CONJUNTOS

CONJUNTO - ELEMENTO – PERTINÊNCIA

O ***conjunto*** geralmente está associado a um determinado agrupamento, mas não pode ser definido como sendo um agrupamento.

O ***elemento*** é usado para formar um determinado conjunto.

Os conjuntos podem ser descritos de duas formas:
- Descrição através dos elementos

$$A = \{a, b, c, d, e\}$$

- Descrição através de uma propriedade

$$A = \{x\ /\ x \text{ tem a propriedade } P\}$$

$$\text{Ex: Conjunto das vogais} \begin{cases} V = \{a, e, i, o, u\} \\ V = \{x\ /\ x \text{ é uma vogal}\} \end{cases}$$

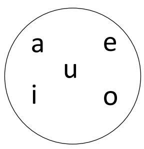
Para entendermos ***pertinência*** devemos primeiro gravar os seguintes símbolos:

$\in$: pertence
$\notin$: não pertence

$$\text{Ex: } A = \{-2, 1, 0, \{3\}\} \begin{bmatrix} 1 \in A \\ 3 \notin A \\ \{3\} \in A \end{bmatrix}$$

Notas
- Conjunto unitário: possui um único elemento
- Conjunto vazio $(\varnothing \text{ ou } \{\ \})$: não possui elemento algum.
- Conjunto universo: possui todos os elementos envolvidos num determinado assunto.
- O diagrama de Euler-Venn: é um círculo usado para representar um conjunto.

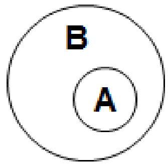
V



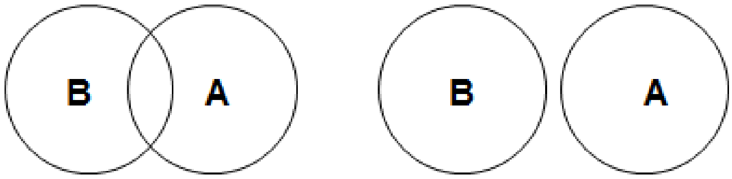
SUBCONJUNTOS

Um **conjunto A** é **subconjunto** de um **conjunto B** se, somente se, todo elemento de **A** pertence também a **B**. Neste caso, usamos a seguinte simbologia:

$A \subset B$: A está contido em B
$B \supset A$: B contém A



$A \not\subset B$: A não está contido em B



Notas

• Um conjunto A está contido nele mesmo.

$$A \subset A$$

• O conjunto vazio está contido em qualquer conjunto.

$$\varnothing \subset A$$

• Conjunto das partes de um conjunto A $P(A)$: dada um conjunto A de n elementos, chama-se de conjunto das partes de A aquele formado por todos os subconjuntos de A.

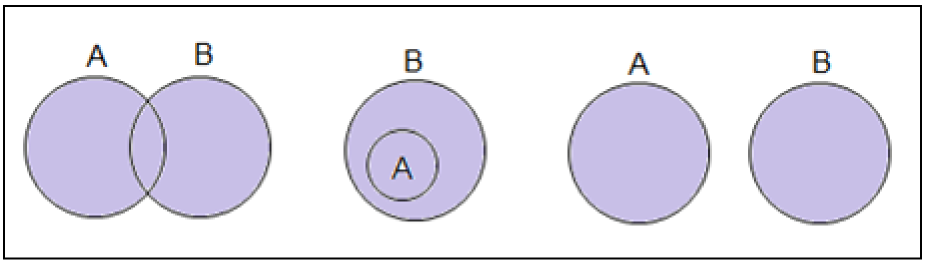
Ex: $A = \{0,1\} \therefore P(A) = \{\varnothing, \{0\}, \{1\}, \{0,1\}\}$

O número de elementos do $P(A)$ é 2^n.

REUNIÃO DE CONJUNTOS

Sendo A e B dois conjuntos, temos:

$$A \cup B = \{x \,/\, x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

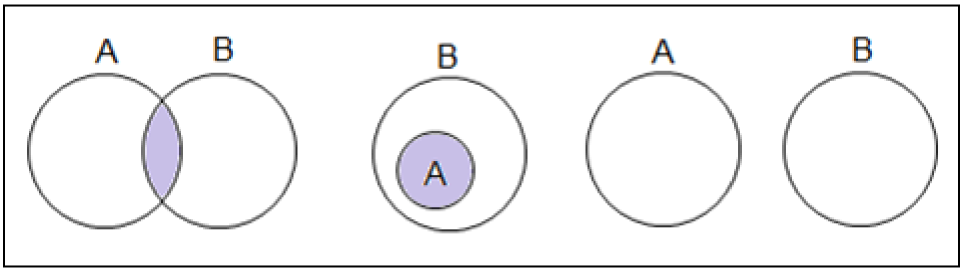


Ex: $A = \{0,1\}$ e $B = \{0,1,3,4\} \Rightarrow A \cup B = \{0,1,3,4\}$

INTERSECÇÃO DE CONJUNTOS

Sendo A e B dois conjuntos, temos:

$$A \cap B = \{x \,/\, x \in A \text{ e } x \in B\}$$



Ex: $A = \{0,1\}$ e $B = \{0,1,3,4\} \Rightarrow A \cap B = \{0,1\}$

Nota

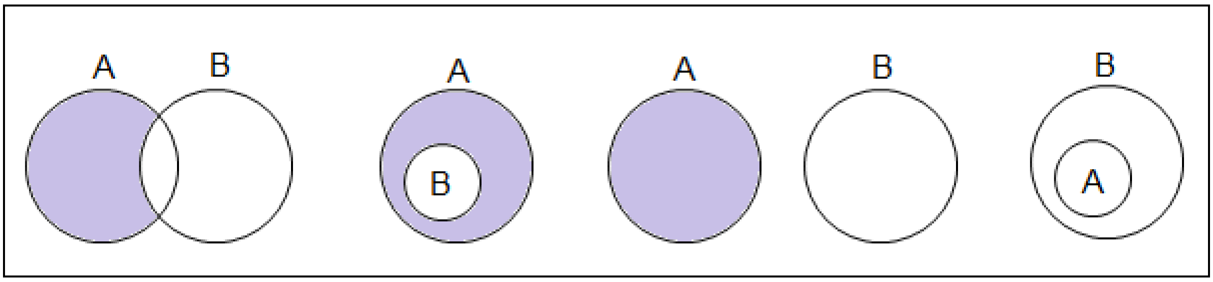
Sendo A e B dois conjuntos, temos:

Se $A \cap B = \varnothing$, A e B são ***conjuntos disjuntos.***

DIFERENÇA DE CONJUNTOS

Sendo A e B dois conjuntos, temos:

$$A - B = \{x \,/\, x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

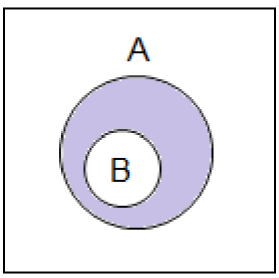


Ex: $A = \{0,1\}$ e $B = \{0,1,3,4\} \Rightarrow A - B = \varnothing$

COMPLEMENTAR DE B EM A

Se $B \subset A$, temos:

$$C_A^B = A - B$$



Ex: $A = \{0,1,3,4\}$ e $B = \{0,1\} \Rightarrow C_A^B = A - B = \{3,4\}$

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Naturais $(\mathbb{N})$

$\mathbb{N} = \{0,1,2,3,...\}$

Notas

• Propriedades

$$\begin{cases} \text{Associativa} \begin{cases} \text{Adição:} \\ a+(b+c)=(a+b)+c \\ \text{Multiplicação:} \\ a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c \end{cases} \\ \text{Comutativa} \begin{cases} \text{Adição:} \\ a+b=b+a \\ \text{Multiplicação:} \\ a\cdot b=b\cdot a \end{cases} \\ \text{Elemento neutro} \begin{cases} \text{Adição:} \\ a+0=a \\ \text{Multiplicação:} \\ a\cdot 1=a \end{cases} \\ \text{Distributiva: } a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \end{cases}$$

• Números primos são números naturas que têm apenas dois divisores o 1 e ele mesmo.

Exemplos: 2,3,5,7,...

