a BC. Prove que o ângulo A é idêntico ao ângulo C.

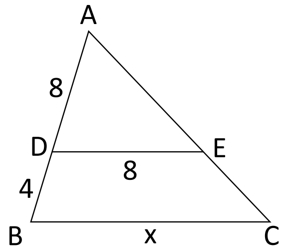


03| Os triângulos ABC e PQR são semelhantes, determine x e y.

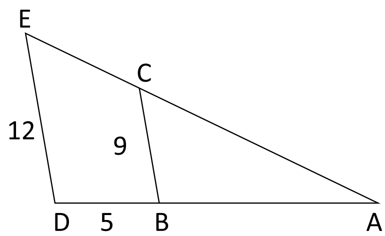


04| Sabendo que $\overline{BC}$ é paralelo a $\overline{DE}$, determine x.

A

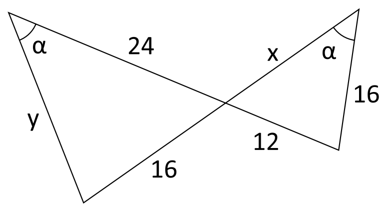


B $x = \overline{AD}$

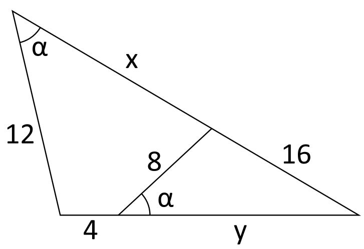


05| Determine x e y.

A

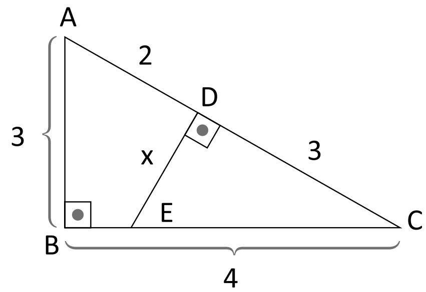


B

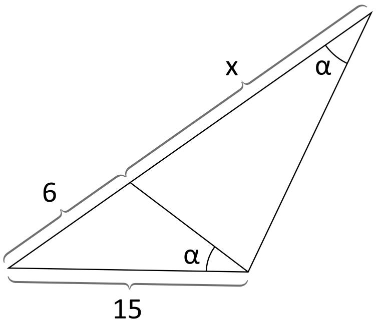


06| Determine x.

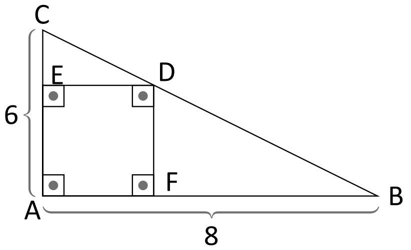
A



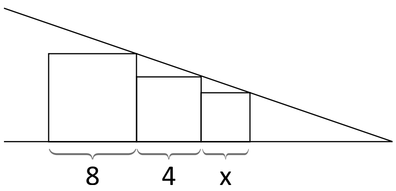
B



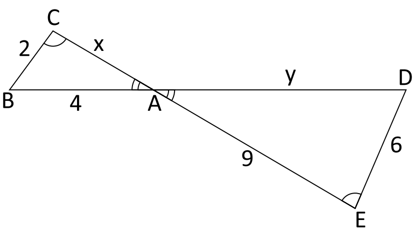
07| Determine o lado do quadrado AEDF.



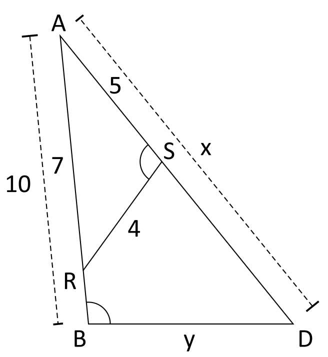
08| Sabendo que os lados dos quadrados destacados abaixo medem x, 4 e 8, determine o perímetro do quadrado de lado x.



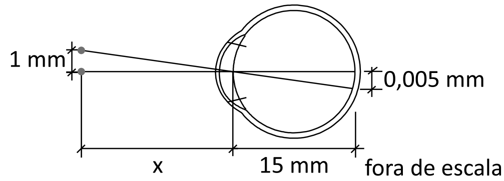
09| Na figura a seguir, os ângulos com mesma indicação são congruentes, BC = 2 cm, AB = 4 cm, DE = 6 cm e AE = 9 cm. Calcule AC = x e AD = y.



10| Na figura, sabe-se que $\hat{S}$ e $\hat{B}$ são congruentes, AR = 7cm, AS = 5 cm, SR = 4 cm e AB = 10 cm. Determine AD = x e BD = y.

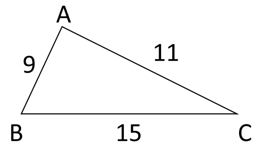


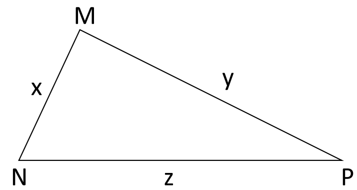
11| Para que alguém, com o olho normal, possa distinguir um ponto separado de outro, é necessário que as imagens desses pontos, que são projetadas em sua retina, estejam separadas uma da outra a uma distância de 0,005 mm.



Adotando-se um modelo muito simplificado do olho humano no qual ele possa ser considerado uma esfera cujo diâmetro médio é igual a 15 mm, determine a maior distância x, em metros, que dois pontos luminosos, distantes 1 mm um do outro, podem estar do observador, para que este os perceba separados.

12| Em um triângulo ABC os lados medem AB = 9 cm, AC = 11 cm e BC = 15 cm. Um triângulo MNP, semelhante ao triângulo ABC, tem 105 cm de perímetro. Determine as medidas dos lados do triângulo MNP.





13| Uma bola de tênis é sacada de uma altura de 21 dm, com alta velocidade inicial e passa rente à rede, a uma altura de 9 dm.

Desprezando-se os efeitos do atrito da bola com o ar e do seu movimento parabólico, considere a trajetória descrita pela bola como sendo retilínea e contida num plano ortogonal à rede. Se a bola foi sacada a uma distância de 120 dm da rede, a que distância da mesma, em metros, ela atingirá o outro lado da quadra?

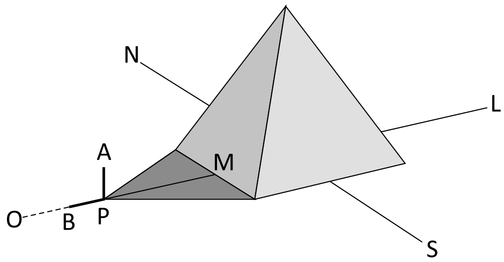
14| Consideremos um ponto de luz no chão a 12 m de um edifício. Numa posição entre a luz e o edifício, encontra-se um homem de 2 m de altura, cuja sombra projetada no edifício, pela mesma luz, mede 8 m. Diante do exposto, calcule a distância entre o homem e o edifício.

15| Bem no topo de uma árvore de 10,2 metros de altura, um gavião casaca-de-couro, no ponto A da figura, observa atentamente um pequeno roedor que subiu na mesma árvore e parou preocupado no ponto B, bem abaixo do gavião, na mesma reta vertical em relação ao chão. Junto à árvore, um garoto fixa verticalmente no chão uma vareta de 14,4 centímetros de comprimento e, usando uma régua, descobre que a sombra da vareta mede 36 centímetros de comprimento. Exatamente nesse instante ele vê, no chão, a sombra do gavião percorrer 16 metros em linha reta e ficar sobre a sombra do roedor, que não se havia movido de susto.

Calcule e responda: Quantos metros o gavião teve de voar para capturar o roedor, se ele voa verticalmente de A para B?

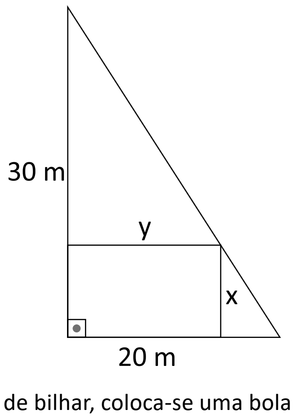
16| No antigo Egito uma das unidades usadas para medir comprimentos era o "cúbito", equivalente a cerca de 52 cm. O jovem Abdal, que viveu no século II a.C. e curioso em Matemática, desejava saber a altura da grande pirâmide que tinha sido construída mais de dois mil anos antes. Ele sabia que a pirâmide foi construída de forma que, no primeiro dia do verão, suas faces ficavam voltadas para os quatro pontos cardeais e, nesse dia, fez a seguinte experiência.

No meio da manhã, a sombra da pirâmide era um triângulo isósceles de vértice P (veja o desenho).

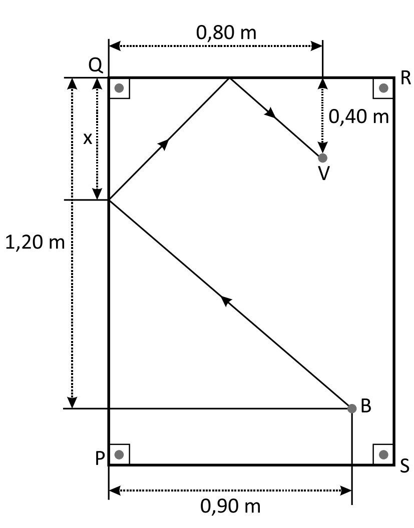


Ele mediu a distância de P ao ponto M, médio do lado da base (portanto a altura do triângulo da sombra) e achou 130 cúbitos. Nesse momento, ele percebeu que uma vara reta PA de 4 cúbitos de comprimento, colocada verticalmente, projetava uma sombra PB de 5 cúbitos. Abdal mediu também o lado da base da pirâmide, que é quadrada, e achou 440 cúbitos. Determine, em metros, um valor aproximado para a altura da grande pirâmide do Egito.

17| Num terreno, na forma de um triângulo retângulo com catetos com medidas 20 e 30 metros, deseja-se construir uma casa retangular de dimensões x e y, como indicado na figura adiante. Exprima y em função de x.



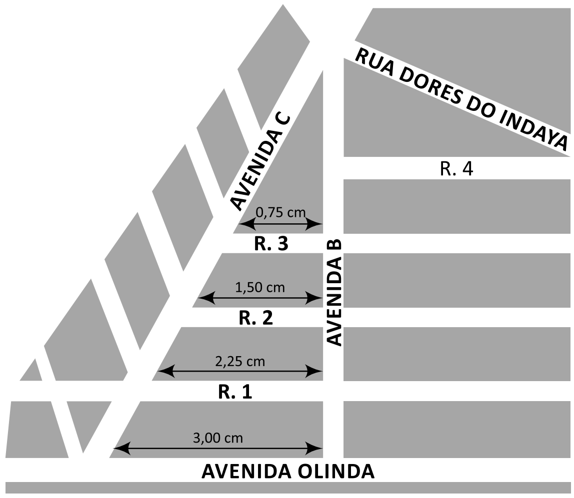
18| Em uma mesa de bilhar, coloca-se uma bola branca na posição B e uma bola vermelha na posição V, conforme o esquema a seguir.



Deve-se jogar a bola branca de modo que ela siga a trajetória indicada na figura e atinja a bola vermelha.

Assumindo que, em cada colisão da bola branca com uma das bordas da mesa, os ângulos de incidência e de reflexão são iguais, a que distância x do vértice Q deve-se jogar a bola branca?

19| O desenho a seguir, construído na escala 1:7000, representa parte do bairro Água Branca em Goiânia. As ruas R. 1, R. 2 e R. 3 são paralelas à Av. Olinda. O comprimento da Av. B, da esquina com a Av. Olinda até a esquina com a Rua Dores do Indaya, é de 350 m.

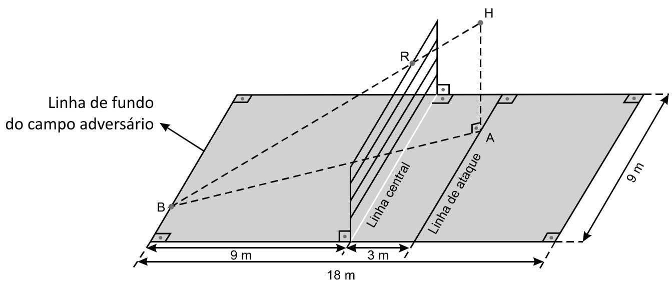


Considerando-se que cada rua mede 7 m de largura, calcule quantos metros um pedestre caminhará na Av. B, partindo da esquina com Av. Olinda, até a esquina com a Rua R. 2, sem atravessá-las.

20| As “Regras Oficiais de Voleibol”, aprovadas pela Federação Internacional de Voleibol (FIVB), definem que a quadra para a prática desse esporte deve ser retangular, medindo 18 m de comprimento por 9 m de largura.

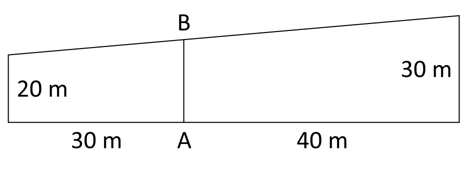
A rede, colocada verticalmente sobre a linha central da quadra, deve ter uma altura de 2,43 m para jogos profissionais masculinos. Em cada campo da quadra há uma linha de ataque, desenhada a 3 m de distância da linha central, marcando a zona de frente, conforme a figura a seguir.

Durante um jogo profissional masculino, um jogador fez um ponto do seguinte modo: estando sobre a linha de ataque de seu campo, saltou verticalmente batendo na bola no ponto H, fazendo-a descrever uma trajetória retilínea, passando rente ao topo da rede, no ponto R, tocando a quadra exatamente num ponto B, pertencente à linha de fundo do campo adversário.



Segundo as condições descritas, calcule a altura, AH, que o jogador alcançou para conseguir fazer o ponto.

21| Qual o número inteiro mais próximo do comprimento do segmento AB indicado na figura a seguir?



22| Uma rampa de inclinação constante, como a que dá acesso ao Palácio do Planalto em Brasília, tem 4 metros de altura na sua parte mais alta. Uma pessoa, tendo começado a subi-la, nota que após caminhar 12,3 metros sobre a rampa está a 1,5 metros de altura em relação ao solo.

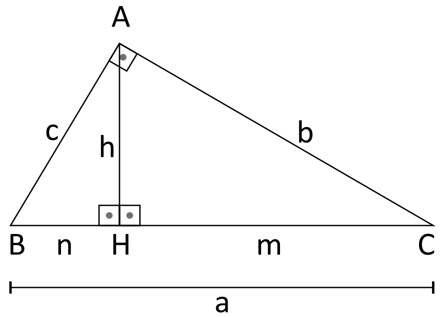
A Faça uma figura ilustrativa da situação descrita.

B Calcule quantos metros a pessoa ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa.

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

TRIÂNGULO RETÂNGULO

ELEMENTOS



$\overline{BC} = a$: hipotenusa

$\overline{AC} = b$: cateto

$\overline{AB} = c$: cateto

$\overline{BH} = n$: projeção do cateto c sobre a hipotenusa

$\overline{CH} = m$: projeção do cateto b sobre a hipotenusa

$\overline{AH} = h$: altura relativa à hipotenusa

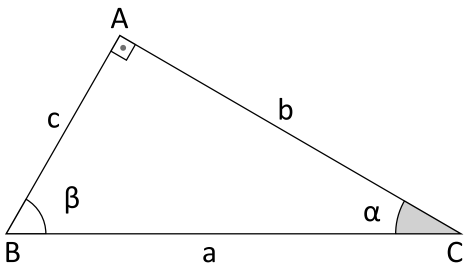
MÉDIA PROPORCIONAL DE DOIS SEGMENTOS

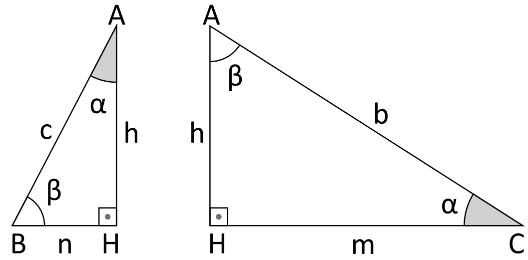
Média proporcional (média geométrica) dos segmentos a e b dados é o segmento x que, com os segmentos dados, forma a seguinte proporção:

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b} \text{ ou } \frac{x}{a} = \frac{b}{x} \text{ ou } x^2 = a.b$$

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Como os triângulos destacados abaixo admitem dois ângulos ordenadamente congruentes, eles são semelhantes.





À partir da proporcionalidade de seus lados homólogos, podemos concluir as seguintes relações:

1ª RELAÇÃO:

Cada cateto é média proporcional (ou média geométrica) entre sua projeção sobre a hipotenusa e a hipotenusa.

$$b^2 = a \,.\, m \qquad c^2 = a \,.\, n$$

2ª RELAÇÃO:

A altura relativa à hipotenusa é média proporcional (ou média geométrica) entre os segmentos que determina sobre a hipotenusa.

$$h^2 = m \,.\, n$$

3ª RELAÇÃO:

O produto dos catetos é igual ao produto da hipotenusa pela altura relativa a ela.

$$b \,.\, c = a \,.\, h$$

4ª RELAÇÃO:

O produto de um cateto pela altura relativa à hipotenusa é igual ao protuto do outro cateto pela projeção do primeiro sobre a hipotenusa.

$$b \,.\, h = c \,.\, m \qquad c \,.\, h = b \,.\, n$$

5ª RELAÇÃO: TEOREMA DE PITÁGORAS

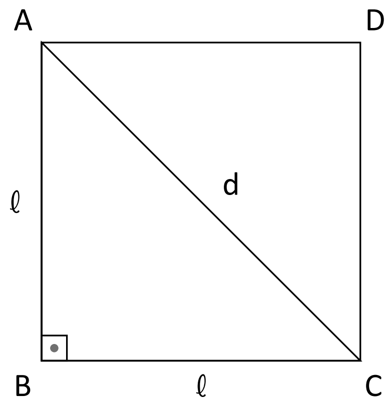
A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

APLICAÇÕES DO TEOREMA DE PITÁGORAS

NO QUADRADO

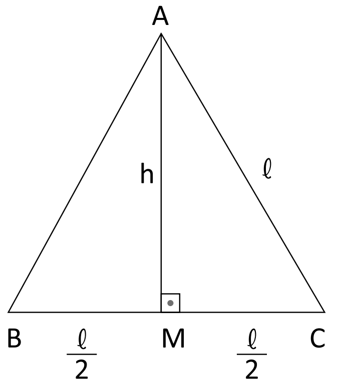
Sendo ABCD um quadrado de lado ℓ e diagonal d, aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo ABC, temos:



$$d^2 = \ell^2 + \ell^2 \Rightarrow d^2 = 2\ell^2 \Rightarrow d = \ell\sqrt{2}$$

NO TRIÂNGULO EQUILÁTERO

Sendo ABC um triângulo equilátero de lado ℓ, M o ponto médio do lado $\overline{BC}$ e altura h, aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo AMC, temos:



$$\ell^2 = h^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = \frac{3\ell^2}{4} \Rightarrow h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$$

TRIÂNGULOS PITAGÓRICOS

Triângulos pitagóricos são triângulos retângulos, cujos lados são números inteiros.

Um terno pitagórico é formado por três números naturais a, b e c tais que $a^2 = b^2 + c^2$. Se (b,c,a) é um terno pitagórico, então (kb,kc,ka) também é um terno pitagórico, para qualquer número natural k. Um terno pitagórico primitivo é um terno pitagórico em que os três números são primos entre si.

Euclides, demonstrou que existe uma infinidade de ternos pitagóricos primitivos. Além disso, encontrou uma fórmula que gera todos os ternos pitagóricos primitivos. Dados dois números naturais m > n, o terno (b,c,a), sendo:

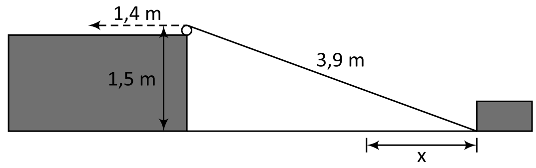
b	c	a
$m^2 - n^2$	2mn	$m^2 + n^2$

É pitagórico e primitivo, se, e somente se, m e n são primos entre si e possuem paridades distintas, ou seja: se m é par, então n é ímpar ou m é ímpar e n é par. Veja alguns exemplos de ternos pitagóricos primitivos:

m	n	Cateto: $b = m^2 - n^2$	Cateto: $c = 2mn$	Hipotenusa: $a = m^2 + n^2$
2	1	3	4	5
3	2	5	12	13
4	1	15	8	17
4	3	7	24	25
5	2	21	20	29
5	4	9	40	41
6	1	35	12	37
6	5	11	60	61
7	2	45	28	53
7	4	33	56	65
7	6	13	84	85
...	...	...	...	...

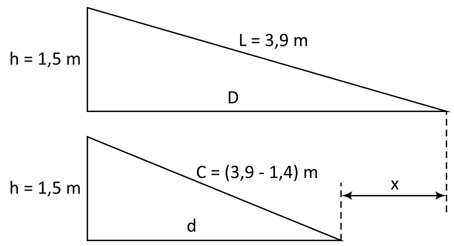
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01| Uma corda de 3,9 m de comprimento conecta um ponto na base de um bloco de madeira a uma polia localizada no alto de uma elevação, conforme o esquema abaixo. Observe que o ponto mais alto dessa polia está 1,5 m acima do plano em que esse bloco desliza. Caso a corda seja puxada 1,4 m, na direção indicada abaixo, a distância x que o bloco deslizará será de:



Destaquemos os triângulos retângulos formados nas situações inicial e final.

