

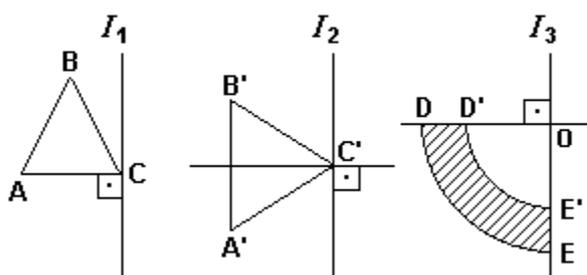
Exercícios de Matemática

Cones

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO

(Ufpe) Na(s) questão(ões) a seguir escreva nos parênteses (V) se for verdadeiro ou (F) se for falso.

1. Nas figuras a seguir, os triângulos ABC e A' B' C' são equiláteros com lados medindo 3cm, e DE e D' E' são arcos de circunferência com centro em O e raios iguais a 3cm e 2cm, respectivamente.



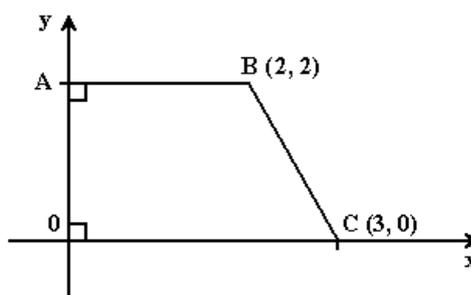
Seja S_1 o sólido obtido pela rotação de 360° do triângulo ABC em torno de l_1 , S_2 pela rotação de 360° de A' B' C' em torno de l_2 e S_3 pela rotação de 360° da região hachureada em torno de l_3 . Podemos afirmar que:

- () S_1 é obtido de um cone circular reto retirando-se dois outros cones circulares retos.
- () O volume de S_1 é igual ao volume do cone com raio igual a $3/2$ cm e altura igual $3\sqrt{3}/2$ cm.
- () S_2 é obtido de um cilindro circular reto retirando-se dois cones circulares retos.
- () A área da superfície de S_2 é igual à área de um cone circular reto de raio $3\sqrt{3}/2$ cm e altura 3cm.
- () S_3 é obtido de um hemisfério retirando-se outro hemisfério.

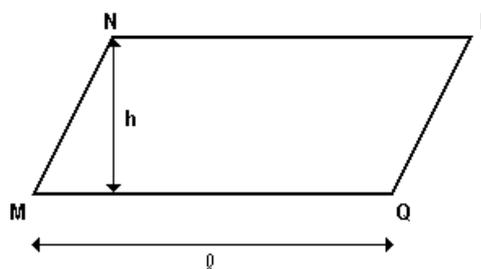
2. (Ita) Considere um cone circular reto cuja geratriz mede $\sqrt{5}$ cm e o diâmetro da base mede 2cm. Traçam-se n planos paralelos à base do cone, que o seccionam determinando $n+1$ cones, incluindo o original, de modo que a razão entre os volumes do cone maior e do cone menor é 2. Os volumes destes cones formam uma progressão aritmética crescente cuja soma é igual a 2π . Então, o volume, em cm^3 , do tronco de cone determinado por dois planos consecutivos é igual a:

- a) $\pi/33$
- b) $2\pi/33$
- c) $\pi/9$
- d) $2\pi/15$
- e) π

3. (Ufpe) O trapézio OABC da figura a seguir gira completamente em torno do eixo Ox. Calcule o inteiro mais próximo do volume do sólido obtido.



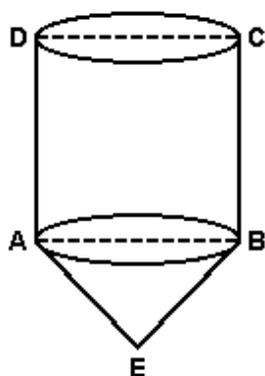
4. (Uff) A figura abaixo representa o paralelogramo MNPQ.



O volume do sólido obtido pela rotação do paralelogramo em torno da reta suporte do lado MQ é dado por:

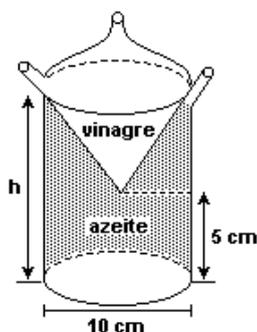
- a) $\pi h^2 (l + h) / 2$
- b) $\pi h^2 l / 2$
- c) $\pi h^2 (l + h)$
- d) $\pi h (l + h)^2$
- e) $\pi h^2 l$

5. (Mackenzie) No sólido da figura, ABCD é um quadrado de lado 2 e $AE = BE = \sqrt{10}$. O volume desse sólido é:



- a) $5\pi / 2$
- b) $4\pi / 3$
- c) 4π
- d) 5π
- e) 3π

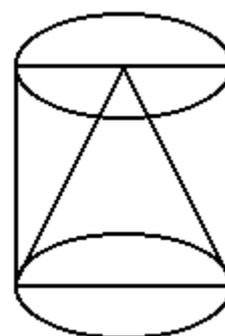
6. (Ufscar) A figura representa um galheteiro para a colocação de azeite e vinagre em compartimentos diferentes, sendo um cone no interior de um cilindro.



Considerando h como a altura máxima de líquido que o galheteiro comporta e a razão entre a capacidade total de azeite e vinagre igual a 5, o valor de h é

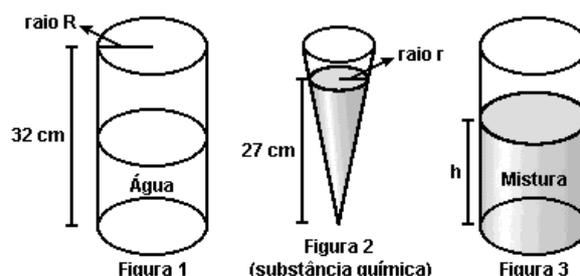
- a) 7 cm
- b) 8 cm
- c) 10 cm
- d) 12 cm
- e) 15 cm

7. (Pucrs) A figura abaixo mostra um cone inscrito num cilindro. Ambos têm raio da base x e altura 2x. Retirando-se o cone do cilindro, o volume do sólido resultante é



- a) $2\pi x^3/3$
- b) $4\pi x^3/3$
- c) $8\pi x^3/3$
- d) $2\pi x^2/3$
- e) $8\pi x^2/3$

8. (Unesp) Um recipiente, na forma de um cilindro circular reto de raio R e altura 32 cm, está até à metade com água (figura 1). Outro recipiente, na forma de um cone circular reto, contém uma substância química que forma um cone de altura 27 cm e raio r (figura 2).



a) Sabendo que $R = (3/2)r$, determine o volume da água no cilindro e o volume da substância química no cone, em função de r . (Para facilitar os cálculos, use a aproximação $\pi = 3$.)

b) A substância química do cone é despejada no cilindro, formando uma mistura homogênea (figura 3). Determine a concentração (porcentagem) da substância química na mistura e a altura h atingida pela mistura no cilindro.

