

1. Cálculo do trabalho numa transformação isotérmica

Consideremos n mols de moléculas de um gás ideal sofrendo o processo isotérmico indicado na figura. É importante observar que, embora a temperatura permaneça constante, o gás está trocando energia com o meio ambiente, na forma de calor (Q) e na forma de trabalho (\mathcal{W}).

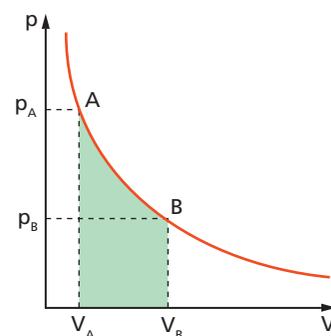
Se o gás vai do estado A para o estado B ou do estado B para o estado A , vemos que a área da região colorida na figura nos dá o módulo do trabalho realizado pelo gás. Usando o Cálculo Integral é possível demonstrar que o trabalho do gás é dado por:

$$\mathcal{W} = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

sendo V_f o volume final, V_i o volume inicial e \ln o símbolo do logaritmo neperiano. Lembremos que, para $x > 0$, temos:

$$\ln x = \log_e x$$

sendo $e = 2,71828\dots$



Exercícios

1. Tem-se 5,0 mols de moléculas de um gás ideal, ocupando volume de $0,20 \text{ m}^3$ e sob pressão de $1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. A partir desse estado o gás se expande isotermicamente até ocupar o volume $0,60 \text{ m}^3$. Calcule:

- a temperatura em que ocorre a transformação;
- o trabalho realizado pelo gás;
- a pressão final do gás;
- a quantidade de calor recebida pelo gás.

Resolução:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = 0,20 \text{ m}^3; V_2 = 0,60 \text{ m}^3; p_1 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \\ R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}; n = 5,0 \text{ mols} \end{array} \right.$$

$$\text{a) } p_1 V_1 = nRT \Rightarrow T = \frac{p_1 V_1}{nR} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{(1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2)(0,20 \text{ m}^3)}{(5,0)(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})} \Rightarrow T \cong 722 \text{ K}$$

$$\text{b) } \mathcal{W} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \ln\left(\frac{0,60}{0,20}\right) = \ln 3,0$$

Usando uma calculadora eletrônica, obtemos:

$$\ln 3,0 \cong 1,1$$

Portanto:

$$\mathcal{W} \cong (5,0 \text{ mols})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(722 \text{ K})(1,1)$$

$$\mathcal{W} \cong 3,3 \cdot 10^4 \text{ J}$$

c) Como a temperatura é constante, vale a Lei de Boyle:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow (1,5 \cdot 10^5)(0,20) = p_2(0,60)$$

$$p_2 = 5,0 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

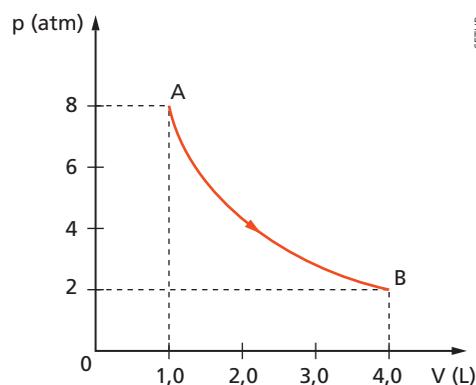
$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} Q = \mathcal{W} + \Delta U \\ \Delta U = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow Q = \mathcal{W} \cong 3,3 \cdot 10^4 \text{ J}$$

2. O volume de 3,0 mols de moléculas de um gás ideal varia de $0,10 \text{ m}^3$ para $0,050 \text{ m}^3$ numa contração isotérmica. Sabendo que a pressão inicial do gás é $1,2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ e que $R = 8,3 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, calcule:

- a temperatura em que se realiza o processo;
- o trabalho realizado pelo gás;
- a pressão final do gás.

3. Na situação da questão anterior, o gás recebeu ou cedeu calor durante a transformação? Quanto?

4. Tem-se 2,0 mols de moléculas de um gás ideal sofrendo a transformação isotérmica AB indicada no gráfico.



Sabendo que $R = 0,082 \text{ atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K}$ e $1 \text{ atm} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, calcule:

- a temperatura do gás;
- o trabalho realizado pelo gás.