Resolução:



Aplicando Pitágoras no primeiro triângulo:

$D^2 + h^2 = L^2 \Rightarrow D^2 + 2,25 = 15,21$

$\Rightarrow D = \sqrt{12,96} \Rightarrow D = 3,6\,m$

Aplicando Pitágoras no segundo triângulo:

$d^2 + h^2 + C^2 \Rightarrow d^2 + 1,5^2 = 2,5^2$

$\Rightarrow d^2 = 6,25 - 2,25 = 4 \Rightarrow d = 2\,m$

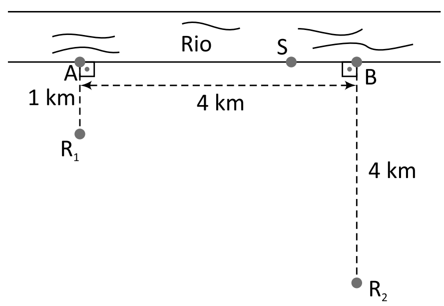
Comparando os dois triângulos:

$x = D - d = 3,6 - 2 \Rightarrow$

$x = 1,6\,m$

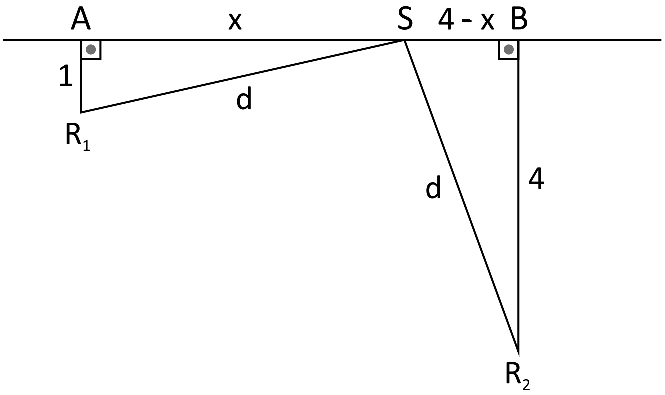
02| Duas vilas da zona rural de um município localizam-se na mesma margem de um trecho retilíneo de um rio. Devido a problemas de abastecimento de água, os moradores fizeram várias reivindicações à prefeitura, solicitando a construção de uma estação de bombeamento de água para sanar esses problemas. Um desenho do projeto, proposto pela prefeitura para a construção da estação, está mostrado na figura a seguir. No projeto, estão destacados:

- Os pontos R_1 e R_2, representando os reservatórios de água de cada vila, e as distâncias desses reservatórios ao rio.
- Os pontos A e B, localizados na margem do rio, respectivamente, mais próximos dos reservatórios R_1 e R_2.
- O ponto S, localizado na margem do rio, entre os pontos A e B, onde deverá ser construída a estação de bombeamento.



Com base nesses dados, para que a estação de bombeamento fique a uma mesma distância dos dois reservatórios de água das vilas, determine a distância entre os pontos A e S.

Resolução:



$d^2 = x^2 + 1^2$ e $d^2 = (x - 4)^2 + 4^2$

Logo, $x^2 + 1^2 = (x - 4)^2 + 4^2$

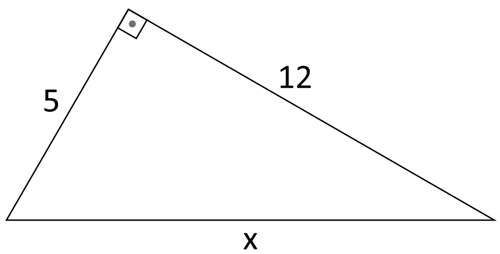
$8x = 31$

$x = 3{,}875$

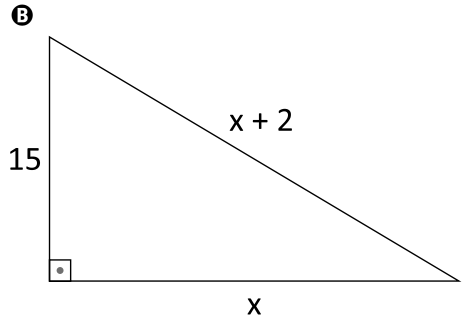
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01| Determine o valor de x:

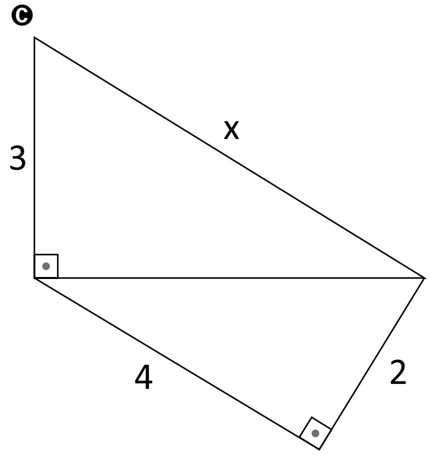
A



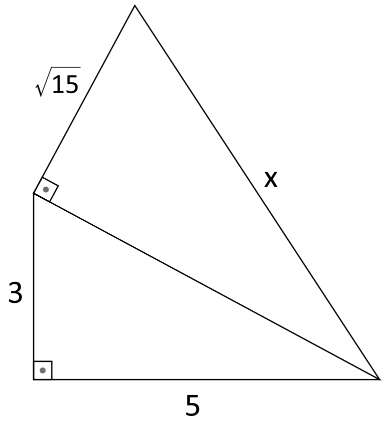
B



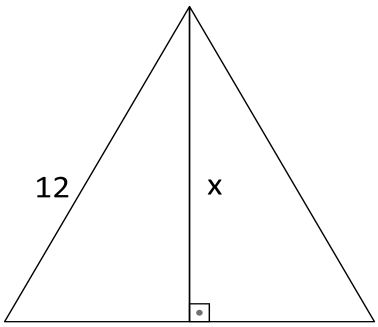
C



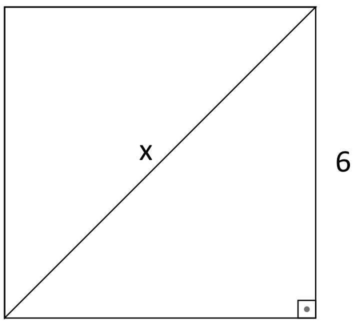
D



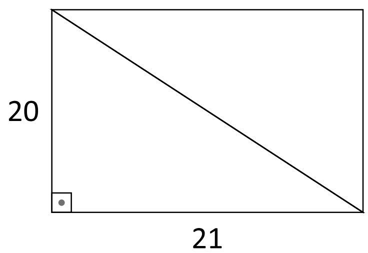
E



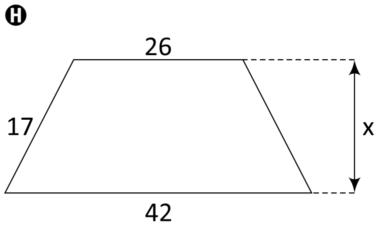
F



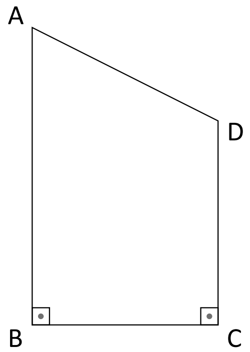
G



H



02| Considere a figura a seguir na qual os segmentos de reta AB e CD são perpendiculares ao segmento de reta BC. Se $\overline{AB} = 19$ cm, $\overline{BC} = 12$ cm e $\overline{CD} = 14$ cm, determine a medida, em centímetros, do segmento de reta AD.

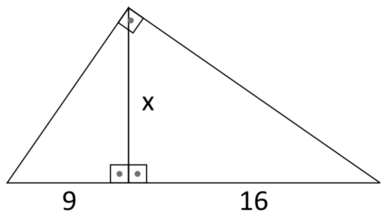


03| Seja ABC um triângulo tal que $\overline{AB} = \overline{BC} = 5$ cm e $\overline{AC} = 8$ cm. Quanto mede, em mm, a altura deste triângulo com relação ao lado AC?

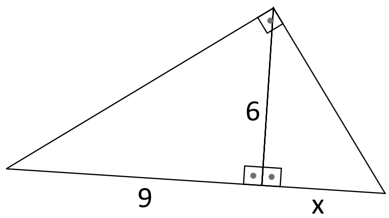
04| Caminhando em uma região plana e partindo do ponto A, João caminha 7 m na direção nordeste, fazendo um ângulo de 33° com o leste e, em seguida, caminha 24 m na direção noroeste, fazendo um ângulo de 57° com o oeste, chegando ao ponto B. Qual a distância, em metros, entre A e B?

05| Determine o valor de x:

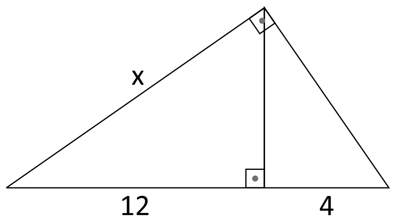
A



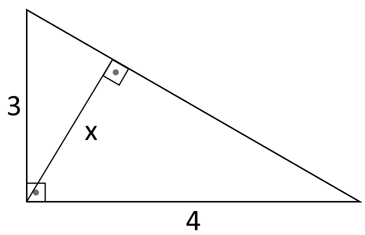
B



C

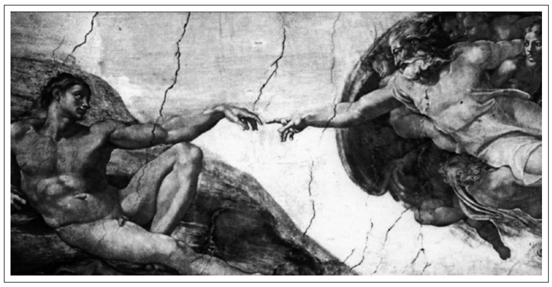


D



06| A tela de uma TV está no formato widescreen, no qual a largura e a altura estão na proporção de 16 para 9. Sabendo que a diagonal dessa tela mede 37 polegadas, qual é sua largura e a sua altura, em centímetros? (Para simplificar os cálculos, use as aproximações $\sqrt{337} \cong 18{,}5$ e 1 polegada $\cong 2{,}5$ cm).

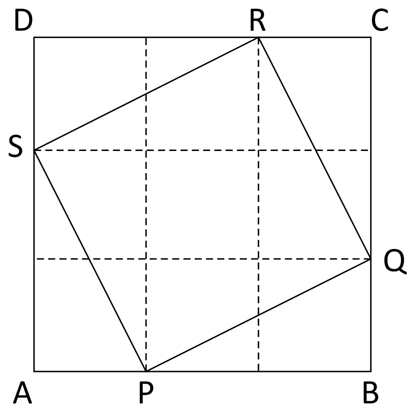
07| Pedro pretende colocar moldura na sua tela retangular apresentada a seguir. Para isso, faz um estudo das medidas do quadro e constata que a moldura deverá ter 65 cm de diagonal e que a razão entre suas dimensões será $\frac{5}{12}$.



Criação do Homem – Capela Sistina – Michelangelo

Calcule o perímetro da moldura.

08| O quadrado ABCD está dividido em nove quadrados iguais. Seu lado mede 12 cm.

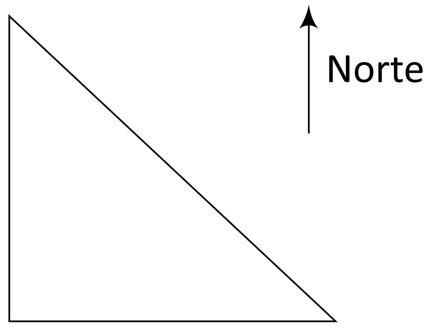


Utilizando o Teorema de Pitágoras, determine a medida do lado do quadrado PQRS.

09| Um transportador havia entregado uma encomenda na cidade A, localizada a 85 km a noroeste da cidade B, e voltaria com seu veículo vazio pela rota AB em linha reta.

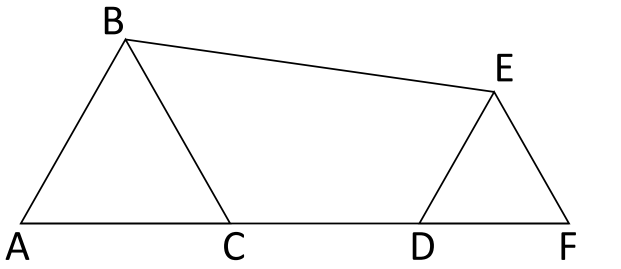
No entanto, recebeu uma solicitação de entrega na cidade C, situada no cruzamento das rodovias que ligam A a C (sentido sul) e C a B (sentido leste), trechos de mesma extensão. Com base em sua experiência, o transportador percebeu que esse desvio de rota, antes de voltar à cidade B, só valeria a pena se ele cobrasse o combustível gasto a mais e também R$ 200,00 por hora adicional de viagem.

A Indique a localização das cidades A, B e C no esquema apresentado.



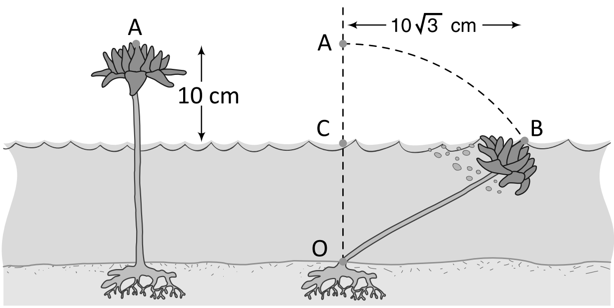
B Calcule a distância em cada um dos trechos perpendiculares do caminho. (Considere a aproximação $\sqrt{2} = 1,4$)

10| Na figura abaixo, os triângulos ABC e DEF são equiláteros.



Sabendo que AB, CD e DE medem, respectivamente, 6m, 4m e 4m, calcule a medida de BE.

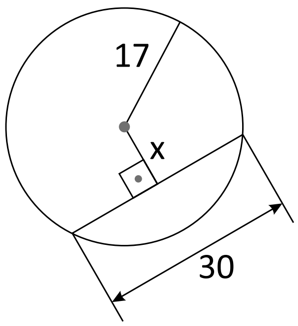
11| A extremidade A de uma planta aquática encontra-se 10 cm acima da superfície da água de um lago (fig.1). Quando a brisa a faz balançar, essa extremidade toca a superfície da água no ponto B, situado a $10\sqrt{3}$ cm do local em que sua projeção ortogonal C, sobre a água, se encontrava inicialmente (fig. 2). Considere OA, OB e BC segmentos de retas e o arco AB uma trajetória do movimento da planta. Determine a profundidade do lago no ponto O em que se encontra a raiz da planta.



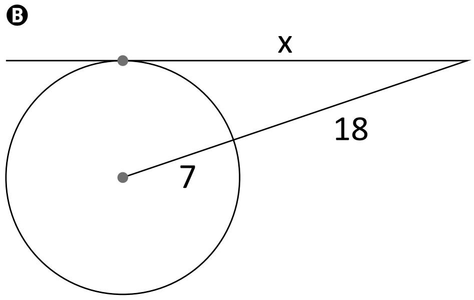
(Fig. 1) (Fig. 2)

12| Determine o valor de x:

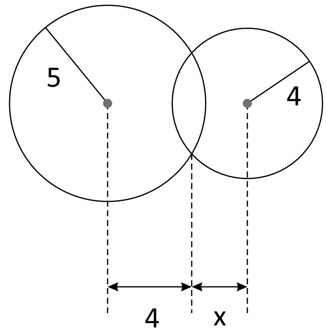
A



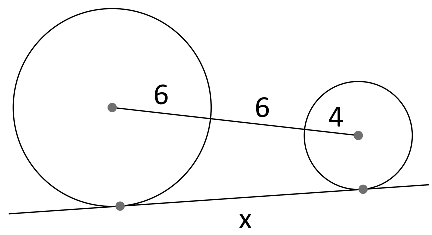
B



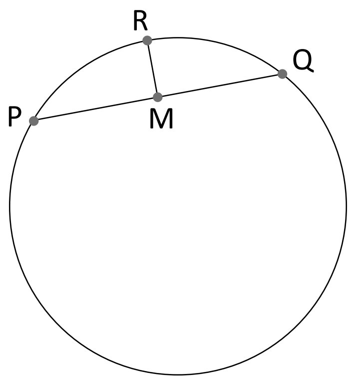
C



D



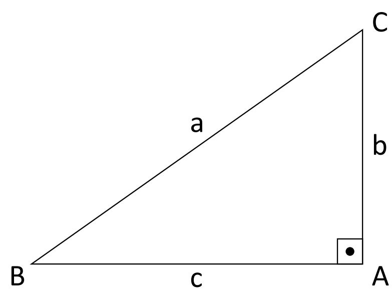
13| Na figura a seguir, M é o ponto médio da corda PQ da circunferência e PQ = 8. O segmento RM é perpendicular a PQ e $RM = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. Calcule o raio da circunferência.



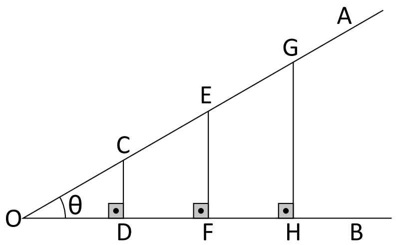
RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Se ABC é um triângulo retângulo em A, temos:

- a é a medida da hipotenusa (lado oposto ao ângulo reto);
- b e c são as medidas dos catetos (lados que formam o ângulo reto);
- $\hat{B}$ e $\hat{C}$ são ângulos agudos;
- $\overline{AC}$ é o cateto oposto ao ângulo $\hat{B}$;
- $\overline{AB}$ é o cateto adjacente ao ângulo $\hat{B}$.



Consideremos agora um ângulo $A\hat{O}B = \theta, 0° < \theta < 90°$ e tracemos, a partir dos pontos C, E, G, etc. da semirreta $\overline{OA}$, as perpendiculares $\overline{CD}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$, etc., à semirreta $\overline{OB}$.



Os triângulos OCD, OEF, OGH, etc. são semelhantes por terem os mesmos ângulos. Podemos, portanto, escrever.

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{OE}} = \frac{\overline{GH}}{\overline{OG}} = \text{...(constante)}$$

Essa relação depende apenas do ângulo θ (e não do tamanho do triângulo retângulo do qual θ é um dos ângulos agudos). Ela é chamada de seno de θ e escrevemos:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo }\theta}{\text{medida da hipotenusa}}\ (0^\circ < \theta < 90^\circ)$$

De modo análogo, da semelhança de triângulos obtemos as relações:

$$\frac{\overline{OD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{OF}}{\overline{OE}} = \frac{\overline{OH}}{\overline{OG}} = \text{...(constante)}$$

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{OF}} = \frac{\overline{GH}}{\overline{OH}} = \text{...(constante)}$$

que também dependem apenas do ângulo θ e que definimos, respectivamente, como cosseno do ângulo θ e tangente do ângulo θ:

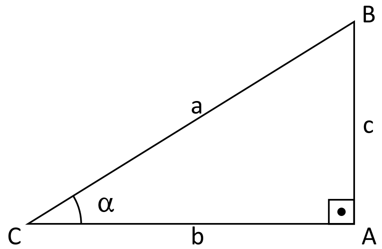
$$\cos\theta = \frac{\overline{OD}}{\overline{OC}} = \frac{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo }\theta}{\text{medida da hipotenusa}}\ (0^\circ < \theta < 90^\circ)$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo }\theta}{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo }\theta}\ (0^\circ < \theta < 90^\circ)$$

As razões $\operatorname{sen}\theta = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}}$, $\cos\theta = \frac{\overline{OD}}{\overline{OC}}$ e $\operatorname{tg}\theta = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}$ são chamadas razões trigonométricas em relação ao ângulo θ.

RELAÇÕES ENTRE AS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Dado um triângulo retângulo ABC, podemos chegar a algumas relações com base nas definições das razões trigonométricas:



1ª RELAÇÃO: $\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$

Veja:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{c}{a}}{\frac{b}{a}} = \frac{c}{b} = \operatorname{tg}\alpha$$

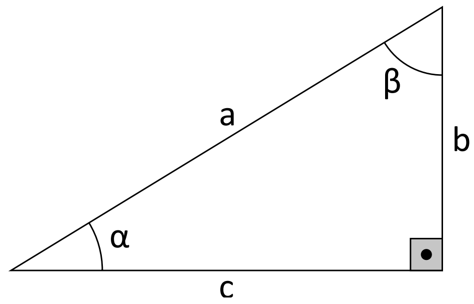
2ª RELAÇÃO: $\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Veja:

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 1 = \frac{b^2}{a^2} + \frac{c^2}{a^2} \Rightarrow 1 = \cos^2\alpha + \operatorname{sen}^2\alpha$$

ÂNGULOS COMPLEMENTARES E AS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Se α e β são ângulos complementares, ou seja, admitem soma igual a 90°, então:



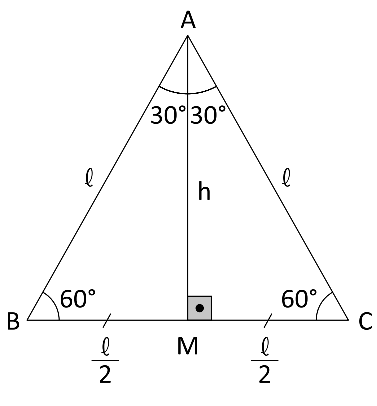
- $\operatorname{sen}\alpha = \cos\beta = \frac{b}{a}$
- $\cos\alpha = \operatorname{sen}\beta = \frac{c}{a}$
- $\operatorname{tg}\alpha \,.\, \operatorname{tg}\beta = \frac{b}{c}\cdot\frac{c}{b} = 1$

ÂNGULOS NOTÁVEIS E AS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Os ângulos de 30°, 45° e 60° são chamados de ângulos notáveis, as razões trigonométricas para esses ângulos serão obtidas a partir de observações feitas no triângulo equilátero e no quadrado.

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS A PARTIR DO TRIÂNGULO EQUILÁTERO

Em todo triângulo equilátero a mediana, a altura e a bissetriz são coincidentes, portanto, na figura seguinte, se M é o ponto médio do lado $\overline{BC}$, o segmento $\overline{AM}$ é também altura e bissetriz do ângulo Â, logo, os triângulos ABM e ACM são retângulos.