9. (Fuvest) Deseja-se construir um cone circular reto com 4cm de raio da base e 3cm de altura. Para isso, recorta-se, em cartolina, um setor circular para a superfície lateral e um círculo para a base. A medida do ângulo central do setor circular é:

- a) 144°
- b) 192°
- c) 240°
- d) 288°
- e) 336°

10. (Fuvest) Um pedaço de cartolina possui a forma de um semi-círculo de raio 20cm. Com essa cartolina um menino constrói um chapéu cônico e o coloca com a base apoiada sobre uma mesa.

Qual a distância do bico do chapéu à mesa?

- a) $10\sqrt{3}$ cm.
- b) $3\sqrt{10}$ cm.
- c) $20\sqrt{2}$ cm.
- d) 20 cm.
- e) 10 cm.

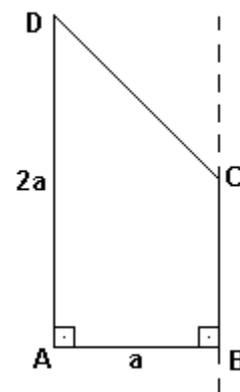
11. (Fuvest) Considere um triângulo retângulo com hipotenusa A e catetos B e C.

Sejam V_A , V_B , V_C os volumes dos sólidos gerados pela rotação do triângulo em torno dos lados A, B e C, respectivamente.

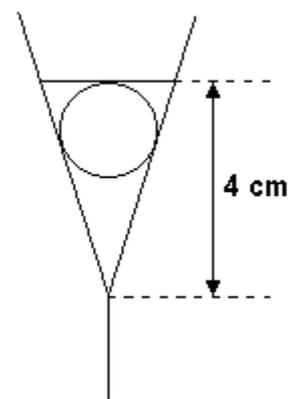
- a) Calcule V_A , V_B , V_C em função das medidas de A, B e C.
- b) Escreva a V_A em função de B, C, V_B e V_C .

12. (Unesp) No trapézio ABCD da figura a seguir, os ângulos internos em A e B são retos, e o ângulo interno em D é tal que sua tangente vale $5/6$. Se $\overline{AD} = 2 \cdot \overline{AB}$, o volume do sólido obtido ao se girar o trapézio em torno da reta por B e C é dado por:

- a) $(3/4) \pi a^3$
- b) $(5/8) \pi a^3$
- c) $(6/5) \pi a^3$
- d) $(20/13) \pi a^3$
- e) $(8/5) \pi a^3$

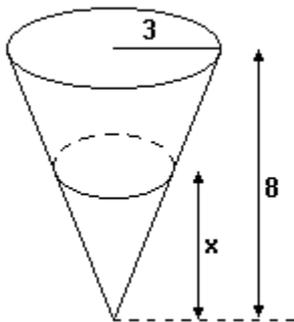


13. (Fuvest-gv) Um cálice com a forma de cone contém $V \text{ cm}^3$ de uma bebida. Uma cereja de forma esférica com diâmetro de 2cm é colocada dentro do cálice. Supondo-se que a cereja repousa apoiada nas laterais do cálice e o líquido recobre exatamente a cereja a uma altura de 4cm a partir do vértice do cone, determinar o valor de V .



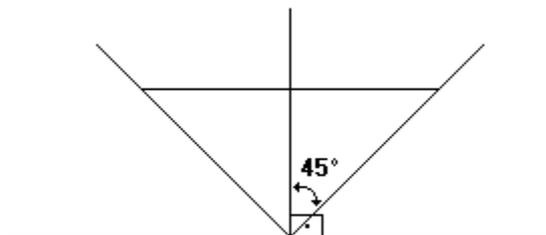
14. (Fuvest) Um copo tem a forma de um cone com altura 8cm e raio da base 3cm. Queremos enchê-lo com quantidades iguais de suco e de água. Para que isso seja possível a altura x atingida pelo primeiro líquido colocado deve ser:

- a) $8/3$ cm
- b) 6 cm
- c) 4 cm
- d) $4\sqrt{3}$ cm
- e) $4\sqrt[3]{4}$ cm

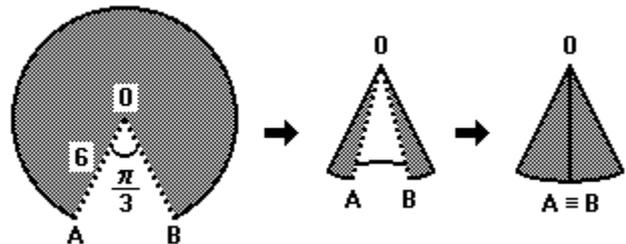


15. (Fuvest) Uma caixa d'água tem a forma de um cone circular reto como ilustrado na figura a seguir. 7329 litros de água foram retirados da caixa ocasionando um abaixamento de um metro no nível da água. Quantos litros de água existiam inicialmente na caixa?

Para os cálculos use $\pi = 3,141$



16. (Ufes) O setor circular sombreado, com 6cm de raio, transforma-se na superfície lateral de um cone, após "colagem" de seus bordos pontilhados, como ilustrado nas figuras a seguir:



- a) Qual a medida do raio da "base" desse cone?
- b) Qual o volume do cone tendo essa base e a superfície lateral descrita anteriormente?

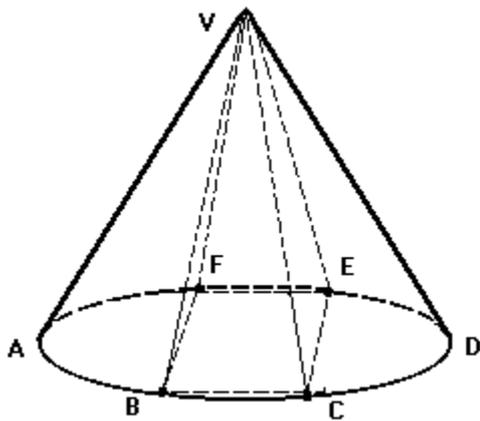
17. (Fatec) A altura de um cone circular reto mede o triplo da medida do raio da base. Se o comprimento da circunferência dessa base é 8π cm, então o volume do cone, em centímetros cúbicos, é

- a) 64π
- b) 48π
- c) 32π
- d) 16π
- e) 8π

18. (Uel) Um cone circular reto tem altura de 8cm e raio da base medindo 6cm. Qual é, em centímetros quadrados, sua área lateral?

- a) 20π
- b) 30π
- c) 40π
- d) 50π
- e) 60π

19. (Ufmg) Observe a figura.



Nessa figura, a base da pirâmide VBCEF é um quadrado inscrito no círculo da base do cone de vértice V.

A razão entre o volume do cone e o volume da pirâmide, nesta ordem, é

- a) $\pi / 4$
- b) $\pi / 2$
- c) π
- d) 2π
- e) $2\pi / 3$

20. (Ufmg) As medidas da geratriz, do raio da base e da altura de um cone circular reto são $x+a$, x e $x-a$, respectivamente.

Ao calcular o volume desse cone, usou-se, por engano, a fórmula do volume do cilindro circular reto de mesmo raio e de mesma altura do cone.