Inteiros $(\mathbb{Z})$

$\mathbb{Z} = \{...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...\}$ inteiros

$\mathbb{Z}^* = \{...,-3,-2,-1,1,2,3,...\}$ inteiros não nulos

$\mathbb{Z}_+ = \{0,1,2,3,...\}$ inteiros não negativos

$\mathbb{Z}_+^* = \{1,2,3,...\}$ inteiros positivos

$\mathbb{Z}_- = \{...,-3,-2,-1,0\}$ inteiros não positivos

$\mathbb{Z}_-^* = \{...,-3,-2,-1\}$ inteiros negativos

Notas

• Divisão Euclidiana

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \hline r & q \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} D: \text{dividendo} \\ d: \text{divisor} \\ q: \text{quociente} \\ r: \text{resto} \end{array}\right\} \boxed{D = d\cdot q + r}, 0 \le r < d$$

• Os múltiplos e divisores de um número estão relacionados entre si da seguinte forma:

Quais os múltiplos de 5?

$$\begin{cases} 5 \cdot 0 = 0 \\ 5 \cdot (\pm 1) = \pm 5 \\ 5 \cdot (\pm 2) = \pm 10 \\ 5 \cdot (\pm 3) = \pm 15 \end{cases} \Rightarrow \{\cdots -15, -10, -5, 0, +5, +10, +15, \cdots\}$$

Quais são os divisores de 6?

$$\begin{cases} \dfrac{6}{\pm 1} = \pm 6 \\ \dfrac{6}{\pm 2} = \pm 3 \\ \dfrac{6}{\pm 3} = \pm 2 \\ \dfrac{6}{\pm 6} = \pm 1 \end{cases} \Longrightarrow \left\{ \underbrace{-6, -3, -2, -1, +1, +2, +3, +6}_{\text{8 divisores}} \right\}$$

• Decomposição em fatores primos

Quantos são os divisores de 6 e 18?

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 6 = 2^1 \cdot 3^1 \therefore d(6) = 2 \cdot (1+1) \cdot (1+1) = \underline{8|}$$

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 18 = 2^1 \cdot 3^2 \therefore d(18) = 2 \cdot (1+1) \cdot (2+1) = \underline{12|}$$

• Mínimo múltiplo comum (MMC)

Calcule o MMC de

$$\begin{array}{r|l} 2,4,9 & 2 \\ 1,2,9 & 2 \\ 1,1,9 & 3 \\ 1,1,3 & 3 \\ 1,1,1 & \end{array} \quad MMC = 2^2 \cdot 3^2 = \underline{36|}$$

• Máximo divisor comum (MDC)

Calcule o MDC aos números:
a) 32 e 24

$$\begin{array}{r|l} 32 & \underline{2} \\ 16 & \underline{2} \\ 8 & \underline{2} \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 24 & \underline{2} \\ 12 & \underline{2} \\ 6 & \underline{2} \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ & \end{array} \quad MDC = 2 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{8|}$$

a) 52,90 e 102

$$\begin{array}{r|l} 52 & \underline{2} \\ 26 & 2 \\ 13 & 13 \\ 1 & \\ & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 90 & \underline{2} \\ 45 & 5 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 102 & \underline{2} \\ 51 & 3 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array} \quad MDC = \underline{2|}$$

Racionais $(\mathbb{Q})$
São números escritos na forma de fração irredutível.

$$\frac{p}{q}, p \in \mathbb{Z} \text{ e } q \in \mathbb{Z}^*$$

Nota
• Dízimas periódicas

$$Ex_1 \begin{cases} 0,333... = 0,\overline{3} = \dfrac{3}{9} = \underline{\dfrac{1}{3}|} \\ 0,545454... = 0,\overline{54} = \dfrac{54}{99} = \underline{\dfrac{6}{11}|} \end{cases}$$

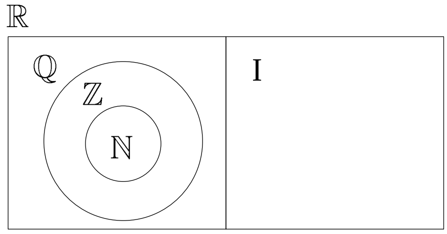
$$Ex_2 \begin{cases} 0,1333... = 0,1\overline{3} = \dfrac{13-1}{90} = \dfrac{12}{90} = \underline{\dfrac{2}{15}|} \\ 0,123131... = 0,12\overline{31} = \dfrac{1231-12}{9900} = \underline{\dfrac{1219}{9900}|} \end{cases}$$

Irracionais (I)
São números que não podem ser escritos na forma de fração.

$$\text{Exemplos} \begin{cases} \sqrt{2} \cong 1,41... \\ \sqrt{3} \cong 1,73... \\ \pi \cong 3,14... \quad \text{Decimais infinitos não periódicos} \\ e \cong 2,71... \\ \Phi \cong 1,61... \end{cases}$$

Reais $(\mathbb{R})$

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathrm{I}$



INTERVALOS REAIS

1. Bolinha "Fechada" $(\bullet)$ em um extremo de um intervalo indica que o número associado a esse extremo pertence ao intervalo;

2. Bolinha "Aberta" $(\circ)$ em um extremo de um intervalo indica que o número associado ao extremo não pertence ao intervalo.

Subconjuntos de R	Símbolo	Representação no eixo real
$\{x \in \mathbb{R} \ / \ a \leq x \leq b\}$	[a,b]	a b
$\{x \in \mathbb{R} \ / \ a < x < b\}$	]a,b[	a b
$\{x \in \mathbb{R} \ / \ a \leq x < b\}$	[a,b[	a b
$\{x \in \mathbb{R} \ / \ a < x \leq b\}$	[a,b]	a b
$\{x \in \mathbb{R} \ / \ x \geq a\}$	[a,+ ∞)	a
$\{x \in \mathbb{R} \ / \ x > a\}$	]a,+ ∞)	a
$\{x \in \mathbb{R} \ / \ x \leq a\}$	(−∞ ,a]	a
$\{x \in \mathbb{R} \ / \ x < a\}$	(−∞ ,a[	a

01. (EFOMM) Em uma cidade, 50% dos habitantes sabem dirigir automóvel, 15% sabem dirigir motocicleta e 10% sabem dirigir ambos. Qual a porcentagem de habitantes que não sabe dirigir nenhum dos sois veículos?
a) 15%
b) 55%
c) 25%
d) 65%
e) 45%

02. (EFOMM) Seja $A = \{1, \{2\}, \{1, 2\}\}$. Considere as afirmações:

I) $1 \in A$
II) $2 \in A$
III) $\varnothing \in A$
IV) $\{1, 2\} \subset A$

Estão corretas a(s) afirmação(ões):
a) I e II
b) I e III
c) III e IV
d) III
e) I

03. (EFOMM) Sejam $A =]3, 4[$, $B =]-1, 5[$ e $C =]2, 5[$. O conjunto $C_B^A \cup (C - A)$ é:

a) $\{x \in R / -1 \leq x < 3 \text{ ou } 4 \leq x < 5\}$

b) $\{x \in R / -1 < x \leq 3 \text{ ou } 4 \leq x < 5\}$

c) $\{x \in R / -1 \leq x \leq 3 \text{ ou } 4 < x \leq 5\}$

d) $\{x \in R / -1 < x < 3 \text{ ou } 4 < x < 5\}$

e) $\{x \in R / -1 < x \leq 3 \text{ ou } 4 \leq x \leq 5\}$

04. (EFOMM) Num grupo de 99 esportistas, 40 jogam Vôlei; 20 jogam Vôlei e Futevôlei; 22 jogam Futevôlei e Basquete; 11 jogam as 3 modalidades. O número de pessoas que jogam Futevôlei é igual ao número de pessoas que jogam Basquete. O número de pessoas que jogam Futevôlei ou Basquete e não jogam Vôlei é:
a) 55
b) 57
c) 59
d) 56
e) 58

05. (EFOMM) Sabendo que:
$p \in \mathbb{N}$ e $A = \{x / x = 3p\}$, $B = \{x / x = 5p\}$ e $C = \{x / x = 15p\}$, podemos afirmar que:

a) $A \cup B = C$
b) $A - B = C$
c) $C - A = B$
d) $A \cap B = C$
e) $B \cup C = A$

06. (EFOMM) Na Bienal do Livro realizada no Riocentro, Rio de Janeiro, os livros A, B e C de um determinado autor apresentaram os seguintes percentuais de vendas aos leitores:
1) 48% compraram o livro A;
2) 45% compraram o livro B;
3) 50% compraram o livro C;
4) 18% compraram o livro A e B;
5) 25% compraram o livro B e C;
6) 15% compraram o livro A e C;
7) 5% compraram nenhum dos livros.