Aplicando o Teorema de Pitágoras no ΔABM, vem:

$$\ell^2 = \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + h^2 \Rightarrow \ell^2 = \frac{\ell^2}{4} + h^2 \Rightarrow \frac{3\ell^2}{4} = h^2 \Rightarrow h = \frac{\ell.\sqrt{3}}{2}$$

Assim, temos:

- $\text{sen } 60^\circ = \dfrac{h}{\ell} = \dfrac{\frac{\ell.\sqrt{3}}{2}}{\ell} = \dfrac{\ell.\sqrt{3}}{2}.\dfrac{1}{\ell} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{sen } 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

- $\cos 60^\circ = \dfrac{\frac{\ell}{2}}{\ell} = \dfrac{\ell}{2}.\dfrac{1}{\ell} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$

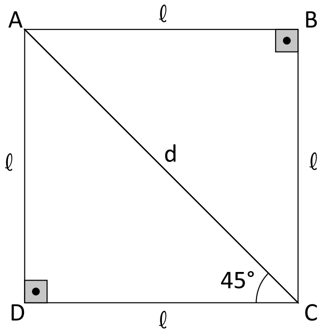
- $\text{tg } 60^\circ = \dfrac{h}{\frac{\ell}{2}} = \dfrac{\frac{\ell.\sqrt{3}}{2}}{\frac{\ell}{2}} = \dfrac{\ell.\sqrt{3}}{2}.\dfrac{2}{\ell} = \sqrt{3} \Rightarrow \text{tg } 60^\circ = \sqrt{3}$

Como sen 30° = cos 60°, cos 30° = sen 60° e $\text{tg } 30^\circ = \dfrac{1}{\text{tg } 60^\circ}$, pois 30° e 60° são medidas do ângulos complementares, temos:

- $\text{sen } 30^\circ = \dfrac{1}{2}$
- $\cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
- $\text{tg } 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS A PARTIR DO QUADRADO

Em todo quadrado a diagonal o divide em dois triângulos retângulos congruentes.



Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo ADC, vem:

$$d^2 = \ell^2 + \ell^2 = 2\ell^2 \Rightarrow \ell\sqrt{2}$$

Assim, temos:

- $\text{sen } 45^\circ = \dfrac{\ell}{d} = \dfrac{\ell}{\ell.\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \text{sen } 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

- $\cos 45^\circ = \text{sen } 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

- $\text{tg } 45^\circ = \dfrac{\text{sen } 45^\circ}{\cos 45^\circ} = \dfrac{\text{sen } 45^\circ}{\text{sen } 45^\circ} = 1 \Rightarrow \text{tg } 45^\circ = 1$

TABELA DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS PARA OS ÂNGULOS NOTÁVEIS

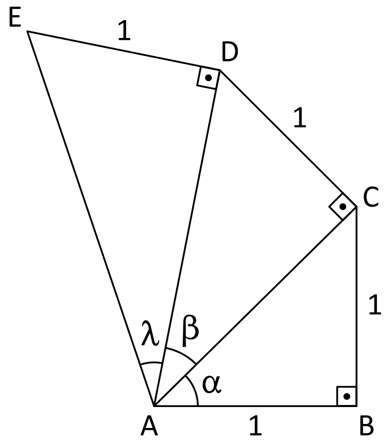
	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
1°	0,0175	0,9998	0,0175
2°	0,0349	0, 9994	0,0349
3°	0,0523	0, 9986	0,0524
4°	0,0698	0, 9976	0,0700
5°	0,0872	0, 9962	0,0875
6°	0,1045	0, 9945	0,1051
7°	0,1219	0, 9925	0,1228
8°	0,1392	0, 9903	0,1406
9°	0,1564	0,9877	0,1583
10°	0,1736	0,9848	0,1763
11°	0,1908	0,9816	0,1944
12°	0,2079	0,9781	0,2126
13°	0,2250	0,9744	0,2309
14°	0,2419	0,9703	0,2493
15°	0,2756	0,9659	0,2679
16°	0,2756	0,9613	0,2867
17°	0,2924	0,9563	0,3058
18°	0,3090	0,9511	0,3249
19°	0,3256	0,9455	0,3444
20°	0,3420	0,9397	0,3639
21°	0,3584	0,9336	0,3839
22°	0,3746	0,9272	0,4040
23°	0,3907	0,9205	0,4244
24°	0,4067	0,9135	0,4452
25°	0,4226	0,9063	0,4663
26°	0,4384	0,8988	0,4878
27°	0,4540	0,8910	0,5095
28°	0,4695	0,8829	0,5318
29°	0,4848	0,8746	0,5543
30°	0,5000	0,8660	0,5774
31°	0,5150	0,8572	0,6008
32°	0,5299	0,8480	0,6249
33°	0,5446	0,8387	0,6493
34°	0,5592	0,8290	0,6745
35°	0,5736	0,8192	0,7002
36°	0,5878	0,8090	0,7266
37°	0,6018	0,7986	0,7536

Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
38°	0,6157	0,7880	0,7813
39°	0,6293	0,7771	0,8098
40°	0,6428	0,7660	0,8392
41°	0,6561	0,7547	0,8694
42°	0,6691	0,7431	0,9004
43°	0,6820	0,7314	0,9325
44°	0,6947	0,7193	0,9657
45°	0,7071	0,7071	1,0000
46°	0,7193	0,6947	1,0354
47°	0,7314	0,6820	1,0724
48°	0,7431	0,6691	1,1106
49°	0,7547	0,6561	1,1503
50°	0,7660	0,6428	1,1917
51°	0,7771	0,6293	1,2349
52°	0,7880	0,6157	1,2798
53°	0,7986	0,6018	1,3270
54°	0,8090	0,5878	1,3763
55°	0,8192	0,5736	1,4282
56°	0,8290	0,5592	1,4825
57°	0,8387	0,5446	1,5400
58°	0,8480	0,5299	1,6003
59°	0,8572	0,5150	1,6644
60°	0,8660	0,5000	1,7320
61°	0,8746	0,4848	1,8040
62°	0,8829	0,4695	1,8805
63°	0,8910	0,4540	1,9626
64°	0,8988	0,4384	2,0502
65°	0,9063	0,4226	2,1446
66°	0,9135	0,4067	2,2461
67°	0,9205	0,3907	2,3560
68°	0,9272	0,3746	2,4752
69°	0,9336	0,3584	2,6049
70°	0,9397	0,3420	2,7477
71°	0,9455	0,3256	2,9039
72°	0,9511	0,3090	3,0780
73°	0,9563	0,2924	3,2705
74°	0,9613	0,2756	3,4880
75°	0,9659	0,2588	3,7322
76°	0,9703	0,2419	4,0112
77°	0,9744	0,2250	4,3307
78°	0,9781	0,2079	4,7047
79°	0,9816	0,1908	5,1447
80°	0,9848	0,1736	5,6728
81°	0,9877	0,1564	6,3152
82°	0,9903	0,1392	7,1142
83°	0,9925	0,1219	8,1419
84°	0,9945	0,1045	9,5167
85°	0,9962	0,0872	11,4243
86°	0,9976	0,0698	14,2923
87°	0,9986	0,0523	19,0937
88°	0,9994	0,0349	28,6361
89°	0,9998	0,0175	57,1314

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01| A figura a seguir é formada por três triângulos retângulos. As medidas dos catetos do primeiro triângulo são iguais a 1. Nos demais triângulos, um dos catetos é igual à hipotenusa do triângulo anterior e o outro cateto tem medida igual a 1. Considerando os ângulos α, β e λ na figura abaixo, atenda às solicitações seguintes. Calcule tg α, tg β e tg λ.



Resolução:

Aplicando sucessivamente o Teorema de Pitágoras nos triângulos ABC e ACD, respectivamente, temos:

$$\left(\overline{AC}\right)^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow \overline{AC} = \sqrt{2}$$

$$\left(\overline{AD}\right)^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 + 1^2 = \overline{AD} = \sqrt{3}$$

Portanto:

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{1}{1} = 1$$

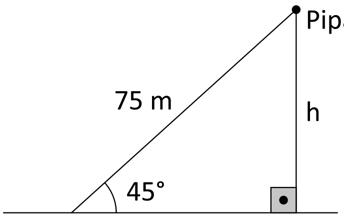
$$\text{tg}\ \beta = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{tg}\ \lambda = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

02| Um papagaio, ou pipa, é preso a um fio esticado que forma um ângulo de 45° com o solo. O comprimento do fio é de 75 m. Determine a altura do papagaio em relação ao solo.

Resolução:

Observe o esquema:



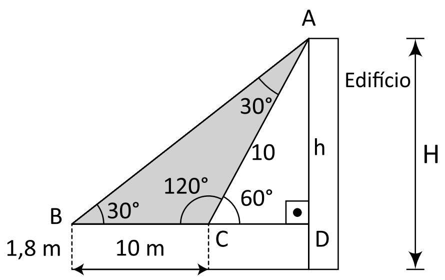
$$\text{sen } 45^\circ = \frac{h}{75}$$

$$\Rightarrow h = 75.\text{sen } 45^\circ = \frac{75\sqrt{2}}{2} \text{ m}$$

03| Um homem de 1,80 m de altura avista o topo de um edifício sob um ângulo de 45° em relação à horizontal. Quando ele se aproxima 10 m do edifício, esse ângulo aumenta para 60°. Qual a altura do edifício?

Resolução:

Observe o esquema:



O triângulo sombreado é isóceles, logo, a hipotenusa do triângulo (*) mede 10 m (dois lados congruentes), portanto:

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{h}{10}$$

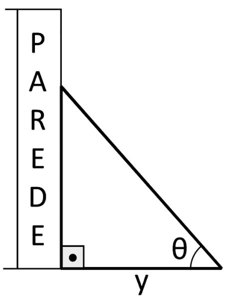
$$\Rightarrow h = 10.\text{sen } 60^\circ = 5\sqrt{3} \text{ m}$$

Então:

A altura do edifício $H = (1{,}8 + 5\sqrt{3})\text{m}$

04| Um pintor utiliza uma escada de 5 m de comprimento para pintar a área externa de uma casa. Ao apoiar a escada, o pintor deixa uma das extremidades afastada y cm da parede e θ = 60°.

Nessas condições, determine y:



Resolução:

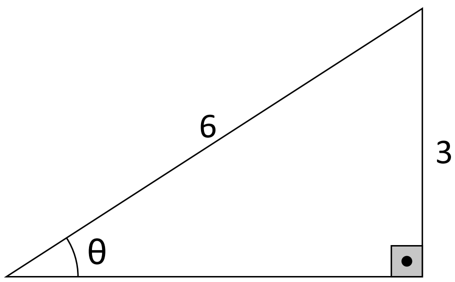
$$\cos\theta = \frac{y}{5} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{5}{2} \text{m}$$

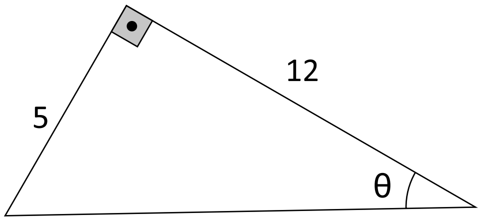
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01| Determine o valor de sen θ, cos θ e tg θ:

A

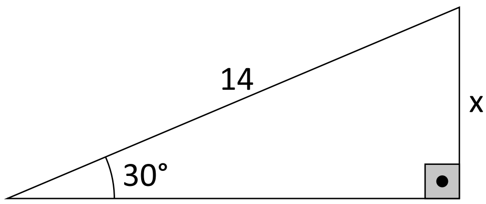


B

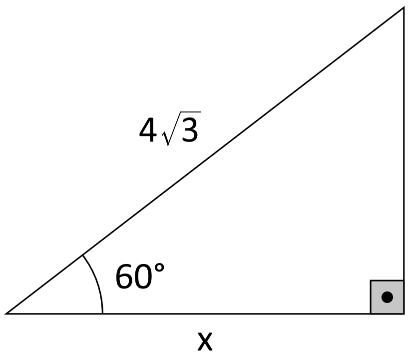


02| Determine o valor de x:

A

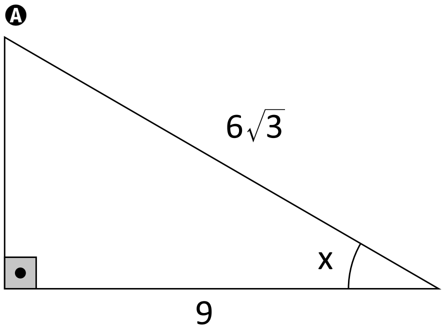


B

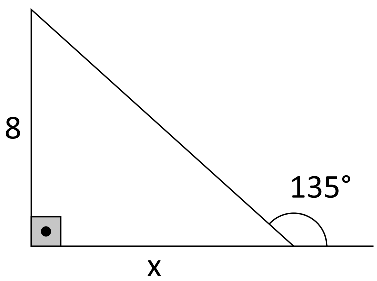


03| Determine o valor de x:

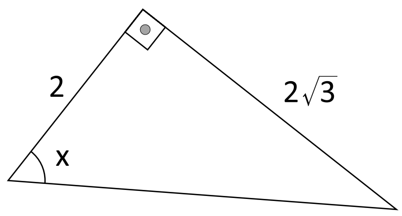
A



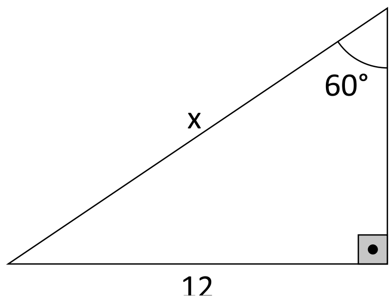
B



C



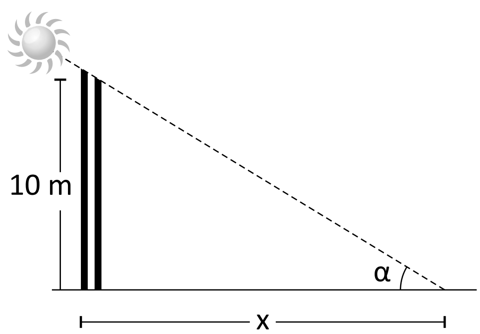
D



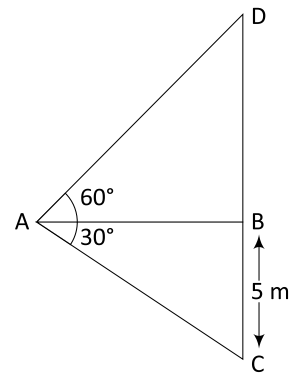
04| Um papagaio, ou pipa, é preso a um fio esticado que forma um ângulo de 45° com o solo. O comprimento do fio é de 100 m. Determine a altura do papagaio em relação ao solo.

05| Queremos encostar uma escada de 8m de comprimento numa parede, de modo que ela forme um ângulo de 60° com o solo. A que distância da parede devemos apoiar a escada no solo?

06| Milena, diante da configuração representada a seguir, pede ajuda aos vestibulandos para calcular o comprimento da sombra x do poste, mas, para isso, ela informa que o sen $\alpha = 0{,}6$.

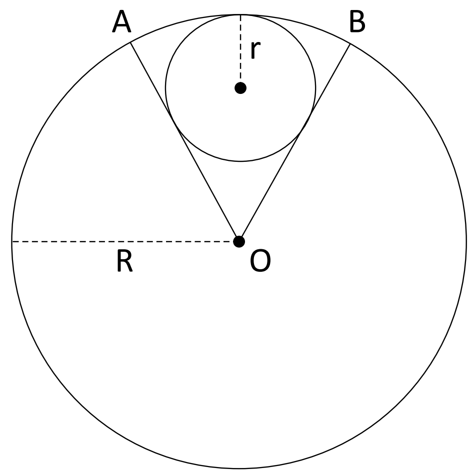


07| Para obter a altura CD de uma torre, um matemático, utilizando um aparelho, estabeleceu a horizontal AB e determinou as medidas dos ângulos $\alpha = 30°$ e $\beta = 60°$ e a medida do segmento BC = 5 m, conforme especificado na figura. Nessas condições, determine a altura da torre, em metros.

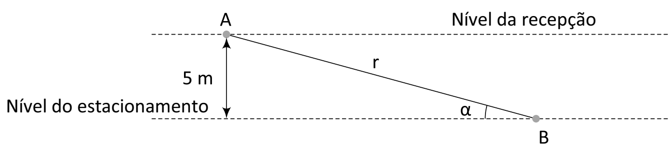


Calcule o comprimento da sombra x.

08| A figura adiante mostra duas circunferências que se tangenciam interiormente. A circunferência maior tem centro em O. A menor tem raio r = 5 cm e é tangente a OA e a OB. Sabendo-se que o ângulo AÔB mede 60°, calcule a medida do raio R da circunferência maior. Justifique.



09| Um prédio hospitalar está sendo construído em um terreno declivoso. Para otimizar a construção, o arquiteto responsável idealizou o estacionamento no subsolo do prédio, com entrada pela rua dos fundos do terreno. A recepção do hospital está 5 metros acima do nível do estacionamento, sendo necessária a construção de uma rampa retilínea de acesso para os pacientes com dificuldades de locomoção. A figura representa esquematicamente esta rampa (r), ligando o ponto A, no piso da recepção, ao ponto B, no piso do estacionamento, a qual deve ter uma inclinação mínima de 30° e máxima de 45°.



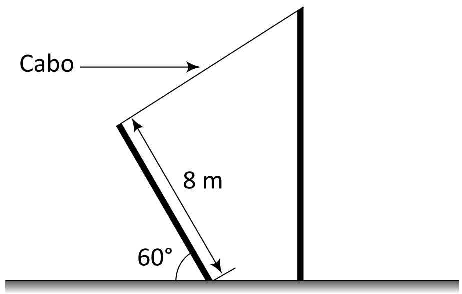
Nestas condições e considerando $\sqrt{2} \cong 1{,}4$, quais deverão ser os valores máximo e mínimo, em metros, do comprimento desta rampa de acesso?

10| Caminhando em linha reta ao longo de uma praia, um banhista vai de um ponto A a um ponto B, cobrindo a distância AB = 1200 metros. Quando em A ele avista um navio parado em N de tal maneira que o ângulo NÂB é de 60°; e quando em B, verifica que o ângulo NBA é de 45°.

A Faça uma figura ilustrativa da situação descrita.

B Calcule a distância a que se encontra o navio da praia.

11| Para dar sustentação a um poste telefônico, utilizou-se um outro poste com 8 m de comprimento, fixado ao solo a 4 m de distância do poste telefônico, inclinado sob um ângulo de 60°, conforme a figura a seguir.



Considerando-se que foram utilizados 10 m de cabo para ligar os dois postes, determine a altura do poste telefônico em relação ao solo.

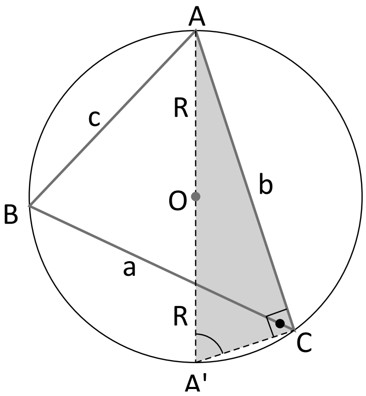
TRIGONOMETRIA EM UM TRIÂNGULO QUALQUER

LEI DOS SENOS

Em qualquer triângulo, a razão entre a medida de um lado e o seno do ângulo oposto a este lado é constante e o valor desta constante é a medida do diâmetro da circunferência circunscrita ao triângulo.

Demonstração:

Consideremos um triângulo ABC qualquer, inscrito na circunferência de centro O e raio R.



Tracemos, a partir do vértice A, o diâmetro $\overline{AA'}$.

Sabemos que $\hat{A}' = \frac{\overset{\frown}{AC}}{2}$ e $\hat{B} = \frac{\overset{\frown}{AC}}{2}$ (ângulos inscritos), portanto, $\hat{A}' \equiv \hat{B}$ e $\text{sen}\,\hat{B} = \text{sen}\,\hat{A}'$.

O triângulo AA′C é retângulo, pois $\hat{C} = \frac{\overset{\frown}{ABA'}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$.

Logo, $\text{sen}\,\hat{A}' = \frac{b}{2R}$.

Como $\text{sen}\,\hat{A}' = \text{sen}\,\hat{B}$, então, $\text{sen}\,\hat{B} = \frac{b}{2R}$ ou $\frac{b}{\text{sen}\,\hat{B}} = 2R$.

Analogamente, deduzimos que $\frac{a}{\text{sen}\,\hat{A}} = 2R$ e $\frac{c}{\text{sen}\,C} = 2R$.

Logo, podemos concluir:

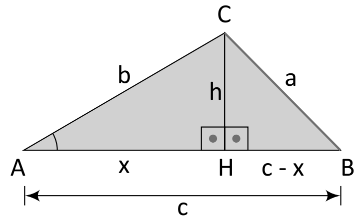
$$\frac{a}{\text{sen}\,\hat{A}} = \frac{b}{\text{sen}\,\hat{B}} = \frac{c}{\text{sen}\,\hat{C}} = 2R$$

LEI DOS COSSENOS

O quadrado da medida de um lado de um triângulo é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros dois lados menos duas vezes o produto das medidas destes lados pelo cosseno do ângulo formado por eles.

DEMONSTRAÇÃO:

- **1° caso** – $\hat{A}$ é agudo $(0^\circ < \hat{A} < 90^\circ)$



Seja h a altura em relação ao lado $\overline{AB}$.

Aplicando o Teorema de Pitágoras nos triângulos retângulos AHC e BHC:

$b^2 = h^2 + x^2$ e $a^2 = h^2 + (c - x)^2$

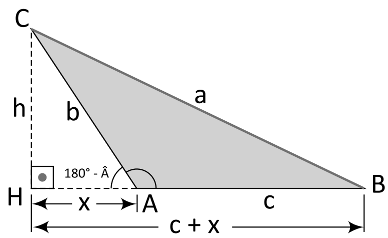
$\Rightarrow a^2 = (h^2 + x^2) + c^2 - 2 . c . x$

Como $h^2 + x^2 = b^2$, temos $a^2 = b^2 + c^2 - 2 . c . x$.

O ΔAHC é retângulo, logo, $x = b . \cos\hat{A}$.