O valor encontrado supera em $4\pi \text{ cm}^3$ o volume procurado.

CALCULE a altura e o raio da base desse cone.

21. (Ufmg) Um reservatório de água tem forma de um cone circular reto, de eixo vertical e vértice para baixo.

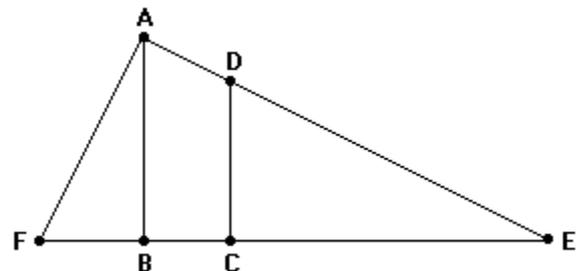
Quando o nível de água atinge a metade da altura do tanque, o volume ocupado é igual a π .

A capacidade do tanque é

- a) 2π
- b) $8\pi / 3$
- c) 4π
- d) 6π
- e) 8π

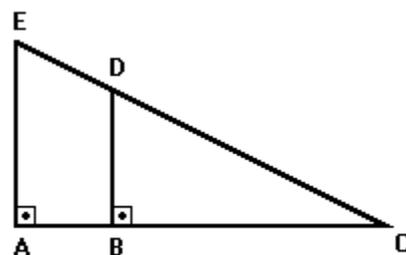
22. (Ufmg) Observe a figura a seguir. Nessa figura, $\widehat{F\hat{A}E}$, $\widehat{A\hat{B}E}$ e $\widehat{D\hat{C}E}$ são ângulos retos, e as medidas BC, AD e CE são 1, 2 e 3 respectivamente.

A área do triângulo de vértices A, F e E é



- a) $(9\sqrt{3})/2$
- b) $12\sqrt{3}$
- c) $24\sqrt{3}$
- d) $32\sqrt{3}$
- e) $36\sqrt{3}$

23. (Ufmg) Observe a figura.



Nessa figura, $AB=1$, $BC=3$ e $BD=9/4$.

Calcule o volume do sólido obtido girando de 360° , em torno da reta AE, a região do plano cujo contorno é

- a) o triângulo ACE.
- b) o triângulo BCD.

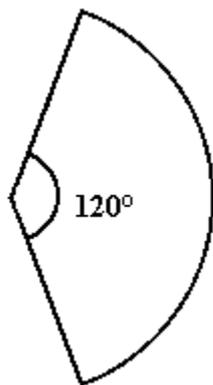
24. (Unesp) Um cone reto tem raio da base R e a altura H . Secciona-se esse cone por um plano paralelo à base e distante h do vértice, obtendo-se um cone menor e um tronco de cone, ambos de mesmo volume. Então:

- a) $h = (H \sqrt[3]{4})/2$
- b) $h = H / \sqrt[3]{2}$
- c) $h = (H \sqrt[3]{2})/2$
- d) $3h = H \sqrt[3]{4}$
- e) $h = (H \sqrt[3]{3})/3$

25. (Mackenzie) Calculou-se o volume de um cone reto de geratriz 1 e área lateral k . O maior valor inteiro que k pode assumir é:

- a) 2.
- b) 3.
- c) 4.
- d) 5.
- e) 6.

26. (Mackenzie) O setor circular da figura a seguir é a superfície lateral de um cone cuja base tem diâmetro 4 e área igual a $k\%$ da área total do cone. Então k vale:

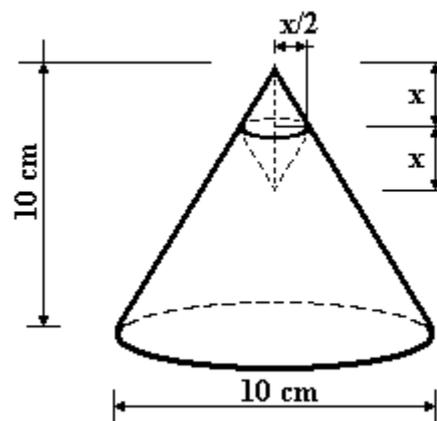


- a) 20.
- b) 25.
- c) 30.
- d) 35.
- e) 40.

27. (Faap) Um copo de chope é um cone (oco), cuja altura é o dobro do diâmetro. Se uma pessoa bebe desde que o copo está cheio até o nível da bebida fica exatamente na metade da altura do copo, a fração do volume total que deixou de ser consumida é:

- a) $3/4$
- b) $1/2$
- c) $2/3$
- d) $3/8$
- e) $1/8$

28. (Faap) Um chapéu de papel em forma de cone tem 10 centímetros de diâmetro e 10 centímetros de profundidade. Seu vértice é empurrado para baixo e para dentro conforme a figura a seguir. Que distância sua ponta penetra no espaço interno do chapéu se o novo volume do chapéu é $4/5$ do volume original?



- a) $x = \sqrt[3]{200}$
- b) $x = \sqrt[3]{80}$
- c) $x = \sqrt[3]{100}$
- d) $x = \sqrt[3]{300}$
- e) $x = \sqrt[3]{150}$

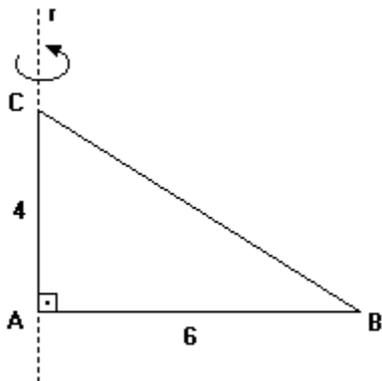
29. (Cesgranrio) Um copo de papel, em forma de cone, é formado enrolando-se um semicírculo que tem um raio de 12cm. O volume do copo é de, aproximadamente:

- a) 390 cm^3
- b) 350 cm^3
- c) 300 cm^3
- d) 260 cm^3
- e) 230 cm^3

30. (Cesgranrio) Um tanque cônico, de eixo vertical e vértice para baixo, tem água até a metade de sua altura. Se a capacidade do tanque é de 1200l, então a quantidade de água nele existente é de:

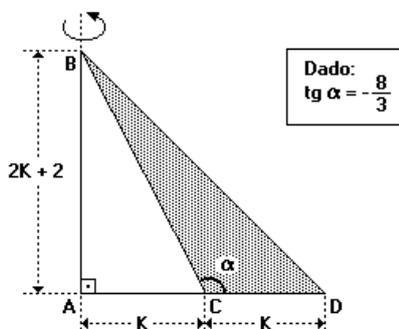
- a) 600 l.
- b) 450 l.
- c) 300 l.
- d) 200 l.
- e) 150 l.