Qual o percentual dos leitores que compraram um e apenas um dos três livros?
a) 12%
b) 18%
c) 29%
d) 38%
e) 57%

07. (EFOMM) Sejam os conjuntos $U = \{1, 2, 3, 4\}$ e $A = \{1, 2\}$. O conjunto B tal que $B \cap A = \{1\}$ e $B \cup A = U$ é:
a) $\varnothing$
b) $\{1\}$
c) $\{1, 2\}$
d) $\{1, 3, 4\}$
e) U

08. (EFOMM) Numa companhia de 496 alunos, 210 fazem natação, 260 musculação e 94 estão impossibilitados de fazer esportes. Neste caso, o número de alunos que fazem só natação é:
a) 116
b) 142
c) 166
d) 176
e) 194

09. (EFOMM) Analise as afirmativas abaixo.

I- Seja K o conjunto dos quadriláteros planos, seus subconjuntos são:
X = {$x \in K$ / x possui lados opostos paralelos}
Y = {$x \in K$ / x possui 4 lados congruentes}
Z = {$x \in K$ / x possui 4 ângulos retos}
Q = {$x \in K$ / x possui 4 lados congruentes e 2 ângulos adjacentes com medidas iguais}
Logo, $Y \cap Z = Y \cap Q$.

II- Seja o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$, nota-se que a possui somente 4 subconjuntos.

III- Observando as seguintes relações entre conjuntos:
$\{a, b, c, d\} \cup Z = \{a, b, c, d, e\}$, $\{c, d\} \cup Z = \{a, c, d, e\}$, $\{b, c, d\} \cap Z = \{c\}$; pode-se concluir que $Z = \{a, c, e\}$

Em relação às afirmativas acima, assinale a opção correta.
a) apenas a afirmativa I é verdadeira
b) apenas as afirmativas I e III são verdadeiras
c) apenas as afirmativas I e II são verdadeiras
d) apenas a afirmativa III é verdadeira
e) apenas a afirmativa II é verdadeira

10. (EFOMM) Se X é um conjunto com um número finito de elementos, $n(X)$ representa o número de elementos do conjunto X. Considere os conjuntos A, B e C com as seguintes propriedades:
01. $n(A \cup B \cup C) = 25$
02. $n(A - C) = 13$
03. $n(B - A) = 10$
04. $n(A \cap C) = n(C - (A \cup B))$
O maior valor possível de $n(C)$ é igual a:
a) 9
b) 10
c) 11
d) 12
e) 13

11. (EFOMM) Considerando-se o conjunto universo U, formado por uma turma de cálculo da Escola de Formação de Oficiais da Marinha Mercante (EFOMM) e composta por alunos e alunas. São dados os subconjunto de U:
A: Conjunto formado pelos alunos; e
B: Conjunto formado por todos os alunos e alunas aprovados.
Pode-se concluir que $C_U^B - (A - B)$ é a quantidade de:
a) alunos aprovados
b) alunos reprovados
c) todos os alunos e alunas aprovados
d) alunas aprovados
e) alunas reprovados

12. (EFOMM) Denotemos por n(x) o número de elementos de um conjunto finito x. Sejam A, B, C conjuntos tais que $n(A \cup B) = 14$, $n(A \cup C) = 14$ e $n(B \cup C) = 15$, $n(A \cup B \cup C) = 17$ e $n(A \cap B \cap C) = 3$. Então, $n(A) + n(B) + n(C)$ é igual a:
a) 18
b) 20
c) 25
d) 29
e) 32

13. (EFOMM) Na Escola de Marinha Mercante, há alunos de ambos os sexos (130 mulheres e 370 homens), divididos entre os Cursos Básico, de Máquinas e de Náutica. Sabe-se que do total de 130 alunos do Curso de Máquinas, 20 são mulheres. O Curso de Náutica tem 270 alunos no total e o Curso Básico tem o mesmo número de homens e mulheres. Quantas mulheres há no Curso de Náutica?
a) 50
b) 55
c) 60
d) 65
e) 70

14. (EFOMM) Um garrafão contém 3 litros de vinho. Retira-se um litro de vinho do garrafão e acrescenta-se um litro de água, obtendo-se uma mistura homogênea. Retira-se, a seguir, um litro da mistura e acrescenta-se um litro de água, e assim por diante. A quantidade de vinho, em litros, que resta no garrafão, após 5 dessas operações, é aproximadamente igual a a) 0,396
a) 0,396
b) 0,521
c) 0,676
d) 0,693
e) 0,724

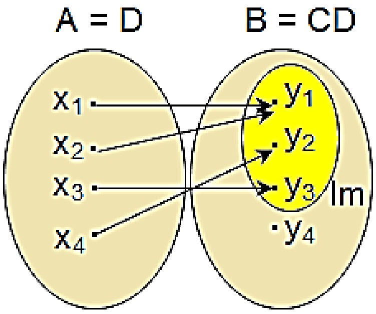
GABARITO

01. e	02. e	03. e	04. c	05. d	06. e	07. d	08. b	09. b	10. d	11. e	12. d
13. c	14. a										

INTRODUÇÃO ÀS FUNÇÕES

DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO

$$\text{f é aplicação de A em B} \Leftrightarrow \left(\forall x \in A, \exists | y \in B \,/\, (x,y) \in f\right)$$



$$D = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$$

$$\left.\begin{array}{l} CD = \{y_1, y_2, y_3, y_4\} \\ Im = \{y_1, y_2, y_3\} \end{array}\right\} Im \subset CD$$

$$f = \{(x_1, y_1), (x_2, y_1), (x_3, y_2), (x_4, y_3)\}$$

D: domínio
CD: contradomínio
Im: Imagem
f: função

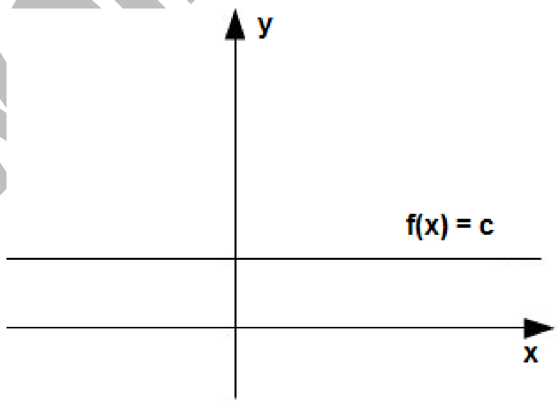
FUNÇÃO CONSTANTE

Representação

$f : \Re \to \Re$

$$\boxed{f(x) = c}\begin{cases} x \in \Re \\ c \in \Re \end{cases} \Rightarrow Im = \{c\}$$

Gráfico



FUNÇÃO IDENTIDADE

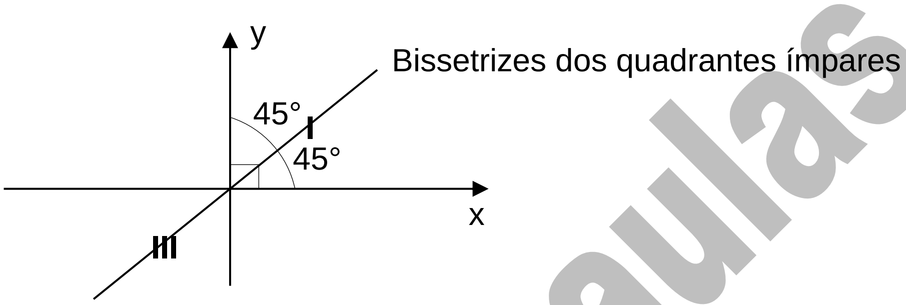
Representação

$f: \Re \to \Re$

$\boxed{f(x) = x} \{x \in \Re \Rightarrow Im = \Re$

Gráfico

O gráfico da função identidade é uma ***reta que coincide com as bissetrizes dos quadrantes ímpares.***