Substituindo, temos: $a^2 = b^2 + c^2 - 2 . b . c . \cos\hat{A}$.

2° caso – $\hat{A}$ é obtuso $(90^\circ < \hat{A} < 180^\circ)$



Seja h a altura em relação ao lado $\overline{AB}$.

Aplicando o Teorema de Pitágoras aos triângulos retângulos AHC e BHC:

$b^2 = h^2 + x^2$ e $a^2 = h^2 + (c + x)^2$

$\Rightarrow a^2 = (h^2 + x^2) + c^2 + 2 . c . x$

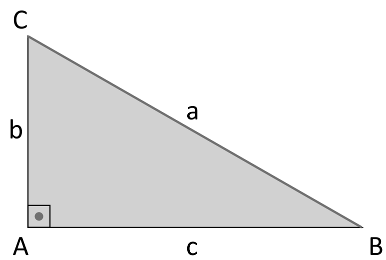
Como $h^2 + x^2 = b^2$, temos $a^2 = b^2 + c^2 + 2 . c . x$.

Como o ΔAHC é retângulo, $x = b . \cos(180^\circ - \hat{A})$.

Porém, $\cos(180^\circ - \hat{A}) = -\cos\hat{A}$, logo, $x = -b . \cos\hat{A}$.

Substituindo, temos: $a^2 = b^2 + c^2 - 2 . b . c . \cos\hat{A}$.

- **3° caso** – $\hat{A}$ é reto $(\hat{A} = 90^\circ)$



No ΔABC, temos $\cos\hat{A} = \cos 90^\circ = 0$. Então, a igualdade

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$

pode ser escrita como

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot 0,$

que equivale a

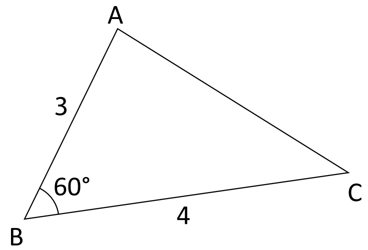
$a^2 = b^2 + c^2$ (teorema de Pitágoras).

Daí concluímos: a lei dos cossenos é válida para todo e qualquer tipo de triângulo.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01| Nas figuras seguintes, determine:

A A medida do segmento $\overline{AC}$.



Resolução:

Pela Lei dos Cossenos, temos:

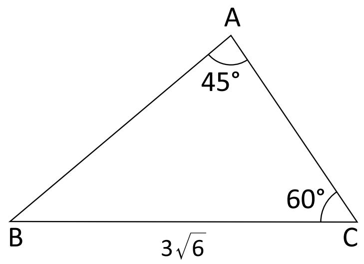
$(\overline{AC})^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 60°$

$\Rightarrow (\overline{AC})^2 = 9 + 16 - 24 \cdot \frac{1}{2}$

$\Rightarrow (\overline{AC})^2 = 25 - 12$

$\Rightarrow \overline{AC} = \sqrt{13}$

B A medida do segmento $\overline{AB}$.



Resolução:

Pela Lei dos Senos, temos:

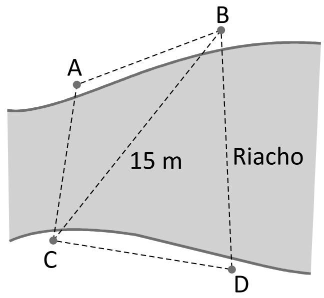
$$\frac{\overline{AB}}{\text{sen } 60°} = \frac{3\sqrt{6}}{\text{sen } 45°}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \frac{3 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = 9$$

02| Um topógrafo deseja calcular a distância entre pontos situados à margem de um riacho, como mostra a figura a seguir. O topógrafo determinou as distâncias mostradas na figura, bem como os ângulos especificados na tabela abaixo, obtidos com a ajuda de um teodolito.



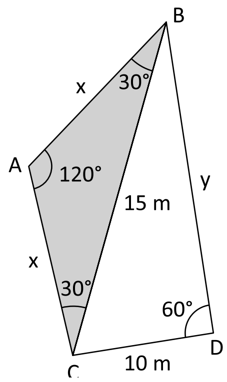
Visada	Ângulo
$A\hat{C}B$	$\frac{\pi}{6}$
$B\hat{C}D$	$\frac{\pi}{3}$
$A\hat{B}C$	$\frac{\pi}{6}$

A Calcule a distância entre A e B.

B Calcule a distância entre B e D.

Resolução:

A



No triângulo ABC assinalado, temos:

$15^2 = x^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot x \cdot \cos 120°$

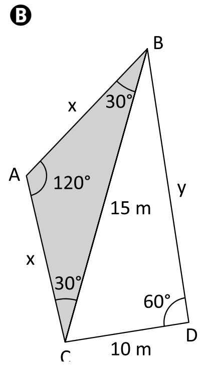
$225 = 2x^2 - 2x^2\left(-\frac{1}{2}\right)$

$225 = 3x^2$

$x^2 = 75$

$x = 5\sqrt{3}$ m

B



No triângulo BDC, temos:

$y^2 = 15^2 + 10^2 - 2 \,.\, 15 \,.\, 10 \,.\, \cos 60^\circ$

$y^2 = 225 + 100 - 150$

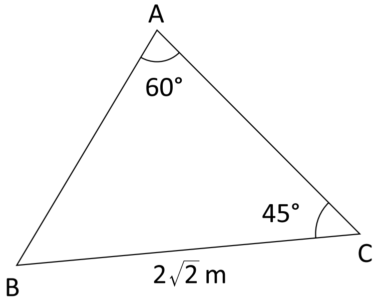
$y = \sqrt{175}$

$y = 5\sqrt{7}\,\text{m}$

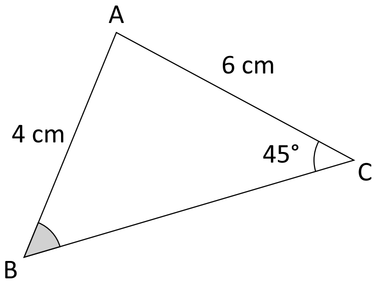
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01| Nas figuras seguintes, determine:

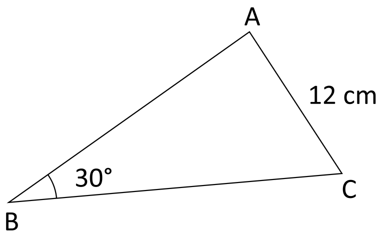
A A medida do segmento $\overline{AB}$.



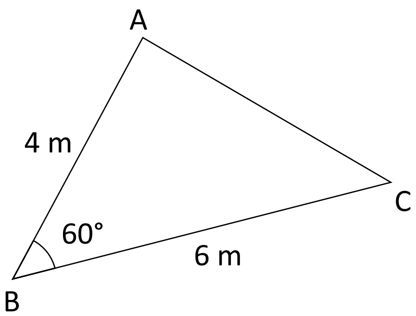
B O seno do ângulo $\hat{B}$.



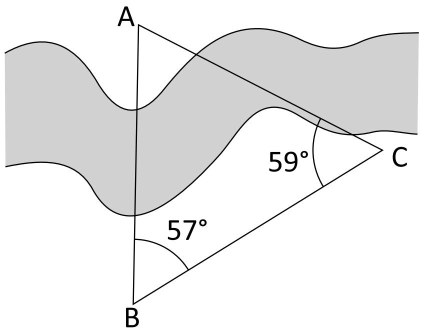
C O raio da circunferência que circuscreve o ΔABC.



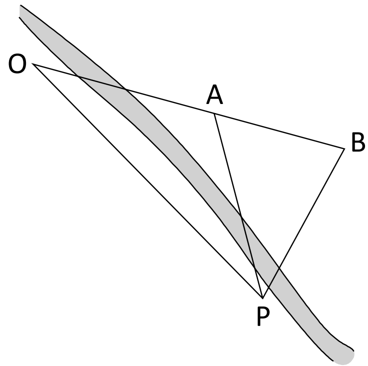
D A medida do segmento $\overline{AC}$.



02| Uma ponte deve ser construída sobre um rio, unindo os pontos A e B, como ilustrado na figura a seguir. Para calcular o comprimento AB, escolhe-se um ponto C, na mesma margem em que B está, e medem-se os ângulos CBA = 57° e ACB = 59°. Sabendo que BC mede 30m, indique, em metros, a distância AB. Dado: use as aproximações sen59° $\cong$ 0,87 e sen64° $\cong$ 0,90.



03| Na ilustração a seguir, a casa situada no ponto B deve ser ligada com um cabo subterrâneo de energia elétrica, saindo do ponto A. Para calcular a distância AB, são medidos a distância e os ângulos a partir de dois pontos O e P, situados na margem oposta do rio, sendo O, A e B colineares. Se OPA = 30°, POA = 30°, APB = 45° e OP = $3+\sqrt{3}$ km, calcule AB em hectômetros.



04| Os lados de um triângulo têm, como medidas, números inteiros ímpares consecutivos cuja soma é 15.

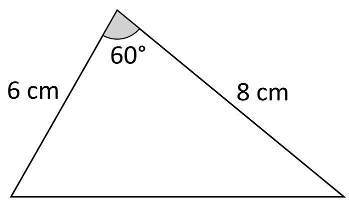
A Quais são esses números?

B Calcule a medida do maior ângulo desse triângulo.

05| Sejam A, B e C pontos de uma circunferência tais que, $\overline{AB} = 2$km, $\overline{BC} = 1$km e a medida do ângulo $A\hat{B}C$ seja de 135°. Calcule o raio dessa circunferência.

06|

A Determine o perímetro do triângulo na forma decimal aproximada, até os décimos. Se quiser, use algum destes dados: $35^2 = 1225; 36^2 = 1296; 37^2 = 1369$.



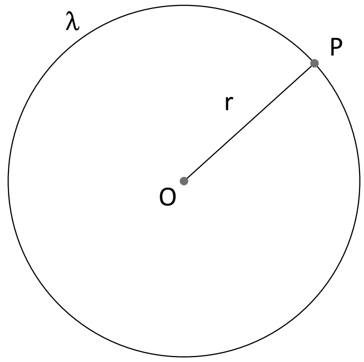
B Um aluno tinha de fazer um cartaz triangular, em cartolina. Decidiu construir o triângulo com as seguintes medidas dos lados: 6 cm, 8 cm e 16 cm. Ele conseguirá fazer o cartaz? Por quê?

07| Os ponteiros de um relógio circular medem, do centro às extremidades, 2 metros, o dos minutos, e 1 metro, o das horas. Determine a distância entre as extremidades dos ponteiros quando o relógio marca 4 horas.

CAPÍTULO 10 - CIRCUNFERÊNCIA

CIRCUNFERÊNCIA

Circunferência é um conjunto de pontos de um plano cuja distância a um ponto dado desse plano é igual a uma distância não nula. O ponto dado é seu centro e a distância o seu raio.

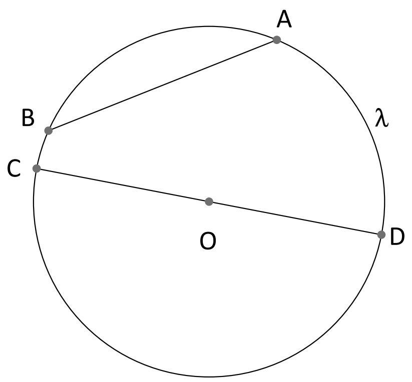


Circunferência λ de centro O e raio r $(P \in \lambda)$

CORDA E DIÂMETRO

Corda de uma circunferência é um segmento cujas extremidades pertencem à circunferência.

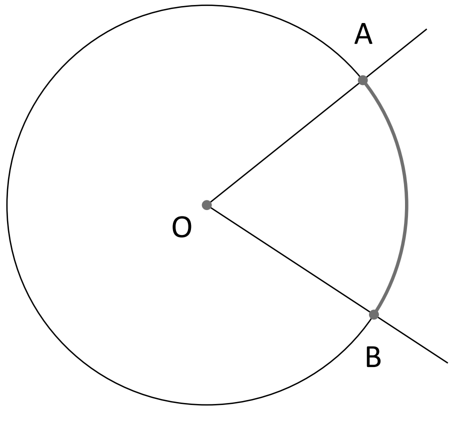
Diâmetro de uma circunferência é uma corda que passa pelo seu centro.



$\overline{AB}$ é uma corda e $\overline{CD}$ é um diâmetro da circunferência λ.

ARCO DE CIRCUNFERÊNCIA

Arco de circunferência $\overset{\frown}{AB}$ é a reunião dos conjuntos dos pontos A e B e de todos os pontos da circunferência que estão no interior do ângulo AÔB.



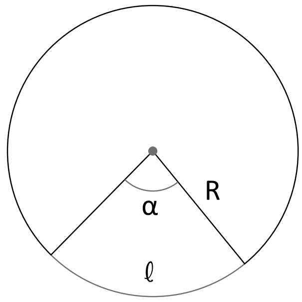
COMPRIMENTO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA

A razão entre o perímetro de uma circunferência (comprimento C) e seu diâmetro é um número constante representado por π.

$$\frac{C}{2.R} = \pi \Rightarrow C = 2.\pi.R$$

COMPRIMENTO DE UM ARCO DE CIRCUNFERÊNCIA

O comprimento de um arco de circunferência (ℓ) é proporcional à sua medida α.



Para α em graus:

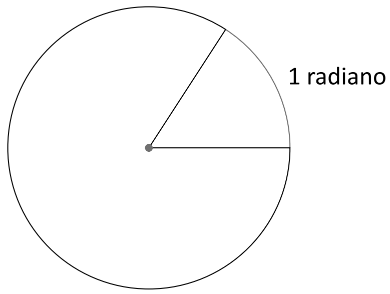
$$\left.\begin{matrix} 360^\circ & \text{———} & 2\pi R \\ \alpha^\circ & \text{———} & \ell \end{matrix}\right\} \Rightarrow \ell = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ}$$

Para α em radianos:

$$\left.\begin{matrix} 2\pi \text{ rad} & \text{———} & 2\pi R \\ \alpha \text{ rad} & \text{———} & \ell \end{matrix}\right\} \Rightarrow \ell = R\alpha$$

RADIANO

Radiano é todo arco de circunferência cujo comprimento é igual ao comprimento do raio da circunferência que o contém.

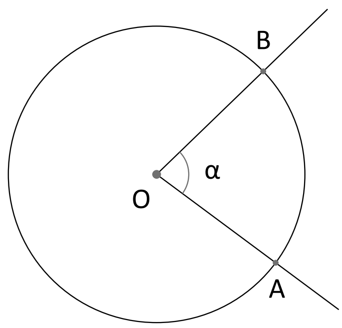


ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA

ÂNGULO CENTRAL

Ângulo central relativo a uma circunferência é um ângulo que tem o vértice no centro da circunferência.

A medida de um ângulo central é igual a medida do arco de circunferência correspondente.

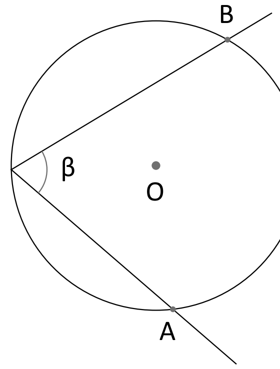


$\alpha = \overset{\frown}{AB}$

ÂNGULO INSCRITO

Ângulo inscrito relativo a uma circunferência é um ângulo que tem o vértice na circunferência e os lados secantes a ela, ou seja, interceptando a circunferência em dois pontos distintos.

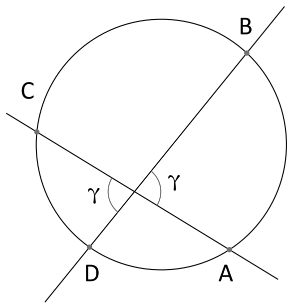
A medida de um ângulo inscrito é igual a metade da medida do arco correspondente.



$$\beta = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$$

ÂNGULO EXCÊNTRICO INTERIOR

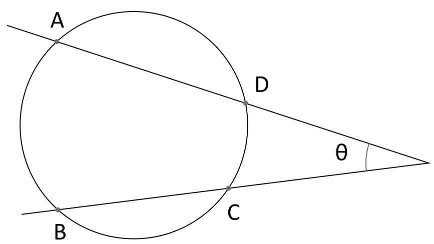
Ângulo excêntrico interior a uma circunferência é um ângulo que tem o vértice sendo um ponto interno à circunferência.



$$\gamma = \frac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}}{2}$$

ÂNGULO EXCÊNTRICO EXTERIOR

Ângulo excêntrico exterior a uma circunferência é um ângulo que tem o vértice sendo um ponto externo à circunferência.

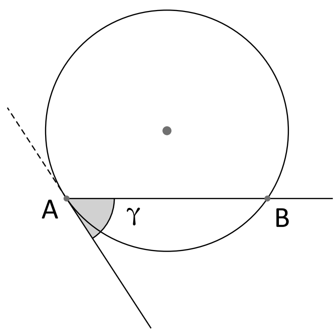


$$\theta = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD}}{2}$$

ÂNGULO DE SEGMENTO

Ângulo de segmento relativo a uma circunferência é um ângulo que tem o vértice na circunferência, um lado secante e o outro tangente à circunferência.

A medida de um ângulo de segmento é igual a medida do arco correspondente.

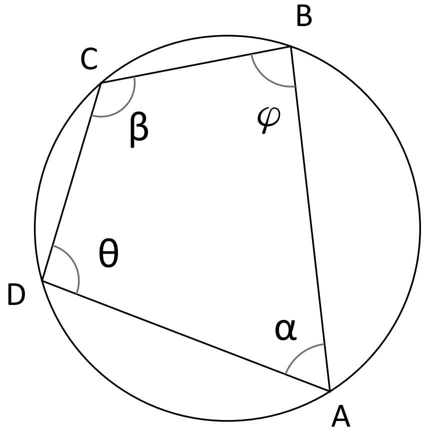


$$\gamma = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$$

QUADRILÁTERO INSCRITÍVEL

Quadrilátero inscritível é todo quadrilátero que tem os vértices pertencentes a uma circunferência.

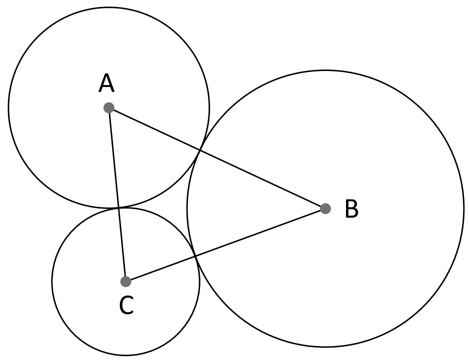
Todo quadrilátero inscritível admitirá ângulos opostos suplementares.



ABCD é inscritível $\Leftrightarrow \alpha + \beta = \varphi + \theta = 180^\circ$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01| As circunferências destacadas abaixo são tangentes externas duas a duas e seus centros são os vértices do triângulo ABC. Se AB = 11 cm, AC = 9 cm e BC = 10 cm, determine a soma de seus comprimentos.



Resolução:

Sendo os raios das circunferências de centros A, B, e C, dados por: x, y e z, temos:

$x + y = 11(\text{I})$

$y + z = 10(\text{II})$

$x + z = 9(\text{III})$

Adcionando as três equações, concluímos que:

$2x + 2y + 2z = 20$

$\Rightarrow x + y + z = 15(\text{IV})$

Substituindo (I) em (IV):

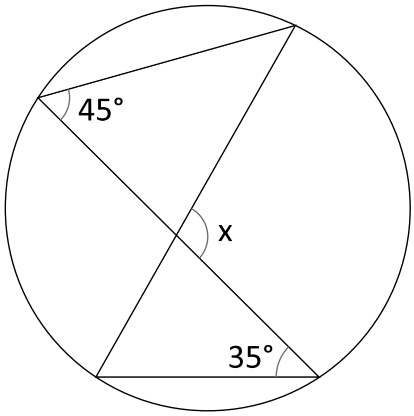
$11 + z = 15 \Rightarrow z = 4$, logo:

$y = 6$ e $x = 5$

Portanto, a soma de seus comprimentos é:

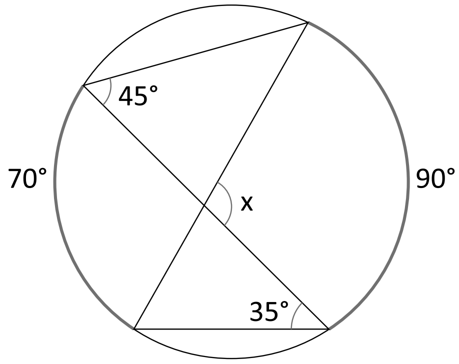
$$2.\pi.4 + 2.\pi.5 + 2.\pi.6 = 30\pi \text{ cm}$$

02| Determine a medida do ângulo x, na figura a seguir:



Resolução:

Os ângulos de 45° e 35° são ângulos inscritos na circunferência, logo, seus arcos medem 90° e 70°, veja:



Portanto: $x = \dfrac{90^\circ + 70^\circ}{2} = 80^\circ$

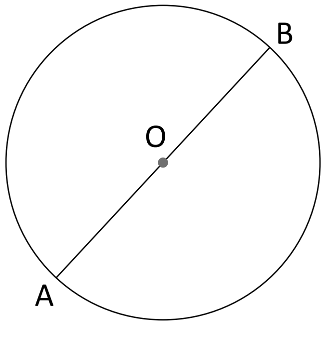
(ângulos excêntrico interior)

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

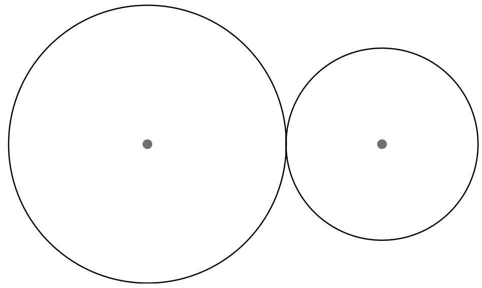
01| Se uma circunferência tem centro O e raio 4 cm, escreva se são internos, pertencentes ou externos à circunferência cada um dos pontos dados a seguir.