31. (Mackenzie) Na rotação do triângulo ABC da figura a seguir em torno da reta r, o lado AB descreve um ângulo de 270° . Desta forma, o sólido obtido tem volume:



- a) 48π
- b) 144π
- c) 108π
- d) 72π
- e) 36π

32. (Mackenzie) Na figura, a rotação completa do triângulo CBD em torno de \overline{AB} gera um sólido de volume:



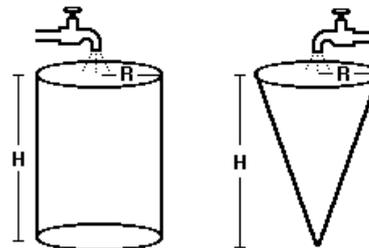
- a) 72π
- b) 108π
- c) 60π
- d) 144π
- e) 54π

33. (Unesp) Considere um cone circular reto cuja altura e cujo raio da base são indicados, respectivamente por h e r. Na circunferência da base, tome dois pontos, A e B, tais que $AB = r$ e considere o plano α determinado por A, B e o vértice do cone. Prove que o ângulo formado pelo eixo do cone e o plano α mede 30° se, e somente se, $h=3r/2$.

34. (Pucmg) Um cone reto de raio $r = 4$ cm tem volume equivalente ao de um prisma de altura $h = 12$ cm e de base quadrada de lado $l = \sqrt{\pi}$. A altura do cone, em cm, é:

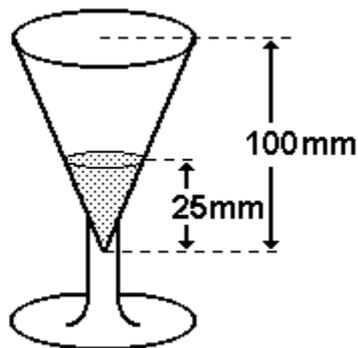
- a) 1,25
- b) 2,00
- c) 2,25
- d) 3,00
- e) 3,25

35. (Cesgranrio) No desenho a seguir, dois reservatórios de altura H e raio R, um cilíndrico e outro cônico, estão totalmente vazios e cada um será alimentado por uma torneira, ambas de mesma vazão. Se o reservatório cilíndrico leva 2 horas e meia para ficar completamente cheio, o tempo necessário para que isto ocorra com o reservatório cônico será de:



- a) 2 h
- b) 1 h e 30 min
- c) 1 h
- d) 50 min
- e) 30 min

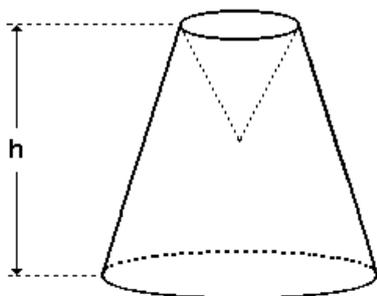
36. (Unb) Um cálice tem a forma de um cone reto de revolução, de altura igual a 100mm e volume V_1 . Esse cálice contém um líquido que ocupa um volume V_2 , atingindo a altura de 25mm, conforme mostra a figura adiante. Calcule o valor do quociente V_1/V_2 .



37. (Unesp) Considere dois tubos de ensaio. Um na forma de um cilindro circular reto de raio r e outro na forma de um cone circular reto de raio R . Suponha que o cilindro contenha um líquido até o nível H e que a altura do cone seja sH , onde s é um número real positivo.

- Determine o volume do líquido contido no cilindro e a capacidade do cone.
- Admitindo que para $s = 3$ o líquido cabe todo no cone, mostre que a razão entre o raio do cone e o raio do cilindro é maior ou igual a 1.

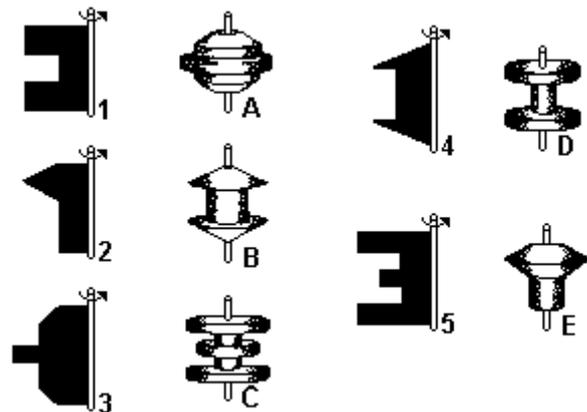
38. (Unb) Um cone circular reto de sinalização de rodovias, que é oco e feito de plástico, tem altura de 60 cm e raio da base igual a 15 cm. Durante um acidente, a extremidade superior do cone foi afundada, como ilustra a figura abaixo.



Calcule, em centímetros, a altura h do sólido resultante, sabendo que, após o acidente, o espaço

interno do sinalizador foi reduzido em exatamente 25%. Despreze a parte fracionária de seu resultado, caso exista.

39. (Enem) Assim como na relação entre o perfil de um corte de um torno e a peça torneada, sólidos de revolução resultam da rotação de figuras planas em torno de um eixo. Girando-se as figuras a seguir em torno da haste indicada obtêm-se os sólidos de revolução que estão na coluna da direita.



A correspondência correta entre as figuras planas e os sólidos de revolução obtidos é :

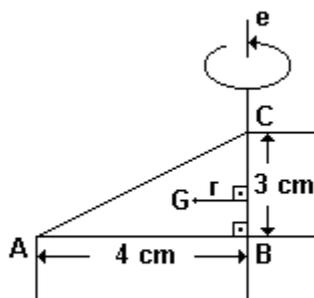
- 1A, 2B, 3C, 4D, 5E.
- 1B, 2C, 3D, 4E, 5A.
- 1B, 2D, 3E, 4A, 5C.
- 1D, 2E, 3A, 4B, 5C.
- 1D, 2E, 3B, 4C, 5A.

40. (Puc-rio) Ache o volume do sólido de revolução obtido rodando um triângulo retângulo de lados 1, 1 e $\sqrt{2}$ cm em torno da hipotenusa.

41. (Ita) Num cone circular reto, a altura é a média geométrica entre o raio da base e a geratriz. A razão entre a altura e o raio da base é:

- $(1 + \sqrt{5}) / 2$
- $(-1 + \sqrt{5}) / 2$
- $[\sqrt{-1 + \sqrt{5}}] / 2$
- $(-1 + \sqrt[3]{5}) / 3$
- $\sqrt{[(1 + \sqrt{5}) / 2]}$

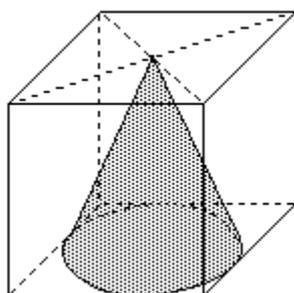
42. (Uerj) Uma linha poligonal fechada de três lados limita um triângulo de perímetro l . Se ela gira em torno de um de seus lados, gera uma superfície de área S igual ao produto de l pelo comprimento da circunferência descrita pelo baricentro G da poligonal. A figura a seguir mostra a linha (ABCA) que dá uma volta em torno de BC.



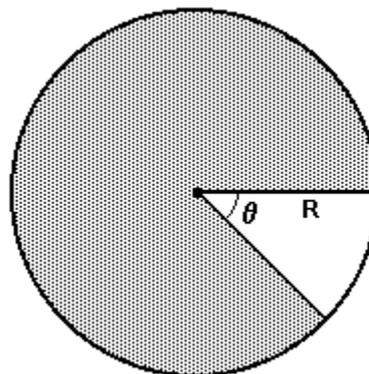
- a) Esboce a figura gerada e indique o cálculo da área de sua superfície que é igual a $36\pi \text{ cm}^2$.
- b) Calcule a distância r do baricentro G dessa linha ao eixo de rotação.

