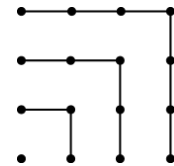


Canguru 2010 – Nível S (3ª série)

Problemas 3 pontos

1. Observando a figura, podemos verificar que $1+3+5+7=4\times 4$. Qual é o valor de $1+3+5+7+\dots+17+19+21$?



- (A) 10×10 (B) 11×11 (C) 12×12 (D) 13×13 (E) 14×14

2. Se as duas linhas abaixo têm a mesma soma, qual é o número representado por *?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2010
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	*

- (A) 1010 (B) 1020 (C) 1910 (D) 1990 (E) 2000

3. Dois cubos vazios têm bases de áreas 1 dm^2 e 4 dm^2 , respectivamente. Queremos usar o cubo menor para buscar água na bica e encher o cubo maior. Quantas vezes teremos que ir à bica?

- (A) 2 vezes (B) 4 vezes (C) 6 vezes (D) 8 vezes (E) 16 vezes

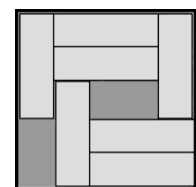
4. Quantos números inteiros positivos formados por quatro algarismos ímpares são divisíveis por cinco?

- (A) 100 (B) 125 (C) 250 (D) 625 (E) 900

5. O diretor da companhia disse: “Todos os nossos empregados têm pelo menos 25 anos”. Mais tarde descobriu-se que isso não era verdade. Isto significa que

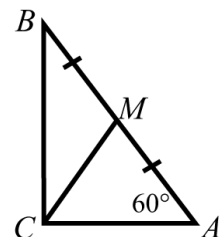
- (A) todos os empregados da companhia têm exatamente 25 anos
 (B) todos os empregados da companhia têm mais de 26 anos
 (C) nenhum dos empregados já tem 25 anos
 (D) algum empregado da companhia tem menos de 25 anos
 (E) algum empregado da companhia tem exatamente 26 anos

6. Sete tacos de $3\text{ cm}\times 1\text{ cm}$ foram colocados numa caixa de $5\text{ cm}\times 5\text{ cm}$. É possível deslizar os tacos na caixa de modo que haja espaço para mais um taco. Pelo menos quantos tacos terão que ser movidos?



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) impossível saber

7. O triângulo ABC é retângulo em C , M é o ponto médio da hipotenusa \overline{AB} e $m(\hat{A}) = 60^\circ$. Qual é a medida do ângulo $B\hat{M}C$?



- (A) 105° (B) 108° (C) 110° (D) 120° (E) 125°

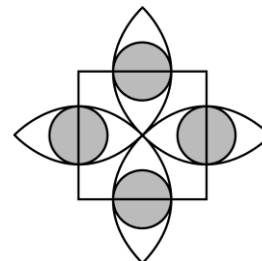
8. Qual dos números a seguir pode ser igual ao número de arestas de algum prisma?

- (A) 100 (B) 200 (C) 2008 (D) 2009 (E) 2010

9. Quantos números inteiros positivos de 2 algarismos xy são tais que os algarismos x e y têm a propriedade $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 0$?

- (A) 1 (B) 2 (C) 6 (D) 32 (E) nenhum

10. No desenho, o lado do quadrado mede 2, as semicircunferências passam pelo centro do quadrado e têm seus centros nos vértices do quadrado. Os círculos cinzentos têm seus centros sobre os lados do quadrado e são tangentes a duas semicircunferências. Qual é a soma das áreas cinzentas?



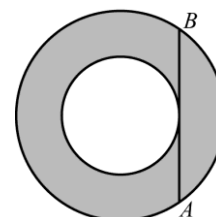
- (A) $4(3-2\sqrt{2})\pi$ (B) $\sqrt{2}\pi$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi$ (D) π (E) $\frac{1}{4}\pi$

Problemas 4 pontos

11. Os três números $\sqrt{7}$, $\sqrt[3]{7}$, $\sqrt[9]{7}$ são termos consecutivos de uma progressão geométrica. O termo seguinte dessa progressão é

- (A) 1 (B) $\sqrt[12]{7}$ (C) $\sqrt[10]{7}$ (D) $\sqrt[3]{7}$ (E) $\sqrt[5]{7}$

12. No desenho, a corda \overline{AB} é tangente à circunferência concêntrica menor. Se $AB = 16$, qual é a área da região cinza?



