



2020 - 2022



# GEOMETRIA PLANA





# GEOMETRIA PLANA

Conheça os conceitos básicos de geometria, aprenda sobre semelhança e congruência de triângulos, a calcular áreas de figuras planas e muito mais!

**Esta subárea é composta pelos módulos:**

1. Fundamentos da Geometria Plana
2. Ângulos
3. Triângulos
4. Teorema de Tales
5. Teorema das Bissetrizes
6. Semelhança de Triângulos
7. Polígonos
8. Quadriláteros
9. Circunferência e Círculo
10. Posições Relativas
11. Potências de um Ponto
12. Áreas
13. Polígonos Regulares



# FUNDAMENTOS DA GEOMETRIA PLANA

A origem da geometria como área de estudo remonta aos tempos da Grécia antiga. Fascinados por filosofia, astronomia e esportes (quem nunca assistiu à uma Olimpíada?), foi um de seus habitantes, Tales de Mileto (c.624 — 546 a.C.), que introduziu os primeiros resultados em geometria. Ele é considerado o primeiro geômetra da matemática, entretanto, foi por Euclides de Alexandria (360 a.C. - 295 a.C.) que a geometria se desenvolveu de forma mais robusta. Em sua famosa obra *Os Elementos*, escrita em 13 volumes, Euclides descreveu o que ficaria conhecida como Geometria Euclidiana, partindo de três objetos básicos que servem de pilar para o nosso estudo, os chamados **entes primitivos: ponto, reta e plano**.

Não há definição matemática para esses entes. Sobre o **ponto**, o que podemos dizer é que não há como dividi-lo em pedacinhos menores do que ele já é. Dizemos ainda que ele é um objeto **adimensional**, ou seja, que não possui dimensão.

A ideia da **reta** é que ela é um conjunto de infinitos pontos que “não fazem curva”, sendo um objeto **unidimensional**, ou seja, que possui apenas uma dimensão. Através dessa ideia é possível perceber que a reta é infinita.

Já, o **plano** seria uma superfície, um objeto **bidimensional**, ou seja, que possui duas dimensões. O plano, assim como a reta, também é infinito.

Na geometria plana temos a seguinte notação:

- ▶ Os pontos são representados por letras maiúsculas do alfabeto ( $A, B, C, \dots, P, \dots$ );
- ▶ As retas são representadas por letras minúsculas do alfabeto ( $r, s, t, \dots$ );
- ▶ Os planos são representados por letras minúsculas do alfabeto grego ( $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \pi, \dots$ ).

Observe abaixo os entes primitivos:



Ponto



Reta



Plano



Perceba então que representamos apenas uma porção da reta e também uma porção do plano.

**Observação:** a reta também pode ser representada da seguinte forma:

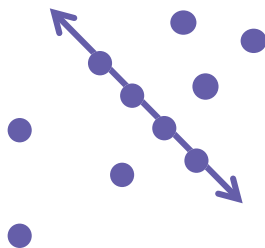


A partir destes três conceitos primitivos, Euclides enunciou alguns **postulados ou axiomas** para a geometria plana.

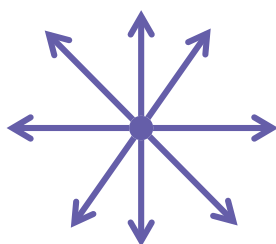
**Observação:** um postulado (axioma) é uma proposição aceita sem necessidade de demonstração.

## POSTULADOS DA GEOMETRIA PLANA

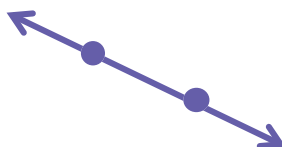
1. Em uma reta, bem como fora dela, existem infinitos pontos.



2. Por um ponto passam infinitas retas.

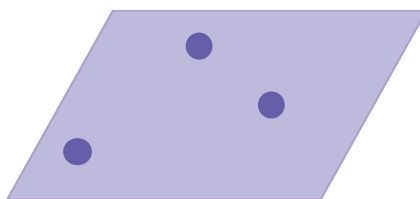


3. Por dois pontos distintos passa uma única reta.

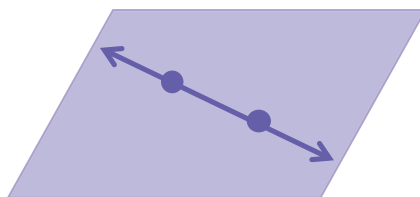




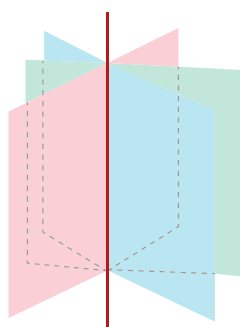
4. Por três pontos não colineares passa um único plano.



5. Se uma reta possui dois pontos distintos que estão num plano, então a reta está contida no plano.



6. Por uma reta passam infinitos planos.



**Observação:** colinear significa estar na mesma reta.

Agora que já estudamos os postulados, vamos focar no estudo da reta e suas posições!