FUNÇÃO AFIM

Representação

$f: \Re \to \Re$

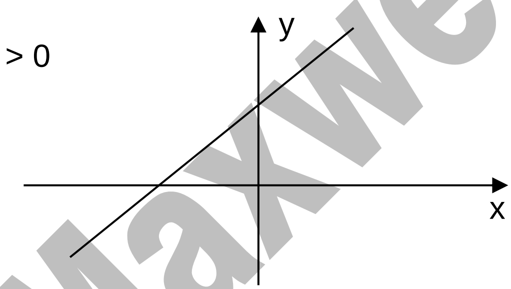
$$\boxed{f(x) = ax + b} \begin{cases} x \in \Re \\ a \in \Re^* \Rightarrow Im = \Re \\ b \in \Re \end{cases}$$

a: coeficiente angular ou declive
b: coeficiente linear

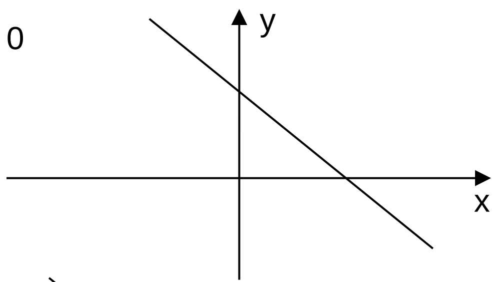
Gráfico

O gráfico da função afim é uma ***reta***

a > 0

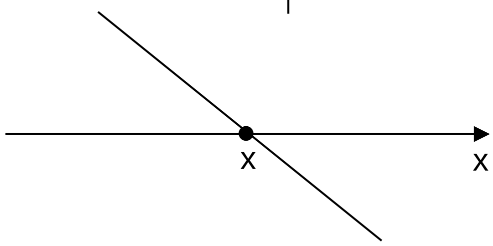


a < 0



Zero da função afim

$f(x) = ax + b = 0 \therefore ax = -b \therefore \boxed{x = -\frac{b}{a}}$



Nota:

❖ Um caso particular da função afim é **função linear**:

$$\left.\begin{matrix} f(x) = ax + b \\ \text{Se } b = 0 \end{matrix}\right\} \boxed{f(x) = ax}$$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

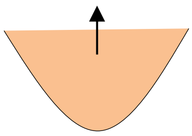
Representação

$$f(x) = ax^2 + bx + c \begin{cases} f : \Re \to \Re \\ a \in \Re^* \\ b,\ c \in \Re \end{cases}$$

Gráfico

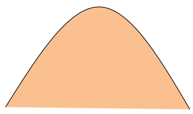
O gráfico da função quadrática é uma ***parábola***

$a > 0$



Concavidade para cima

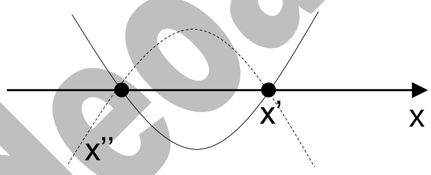
$a < 0$



Concavidade para baixo

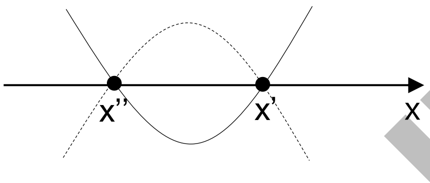
Zeros da função quadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c = 0 \begin{cases} x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \Delta = b^2 - 4ac \end{cases}$$

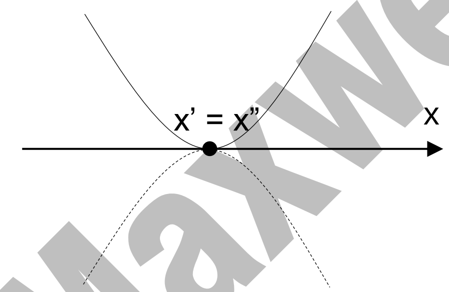


Notas

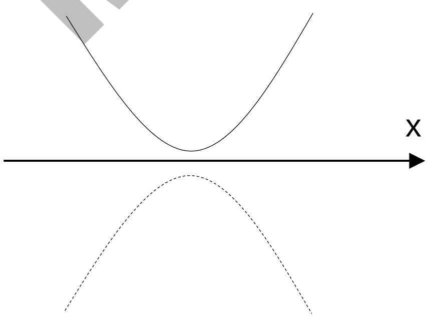
❖ $\Delta > 0 \therefore$ **Raízes reais e distintas**



❖ $\Delta = 0 \therefore$ **Raízes reais e iguais**



❖ $\Delta < 0 \therefore$ **Não existem raízes reais**

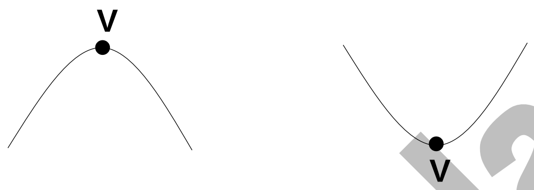


❖ **Soma e produto das raízes**

$$\begin{cases} x' + x'' = -\dfrac{b}{a} \\ x' \cdot x'' = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

❖ **Vértice**

$$V(x_V, y_V)\begin{cases} x_V = -\dfrac{b}{2a} \\ y_V = -\dfrac{\Delta}{4a} \end{cases}$$



❖ **Mínimo e máximo**

O valor máximo e mínimo da função quadrática é determinado pela ordenada do vértice.

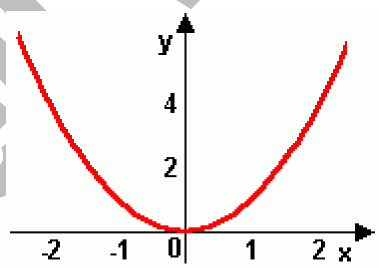
$$\boxed{f(x)_{máx} = f(x)_{máx} = -\frac{\Delta}{4a}}$$

PARIDADE

Função par $\Rightarrow \begin{cases} f(-x) = f(x) \\ \text{O gráfico desta função é simétrico em relação ao eixo y} \end{cases}$

Ex.:

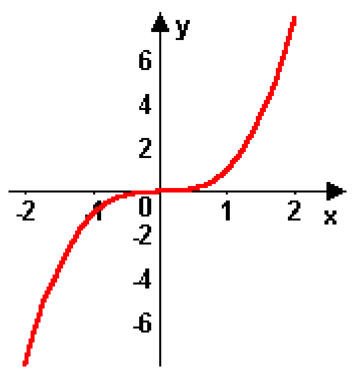
$f(x) = x^2 \Rightarrow f(-x) = (-x)^2 \therefore f(-x) = x^2 \therefore \underline{f(-x) = f(x)|}$



Função par $\Rightarrow \begin{cases} f(-x) = f(x) \\ \text{O gráfico desta função é simétrico em relação ao eixo y} \end{cases}$

Ex.:

$f(x) = x^3 \Rightarrow f(-x) = (-x)^3 \therefore f(-x) = -x^3 \therefore \underline{f(-x) = -f(x)|}$

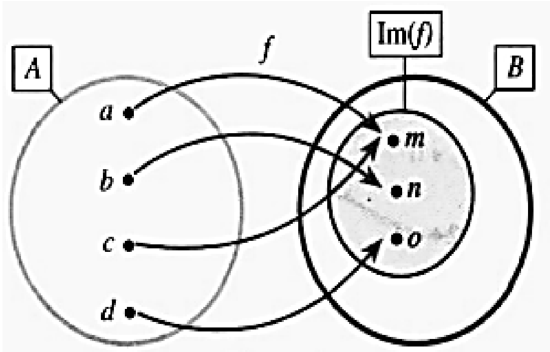


TIPOLOGIA DAS FUNÇÕES

Função sobrejetora

$f : A \to B$

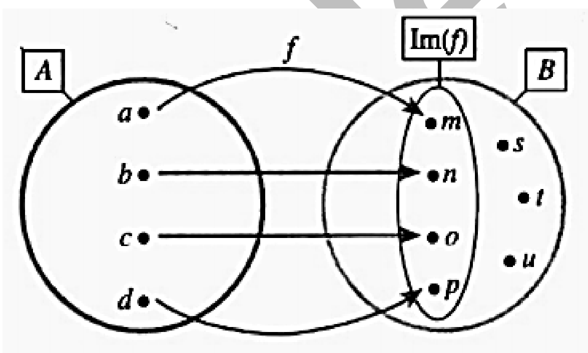
f é sobrejetora $\Leftrightarrow \left(\forall y \in B, \exists x \in A \,/\, f(x) = y\right)$