43. (Mackenzie) Na figura, a base do cone reto está inscrita na face do cubo. Supondo $\pi = 3$, se a área total do cubo é 54, então o volume do cone é:

- a) $81/2$
 b) $27/2$
 c) $9/4$
 d) $27/4$
 e) $81/4$



44. (Fuvest) Um setor circular, com ângulo central θ ($0 < \theta < 2\pi$), é recortado de um círculo de papel de raio R (ver figura). Utilizando o restante do papel, construímos a superfície lateral de um cone circular reto.



Determine, em função de R e θ ,

- a) o raio da base do cone.
 b) o volume do cone.

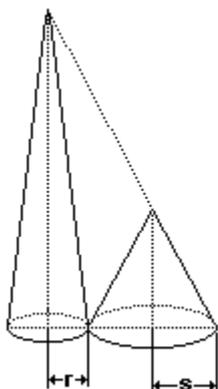
45. (Unesp) A base e a altura de um triângulo isósceles medem x e $12/\pi$ centímetros respectivamente. Girando-se o triângulo em torno da altura, obtém-se um cone cuja base é um círculo de área A . Seja y o volume do cone. Lembrando que $y = (A \cdot h)/3$, onde h denota a altura do cone, determine:

- a) o volume y em função de x ;
 b) considerando a função obtida no item (a), os valores de y quando atribuímos a x os valores 1cm, 2cm e 3cm. Esboce um gráfico cartesiano desta função, para todo $x \geq 0$.

46. (Ita) Um cone circular reto com altura de $\sqrt{8}$ cm e raio da base de 2cm está inscrito numa esfera que, por sua vez, está inscrita num cilindro. A razão entre as áreas das superfícies totais do cilindro e do cone é igual a

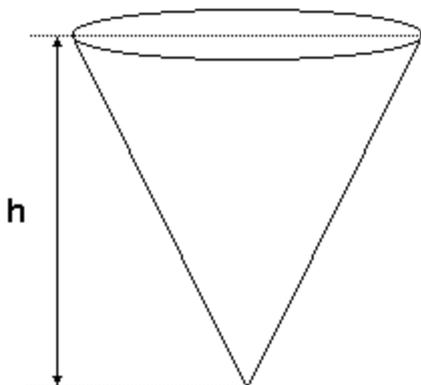
- a) $3(\sqrt{2} - 1)/2$.
 b) $9(\sqrt{2} - 1)/4$.
 c) $9(\sqrt{6} - 1)/4$.
 d) $27(\sqrt{3} - 1)/8$.
 e) $27(\sqrt{3} - 1)/16$.

47. (Ufrj) Dois cones circulares retos têm bases tangentes e situadas no mesmo plano, como mostra a figura. Sabe-se que ambos têm o mesmo volume e que a reta que suporta uma das geratrizes de um passa pelo vértice do outro.



Seja r o menor dentre os raios das bases, s o maior e $x=r/s$, determine x .

48. (Ufrj) Um recipiente em forma de cone circular reto de altura h é colocado com vértice para baixo e com eixo na vertical, como na figura. O recipiente, quando cheio até a borda, comporta 400m^3 .



Determine o volume de líquido quando o nível está em $h/2$.

49. (Ita) O raio da base de um cone circular reto é igual à média aritmética da altura e a geratriz do cone. Sabendo-se que o volume do cone é $128\pi\text{ m}^3$, temos que o raio da base e a altura do cone medem, respectivamente, em metros:

- a) 9 e 8
- b) 8 e 6
- c) 8 e 7
- d) 9 e 6
- e) 10 e 8

50. (Ufpr) O formato interno de um reservatório de água é o de um cone circular reto com o vértice embaixo e o eixo na vertical. Se a altura e o raio da base do cone medem, respectivamente, 6m e 8m é correto afirmar:

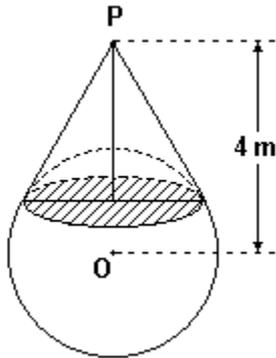
- (01) Quando o reservatório contém água até a altura de x metros, o volume da água é $16/27\pi x^3$ metros cúbicos.
- (02) Quando o nível da água está a 3m do vértice do cone, a superfície da água forma um círculo de raio igual a 3m .
- (04) A geratriz do cone mede 10m .
- (08) A capacidade desse reservatório é menor que a de outro cujo formato interno é o de um cubo de 6m de aresta.

Soma ()

51. (Ufpe) Um cone reto tem altura $12\sqrt[3]{2}\text{ cm}$ e está cheio de sorvete. Dois amigos vão dividir o sorvete em duas partes de mesmo volume, usando um plano paralelo à base do cone. Qual deverá ser a altura do cone menor assim obtido?

- a) 12 cm
- b) $12\sqrt[3]{2}\text{ cm}$
- c) $12\sqrt[3]{3}\text{ cm}$
- d) $10\sqrt[3]{2}\text{ cm}$
- e) $10\sqrt[3]{3}\text{ cm}$

52. (Uerj) Admita uma esfera com raio igual a 2 m, cujo centro O dista 4 m de um determinado ponto P. Tomando-se P como vértice, construímos um cone tangente a essa esfera, como mostra a figura.

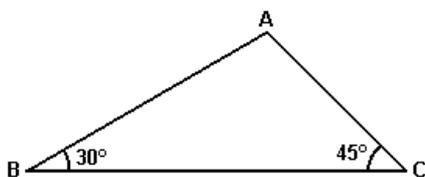


Calcule, em relação ao cone:

- a) seu volume;
- b) sua área lateral.

53. (Ita) Seja S a área total da superfície de um cone circular reto de altura h, e seja m a razão entre as áreas lateral e da base desse cone. Obtenha uma expressão que forneça h em função apenas de S e m.

54. (Puccamp) Considere o triângulo ABC representado na figura abaixo, no qual $BC = 6 + 6\sqrt{3}$ cm.