- **A** Um ponto X que dista 3,5 cm de O.
- **B** Um ponto Y que dista 4,0 cm de O.
- **C** Um ponto Z que dista 4,5 cm de O.

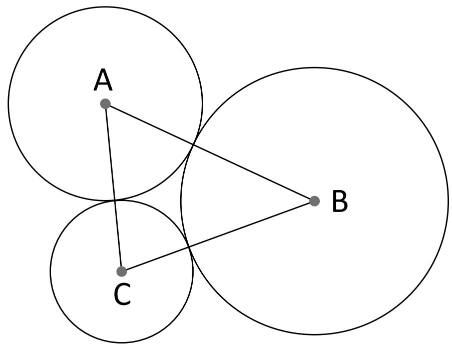
02| Considerando a circunferência de centro O e sabendo que AB = 4x – 5 e AO = x + 2, determine o valor de x.



03| Duas circunferências são tangentes externas se têm um único ponto comum e os demais pontos de uma são externos a outra. Sabendo que as circunferências abaixo são tangentes externas, a distância entre seus centros é 32 cm e a diferença entre seus raios é 10 cm, determine seus raios.



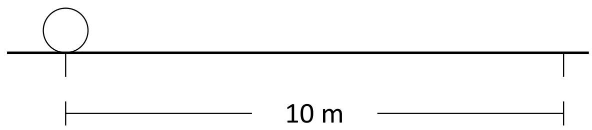
04| As circunferências destacadas abaixo são tangentes externas duas a duas e seus centros são os vértices do triângulo ABC. Se AB = 9 cm, AC = 7 cm e BC = 8 cm, determine seus raios.



05| Qual é o comprimento de uma circunferência que tem raio igual a 6 cm? Use $\pi = 3{,}14$.

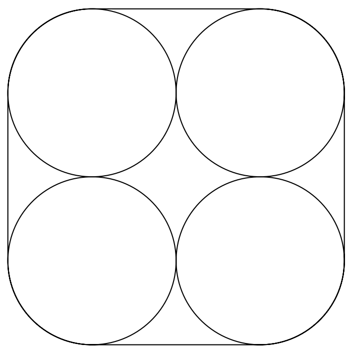
06| Deseja-se construir um anel rodoviário circular em torno da cidade de São Paulo, distando aproximadamente 20 km da Praça da Sé. Quantos quilômetros deverá ter essa rodovia?

07| Uma roda de 10 cm de diâmetro gira em linha reta, sem escorregar, sobre uma superfície lisa e horizontal.



Determine o menor número de voltas completas para a roda percorrer uma distância maior que 10 m.

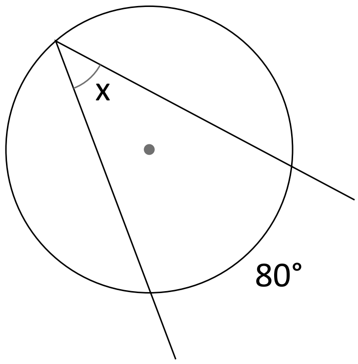
08| A figura a seguir mostra quatro rodas circulares, tangentes duas a duas, todas de mesmo raio r e circundadas por uma correia ajustada. Determine o comprimento da correia, em termos de r.



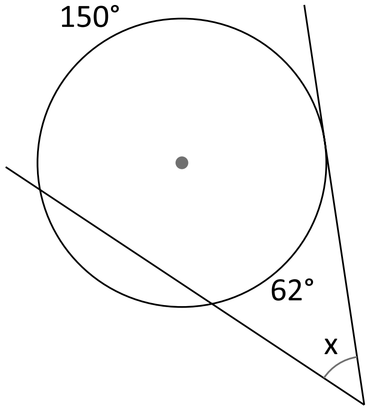
Obs.: despreze a espessura da correia.

09| Determine o valor do ângulo x:

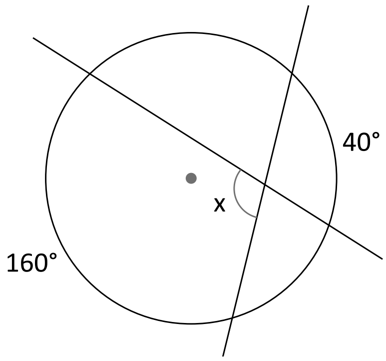
A



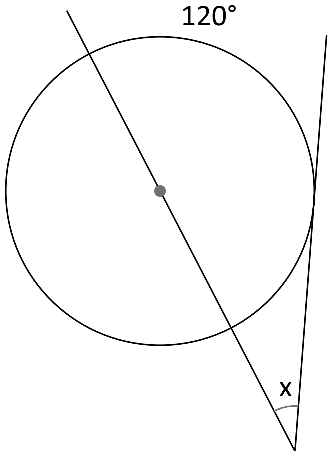
B



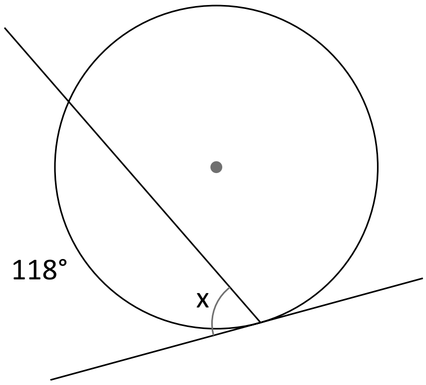
C



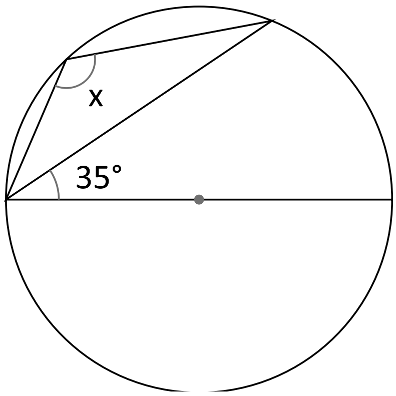
D



E

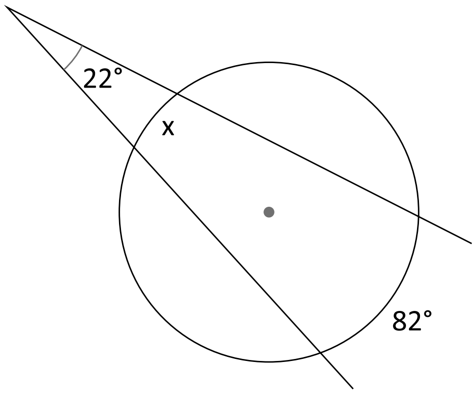


F

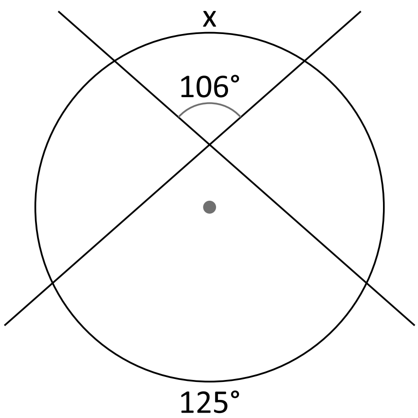


10| Determine o valor do arco x.

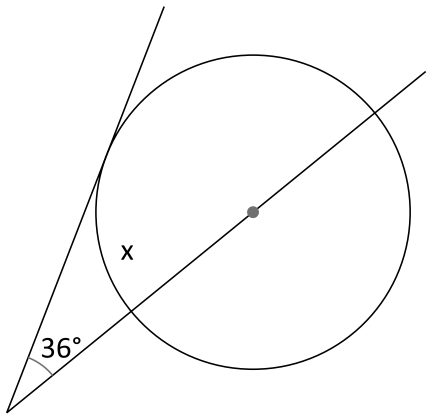
A



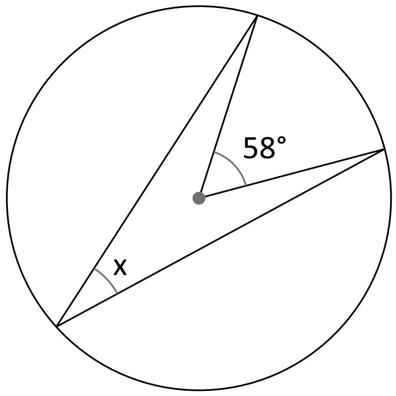
B



C

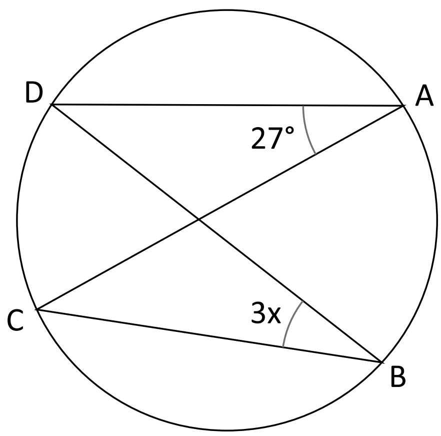


D

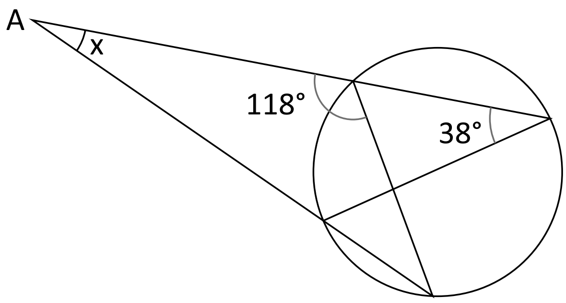


11| Determine o valor de x.

A

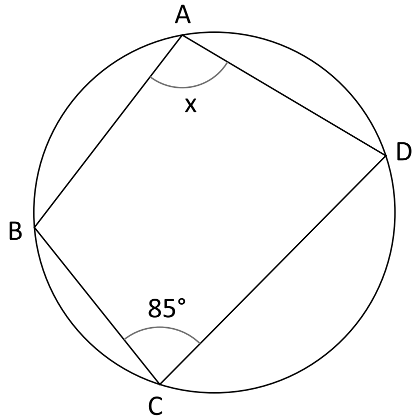


B

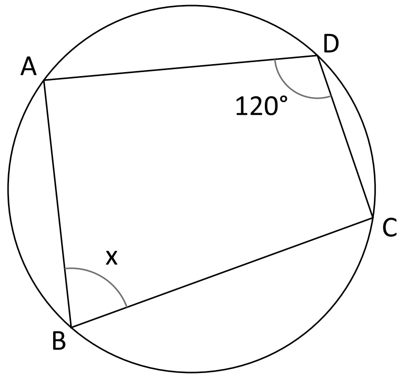


12| Nas figuras seguintes ABCD são quadriláteros inscritíveis, determine o valor de x.

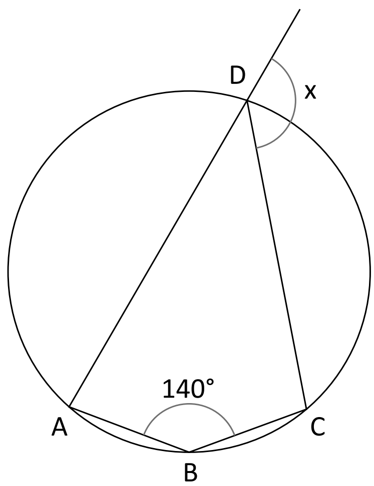
A



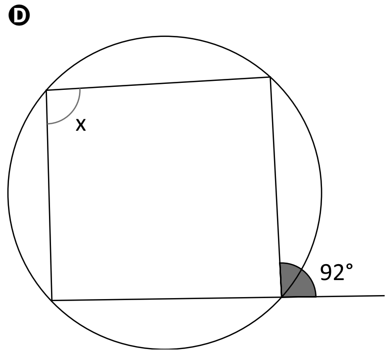
B



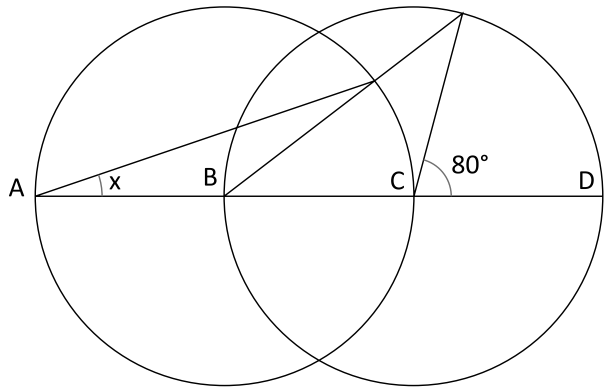
C



D



13| Calcule o valor de x na figura a seguir, sabendo que B e C são os centros das circunferências.



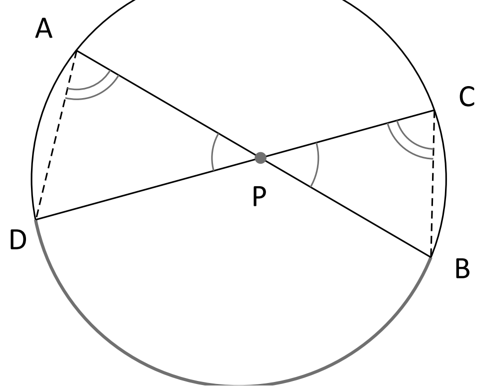
POTÊNCIA DE PONTO

INTRODUÇÃO

Considere as seguintes relações:

1ª RELAÇÃO:

Se duas cordas de uma mesma circunferência se interceptam, então o produto das medidas das duas partes de uma é igual ao produto das medidas das duas partes da outra. Veja:

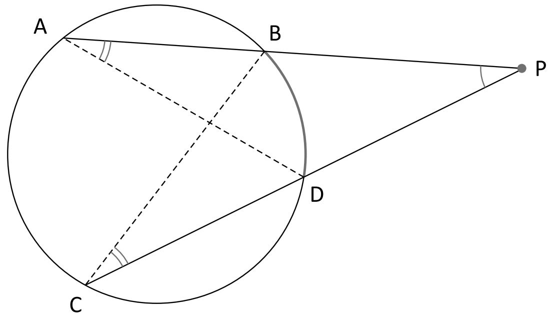


De fato: os triângulos PAD e PCB são semelhantes (A.A.), logo:

$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PC}} = \frac{\overline{PD}}{\overline{PB}} \Leftrightarrow (\overline{PA}).(\overline{PB}) = (\overline{PC}).(\overline{PD})$$

2ª RELAÇÃO:

Se por um ponto P exterior a uma circunferência e traçarmos dois segmentos tangentes ($\overline{PA}$ e $\overline{PC}$), então o produto da medida do primeiro $\overline{PA}$ pela sua parte externa $\overline{PB}$ é igual ao produto da medida do segundo $\overline{PC}$ pela sua parte externa $\overline{PD}$. Veja:



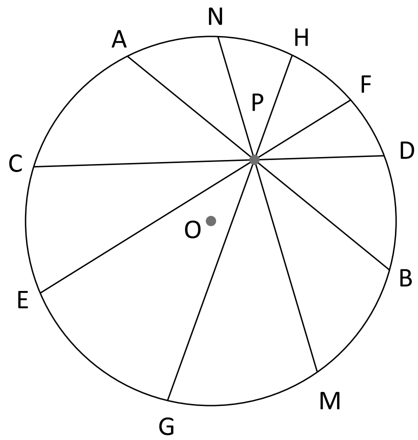
De fato: os triângulos PAD e PCB são semelhantes (A.A.), logo:

$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PC}} = \frac{\overline{PD}}{\overline{PB}} \Leftrightarrow (\overline{PA}).(\overline{PB}) = (\overline{PC}).(\overline{PD})$$

POTÊNCIA DE PONTO

1º CASO:

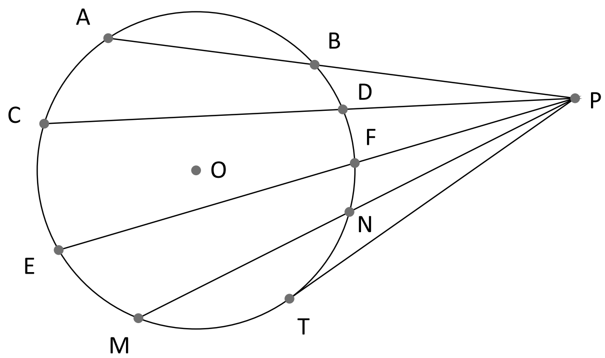
Sendo P um ponto interior a uma circunferência λ, chamamos de Potência de P em relação à circunferência λ o produto das medidas das duas partes de uma corda de λ que passe por P.



$(\overline{PA}).(\overline{PB}) = (\overline{PC}).(\overline{PD}) = (\overline{PE}).(\overline{PF}) = ... =$ Potência de P em relação a circunferência λ

2º CASO:

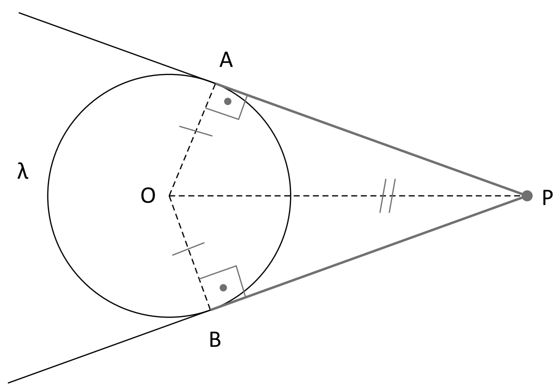
Sendo P um ponto exterior a uma circunferência λ, chamamos de Potência de P em relação à circunferência λ o produto das medidas do segmento secante com extremidade em P pela sua parte externa.



$(\overline{PA}).(\overline{PB}) = (\overline{PC}).(\overline{PD}) = (\overline{PE}).(\overline{PF}) = ... = (\overline{PT})^2 =$ Potência de P em relação a circunferência λ

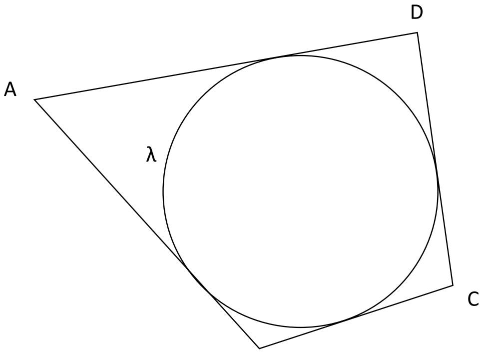
SEGMENTOS TANGENTES

Se de um ponto P exterior a uma circunferência λ traçarmos os segmentos $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$, ambos tangentes a λ, com A e B em λ, então $\overline{PA} \equiv \overline{PB}$.



QUADRILÁTERO CIRCUNSCRITO

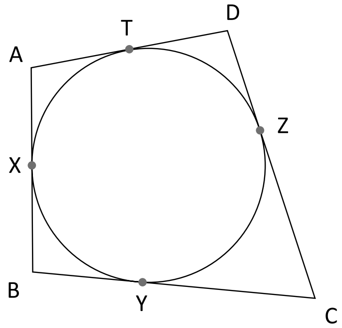
Um quadrilátero convexo é circunscrito a uma circunferência λ se, e somente se, seus quatro lados são tangentes à circunferência.



PROPRIEDADES

PROPRIEDADE 1 | Se um quadrilátero convexo é circunscrito a uma circunferência, então a soma de dois lados opostos é igual a soma dos outros dois.

PROPRIEDADE 2 | Se num quadrilátero convexo a soma de dois lados opostos é igual a soma dos outros dois, então o quadrilátero convexo é circunscrito a uma circunferência.



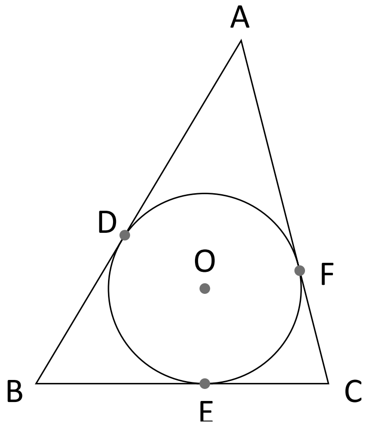
Em consequência da propriedade dos segmentos tangentes:

$$\left.\begin{matrix}\overline{AX} \equiv \overline{AX}\\ \overline{BX} \equiv \overline{BY}\\ \overline{CZ} \equiv \overline{CY}\\ \overline{DZ} \equiv \overline{DT}\end{matrix}\right\} \Longrightarrow \underbrace{\overline{AX} + \overline{BX}}_{\overline{AB}} + \underbrace{\overline{CZ} + \overline{DZ}}_{\overline{CD}} = \overline{AT} + \underbrace{\overline{BY} + \overline{CY}}_{\overline{BC}} + \overline{DT}$$

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01| A circunferência de centro O na figura abaixo está inscrita no triângulo ABC. Sabendo que BD = 4, AF = 6 e EC = 3, determine o perímetro do triângulo ABC.



Resolução:

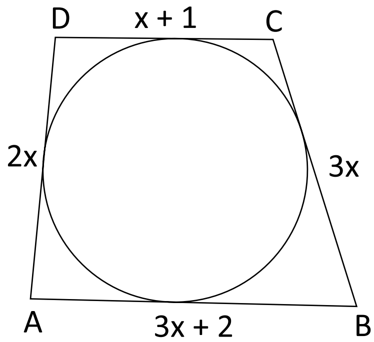
Os segmentos $\overline{BD}$ e $\overline{BE}$, $\overline{AF}$ e $\overline{AD}$ e $\overline{CE}$ e $\overline{CF}$

são dois a dois tangentes a circunferência, logo:

$\overline{BD} \equiv \overline{BE} = 4$, $\overline{AF} \equiv \overline{AD} = 6$ e $\overline{CE} \equiv \overline{CF} = 3$

Portanto: $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 26$ cm

02| Determine o perímetro do quadrilátero ABCD circunscritível, destacado abaixo.