Função injetora

$f : A \to B$

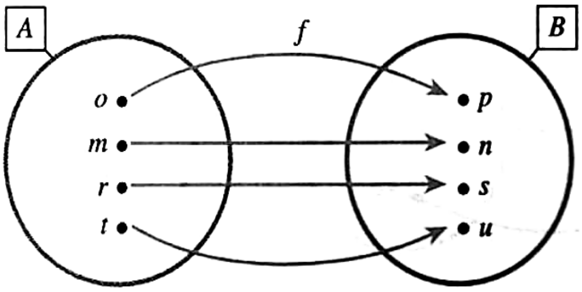
f é injetora $\Leftrightarrow \left(x_1, x_2 \in A, \text{se } x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)\right)$



Função bijetora

$f : A \to B$

f é bijetora $\Leftrightarrow \left(\forall y \in B, \exists! x \in A \,/\, f(x) = y\right)$



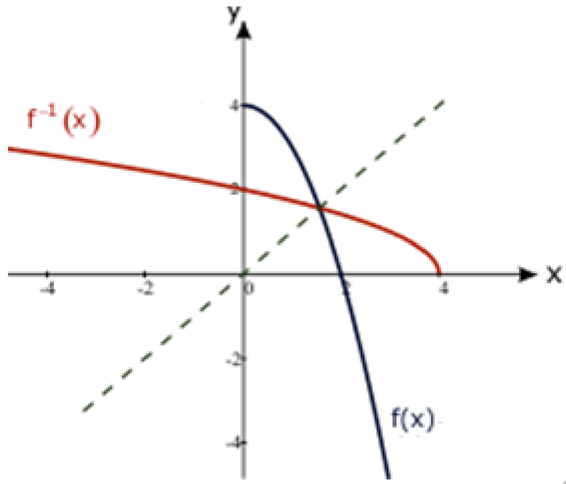
FUNÇÃO INVERSA

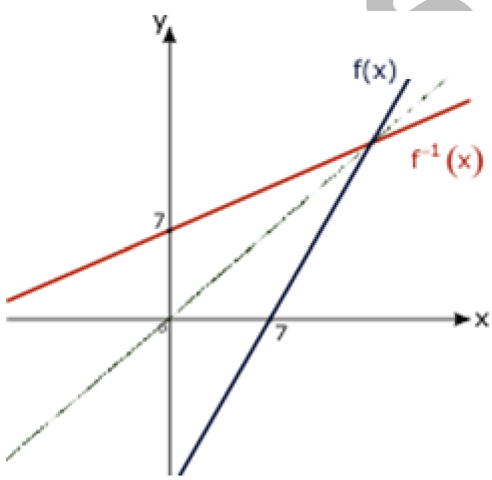
$$f \text{ é inversível} \Leftrightarrow f \text{ for bijetora} \begin{cases} f: A \to B \\ f^{-1}: B \to A \end{cases}$$

$$f(x) = y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$$

Nota

❖ Os gráficos de f e f^{-1} são simétricos a y = x (bissetriz dos quadrantes ímpares)





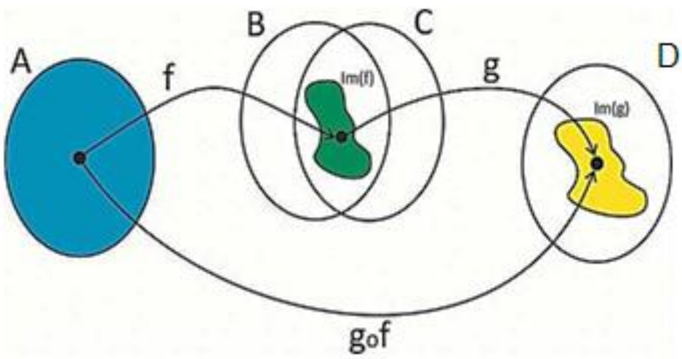
$$\begin{cases} f: A \to B \quad \Rightarrow \text{decrescente} \\ f^{-1}: B \to A \Rightarrow \text{decrescente} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f: A \to B \quad \Rightarrow \text{crescente} \\ f^{-1}: B \to A \Rightarrow \text{crescente} \end{cases}$$

FUNÇÃO COMPOSTA

$$\begin{cases} f: A \to B \\ g: C \to D \end{cases} \Rightarrow Im(f) \subset C \Rightarrow \begin{cases} 1^{o}) \text{ aplica-se } x \text{ em } f\text{, obtem-se } f(x) \\ 2^{o}) \text{ aplica-se } f(x) \text{ em } g\text{, obtem-se } g(f(x)) \text{ ou } (g \circ f)(x) \end{cases} \Rightarrow g \circ f: A \to D$$

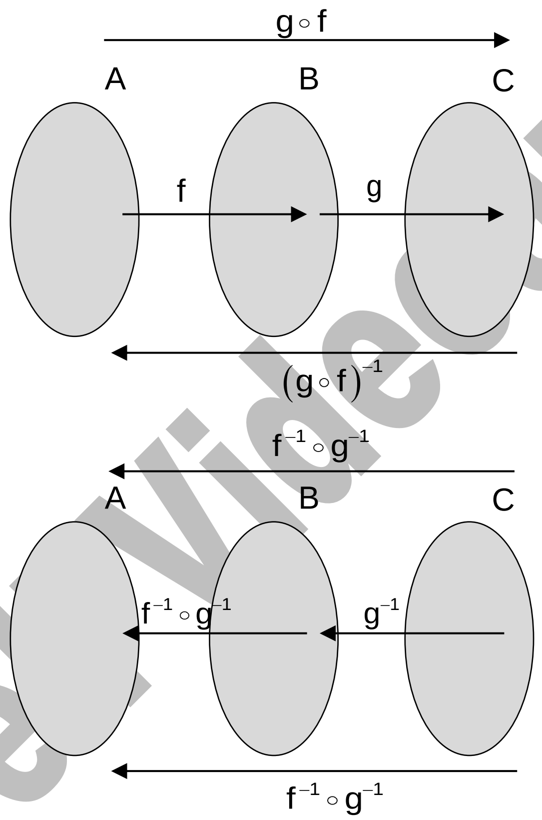
Esquema da função composta



$$\boxed{g(f(x)) = (g \circ f)(x)}$$

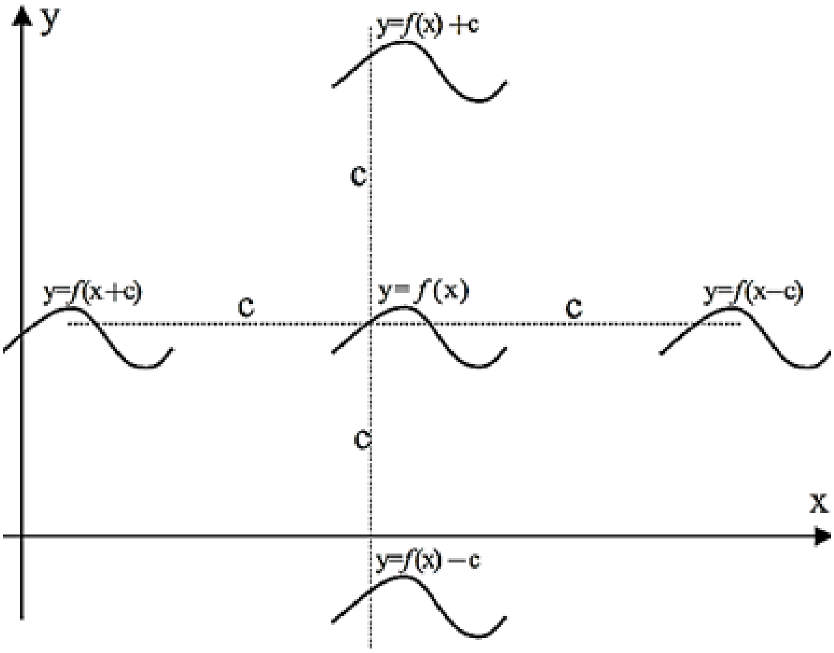
Notas

- ❖ $g \circ f \Rightarrow$ Lê – se g composta com f ou g círculo f
- ❖ Geralmente $\Rightarrow (g \circ f)(x) \neq (f \circ g)(x)$
- ❖ Associativa $\Rightarrow h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$
- ❖ $\begin{cases} (f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = f^{-1}(y) = x \\ (f \circ f^{-1})(x) = f(f^{-1}(y)) = f(x) \end{cases}$
- ❖