2. Cálculo do trabalho numa transformação adiabática

O trabalho realizado por um gás que sofre uma transformação adiabática é dado por:

$$\bar{\tau} = \frac{p_i V_i - p_f V_f}{\gamma - 1}$$

sendo: p_i = pressão inicial; V_i = volume inicial; p_f = pressão final; V_f = volume final; γ = coeficiente de Poisson = $\frac{C_p}{C_v} = \frac{C_p}{C_v}$

Fazendo na equação acima as substituições

$$p_i V_i = nRT_i \quad \text{e} \quad p_f V_f = nRT_f$$

obtemos:

$$\bar{\tau} = \frac{nRT_i - nRT_f}{\gamma - 1} = \frac{nR(T_i - T_f)}{\gamma - 1}$$

mas:

$$T_i - T_f = -\underbrace{(T_f - T_i)}_{\Delta T} = -\Delta T$$

Assim:

$$\bar{\tau} = -\frac{nR(\Delta T)}{\gamma - 1}$$

Exercícios

5. Numa transformação adiabática, 5,0 mols de moléculas de um gás ideal sofrem uma queda de temperatura de 50 °C. Sendo os calores molares do gás $C_p = 6,8 \text{ cal/mol} \cdot \text{K}$ (sob pressão constante) e $C_v = 4,8 \text{ cal/mol} \cdot \text{K}$ (a volume constante) e a constante universal dos gases perfeitos $R = 8,3 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, determine:

- o trabalho realizado pelo gás;
- a variação da energia interna sofrida pelo gás.

Resolução

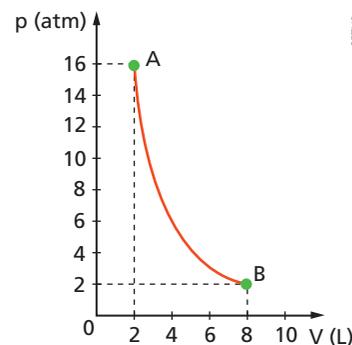
$$\left. \begin{array}{l} \Delta T = -50 \text{ K}; R = 8,3 \text{ J/mol} \cdot \text{K} \\ \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{6,8}{4,8} \cong 1,4 \\ n = 5,0 \text{ mols} \end{array} \right\} \bar{\tau} = -\frac{nR(\Delta T)}{\gamma - 1} = -\frac{(5,0)(8,3)(-50)}{1,4 - 1}$$

$$\bar{\tau} \cong 5,2 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\left. \begin{array}{l} Q = \bar{\tau} + \Delta U \\ Q = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U = -\bar{\tau} \Rightarrow \bar{\tau} \cong -5,2 \cdot 10^3 \text{ J}$$

6. A temperatura de 10 mols de moléculas de um gás ideal sofre elevação de 40 °C num processo adiabático. O calor específico do gás sob pressão constante é 1,25 cal/g · °C, e o calor específico do gás a volume constante é 0,75 cal/g · °C. Sendo a constante universal dos gases perfeitos $R = 8,3 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, determine:
- o trabalho realizado sobre o gás na transformação;
 - o aumento da energia interna do gás no processo.

7. No gráfico da figura está representada a expansão adiabática de certa quantidade de gás ideal. Se os calores específicos sob pressão constante e a volume constante valem, respectivamente, 1,2 cal/g · °C e 0,80 cal/g · °C, determine:



- o trabalho realizado pelo gás no processo, expresso em joules;
 - a variação de energia interna sofrida pelo gás nessa transformação, expressa em joules.
- (Dado: 1 atm = 1,01 · 10⁵ Pa.)

8. (ITA-SP) Certa quantidade de oxigênio (considerado aqui como gás ideal) ocupa um volume v_i a uma temperatura T_i e pressão p_i . A seguir, toda essa quantidade é comprimida, por meio de um processo adiabático e quase estático, tendo reduzido o seu volume para $v_f = \frac{v_i}{2}$. Indique o valor do trabalho realizado sobre esse gás.

- $W = \frac{3}{2}(p_i v_i)(2^{0,7} - 1)$
- $W = \frac{5}{2}(p_i v_i)(2^{0,7} - 1)$
- $W = \frac{5}{2}(p_i v_i)(2^{0,4} - 1)$
- $W = \frac{3}{2}(p_i v_i)(2^{1,7} - 1)$
- $W = \frac{5}{2}(p_i v_i)(2^{1,4} - 1)$