Resolução:

Como o quadrilátero ABCD é circuscritível, podemos afirmar que a soma de seus lados opostos é igual, ou seja:

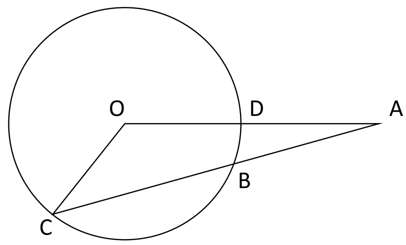
$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BD}$

$\Rightarrow 3x + 2 + x + 1 = 2x + 3x \Rightarrow x = 3$

Logo: $\overline{AB} = 11$, $\overline{BC} = 9$, $\overline{CD} = 4$ e $\overline{DA} = 6$

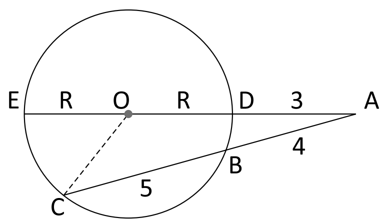
Portanto: $2p(ABCD) = 11 + 9 + 4 + 6 = 30$

03| Na figura a seguir, AB = 8 cm, BC = 10 cm, AD = 4 cm e o ponto O é o centro da circunferência. Determine o perímetro do triângulo AOC mede, em cm.



Resolução:

Prolongando o segmento $\overline{AO}$, temos:



$\overline{AC}$ e $\overline{AE}$ são segmentos secantes, logo:

$(3 + 2R).3 = (4 + 5).4$

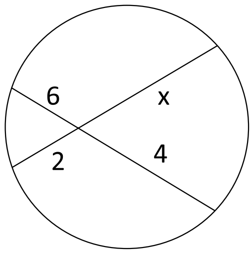
$\Rightarrow 9 + 6R = 36 \Rightarrow 6R = 27 \Rightarrow R = \frac{9}{2}$cm

$2p(\Delta AOC) = 3 + \frac{9}{2} + \frac{9}{2} + 9 = 21$ cm

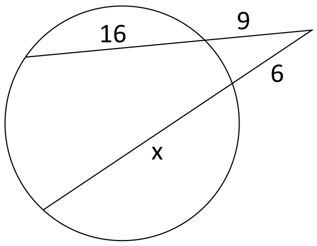
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01| Determine o valor de x:

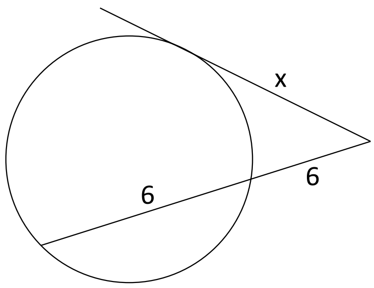
A



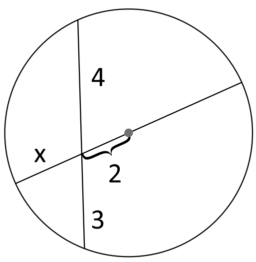
B



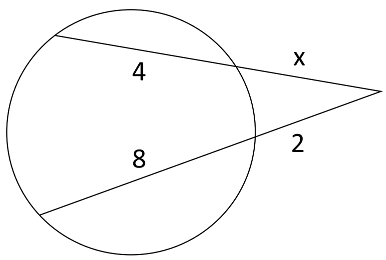
C



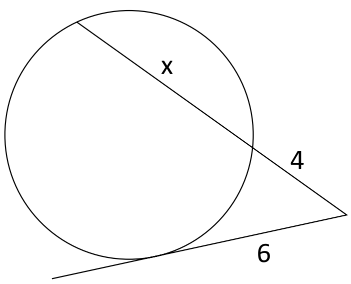
D



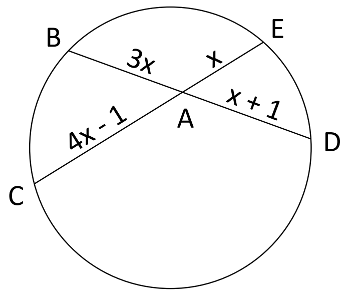
E



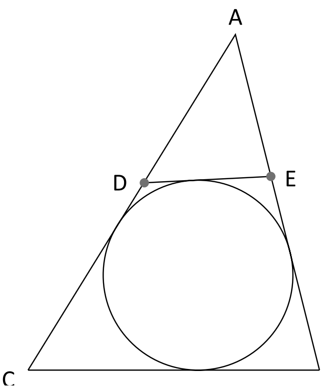
F



02| Calcule as medidas das cordas $\overline{BD}$ e $\overline{CE}$.



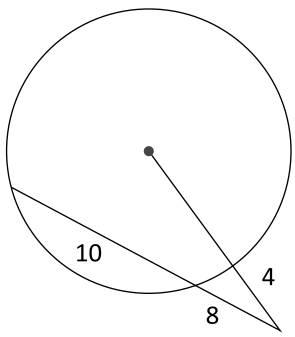
03| Sabendo que o perímetro do triângulo ABC vale 20 m, a base $\overline{BC}$ mede 8 m e que a circunferência está inscrita no quadrilátero BCDE, determine o perímetro do triângulo ADE.



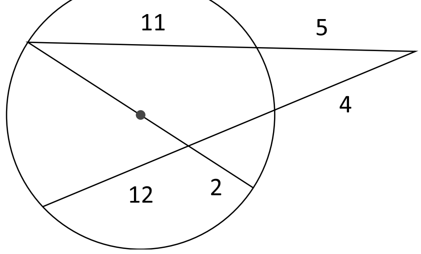
04| A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 20 dm e o raio da circunferência inscrita mede 2 dm. Determine o perímetro do triângulo.

05| Determine o raio dos círculos nos casos seguintes:

A

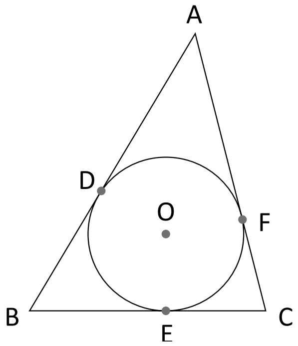


B

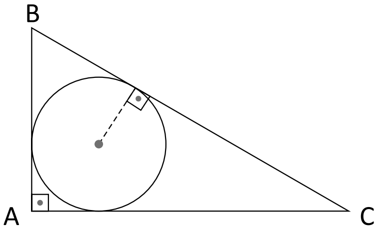


06| Determine a medida do diâmetro de uma circunferência inscrita num triângulo retângulo cujos lados medem 6 cm, 8 cm e 10 cm.

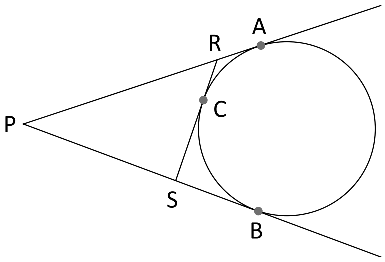
07| A circunferência de centro O na figura abaixo está inscrita no triângulo ABC. Sabendo que BD = 5, AF = 4 e EC = 7, determine o perímetro do triângulo ABC.



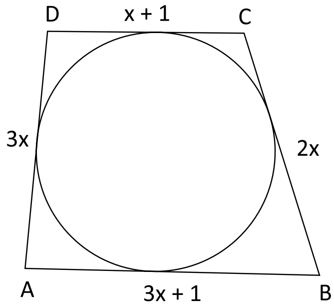
08| Calcule o raio da circunferência inscrita no triângulo retângulo ABC, sabendo que: AB = 8 cm, AC = 15 cm e BC = 17 cm.



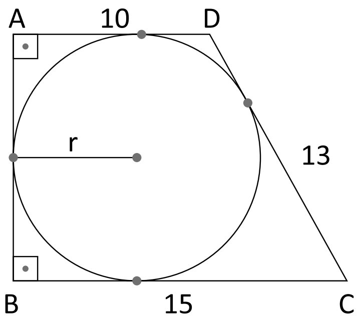
09| Sabendo que PA = 18 cm, determine o perímetro do triângulo PRS.



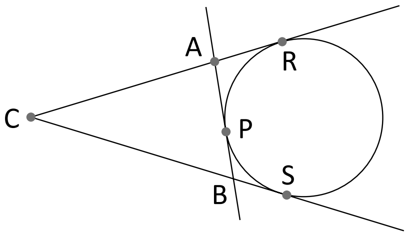
10| Determine o perímetro do quadrilátero ABCD circunscritível, destacado abaixo.



11| Determine o comprimento da circunferência inscrita no trapézio retângulo destacado abaixo.



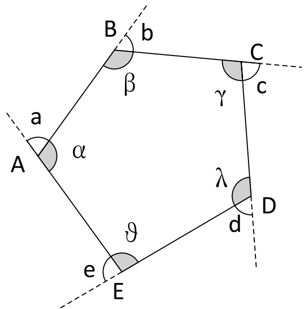
12| A partir de um ponto C, exterior a uma circunferência, traçam-se duas retas tangentes, como mostra a figura adiante. Os segmentos tangentes CR e CS, que são necessariamente congruentes, medem, cada um, 23,5 cm. Em um dos arcos de extremos R e S, escolhe-se, ao acaso, um ponto P, traçando-se o segmento AB, tangente a circunferência em P.



Calcule, em centímetros, o perímetro do triângulo ABC, desprezando a parte fracionária de seu resultado, caso exista.

POLÍGONOS

É uma região plana formada por três ou mais segmentos de reta que se intersectam dois a dois. Os segmentos de reta são denominados lados do polígono e os pontos de intersecção são denominados vértices do polígono, veja:



ABCDE é um polígono

A, B, C, D e E são vértices

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EA}$ são seus lados

$\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \varphi$ são seus ângulos internos

a, b, c, d e e são seus ângulos externos

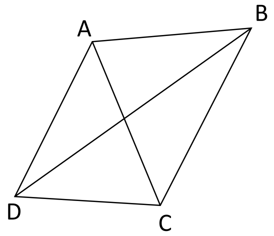
Existem polígonos convexos e côncavos, que são definidos pela medida de seus ângulos internos, ou seja, polígonos com ângulos internos convexos (maiores que zero e menores que 180°), são polígonos convexos e polígonos côncavos possuem ângulos internos côncavos (maiores que 180° e menores que 360°).

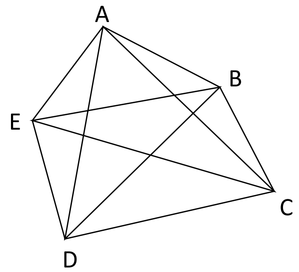
NOMENCLATURA:

Número de lados	Nomenclatura
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Undecágono
12	Dodecágono
15	Pentadecágono
20	Icoságono

NÚMERO DE DIAGONAIS DE UM POLÍGONO

Diagonal de um polígono é um segmento de reta cujas extremidades são vértices não consecutivos do polígono, veja:





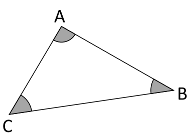
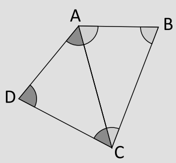
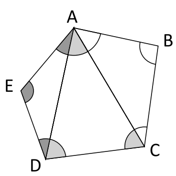
(Quadrilátero) Diagonais: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ (Pentágono) Diagonais: $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CE}$

Com extremidade num dos vértices de um polígono, há n – 3 diagonais, então com extremidades nos n vértices teremos n.(n – 3) diagonais, no entanto, cada diagonal é contada duas vezes, pois tem extremidades em dois vértices do polígono, portanto, o número de diagonais, d, de um polígono com n lados é:

$$d = \frac{n.(n-3)}{2}$$

SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM POLÍGONO

Observe abaixo como podemos calcular a soma dos ângulos internos S_i de alguns polígonos convexos:

Polígono	Número de Triângulos	Soma dos Ângulos Internos
 Triângulo	1 Triângulo	180°
 Quadrilátero	2 Triângulos	$2 \cdot 180° = 360°$
 Pentágono	3 Triângulos	$3 \cdot 180° = 540°$

Traçando todas as diagonais que têm como extremidade um mesmo vértice do polígono, observamos que o número de triângulos determinados por essas diagonais é n – 2, como a soma dos ângulos internos de cada um desses triângulos é 180°, podemos concluir que a soma dos ângulos internos de um polígono de n lados é:

$$S_i = (n-2).180°$$

SOMA DOS ÂNGULOS EXTERNOS DE UM POLÍGONO

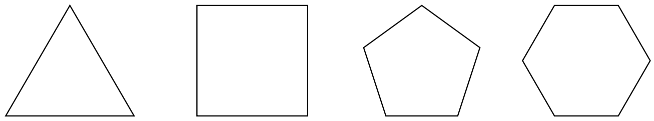
Considerando um polígono convexo qualquer de n lados, onde ai e ae, são, respectivamente, as medidas de um ângulo interno e do ângulo externo adjacente a ele, S_i como sendo a soma dos ângulos internos e S_e a soma dos ângulos externos. Sabemos que: $a_i + a_e = 180°$ para cada um dos vértices do polígono, portanto:

$$S_i + S_e = 180°.n \Leftrightarrow S_e = 180°.n - S_i \Leftrightarrow S_e = 180°.n - (n-2).180° \Leftrightarrow S_e = 360°$$

POLÍGONOS REGULARES

Polígono Regular é todo polígono convexo equilátero e equiângulo, ou seja:

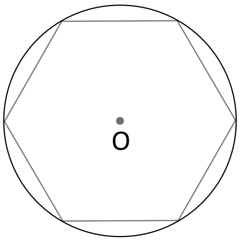
- Todos os seus lados são congruentes.
- Todos os seus ângulos internos são congruentes.



Triângulo Regular (Triângulo Equilátero) | Quadrilátero Regular (Quadrado) | Pentágono Regular | Hexágono Regular

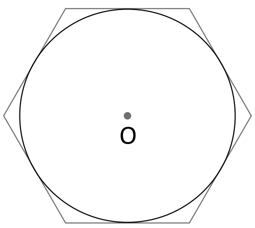
PROPRIEDADES DE UM POLÍGONO REGULAR

PROPRIEDADE 1 | Todo polígono regular é inscritível, ou seja: existe uma circunferência que contém todos os seus vértices.



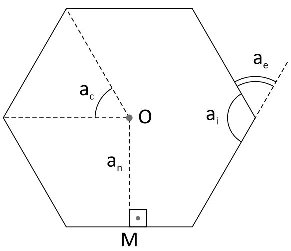
Hexágono Regular Inscrito

PROPRIEDADE 2 | Todo polígono regular é circunscritível, ou seja: existe uma circunferência que é tangente a todos os seus lados.



Hexágono Regular Circunscrito

Veja alguns elementos importantes de um polígono regular:



O é o centro
M é o ponto médio do lado
$\overline{OM}$ é o apótema $= a_n$
a_c é o ângulo central
a_i é o ângulo interno
a_e é o ângulo externo

Admitindo um polígono regular de n lados:

PROPRIEDADE 3 | Ângulo Central: $a_c = \frac{360°}{n}$

PROPRIEDADE 4 | Ângulo Interno: $a_i = \frac{S_i}{n} = \frac{(n-2).180°}{n}$

PROPRIEDADE 5 | Ângulo Externo: $a_e = \frac{s_e}{n} = \frac{360^\circ}{n}$

PROPRIEDADE 6 | $a_i + a_e = 180^\circ$

PROPRIEDADE 7 | Se n for PAR, exatamente $\frac{n}{2}$ diagonais passam pelo seu centro O.

PROPRIEDADE 8 | Se n for ÍMPAR, nenhuma de suas diagonais passam pelo seu centro O.

EXERCICIOS RESOLVIDOS

01| Considerando um decágono, determine:

A O número de diagonais que saem de um de seus vértices;

B O número total de diagonais.

Resolução:

A $d_v = n - 3 = 10 - 3 = 7$

B $d = \frac{n.(n-3)}{2} = \frac{10.(10-3)}{2} = 35$

02| Determine o polígono regular com exatamente 14 diagonais.

Resolução:

$$d = \frac{n.(n-3)}{2}$$

$$\Rightarrow 14 = \frac{n.(n-3)}{2} \Rightarrow 28 = n^2 - 3n$$

$$\Rightarrow n^2 - 3n - 28 = 0$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4.(1).(-28)$$

$$\Delta = 9 + 112 = 121$$

$$n = \frac{-(-3) \pm \sqrt{121}}{2.(1)} \Rightarrow \left\langle \begin{array}{l} n^{I} = 7 \\ n^{II} = -4 \end{array} \right.$$

Logo, n = 7, o polígono é o heptágono.

03| Um polígono regular possui a partir de cada um de seus vértices tantas diagonais quantas são as diagonais de um hexágono. Cada ângulo interno desse polígono mede em graus:

Resolução:

Um hexágono possui: $d = \frac{6.(6-3)}{2} = 9$

Logo, o polígono citado:

$d_v = n - 3 \Rightarrow 9 = n - 3 \Rightarrow n = 12$

é o dodecágono

Portanto:

$$a_i = \frac{(n-2).180^\circ}{n}$$

$$\Rightarrow a_i = \frac{10.180^\circ}{12} = 150^\circ$$

04| A medida do ângulo central de um polígono regular é 20°. De acordo com esta informação, determine as seguintes medidas:

A Do ângulo interno.

B Do ângulo externo.

Resolução:

A $a_c = a_e = 20^\circ$, como $a_i + a_e = 180^\circ$

$a_i = 160^\circ$

B $a_c = a_e = 20^\circ$

05| O ângulo interno de um polígono regular mede 162°, determine quantas diagonais passam pelo seu centro.

Resolução:

$$ai = \frac{(n-2).180^\circ}{n} \Rightarrow 162^\circ = \frac{(n-2).180^\circ}{n}$$

$$\Rightarrow 162^\circ n = 180^\circ n - 360^\circ$$

$$\Rightarrow 18^\circ n = 360^\circ \Rightarrow n = 20$$

Portanto:

$$d_c = \frac{n}{2} = \frac{10}{2} = 10$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01| Considerando um dodecágono, determine:

A O número de diagonais que saem de um de seus vértices;

B O número total de diagonais.

02| Determine o número de lados de um polígono convexo, sabendo que de um de seus vértices saem 20 diagonais.

03| Determine o número de diagonais de um icoságono.

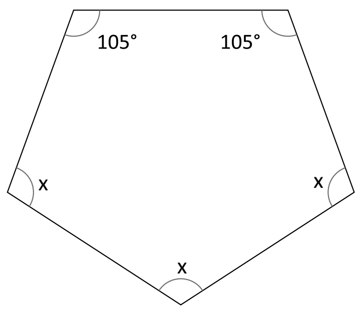
04| Determine o polígono cujo número de diagonais é o triplo do número de lados.

05| Determine o polígono cujo número de diagonais é o sêxtuplo do número de lados.

06| Determine o polígono que possui 20 diagonais distintas.

07| Determine a soma dos ângulos internos de um heptágono.

08| Determine x:



09| Qual é o polígono convexo cuja soma dos ângulos internos é 1080°?

10| Determine a soma dos ângulos internos de um polígono que possui 35 diagonais.

11| Determine o número de diagonais de um polígono convexo cuja soma dos ângulos internos é 1800°.

12| Seja n o número de lados de um polígono convexo. Se a soma de $n - 1$ ângulos internos do polígono é 2004°, determine o número n de lados do polígono.

13| Um triângulo equilátero tem o mesmo perímetro que um hexágono regular cujo lado mede 1,5 cm. Calcule o comprimento de cada lado do triângulo.

14| Sabendo-se que um polígono regular de n lados está inscrito num círculo de raio 1 e que o polígono possui 9 diagonais, encontre a medida do comprimento de seu lado.

15| Determine o perímetro:

A De um decágono regular de lado igual a 12 cm.

B De um triângulo equilátero de lado igual a 1,87 dm. Dê a resposta em metros.

16| A soma dos ângulos internos de um polígono regular é 1440°. Determine a medida do ângulo central.

17| A medida do ângulo central de um polígono regular é 24°. De acordo com esta informação, determine as seguintes medidas:

A Do ângulo interno.

B Do ângulo externo.

18| O ângulo interno de um polígono regular é o triplo do ângulo externo. Qual é esse polígono?

19| Um polígono regular tem 4 lados mais que outro, e o seu ângulo interno excede de 15° do outro. Quais são esses polígonos?

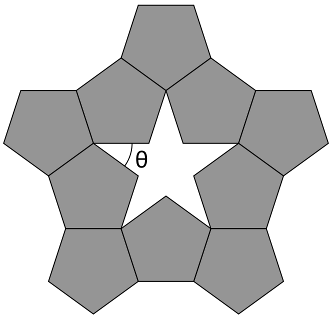
20| Qual é o polígono regular que tem 5 diagonais passando pelo seu centro?

21| Um polígono regular tem 135 diagonais, quantas passam pelo seu centro?

22| O ângulo interno de um polígono regular mede 156°, determine quantas diagonais passam pelo seu centro.

23| Um polígono regular de n lados, sendo n par, tem x diagonais que não passam pelo seu centro, escreva x em função de n.

24| Pentágonos regulares congruentes podem ser conectados, lado a lado, formando uma estrela de cinco pontas, conforme destacado na figura.



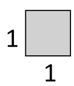
Nestas condições, determine o ângulo θ.

CAPÍTULO 13 - ÁREAS DAS SUPERFÍCIES PLANAS

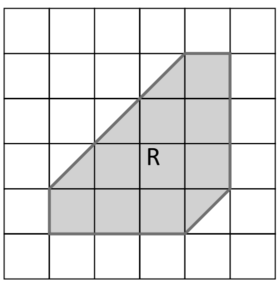
IDÉIA INTUITIVA DE ÁREA

O cálculo de áreas tem sido uma preocupação constante na história da Matemática, desde o Egito, os homens procuravam medir e demarcar suas terras, surgindo o nome Geometria (medida da terra).