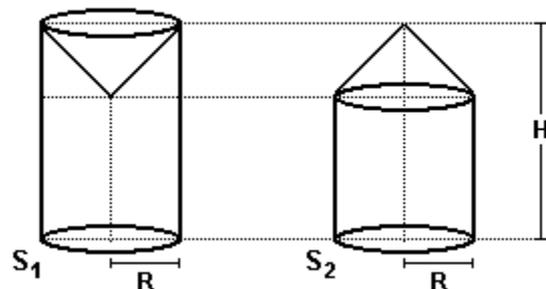
Por uma rotação de 360° em torno do lado \overline{BC} , obtém-se um sólido que servirá de modelo para a construção de um balão. O volume desse modelo, em centímetros cúbicos, será

- a) $(\sqrt{3+3}) \cdot 72\pi$
- b) $(\sqrt{3+1}) \cdot 72\pi$
- c) $(\sqrt{3+3}) \cdot 36\pi$
- d) $(\sqrt{3+1}) \cdot 36\pi$
- e) $(\sqrt{3+3}) \cdot 24\pi$

55. (Uel) Um cone circular tem volume V. Interceptando-o na metade de sua altura por um plano paralelo à base, obtém-se um novo cone cujo volume é:

- a) $V/2$
- b) $V/3$
- c) $V/4$
- d) $V/8$
- e) $V/16$

56. (Ufrn) Dois sólidos de formatos cilíndricos têm bases de mesmo raio R. De um deles, foi extraída uma parte cônica, que foi colada no outro, conforme mostra a figura abaixo. Aos dois sólidos resultantes, de mesma altura H, chamaremos de S_1 e S_2 .



Se $V(S_1)$ e $V(S_2)$ denotam, respectivamente, os volumes de S_1 e S_2 , pode-se afirmar que:

- a) $V(S_1) > V(S_2)$
- b) $V(S_1) + V(S_2) = 2\pi R^2 H$
- c) $V(S_1) < V(S_2)$
- d) $V(S_1) + V(S_2) = 7/3 \pi R^2 H$

57. (Ufc) Um ponto L dista $2r$ unidades de comprimento do centro de uma circunferência cujo raio mede r unidades de comprimento. A partir de L conduza duas tangentes à circunferência e denote os pontos de tangência por P e T. Então, a área lateral do cone circular reto, gerado pela rotação do triângulo LPT, tendo como eixo de rotação a mediana que parte de L, medida em unidades de área é:

- a) πr^2 .
- b) $(3\pi r^2)/2$.
- c) $(\pi r^2)/2$.
- d) $2\pi r^2$.
- e) $5\pi r^2$.

58. (Mackenzie) Um prisma e um cone retos têm bases de mesma área. Se a altura do prisma é $2/3$ da altura do cone, a razão entre o volume do prisma e o volume do cone é:

- a) 2
- b) $3/2$
- c) 3
- d) $5/3$
- e) $5/2$

59. (Ufmg) Em uma mineração, com o uso de esteira rolante, é formado um monte cônico de minério, cuja razão entre o raio da base e a altura se mantém constante.

Se a altura do monte for aumentada em 30%, então, o aumento de volume do minério ficará MAIS PRÓXIMO de

- a) 60%.
- b) 150%.
- c) 90%.
- d) 120%.

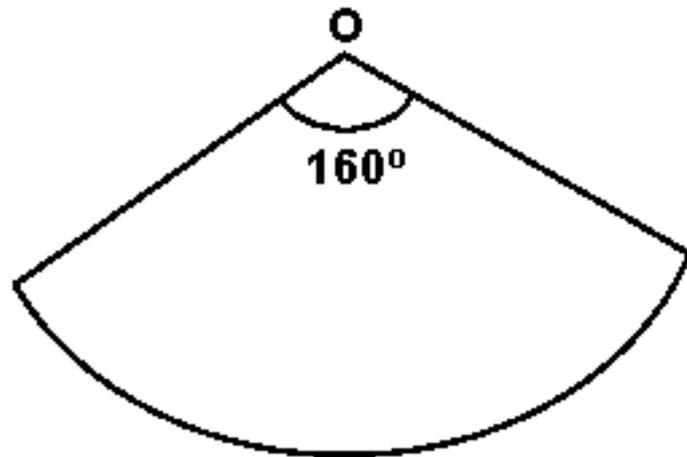
60. (Ufc) Um cone circular reto e uma pirâmide de base quadrada têm a mesma altura e o mesmo volume. Se r é a medida do raio da base do cone, e b é a medida do lado da base da pirâmide, então o quociente b/r é igual a:

- a) $1/3$
- b) 1
- c) $\sqrt{\pi}$
- d) π
- e) 2π

61. (Ita) Considere o triângulo isósceles OAB, com lados OA e OB de comprimento $(\sqrt{2})R$ e lado AB de comprimento $2R$. O volume do sólido, obtido pela rotação deste triângulo em torno da reta que passa por O e é paralela ao lado AB, é igual a:

- a) $\pi R^3/2$
- b) πR^3
- c) $4\pi R^3/3$
- d) $(\sqrt{2})\pi R^3$
- e) $(\sqrt{3})\pi R^3$

62. (Mackenzie) Planificando a superfície lateral de um cone, obtém-se o setor circular da figura, de centro O e raio 18 cm. Dos valores abaixo, o mais próximo da altura desse cone é:



- a) 12 cm
- b) 18 cm
- c) 14 cm
- d) 16 cm
- e) 20 cm

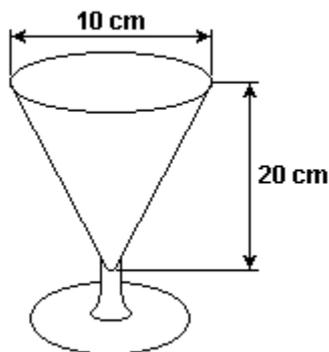
63. (Ufrj) Sônia reuniu a família e mostrou uns slides que iria passar para os seus alunos sobre a "seca no nordeste". Após a exibição, Rubert sugeriu que aumentasse a área de projeção em 25%. Para realizar o pedido de Rubert, Sônia recuou o projetor, afastando-o ainda mais 2 metros em relação à parede de projeção. A distância total do projetor até a parede de projeção passou a ser, então,

- a) $\sqrt{5}$ m.
 b) $2\sqrt{5}$ m.
 c) 2,5 m.
 d) $3\sqrt{2}$ m.
 e) $4(\sqrt{5} + 2)$ m.

64. (Ufsm) A área da superfície de uma esfera e a área total de um cone circular reto são iguais. Se o raio da base do cone mede 4 cm e o volume do cone é 16π cm³, o raio da esfera é dado por

- a) $\sqrt{3}$ cm
 b) 2 cm
 c) 3 cm
 d) 4 cm
 e) $4 + \sqrt{2}$ cm

65. (Ufscar) Em uma lanchonete, um casal de namorados resolve dividir uma taça de milk shake com as dimensões mostradas no desenho.



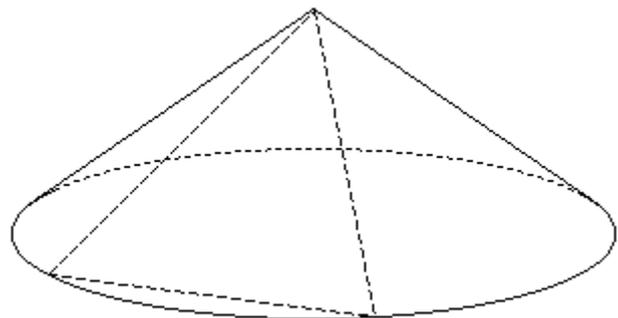
- a) Sabendo-se que a taça estava totalmente cheia e que eles beberam todo o milk shake, calcule qual foi o volume, em mL, ingerido pelo casal. Adote $\pi = 3$.
 b) Se um deles beber sozinho até a metade da altura do copo, quanto do volume total, em porcentagem, terá bebido?