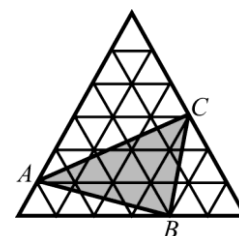
- (A) 32π (B) 63π (C) 64π (D) $32\pi^2$ (E) 256π

13. Os números inteiros x e y satisfazem à equação $2x = 5y$. Somente um dos números a seguir é igual à soma $x + y$. Qual é o número?

- (A) 2007 (B) 2008 (C) 2009 (D) 2010 (E) 2011

14. Na figura, o maior triângulo é equilátero e consiste de 36 triângulos menores equiláteros e de área 1 cm^2 cada um. Qual é a área do triângulo ABC ?

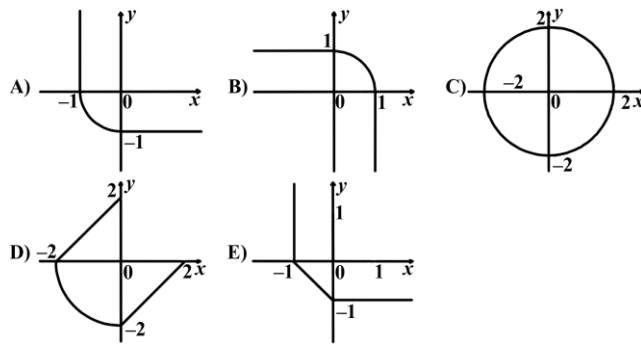
- (A) 9 cm^2 (B) 10 cm^2 (C) 11 cm^2 (D) 12 cm^2 (E) 15 cm^2



15. Numa sacola há bolas azuis, vermelhas e verdes, existindo pelo menos uma bola com cada uma dessas três cores. Sabemos que, se retirarmos cinco bolas da sacola sem olhá-las, certamente duas serão vermelhas e pelo menos três terão a mesma cor. Quantas bolas azuis há na sacola?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) faltam dados para a resposta

16. Qual dos gráficos a seguir representa o conjunto das soluções da equação $(x - |x|)^2 + (y - |y|)^2 = 4$?



17. Quantos triângulos retângulos podem ser formados unindo-se três vértices quaisquer de um polígono regular de 14 lados?

- (A) 42 (B) 84 (C) 88 (D) 98 (E) 168

18. Cada sinal * na expressão $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10$ é substituído por um sinal de mais (+) ou um sinal de vezes (\times), obtendo-se uma expressão aritmética cujo maior valor possível é N . Qual é o menor fator primo de N ?

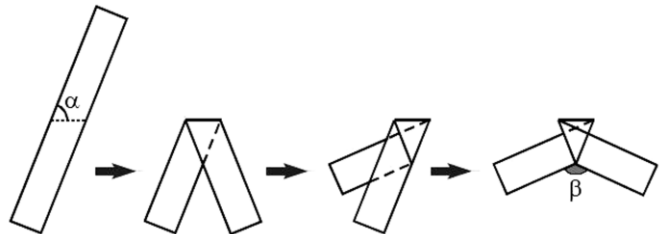
- (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) um número diferente dos anteriores

19. Os lados de um triângulo têm como medidas os inteiros positivos 13, x e y . Se $xy = 105$, qual é o perímetro do triângulo?

- (A) 35 (B) 39 (C) 51 (D) 69 (E) 119

20. Uma tira de papel é dobrada três vezes conforme o desenho. Se $\alpha = 70^\circ$, qual é o valor de β ?

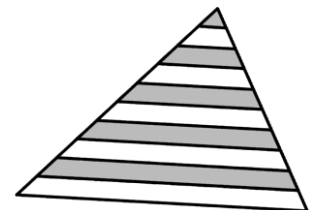
- (A) 100° (B) 110° (C) 120°
 (D) 130° (E) 140°



Problemas 5 pontos

21. No triângulo da figura, os segmentos paralelos à base dividem cada um dos dois outros lados em 10 segmentos iguais. Qual porcentagem da área do triângulo tem a cor cinza?