$$\boxed{(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}}$$

TRANSLAÇÃO DO GRÁFICO NO PLANO CARTESIANO



1) $y = f(x) + c \Rightarrow$ O gráfico desloca – se c unidades para cima

2) $y = f(x) - c \Rightarrow$ O gráfico desloca – se c unidades para baixo

3) $y = f(x + c) \Rightarrow$ O gráfico desloca – se c unidades para esquerda

4) $y = f(x - c) \Rightarrow$ O gráfico desloca – se c unidades para direita

OUTRAS FUNÇÕES ELEMENTARES

Representação

$f : \Re^* \to \Re$

$f(x) = \dfrac{1}{x}$

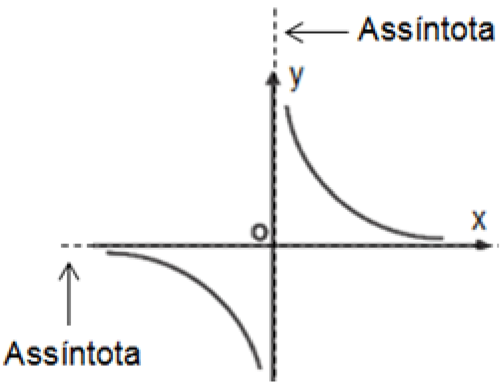
$f : \Re^* \to \Re$

$f(x) = \dfrac{1}{x^2}$

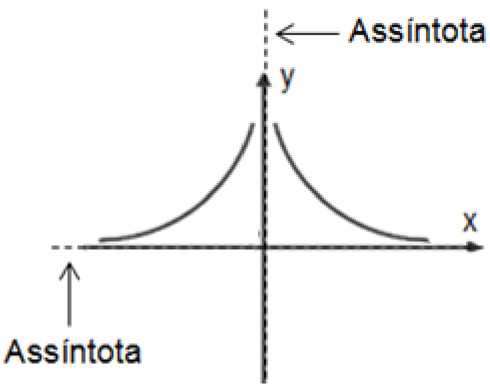
$f : \Re \to \Re$

$f(x) = x^3$

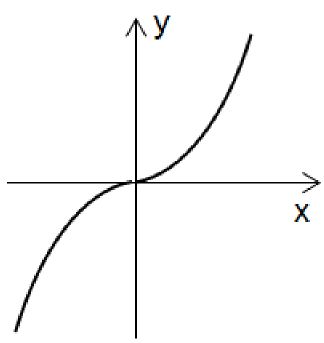
Gráfico



Gráfico



Gráfico



EQUAÇÃO IRRACIONAL

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow f(x) = [g(x)]^2 \text{ e } g(x) \geq 0$$

Resolva as equações, no conjunto dos números reais:

a) $\sqrt{2x-5} = 5$

$\left(\sqrt{2x-5}\right)^2 = 5^2 \therefore 2x-5 = 25 \therefore \boxed{x = 15}$

$S = \{15\}$

b) $\sqrt{x^2+5x+1}+1 = 2x$

$\sqrt{x^2+5x+1} = 2x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq \dfrac{1}{2} \therefore \left(\sqrt{x^2+5x+1}\right)^2 = (2x-1)^2 \therefore x^2+5x+\cancel{1} = 4x^2-4x+\cancel{1}$

$3x^2-9x = 0 \therefore 3x(x-3) = 0 \begin{cases} 3x = 0 \therefore \cancel{x' = 0} \\ x-3 = 0 \therefore \boxed{x'' = 3} \end{cases}$

$S = \{3\}$

FUNÇÃO MODULAR

Definição

Sendo $x \in \mathbb{R}$, define-se módulo ou valor absoluto de x, que se indica por $|x|$, por meio da relação:

$$\begin{cases} |x| = x \text{ se } x \geq 0 \\ |x| = -x \text{ se } x < 0 \end{cases}$$

Propriedades

01. $|x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

02. $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

03. $|x|^2 = x^2, \forall x \in \mathbb{R}$

04. $|x| \geq x, \forall x \in \mathbb{R}$

05. $|x|.|y| = |xy|, \forall x, y \in \mathbb{R}$

06. $|x+y| \leq |x|+|y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$

07. $|x-y| \geq |x|-|y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$

08. $|x| \leq k \text{ e } k > 0 \Leftrightarrow -k \leq x \leq k$

09. $|x| \geq k \text{ e } k > 0 \Leftrightarrow x \leq -k \text{ ou } x \geq k$

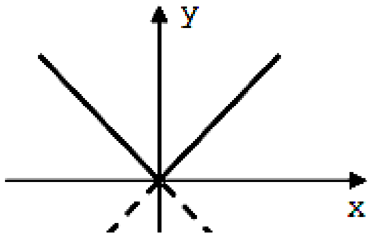
Função modular

Uma aplicação de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de função módulo ou modular quando a cada $x \in \mathbb{R}$ associa o elemento $|x| \in \mathbb{R}$.

$$f(x) = |x|$$

Utilizando o conceito de módulo de um número real, a função modular pode ser definida da seguinte forma

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$



A imagem desta função é $Im = \mathbb{R}_+$, isto é, a função modular somente assume valores reais não negativos.

Equações modulares

Lembremos da propriedade do módulo dos números reais, para K > 0:

$$|x| = k \Leftrightarrow x = k \text{ ou } x = -k$$

Nota

$$|a| = |b| \Leftrightarrow a = b \text{ ou } a = -b$$

Ex_1

$$|x-3| = 5 \begin{cases} x-3 = 5 \therefore \boxed{x = 8} \\ x-3 = -5 \therefore \boxed{x = -2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{S = \{-2, 8\}}$$

Ex_2

$$|x-2| = |2x-1| \begin{cases} x-2 = 2x-1 \therefore \boxed{x = -1} \\ x-2 = -(2x-1) \therefore x-2 = -2x+1 \therefore \boxed{x = 1} \end{cases} \Rightarrow \boxed{S = \{-1, 1\}}$$

Ex_3

$$|2x-1| = x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3 \begin{cases} 2x-1 = x+3 \therefore \boxed{x = 4} \\ 2x-1 = -(x+3) \therefore 2x-1 = -x-3 \therefore \boxed{x = -\dfrac{2}{3}} \end{cases} \Rightarrow \boxed{S = \left\{-\dfrac{2}{3}, 4\right\}}$$

Ex_4

$$|3x-1| = -3x+1 \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{1}{3} \begin{cases} 3x-1=-3x+1 \therefore \boxed{x=\frac{1}{3}} \\ 3x-1=-(-3x+1) \therefore 3x-1=3x-1 \therefore \boxed{x \in \Re} \end{cases} \Rightarrow \boxed{S=\left\{x \in \Re \,/\, x \leq \frac{1}{3}\right\}}$$

01. (EFOMM) Determine o domínio da função:

$$f(x)=\frac{\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-3}\cdot\sqrt{5-x}}$$

a) $D(f)=[3,+\infty)$

b) $D(f)=]3,+\infty[$

c) $D(f)=]3,5[$

d) $D(f)=(-\infty,5)$

e) $D(f)=(5,+\infty)$

02. (EFOMM) Qual das relações abaixo, de A em B, constitui uma função? Considere $A=\{a_1,a_2\}$ e $B=\{b_1,b_2,b_3\}$.

a) $\{(a_1,b_1),(a_2,b_2),(a_2,b_3)\}$

b) $\{(a_1,b_1),(a_1,b_2),(a_1,b_3),(a_2,b_1),(a_2,b_2),(a_2,b_3)\}$

c) $\{(a_1,b_1),(a_1,b_2),(a_1,b_3)\}$

d) $\{(a_1,b_2),(a_2,b_2)\}$

e) $\{(a_1,b_1),(a_1,b_2),(a_2,b_3)\}$

03. (EFOMM) Que valores deve apresentar o coeficiente "a" da função $f(x)=ax^2-2x+1$, para que ela tenha concavidade voltada para cima e vértice no 1º quadrante?