## RETAS

Como estamos falando de geometria **plana**, é natural pensarmos em algumas “posições” que a reta pode assumir em duas dimensões (plano 2D). Classificamos as posições da reta em **absolutas** (quando estamos falando da própria reta em relação ao plano) e **relativas** (quando falamos de uma reta em relação à outra).

### Posições Absolutas da Reta

- ▶ **Horizontal:** quando a reta está na posição horizontal (ou seja, “deitada”).

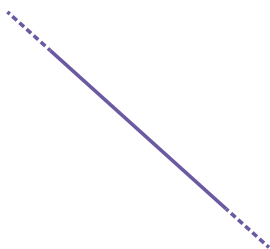




- ▶ **Vertical:** quando a reta está na posição vertical (ou seja, “em pé”).



- ▶ **Oblíqua (ou inclinada):** quando a reta está na posição diagonal (ou seja, “inclinada”). Essa inclinação pode ser tanto de um lado como de outro.



## Posições Relativas das Retas

- ▶ **Paralelas:** quando a distância entre as duas retas é sempre a mesma. Podem ser: distintas (quando não possuem nenhum ponto em comum) ou coincidentes (quando possuem todos os pontos em comum).

### Paralelas distintas:



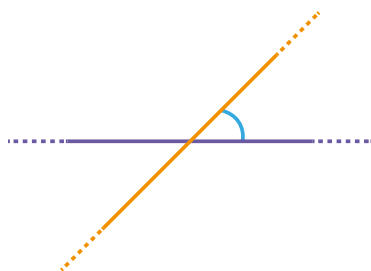
### Paralelas coincidentes:



Em ambos os casos, se chamarmos a reta roxa de  $r$  e a reta laranja de  $s$ , temos que  $r // s$ . O símbolo  $//$  é lido como: paralelo.

Vale ressaltar também que no caso de retas paralelas coincidentes, é bastante comum representarmos as retas através de:  $r \equiv s$ . Tal símbolo é lido como equivalente, ou, neste caso, coincidente. Ainda sobre essas retas, podemos dizer que  $r$  e  $s$  são a mesma reta e, neste caso, a distância entre as duas retas é zero.

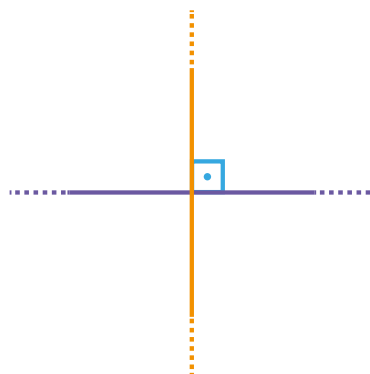
- ▶ **Concorrentes:** quando as duas retas possuem intersecção em um único ponto. Isto quer dizer que elas se cruzam em um ponto comum.



Perceba que as retas formam um ângulo entre si.



► **Perpendiculares:** quando as duas retas possuem intersecção em um único ponto e o ângulo entre elas vale  $90^\circ$ .



Perceba então que as retas perpendiculares são concorrentes!

Agora que já falamos das posições da reta, vamos explorar mais algumas definições importantes para a fundamentação do nosso curso.

## OUTRAS DEFINIÇÕES DA GEOMETRIA PLANA

### Segmento de Reta

Dados dois pontos A e B sobre uma reta, chamamos de segmento de reta  $\overline{AB}$  o conjunto de todos os pontos entre A e B (com ambos inclusos).



Perceba que o segmento de reta nada mais é do que um “pedaço” de uma reta (tem início em um ponto e final em outro ponto).

O próximo conceito que veremos é parecido com o anterior.

### Semirreta

Dados dois pontos A e B sobre uma reta, chamamos de semirreta  $\overrightarrow{AB}$  o conjunto formado pela união do segmento  $\overline{AB}$  com o conjunto dos pontos P tais que B está entre A e P.



Assim, vemos que a semirreta tem início em um ponto e é infinita para apenas um lado.

Agora, vamos definir **ponto médio**.



## Ponto Médio

Dado um ponto  $M$  pertencente ao segmento de reta  $\overline{AB}$ , dizemos que  $M$  é ponto médio de  $\overline{AB}$  quando  $M$  divide o segmento em dois segmentos congruentes, ou seja,  $\overline{AM} \equiv \overline{MB}$ .



Olhando para um segmento de reta, o ponto médio é simplesmente o ponto que divide este segmento exatamente no meio.

### Observações:

- ▶ Congruente significa mesma medida;
- ▶ Na imagem anterior, os risquinhos indicam que os segmentos possuem a mesma medida, ou seja, que são congruentes.

Os fundamentos e conceitos são o começo de tudo quando falamos da geometria plana. Na próxima apostila passaremos a falar de outro assunto fundamental: os ângulos.

### ANOTAÇÕES

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---