- (A) 41,75% (B) 42,5% (C) 45% (D) 46% (E) 47,5%



22. Numa corrida com 100 corredores, não houve dois que chegaram ao mesmo tempo. Todos os corredores, ao serem perguntados em que lugar chegaram, responderam com números que variavam de 1 a 100. Ocorre que a soma dos números dados nessas respostas foi 4000. Qual é o menor número possível de corredores que mentiram ao serem perguntados?

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

23. Um dado é lançado três vezes. Se o número de pontos obtidos no terceiro lançamento for igual à soma dos dois números de pontos obtidos nos lançamentos anteriores, qual é a probabilidade de que o 2 apareça pelo menos uma vez?

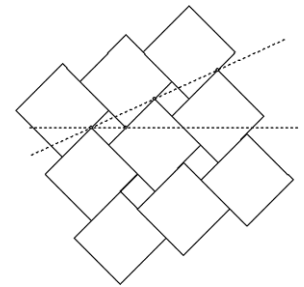
- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{91}{216}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{8}{15}$ (E) $\frac{7}{12}$

24. O código de barras mostrado é composto por faixas brancas e pretas alternadas, sendo pretas as faixas das extremidades. Cada uma das faixas, branca ou preta, tem largura 1 ou 2 e a largura total do código de barras é 12. Quantos códigos de barra diferentes, nessas condições, lidos da esquerda para a direita, é possível construir?



- (A) 12 (B) 24 (C) 66 (D) 116 (E) 132

25. Um piso é recoberto com ladrilhos quadrados de dois tamanhos diferentes, conforme figura. Os lados desses quadrados são, respectivamente, a e b , sendo $a > b$. Se as linhas tracejadas na figura formam um ângulo de 30° , qual é a razão $a:b$?



- (A) $2\sqrt{3}:1$ (B) $2+\sqrt{3}:1$ (C) $3+\sqrt{2}:1$ (D) $3\sqrt{2}:1$ (E) $2:1$

26. A professora escreveu 10 vezes cada um dos números naturais de 1 a 10 na lousa e pediu para os alunos fazerem o seguinte: um deles apaga dois desses números e escreve na lousa a soma deles diminuída de um; o próximo apaga dois dos números restantes na lousa e faz o mesmo. O terceiro repete a operação, e assim sucessivamente, até que sobra um único número na lousa. Qual é esse número?

- (A) um número menor do que 400 (B) 451 (C) 460 (D) 488
(E) um número maior do que 500

27. O valor da expressão $\frac{(2+3)(2^2+3^2)\dots(2^{1024}+3^{1024})(2^{2048}+3^{2048})+2^{4096}}{3^{2048}}$ é

- (A) 2^{2048} (B) 2^{4096} (C) 3^{2048} (D) 3^{4096} (E) $3^{2048} + 2^{2048}$

28. A raiz quadrada do número $0,\underbrace{44\dots4}_{100 \text{ vezes}}$ é escrita na forma decimal. Qual é o 100º algarismo à direita da vírgula nessa representação?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

29. $f: R_+^* \rightarrow R; 2f(x) + 3f\left(\frac{2010}{x}\right) = 5x$. Então $f(6) = \dots$

- (A) 1 (B) 923 (C) 993 (D) 1013 (E) 2009

30. Os pontos P e Q pertencem, respectivamente, aos catetos de medidas a e b de um triângulo retângulo. Se K e H são os pés das perpendiculares traçadas de P e Q , respectivamente, à hipotenusa, qual é o menor valor da soma $KP + PQ + QH$?

- (A) $a + b$ (B) $\frac{2ab}{a+b}$ (C) $\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ (D) $\frac{a+b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$ (E) $\frac{a+b^2}{2ab}$