a) $a>0$

b) $0<a\le 1$

c) $0<a<1$

d) $a>1$

e) $a\ge\frac{1}{2}$

04. (EFOMM) O intervalo onde a função $f(x)=\frac{ax-2}{ax^2-x}$, com $a\in\mathbb{R}_-^*$, apresenta sinal positivo é:

a) $\left]-\infty,\frac{2}{a}\right[$

b) $\left]\frac{1}{a},0\right[$

c) $\left[\frac{1}{a},+\infty\right)$

d) $\left]\frac{2}{a},\frac{1}{a}\right[$

e) $\left[\frac{2}{a},0\right)$

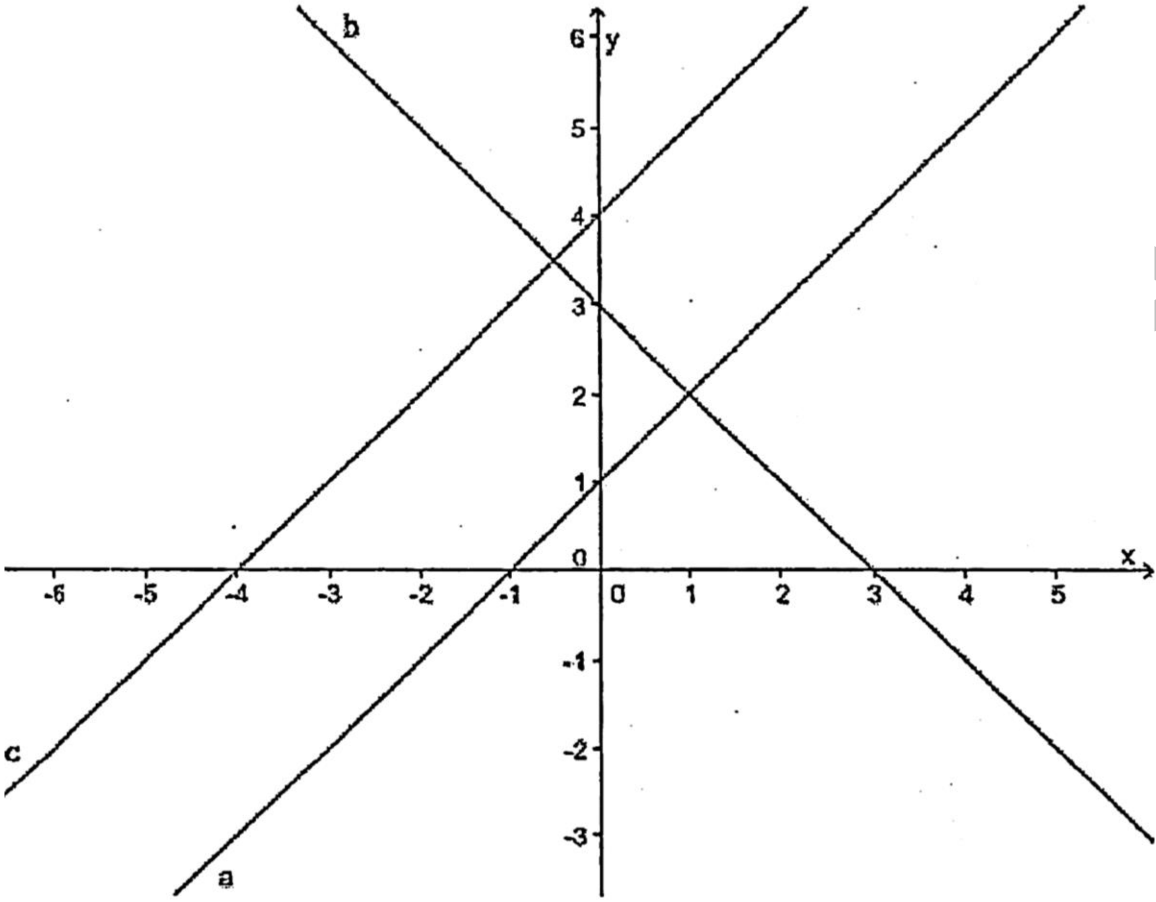
05. (EFOMM) Uma empresa mercante A paga R$ 1000,00 fixos mais R$ 600,00 por dia de viagem e uma empresa B R$ 400,00 fixos mais R$ 800,00 por dia de viagem. Sabe-se que Marcos trabalha na empresa A e Cláudio na B e obtiveram o mesmo valor salarial. Quantos dias eles ficaram embarcados?
a) 1
b) 3
c) 5
d) 7
e) 9

06. (EFOMM) Uma churrascaria cobra, num almoço, R$ 10,00 por pessoa. Após 15h, esse valor cai para R$ 8,00. Estima-se que o custo total de um almoço seja de R$ 6,00 por pessoa. Em certo dia, na churrascaria almoçaram 100 pessoas, x dos quais permaneceram até 15h. Assinale a alternativa que representa o intervalo de variação de x a fim de que seu lucro fique entre 300 e 400.
a) maior que 100
b) menor que 50
c) entre 50 e 100
d) menor que 50 ou maior que 100
e) maior que 50

07. (EFOMM) Seja $f: R \to R$ uma função estritamente decrescente, quaisquer x_1 e x_2 reais, com $x_1 < x_2$, tem-se $f(x_1) > f(x_2)$. Nessas condições, analise as afirmativas abaixo.
I- f é injetora
II- f pode ser função par
III- Se f possui inversa, então sua inversa é estritamente decrescente.
Analise a opção correta.
a) apenas a afirmativa I é verdadeira
b) apenas as afirmativas I e III são verdadeiras
c) apenas as afirmativas II e III são verdadeiras
d) as afirmativas I, II e III são verdadeiras
e) apenas a afirmativa II é verdadeira

08. (EFOMM) A equação
$\sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x}} = 13 + \sqrt{217 - 13 \cdot \sqrt[3]{x}}$ tem uma solução inteira positiva R. O número de divisores positivos de R é:
a) 10
b) 11
c) 12
d) 13
e) 14

09. (EFOMM) O gráfico das três funções polinomiais do 1º grau a, b e c definidas, respectivamente, por a(x), b(x) e c(x) estão representadas abaixo.



Nessas condições, o conjunto solução da inequação $\frac{[a(x)]^5 \cdot [b(x)]^6}{[c(x)]^3} \geq 0$ é:

a) $(-4,-1) \cup [3,+\infty)$
b) $[-4,-1] \cup [3,+\infty)$
c) $(-\infty,-4) \cup [-1,+\infty)$
d) $[4,+\infty)$
e) $\mathbb{R}-\{4\}$

10. (EFOMM) Seja a função $f: Z \to Q$ (sendo Z o conjunto dos números inteiros e Q o conjunto dos números racionais) com a seguinte propriedade definida por $f(x-1)+1=\frac{f(x-1)-1}{f(x)}$.

Sabendo-se que $f(0)=4$, o valor de $f(1007)$ é igual a:

a) – 1
b) 4
c) – 1/4
d) – 5/3
e) 3/5

11. (EFOMM) O conjunto solução da inequação $\frac{1+x}{1-x} \geq 1$ é:

a) $[0,+\infty]$

b) $[0,1)$

c) $(1,+\infty)$

d) $[0,1]$

e) $(-\infty,0] \cup (1,+\infty)$

12. (EFOMM) O lucro obtido pela venda de cada peça de roupa é x – 10, sendo x o preço de venda e 10 o preço de custo. A quantidade vendida por mês é igual a 70 – x. O lucro mensal máximo obtido com a venda do produto é:
a) 1200 reais
b) 1000 reais
c) 900 reais
d) 800 reais
e) 600 reais

13. (EFOMM) A diferença entre o comprimento x e a largura y de um retângulo é de 2 cm. Se a sua área é menor ou igual a 35 cm², então o valor de x, em cm, será:
a) 0 < x < 7
b) 0 < x < 5
c) $2 < x \leq 5$
d) $2 < x \leq 7$
e) $2 < x < 7$