66. (Ufmg) Um cone é construído de forma que:
 - sua base é um círculo inscrito em uma face de um cubo de lado a ; e
 - seu vértice coincide com um dos vértices do cubo localizado na face oposta àquela em que se encontra a sua base.

Dessa maneira, o volume do cone é de

- a) $\pi a^3/6$.
 b) $\pi a^3/12$.
 c) $\pi a^3/9$.
 d) $\pi a^3/3$.

67. (Ufpe) Um plano que passa pelo vértice de um cone reto intercepta o círculo da base deste em uma corda de comprimento 6. Este plano forma com o plano da base do cone um ângulo de 40° e a altura do cone é 3,36. Indique o inteiro mais próximo do volume do cone. (Dado: use as aproximações $\text{tg } 40^\circ \approx 0,84$ e $\pi \approx 3,14$).



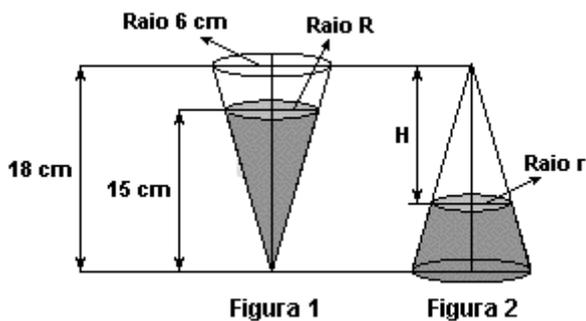
68. (Ufsc) A geratriz de um cone equilátero mede $2\sqrt{3}$ cm.

Calcule a área da seção meridiana do cone, em cm², e multiplique o resultado por $\sqrt{3}$.

69. (Pucpr) Um cone circular reto de volume A , um cilindro circular reto de volume M , e uma esfera de volume C têm todos o mesmo raio, e a altura comum do cone e do cilindro é igual ao diâmetro da esfera. Para estes sólidos, qual das seguintes relações é válida?

- a) $A - M + C = 0$
 b) $A + M = C$
 c) $2A = M + C$
 d) $A^2 - M^2 + C^2 = 0$
 e) $2A + 2M = 3C$

70. (Unesp) Um recipiente tampado, na forma de um cone circular reto de altura 18 cm e raio 6 cm, contém um líquido até a altura de 15 cm (figura 1). A seguir, a posição do recipiente é invertida (figura 2).



Sendo R e r os raios mostrados nas figuras,
 a) determine R e o volume do líquido no cone em cm^3 (figura 1), como múltiplo de π .
 b) dado que $r = \sqrt[3]{91}$, determine a altura H da parte sem líquido do cone na figura 2. (Use a aproximação $\sqrt[3]{91} \approx 9/2$.)

71. (Ita) A área total da superfície de um cone circular reto, cujo raio da base mede R cm, é igual à terça parte da área de um círculo de diâmetro igual ao perímetro da seção meridiana do cone. O volume deste cone, em cm^3 , é igual a

- a) πR^3
- b) $\pi (\sqrt{2}) R^3$
- c) $[\pi / (\sqrt{2})] R^3$
- d) $\pi (\sqrt{3}) R^3$
- e) $[\pi / (\sqrt{3})] R^3$

72. (Uerj) Para revestir externamente chapéus em forma de cones com 12 cm de altura e diâmetro da base medindo 10 cm, serão utilizados cortes retangulares de tecido, cujas dimensões são 67 cm por 50 cm. Admita que todo o tecido de cada corte poderá ser aproveitado.

O número mínimo dos referidos cortes necessários para forrar 50 chapéus é igual a:

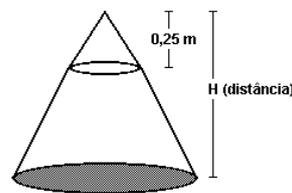
- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6

73. (Ufv) Um chapéu, no formato de um cone circular reto, é feito de uma folha circular de raio 30 cm, recortando-se um setor circular de ângulo $\theta = 2\pi/3$ radianos e juntando os lados. A área da base do chapéu, em cm^2 , é:

- a) 140π
- b) 110π
- c) 130π
- d) 100π
- e) 120π

74. (Ita) Um dos catetos de um triângulo retângulo mede $\sqrt[3]{2}$ cm. O volume do sólido gerado pela rotação deste triângulo em torno da hipotenusa é $\pi \text{ cm}^3$. Determine os ângulos deste triângulo.

75. (Ufrj) Considerando um lustre de formato cônico com altura e raio da base igual a 0,25m, a distância do chão (H) em que se deve pendurá-lo para obter um lugar iluminado em forma de círculo com área de $25 \pi \text{ m}^2$, é de



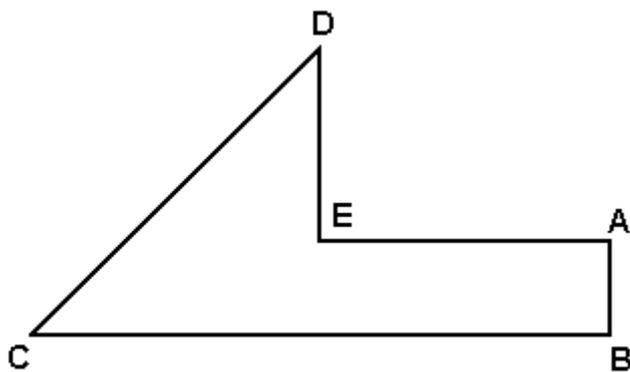
- a) 12m.
- b) 10m.
- c) 8m.
- d) 6m.
- e) 5m.

76. (Unicamp) O quadrilátero convexo ABCD, cujos lados medem, consecutivamente, 1, 3, 4 e 6 cm, está inscrito em uma circunferência de centro O e raio R .

- a) Calcule o raio R da circunferência.
- b) Calcule o volume do cone reto cuja base é o círculo de raio R e cuja altura mede 5 cm.

77. (Unicamp) a) Qual é o valor de λ na equação: $z^3 - 5z^2 + 8z - \lambda = 0$ de modo que $z=3$ seja uma raiz dessa equação?
- b) Para esse valor de λ , ache as três raízes z_1, z_2, z_3 dessa equação.
- c) Ache o volume do sólido obtido quando a região triangular cujos vértices são os pontos z_1, z_2, z_3 gira em torno da reta de equação $x=1$.

78. (Unioeste) Na figura ABCDE abaixo, tem-se: $AB=1$ unidade, $BC=6$ unidades, $AE=3$ unidades e $DE=2$ unidades. Sabendo-se, ainda, que o segmento AB é paralelo ao segmento DE e perpendicular aos segmentos BC e AE , é correto afirmar que:



01. O polígono ABCDE é um pentágono convexo.
02. O ângulo C mede 60° .
04. A área do polígono ABCDE é 7,5 unidades de área.
08. A área da superfície total do sólido gerado pela rotação do polígono ABCDE em torno de BC é $(15+9\sqrt{2})\pi$ unidades de área.
16. O perímetro da figura formada pelo polígono ABCDE e seu simétrico em relação ao eixo que passa por AB é $20+6\sqrt{2}$ unidades.
32. O volume do sólido gerado pela rotação de ABCDE em torno de BC é 12π unidades de volume.
64. O volume do sólido gerado pela rotação do polígono ABCDE em torno do segmento BC é igual ao volume do sólido gerado pela rotação do polígono ABCDE em torno do segmento AB.