Estabelecendo como unidade de área uma região quadrada cujo lado mede uma unidade de comprimento, e sua área por definição é igual a 1, ao compararmos a área de uma região plana R com a região quadrada unitária, obteremos um número que indicará a área da região plana R. Veja:



(Região quadrada unitária)

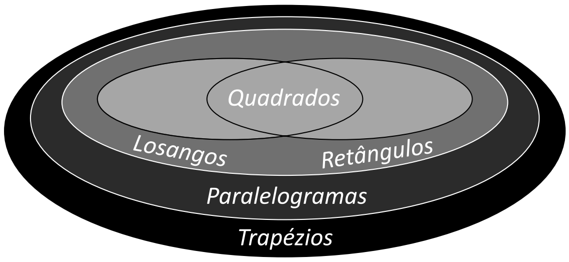


(Região plana R)

Admitindo como unidade de medida a área da região quadrada unitária igual a 1 unidade de área, concluímos que a área da região plana R é 11 unidades de área.

ÁREA DOS QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS

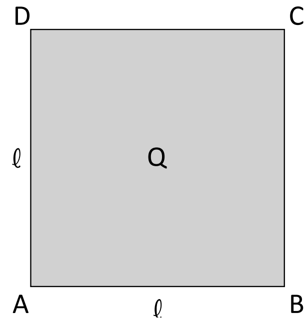
Os quadriláteros notáveis são: os quadrados, os retângulos, os losangos, os paralelogramos e os trapézios.



ÁREA DO QUADRADO

Quadrado é todo quadrilátero plano convexo que possui os quatro ângulos congruentes e os quatro lados congruentes (equiângulo e equilátero).

A área de um quadrado ABCD (Q) cujo lado mede ℓ é dada por: $A_Q = \ell^2$



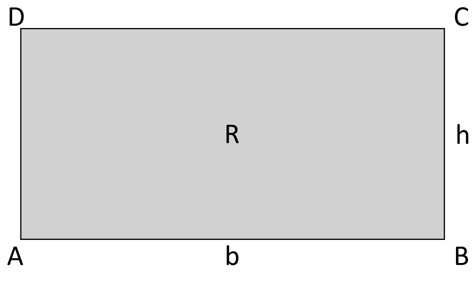
PROPRIEDADES DOS QUADRADOS

- As diagonais se interceptam em seus respectivos pontos médios;
- As diagonais são as bissetrizes dos ângulos internos;
- As diagonais são perpendiculares;
- As diagonais são congruentes.

ÁREA DO RETÂNGULO

Retângulo é todo quadrilátero plano convexo que possui os quatro ângulos congruentes (equiângulo).

A área de um retângulo ABCD (R) de base b e altura h é dada por: $A_R = b.h$



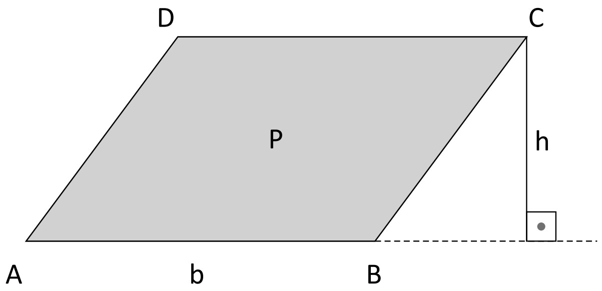
PROPRIEDADES DOS RETÂNGULOS

- Lados opostos congruentes;
- As diagonais se interceptam em seus respectivos pontos médios;
- As diagonais são congruentes.

ÁREA DO PARALELOGRAMO

Paralelogramo é todo quadrilátero plano convexo que possui lados opostos paralelos.

A área de um paralelogramo P de base b e altura h é dada por: $A_P = b.h$



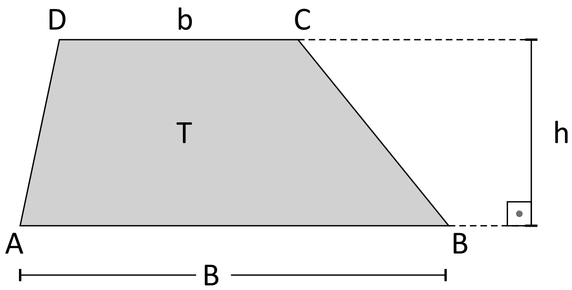
PROPRIEDADES DOS PARALELOGRAMOS

- Lados opostos congruentes;
- Ângulos opostos congruentes;
- As diagonais se interceptam em seus respectivos pontos médios.

ÁREA DO TRAPÉZIO

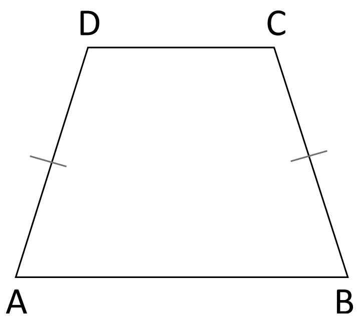
Trapézio é todo quadrilátero plano convexo que possui dois lados paralelos.

A área de um trapézio ABCD (T) de bases B, b e altura h é dada por: $A_T = \frac{(B+b).h}{2}$

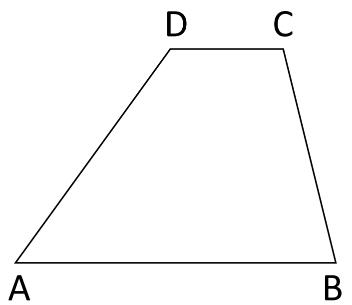


CLASSIFICAÇÃO DE UM TRAPÉZIO

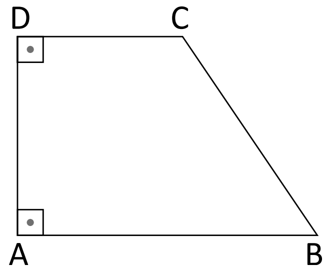
Um trapézio pode ser classificado em:



Trapézio Isósceles (lados oblíquos congruentes)



Trapézio Escaleno (lados oblíquos distintos)

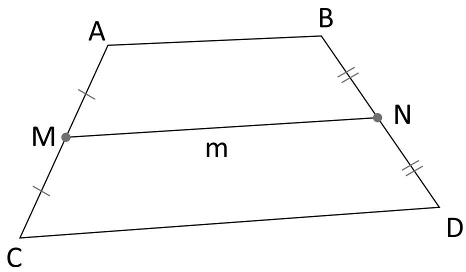


Trapézio Retângulo (dois ângulos internos são retos)

PROPRIEDADES DOS TRAPÉZIOS

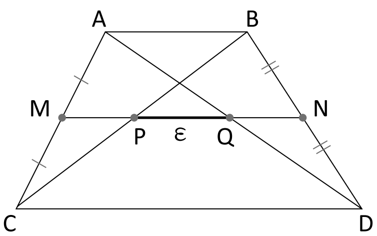
Os ângulos internos adjacentes a um mesmo lado oblíquo são suplementares.

BASE MÉDIA é o segmento que une os pontos médios dos lados não paralelos. O seu comprimento m é igual à média dos comprimentos das bases do trapézio.



$$m = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2}$$

MEDIANA DE EULER (segmento $\overline{PQ}$) é o segmento que une os pontos médios das diagonais do trapézio. O seu comprimento ε é igual a metade do módulo da diferença de suas bases.

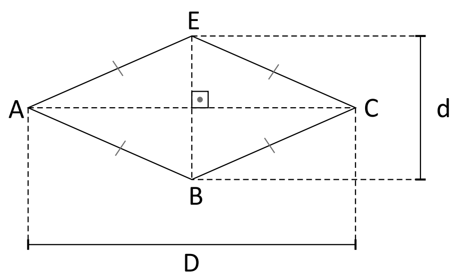


$$\varepsilon = \left| \frac{\overline{CD} - \overline{AB}}{2} \right|$$

ÁREA DO LOSANGO

Losango é todo quadrilátero plano convexo que possui os quatro lados congruentes (equilátero).

A área de um losango ABCE cujas diagonais medem D e d é dada por: $A_L = \frac{D.d}{2}$



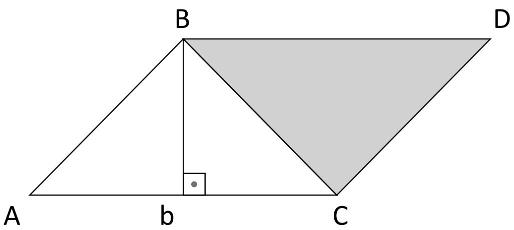
PROPRIEDADES DOS LOSANGOS

- Ângulos opostos congruentes;
- As diagonais se interceptam em seus respectivos pontos médios;
- As diagonais são as bissetrizes dos ângulos internos;
- As diagonais são perpendiculares.

ÁREA DO TRIÂNGULO

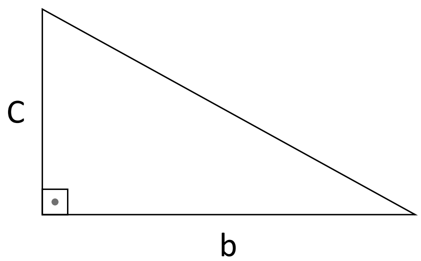
EM FUNÇÃO DE UM DE SEUS LADOS E DA ALTURA RELATIVA A ESSE LADO

Considerando um triângulo ABC, onde a base mede b e a altura mede h, e um triângulo BCD equivalente ao triângulo ABC. Podemos concluir que a área do triângulo ABC é a metade da área do paralelogramo ABCD, de base mede b e altura h.



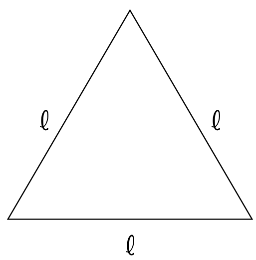
$$A_{\Delta} = \frac{b.h}{2}$$

PARA TRIÂNGULOS RETÂNGULOS



$$A_{\Delta} = \frac{b.c}{2}$$

PARA TRIÂNGULOS EQUILÁTEROS



$$A_{\Delta} = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$$

EM FUNÇÃO DE SEUS LADOS

Heron de Alexandria é o responsável por elaborar uma fórmula matemática que calcula a área de um triângulo em função das medidas dos seus três lados. A fórmula de Heron de Alexandria é muito útil nos casos em que não sabemos a altura do triângulo, mas temos a medida dos lados. Em um triângulo cujos lados medem a, b e c podemos calcular sua área com o uso da fórmula de Heron:

$$A_{\Delta} = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)},\ \text{sendo: } p = \frac{a+b+c}{2}\ \text{(semiperímetro)}$$

EM FUNÇÃO DE SEU SEMIPERÍMETRO E O RAIO DA CIRCUNFERÊNCIA INSCRITA

Considerando um triângulo cujo semiperímetro é p e o raio da circunferência inscrita é r, sua área é dada por:

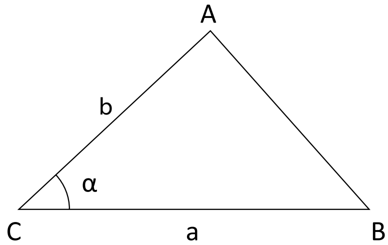
$$A_{\Delta} = p.r$$

EM FUNÇÃO DE SEUS LADOS E O RAIO DA CIRCUNFERÊNCIA CIRCUNSCRITA

Considerando um triângulo cujos lados medem a, b e c e o raio da circunferência circunscrita é R, sua área é dada por:

$$A_{\Delta} = \frac{a.b.c}{4R}$$

EM FUNÇÃO DE DOIS DE SEUS LADOS E O ÂNGULO COMPREENDIDO ENTRE ELES



$$A_{\Delta} = \frac{a.b.\text{sen}\alpha}{2}$$

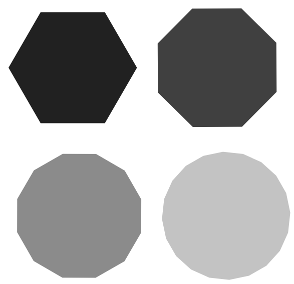
ÁREA DO POLÍGONO REGULAR

Considerando um polígono regular de semiperímetro p e apótema a, sua área é dada por:

$$A = p.a$$

ÁREA DO CÍRCULO

O círculo é determinado de acordo com o aumento do número de lados de um polígono. Quanto mais lados um polígono admite, mais ele se assemelha a um círculo. Observe as figuras na seguinte ordem: hexágono (6 lados), octógono (8 lados), dodecágono (12 lados) e icoságono (20 lados).

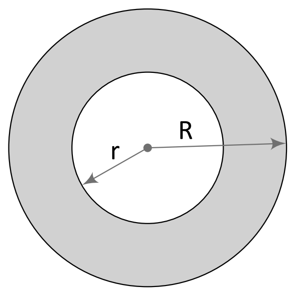


Admitindo um polígono regular de n lados, sendo n “muito grande”, podemos observar que o perímetro do polígono regular tende ao comprimento da circunferência que limita o círculo e o apótema do polígono regular tende ao raio do círculo, logo:

$$A_{Polígono} = p.a = A_{Círculo} = \pi.R.R = \pi.R^2$$

ÁREA DA COROA CIRCULAR

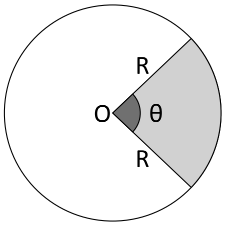
Coroa circular é uma região limitada por dois círculos concêntricos (mesmo centro). Sendo R o raio da circunferência externa e r o raio da circunferência interna, a área da coroa é dada pela diferença entre a área do círculo externo e a área do círculo interno, veja:



$$A_{Coroa} = \pi.R^2 - \pi.r^2 = \pi.(R^2 - r^2)$$

ÁREA DO SETOR CIRCULAR

Um setor circular (fatia de pizza) é a parte de um círculo limitada por dois raios e um arco. Sua área é diretamente proporcional ao seu ângulo central θ, calculada a partir de uma regra de três, veja:



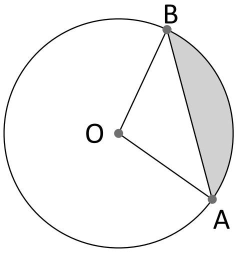
$360° \text{ ——— } \pi R^2$

$\theta \text{ ——— } A_{Setor}$

$\therefore 360°.A_{Setor} = \pi.R^2.\theta$

$\therefore A_{Setor} = \dfrac{\pi R^2 \theta}{360°}$ (θ em graus)

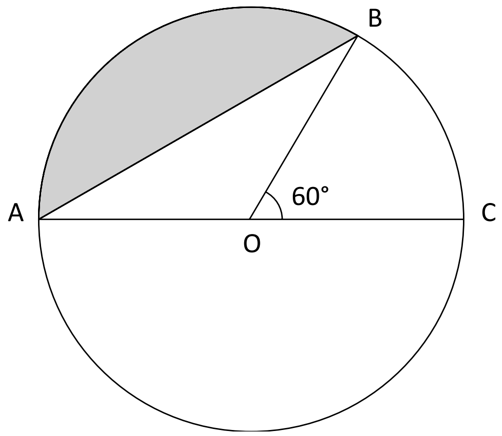
ÁREA DO SEGMENTO CIRCULAR



$A_{\text{Segmento circular}} = A_{Setor} - A_{\Delta OAB}$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01| A figura abaixo representa uma circunferência de raio r = 2 cm, em que AC é o diâmetro e AB é uma corda. Sabendo-se que o ângulo BÔC = 60°, calcule a área da região hachurada.



Resolução:

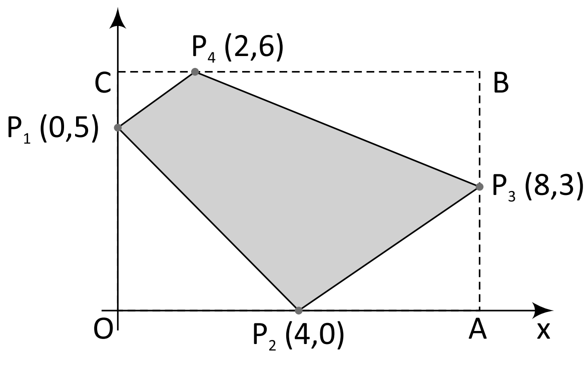
$A = A_{Setor(AOB)} - A_{\Delta AOB}$

$A = \dfrac{\pi.2^2.120°}{360°} - \dfrac{1}{2}.2.2.\text{sen}120°$

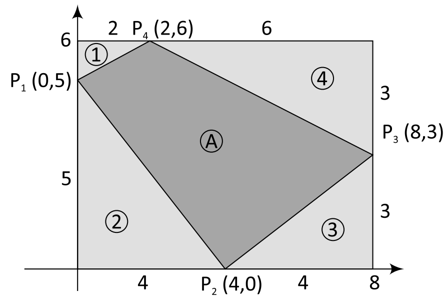
$A = \dfrac{4.\pi}{3} - \dfrac{1}{2}.2.2.\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$A = \dfrac{4.\pi}{3} - \sqrt{3}\ cm^2$

02| Calcule a área do quadrilátero $P_1P_2P_3P_4$, cujas coordenadas cartesianas são dadas na figura abaixo.



Resolução:



$A = A_R - A_1 - A_2 - A_3 - A_4$

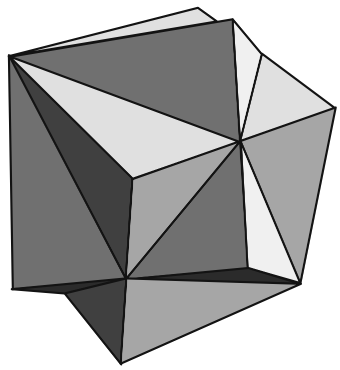
$A = 8.6 - \dfrac{2.1}{2} - \dfrac{5.4}{2} - \dfrac{4.3}{2} - \dfrac{6.3}{2}$

$A = 48 - 1 - 10 - 6 - 9$

$A = 48 - 26$

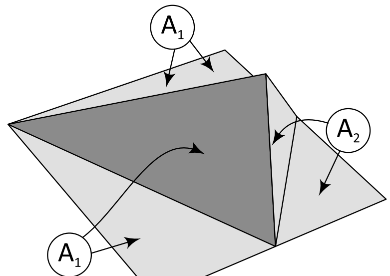
$A = 22$ unidades de área

03| O cubo duplo, ilustrado a seguir, é construído a partir de um cubo, de aresta 2cm, adicionando, em cada uma de suas faces, um tetraedro, que é congruente ao obtido do cubo cortando-o por um plano que passa pelos pontos médios de duas arestas incidentes em um vértice, e pelo outro extremo da terceira aresta que incide no vértice.



Calcule a área da superfície do cubo duplo, em cm².

Resolução:



Considerando 6 faces do cubo, temos:

$A = 6.(4.A_1 + 2.A_2)$

$A = 6.(4.A_1 + 2.A_2)$

$A = 6.\left(4.\dfrac{2.1}{2} + 2.\dfrac{1.1}{2}\right)$

$A = 6.5$

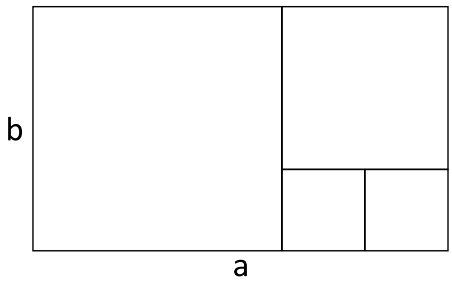
$A = 30\ cm^2$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01| Julgue os itens:

- **A** ( ) Quaisquer dois ângulos opostos de um quadrilátero são suplementares.
- **B** ( ) Todo quadrado é um losango.
- **C** ( ) Todo quadrado é um retângulo.
- **D** ( ) Todo retângulo é um paralelogramo.
- **E** ( ) Quaisquer dois ângulos consecutivos de um paralelogramo são suplementares.
- **F** ( ) Em todo paralelogramo não retângulo, a diagonal oposta aos ângulos agudos é menor que a outra.
- **G** ( ) Se as diagonais de um paralelogramo são perpendiculares entre si e se cruzam em seu ponto médio, então esse paralelogramo é um losango.

02| O retângulo a seguir de dimensões a e b está decomposto em quatro quadrados, como mostra a figura. Calcule o valor da razão $\frac{b}{a}$.



03| Na figura tem-se o trapézio isósceles ABCD no qual as bases medem 17 cm e 25 cm. Os lados AB e CD foram divididos em 4 partes iguais, e pelos pontos de divisão, foram traçados 3 segmentos paralelos às bases. Determine a soma das medidas dos três segmentos traçados.

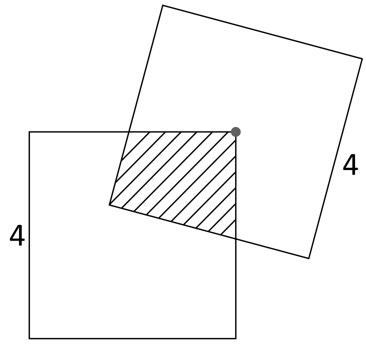
04| Determine a área de um quadrado nos seguintes casos:

- **A** Seu lado tem 8 cm.
- **B** Seu perímetro é 44 cm.
- **C** Sua diagonal mede $5\sqrt{6}$ cm.

05| O perímetro de um quadrado é igual a 36 cm. Qual é a área desse quadrado?

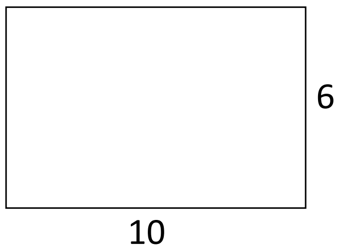
06| Determine o lado de um quadrado, sabendo que, se aumentarmos seu lado em 3 cm, sua área aumentará em $81\ cm^2$.

07| Considere dois quadrados congruentes de lado 4 cm. O vértice de um dos quadrados está no centro do outro quadrado, de modo que esse quadrado possa girar em torno de seu centro. Determine a variação da área obtida pela intersecção das áreas dos quadrados durante a rotação.