14. (EFOMM) Se $g(x) = 9x - 11$ e $f(g(x)) = g\left(\frac{x}{9} + 1\right)$ são funções reais, então $f(16)$ vale:

a) 1
b) 3
c) 5
d) 7
e) 9

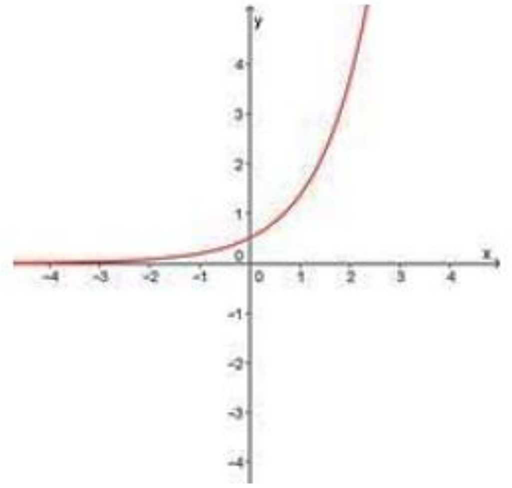
15. (EFOMM) Sejam as funções f : IR $\rightarrow$ IR e g : IR $\rightarrow$ IR. Sabendo que f é bijetora e g é sobrejetora, considere as sentenças a seguir:
I- g o f é injetora;
II- f o g é bijetora;
III- g o f é sobrejetora.
Assinalando com verdadeiro (V) ou falso (F) a cada sentença, obtém-se
a) V-V-V
b) V-V-F
c) F-V-F
d) F-F-V
e) V-F-V

16. (EFOMM) Um aluno precisa construir o gráfico da função real f, definida por $f(x) = \frac{e^x}{2} + \frac{e^{-x}}{2}$. Ele percebeu que a função possui a seguinte característica:

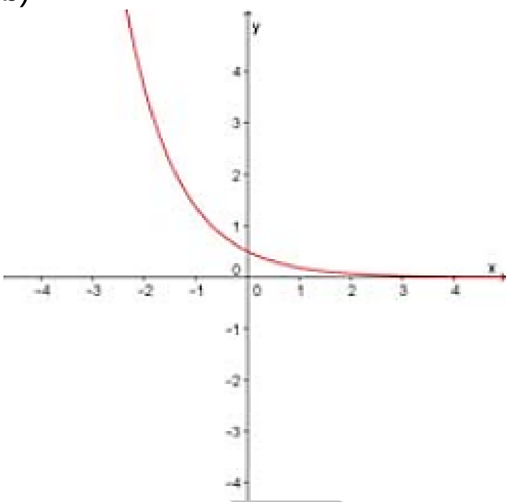
$f(-x) = \frac{e^{-x}}{2} + \frac{e^{-(-x)}}{2} = \frac{e^x}{2} + \frac{e^{-x}}{2} = f(x).$

Assinale a alternativa que representa o gráfico dessa função

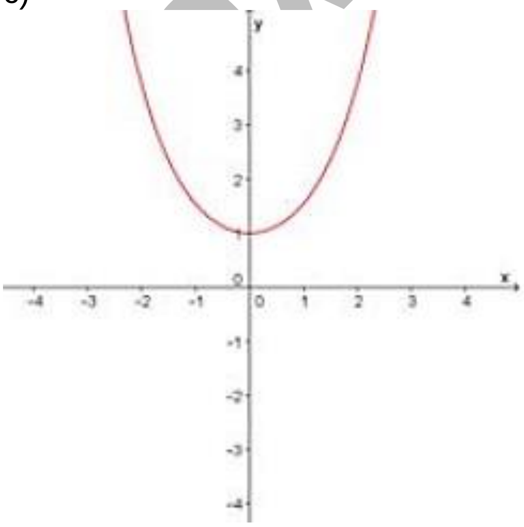
a)



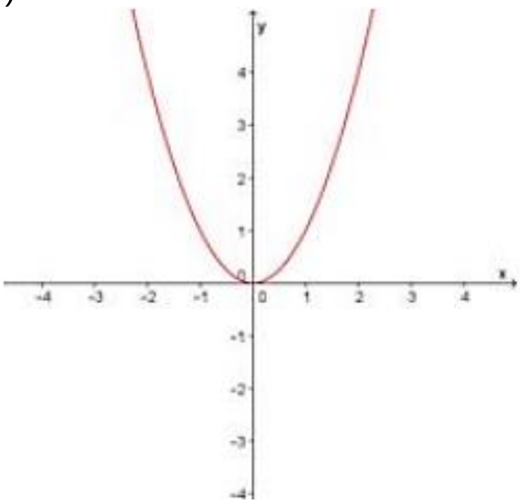
b)



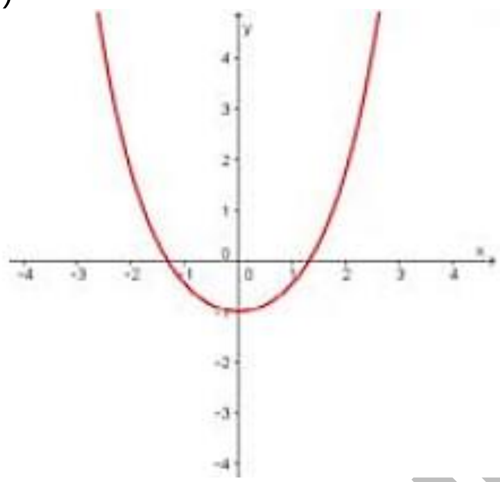
c)



d)



e)



17. (EFOMM) Dado $f(x) = x + a$, $f(g(x)) = \dfrac{\text{sen}x + a^2 + a}{a+1}$ e $g\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{8}$. Determine o valor de a.

a) a = 0
b) a = 1
c) a = 2
d) a = 3
e) a = 4

18. (EFOMM) De acordo com conceitos administrativos, o lucro de uma empresa é dado pela expressão matemática L = R – C, onde L é o lucro, C o custo da produção e R a receita do produto. Uma indústria produziu x peças e verificou que o custo de produção era dado pela função $C(x) = x^2 - 500x + 100$ e a receita representada por $R(x) = 2000x - x^2$. Com base nessas informações, determine o número de peças a serem produzidas para que o lucro seja máximo.
a) 625
b) 781150
c) 1000
d) 250
e) 375

19. (EEAR) Sendo a inequação $|x-2|+|x-4|\geq 6$, em U = $\Re$ é o conjunto

a) $\{x \in \Re \,/\, x \geq 6\}$

b) $\{x \in \Re \,/\, x \leq 0\}$

c) $\{x \in \Re \,/\, x \leq 0 \text{ e } x \geq 6\}$

d) $\{x \in \Re \,/\, x \leq 0 \text{ ou } x \geq 6\}$

20. (EEAR) Sendo S o conjunto-solução da equação em $\Re$ $|3x-1| = -3x+1$, pode-se afirmar que

a) 1/2 $\in$ S

b) 2/3 $\in$ S

c) $\left\{\frac{3}{5}, \frac{1}{3}\right\} \subset S$

d) $\left\{\frac{1}{5}, \frac{2}{7}\right\} \subset S$

21. (EEAR) A equação $|x|^2 + |x| - 6 = 0$

a) só tem uma solução.

b) tem duas soluções, tais que seu produto é = -6.

c) tem duas soluções, tais que seu produto é = -4.

d) tem duas soluções, tais que seu produto é igual a 0.

22. (EEAR) Seja a função f: $\Re \rightarrow \Re$, definida por f(x) = $|2x^2 - 3|$. O valor de 1 + f(–1) é

a) –1

b) 0

c) 1

d) 2

23. (EFOMM) Os valores de $x \in \Re$, para os quais a função real dada por $f(x) = \sqrt{4 - ||2x-1| - 6|}$ está definida, formam o conjunto

a) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$

b) $\left[-\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$

c) $\left[-\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{7}{2}; \frac{11}{2}\right)$

d) $\left[-\frac{5}{2}; 0\right] \cup \left[0; \frac{7}{2}\right)$

e) $\left[-\frac{9}{2}; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}; \frac{11}{2}\right]$

24. (EFOMM) A área entre o gráfico de $y = ||3x+2|-3|$ e a reta y = 3, em unidades de área, vale:

a) 6
b) 3
c) 1,5
d) 2
e) 0,5

25. (EFOMM) Determine a imagem da função f, definida por $f(x) = ||x+2|-|x-2||$, para todo $x \in \Re$, conjunto dos números reais.

a) $Im(f) = \Re$
b) $Im(f) = \{y \in \Re \,/\, y \geq 0\}$
c) $Im(f) = \{y \in \Re \,/\, 0 \leq y \leq 4\}$
d) $Im(f) = \{y \in \Re \,/\, y \leq 4\}$
e) $Im(f) = \{y \in \Re \,/\, y > 0\}$

GABARITO

01. d	02. d	03. d	04. d	05. b	06. c	07. b	08. d	09. c	10. d	11. b	12. c
13. d	14. a	15. b	16. c	17. d	18. a	19. d	20. d	21. c	22. d	23. e	24. a
25. c											