GABARITO

1. V F V F V

2. [C]

3. 29

4. [E]

5. [E]

6. [C]

7. [B]

8. a) volume da água no cilindro: $108r^2 \text{ cm}^3$; volume da substância química na mistura: $27r^2 \text{ cm}^3$
b) 20% ; $h = 20 \text{ cm}$

9. [D]

10. [A]

11. a) $V_A = \pi B^2 C^2 / 3A$
 $V_B = \pi C^2 B / 3$
 $V_C = \pi B^2 C / 3$

b) $V_A = 3V_B \cdot V_C \sqrt{B^2 + C^2} / \pi \cdot B \cdot C (B^2 + C^2)$

12. [E]

13. $4\pi / 3 \text{ cm}^3$

14. [E]

15. 8376 litros

16. a) 5 cm

b) $25\pi \cdot (\sqrt{11}) / 3 \text{ cm}^3$

17. [A]

18. [E]

19. [B]

20. altura = $3 / 2 \text{ cm}$

raio = 2 cm

21. [E]

22. [D]

23. a) 16π
b) $27\pi / 2$

24. [A]

25. [B]

26. [B]

27. [E]

28. [C]

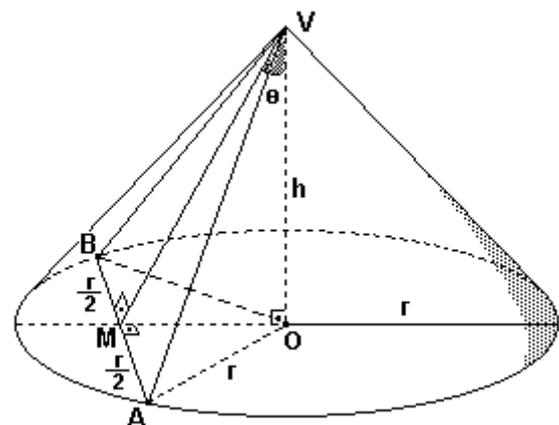
29. [A]

30. [E]

31. [E]

32. [A]

33.



Consideremos θ a medida do ângulo agudo MVO, que o eixo OV do cone forma com o plano α determinado por A, B e o vértice V do cone. O segmento OM é a altura do triângulo equilátero OBA e, portanto,
 $OM = OB \cdot \sqrt{3} / 2 \Leftrightarrow OM = r\sqrt{3} / 2$

Assim:

I) Se $\theta = 30^\circ$, então:

$$OM/OV = \operatorname{tg} 30^\circ \Leftrightarrow (r\sqrt{3}/2)/h = (\sqrt{3})/3 \Leftrightarrow h = 3r/2$$

II) Se $h = 3r/2$, então:

$$\operatorname{tg} \theta = [(r\sqrt{3})/2] / (3r/2) = (\sqrt{3})/3 \Leftrightarrow \theta = 30^\circ \text{ (pois } \theta \text{ é agudo)}$$

De (I) e (II) tem-se:

$$\theta = 30^\circ \Leftrightarrow h = 3r/2$$

34. [C]

35. [D]

36. 64

37. a) $\pi r^2 H$ e $(\pi R^2 s H)/3$

b) Se para $s = 3$ o líquido cabe todo no cone, então:

$$V' \geq V \Leftrightarrow (\pi R^2 3H)/3 \geq \pi r^2 H \Leftrightarrow \pi R^2 H \geq \pi r^2 H \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\pi R^2 H)/(\pi H) \geq (\pi r^2 H)/(\pi H), \text{ pois } \pi H > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R^2 \geq r^2 \Leftrightarrow R^2/r^2 \geq 1 \Leftrightarrow (R/r)^2 \geq 1 \Leftrightarrow R/r \geq 1, \text{ pois } R/r > 0$$

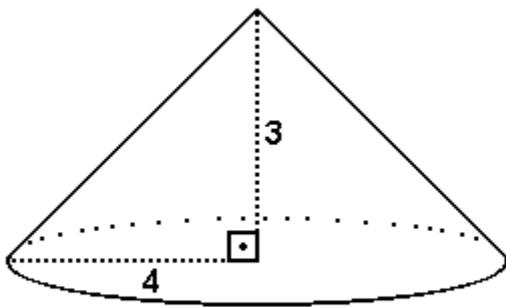
38. 30 cm

39. [D]

40. $\pi/3 \sqrt[3]{2} \text{ cm}^3$

41. [E]

42. a) Observe a figura a seguir



$$S = 36 \pi \text{ cm}^2$$

b) $r = 1,5 \text{ cm}$

43. [D]

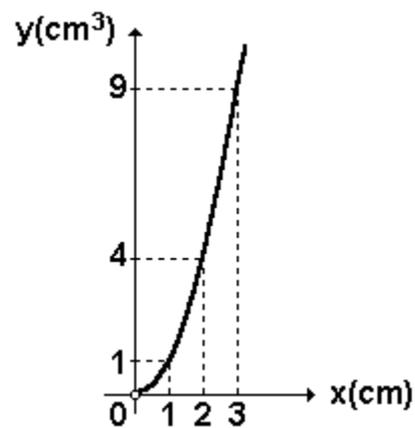
44. a) $[R(2\pi - \theta)]/2\pi$

b) $1/24 \cdot [(2\pi - \theta)/\pi]^2 \cdot [\sqrt{4\pi\theta - \theta^2}] \cdot R^3$

45. a) $y = x^2 \text{ (cm}^3\text{)}$

b) $1 \text{ cm}^3, 4 \text{ cm}^3$ e 9 cm^3 .

Observe a figura a seguir:



46. [D]

47. $x = (-1 + \sqrt{5})/2$

48. $V = 50 \text{ ml}$

49. [B]

50. $01 + 04 = 05$

51. [A]

52. a) $3\pi \text{ m}^3$

b) $6\pi \text{ m}^2$

53. $h = \sqrt{[(m - 1) \cdot S/\pi]} \text{ (} m > 1\text{)}$

54. [B]

55. [D]

56. [A]

78. F F V V F V F

57. [B]

58. [A]

59. [D]

60. [C]

61. [C]

62. [D]

63. [E]

64. [C]

65. a) 500 ml

b) 87,5%

66. [B]

67. 88

68. 9

69. [A]

70. a) $R = 5 \text{ cm}$ e $V = 125\pi \text{ cm}^3$

b) $H = 27/2 \text{ cm}$

71. [E]

72. [B]

73. [D]

74. 30° , 60° e 90° .

75. [E]

76. a) $R = 3(\sqrt{66})/8 \text{ cm}$

b) $495\pi/32 \text{ cm}^3$

77. a) 6

b) $1 + i$, $1 - i$, 3

c) $8\pi/3$