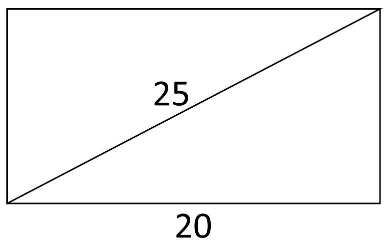


08| Determine a área do retângulo nos casos seguintes, sendo a unidade das medidas o centímetro:

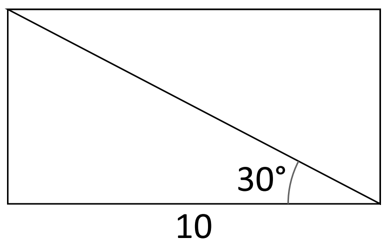
A



B



C



09| A base de um retângulo é o triplo de sua altura. Determine suas dimensões, sabendo que sua área é $12\ m^2$.

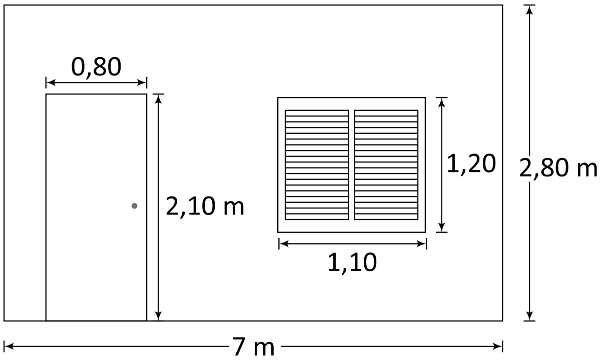
10| A área de um retângulo é $24\ cm^2$ e sua base excede sua altura em 2 cm. Determine a base do retângulo.

11| Um retângulo tem $40\ m^2$ de área e 28 m de perímetro. Determine suas dimensões.

12| Supondo que a área média ocupada por uma pessoa em um comício seja de $2.500\ cm^2$, pergunta-se:

- **A** Quantas pessoas poderão se reunir em uma praça retangular que mede 150 metros de comprimento por 50 metros de largura?
- **B** Se $\frac{3}{56}$ da população de uma cidade lota a praça, qual é, então, a população da cidade?

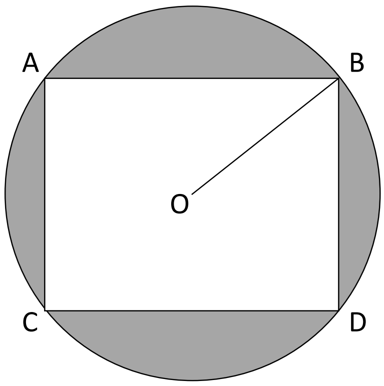
13| Queremos revestir uma parede usando azulejo de 20 cm x 20 cm. Já dispondo de 342 peças desse azulejo, qual a quantidade de peças a serem compradas?



14| Na planta de um edifício em construção, cuja escala é 1:50, as dimensões de uma sala retangular são 10 cm e 8 cm. Calcule a área real da sala projetada.

15| A figura representa um canteiro de forma circular com 5 metros de raio.

O canteiro tem uma região retangular que se destina à plantação de flores e uma outra região, sombreada na figura, na qual se plantará grama. Na figura, O é o centro do círculo, OB é o raio, o retângulo está inscrito no círculo e CD mede 8 metros.



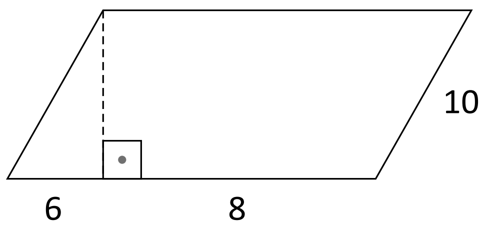
A Determine a medida do lado BD e a área da região retangular destinada à plantação de flores.

B Sabendo-se que o metro quadrado de grama custa R$ 3,00, determine quantos reais serão gastos em grama (para facilitar os cálculos, use a aproximação $\pi = 3,2$).

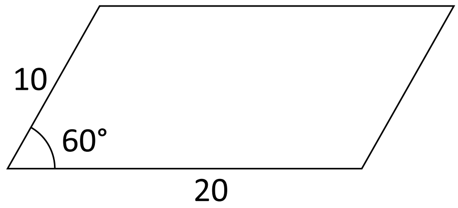
16| As bases de um trapézio são 80 cm e 60 cm e sua altura 40 cm. A 10 cm da base maior, traça-se uma paralela às bases, que determina dois trapézios. Qual é a área de cada um?

17| Determine a área do paralelogramo nos casos seguintes, sendo a unidade das medidas o metro:

A

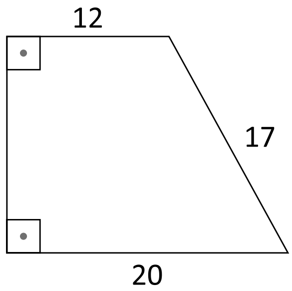


B

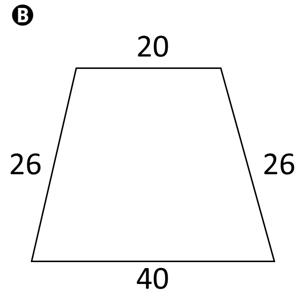


18| Determine a área do trapézio nos casos seguintes, sendo a unidade das medidas o metro:

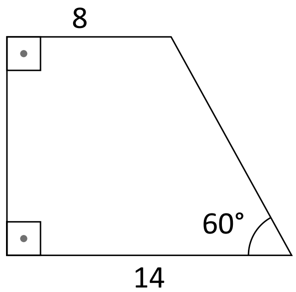
A



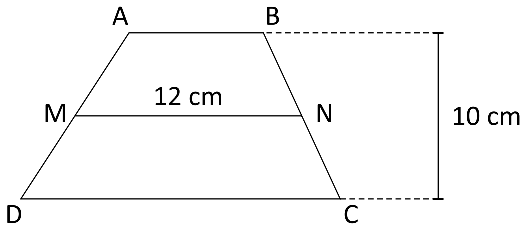
B



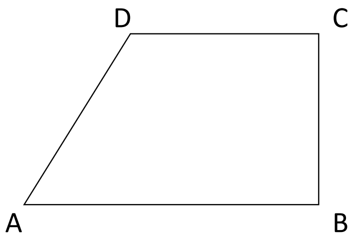
C



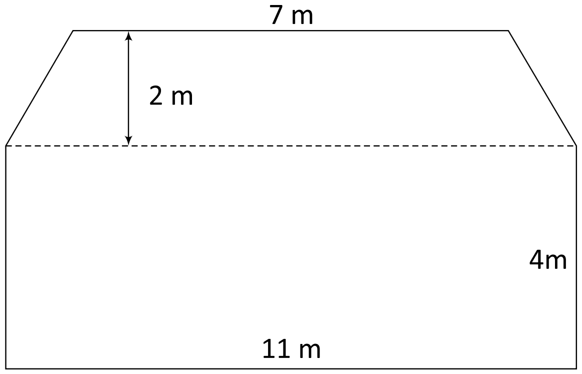
19| No trapézio ABCD destacado abaixo, M é ponto médio do lado $\overline{AD}$ e N é ponto médio do lado $\overline{BC}$, determine sua área.



20| Um terreno tem a forma de um trapézio retângulo ABCD, conforme mostra a figura, e as seguintes dimensões: $\overline{AB} = 25$ m, $\overline{BC} = 24$ m, $\overline{CD} = 15$ m. Se cada metro quadrado desse terreno vale R$ 750,00, qual é o valor total do terreno?



21| Calcule a área do polígono seguinte:



22| As transmissões de uma determinada emissora de rádio são feitas por meio de 4 antenas situadas nos pontos A(0,0), B(100,0), C(60,40) e D(0,40), sendo o quilômetro a unidade de comprimento. Desprezando a altura das antenas e supondo que o alcance máximo de cada antena é de 20 km, pergunta-se:

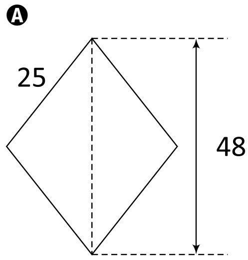
A O ponto médio do segmento BC recebe as transmissões dessa emissora? Justifique sua resposta apresentando os cálculos necessários.

B Qual a área da região limitada pelo quadrilátero ABCD que não é alcançada pelas transmissões da referida emissora?

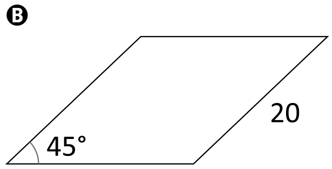
23| Calcule a área do losango que tem diagonal maior igual a 10 m e diagonal menor igual a 7 m.

24| Determine a área do losango nos casos seguintes, sendo a unidade das medidas o decímetro:

A



B

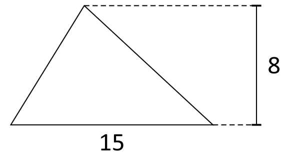


25| O perímetro de um losango é 40 cm. Determine sua área, sabendo que sua diagonal maior é o dobro da menor.

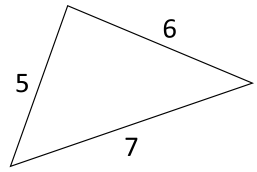
26| A área de um triângulo retângulo é 12 dm^2. Se um dos catetos é $\frac{2}{3}$ do outro, calcule a medida da hipotenusa desse triângulo.

27| Determine a área do triângulo nos casos seguintes, sendo a unidade das medidas o centímetro:

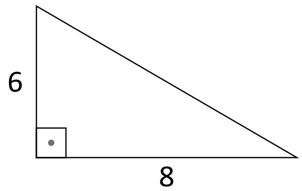
A



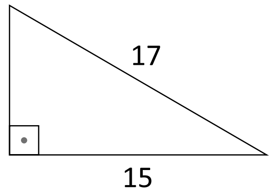
B



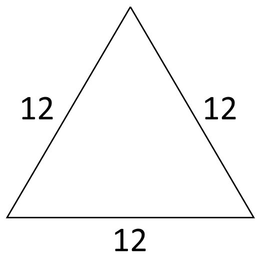
C



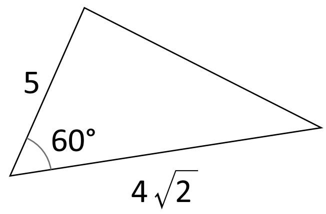
D



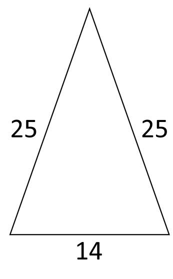
E



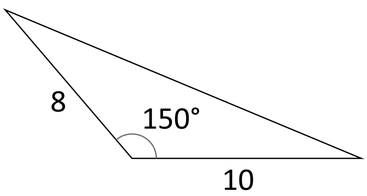
F



G



H



28| Entre todos os triângulos cujos lados têm como medidas números inteiros e perímetro igual a 24 cm, apenas um deles é equilátero e apenas um deles é retângulo. Sabe-se que um dos catetos do triângulo retângulo mede 8 cm.

A Calcule a área do triângulo equilátero.

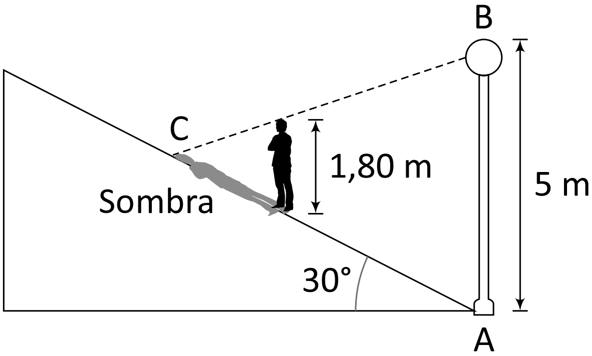
B Encontre o raio da circunferência circunscrita ao triângulo retângulo.

29| Um triângulo equilátero tem o mesmo perímetro que um hexágono regular cujo lado mede 1,5 cm. Calcule:

A O comprimento de cada lado do triângulo.

B A razão entre as áreas do hexágono e do triângulo.

30| Um homem, de 1,80 m de altura, sobe uma ladeira com inclinação de 30°, conforme mostra a figura. No ponto A está um poste vertical de 5 metros de altura, com uma lâmpada no ponto B. Pede-se para:



A Calcular o comprimento da sombra do homem depois que ele subiu 4 metros ladeira acima.

B Calcular a área do triângulo ABC.

31| Um triângulo tem 12 cm de perímetro e 6 cm^2 de área. Quanto mede o raio da circunferência inscrita nesse triângulo?

32|

A Calcule a área do triângulo cujos lados medem 21, 17 e 10 centímetros.

B Calcule o comprimento da altura relativa ao lado que mede 21 centímetros.

33| Os lados de um triângulo medem 5, 12 e 13 cm.

A Calcule a área desse triângulo.

B Encontre o raio da circunferência inscrita nesse triângulo.

34| Os lados de um triângulo medem 7 dm, 8 dm e 9 dm. Determine:

A Sua área;

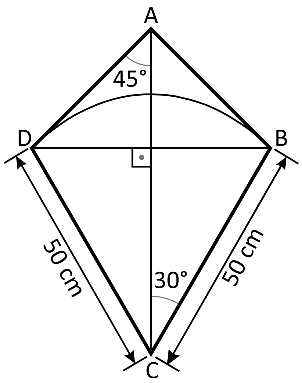
B O raio da circunferência que o circunscreve.

35| Deseja-se construir um anel rodoviário circular em torno da cidade de São Paulo, distando aproximadamente 20 km da Praça da Sé.

A Quantos quilômetros deverá ter essa rodovia?

B Qual a densidade demográfica da região interior do anel (em habitantes por km^2), supondo que lá residam 12 milhões de pessoas, adote o valor $\pi = 3$.

36| O papagaio (também conhecido como pipa, pandorga ou arraia) é um brinquedo muito comum no Brasil. A figura a seguir mostra as dimensões de um papagaio simples, confeccionado com uma folha de papel que tem o formato do quadrilátero ABCD, duas varetas de bambu (indicadas em cinza) e um pedaço de linha. Uma das varetas é reta e liga os vértices A e C da folha de papel. A outra, que liga os vértices B e D, tem o formato de um arco de circunferência e tangencia as arestas AB e AD nos pontos B e D, respectivamente.



A Calcule a área do quadrilátero de papel que forma o papagaio.

B Calcule o comprimento da vareta de bambu que liga os pontos B e D.

37| O papiro de Rhind, escrito pelos egípcios no século XVIII a.C., apresenta 87 problemas de matemática e suas soluções. No problema 50, calcula-se a área de um círculo da seguinte maneira: subtrai-se do diâmetro sua nona parte e eleva-se esta diferença ao quadrado; o resultado, para os egípcios, era a área do círculo.

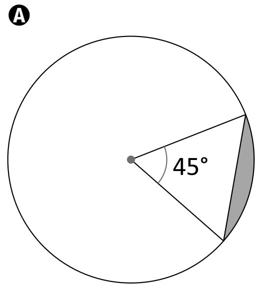
De acordo com essas informações:

A Expresse a área do círculo em função de seu raio R, segundo o método egípcio;

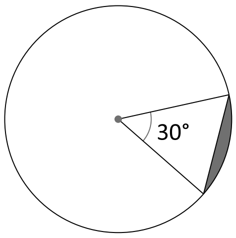
B Considerando um círculo de raio 9 cm, calcule a diferença aproximada entre a área obtida pelo método egípcio e a área calculada pelo método correto. Use $\pi = 3{,}14$.

38| Determine a área dos segmentos circulares destacados abaixo, sabendo que o raio da círculo mede 4 cm. Adote $\pi = 3$.

A



B



39| Calcule a área de um setor circular de raio 10 cm e ângulo central medindo:

A 30°

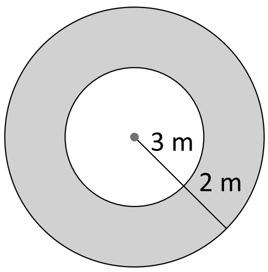
B 60°

C 120°

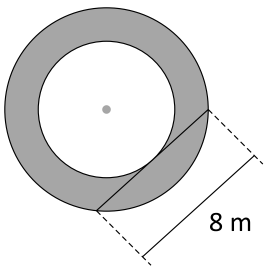
40| Calc ule a área do círculo que tem diâmetro igual a 20 cm. Use $\pi = 3{,}14$

41| Determine a área da coroa circular nos casos seguintes:

A

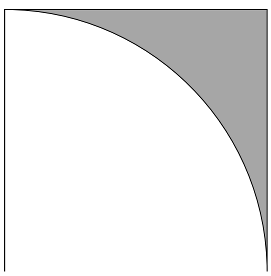


B

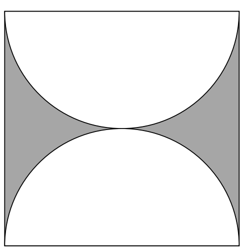


42| Determine a área da região hachurada nos casos seguintes:

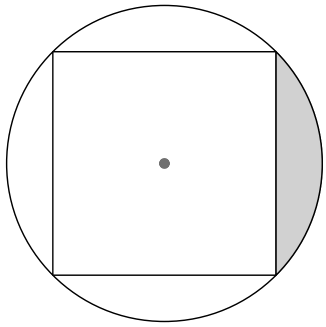
A Quadrado de lado 8 dm.



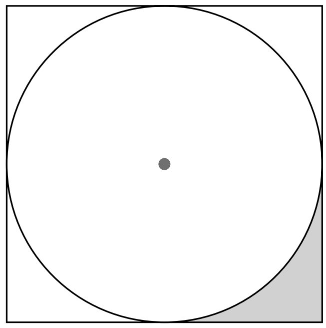
B Quadrado de diagonal $10\sqrt{2}$ m.



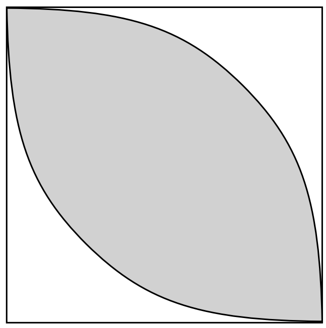
C Quadrado de lado 6 m.



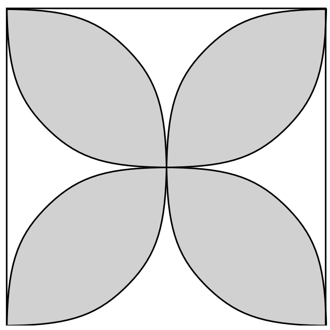
D Quadrado de perímetro 40 cm.



E Quadrado de lado 5 m.



F Quadrado de perímetro 48 cm.

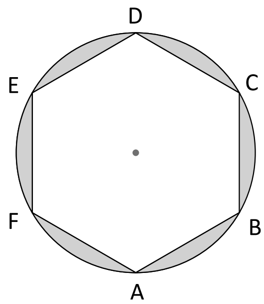


43| No canto A de uma casa de forma quadrada ABCD, de 4 metros de lado, prende-se uma corda flexível e inextensível, em cuja extremidade livre é amarrada uma pequena estaca que serve para riscar o chão, o qual se supõe que seja plano. A corda tem 6 metros de comprimento, do ponto em que está presa até sua extremidade livre. Mantendo-se a corda sempre esticada de tal forma que inicialmente sua extremidade livre esteja encostada à parede BC, risca-se um contorno no chão, em volta da casa, até que a extremidade livre toque a parede CD.

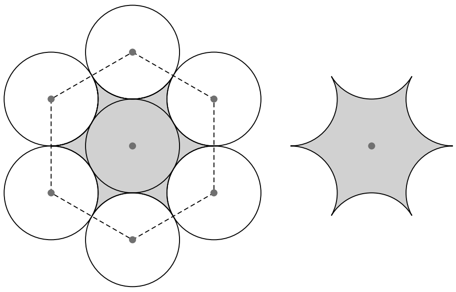
A Faça uma figura ilustrativa da situação descrita.

B Calcule a área da região exterior à casa, delimitada pelo traçado da estaca.

44| Determine a área da região hachurada, sabendo que ABCDEF é um hexágono regular de lado igual a 8 cm.

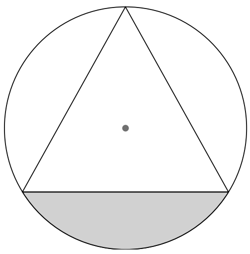


46| Na figura, são exibidas sete circunferências. As seis exteriores, cujos centros são vértices de um hexágono regular de lado 2, são tangentes à interna. Além disso, cada circunferência externa é também tangente às outras duas que lhe são contíguas. Nestas condições, calcule a área da região sombreada, apresentada em destaque à direita.

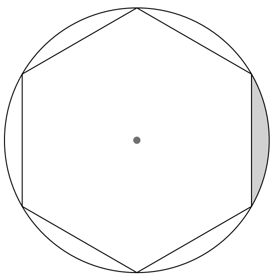


47| Determine a área da região hachurada nos casos seguintes:

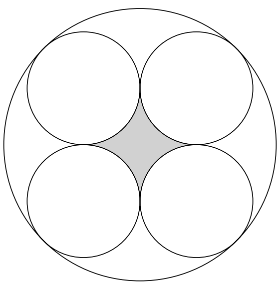
A Triângulo equilátero de lado 18 cm.



B Hexágono regular de lado 4 m.



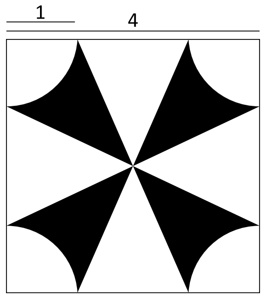
48| Considere uma circunferência de raio R e quatro circunferências de raio r, todas tangentes entre si, conforme a figura a seguir.



A Obtenha uma expressão que relacione os raios r e R.

B Para R = 2 cm, calcule o valor da área sombreada na figura.

50| Considere a região R, pintada de preto, exibida a seguir, construída no interior de um quadrado de lado medindo 4 cm.



Sabendo-se que os arcos de circunferência que aparecem nos cantos do quadrado têm seus centros nos vértices do quadrado e que cada raio mede 1 cm, pede-se:

A A área da região interna ao quadrado, complementar à região R;

B A área da região R.

50| Determine a área da região hachurada, sabendo que ABC é um triângulo regular de lado igual a 12 cm.