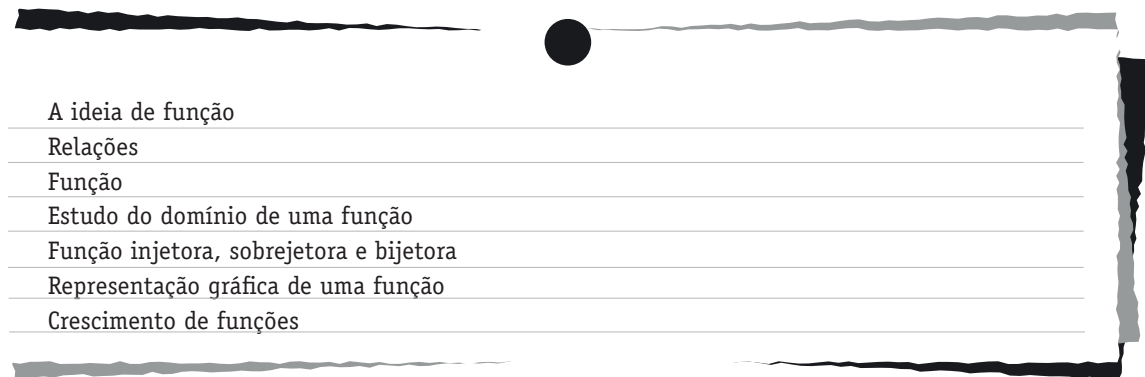


Competência(s):
3, 4, 5 e 6

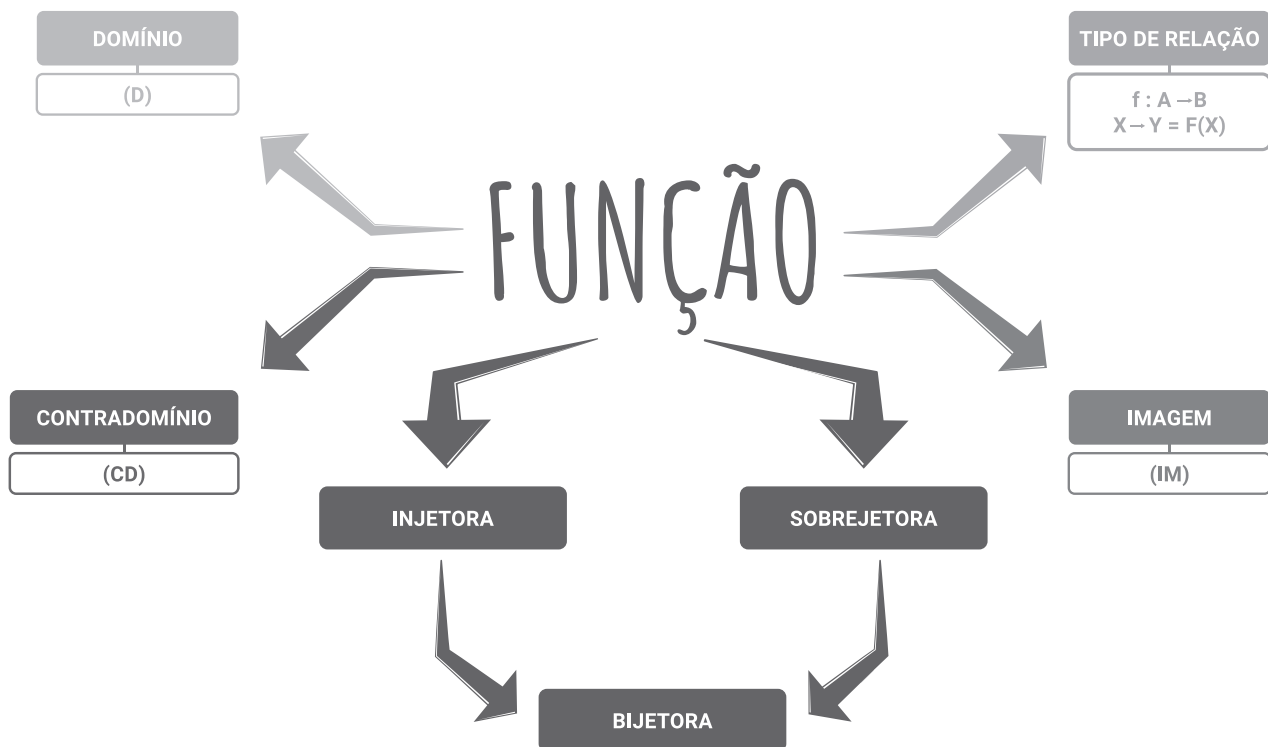
Habilidade(s):
13, 15, 20 e 25

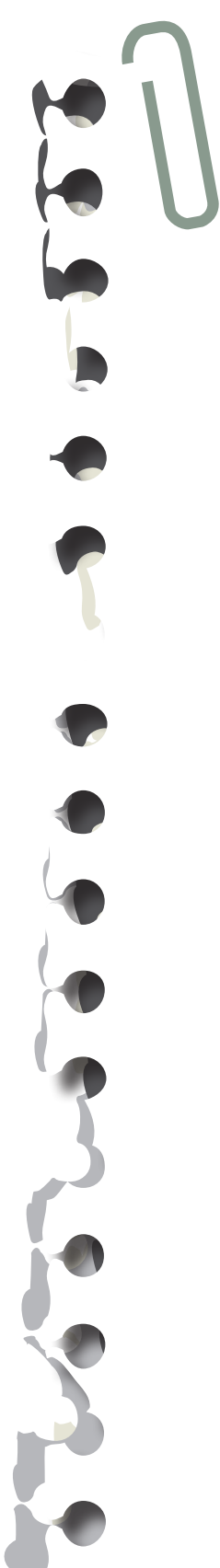
AULAS 11 e 12

VOCÊ DEVE SABER!



MAPEANDO O SABER





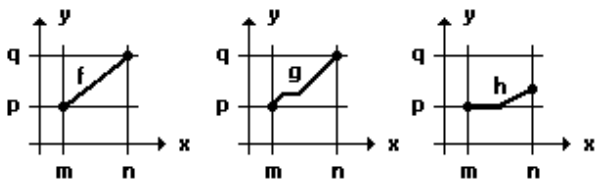
ANOTAÇÕES



EXERCÍCIOS DE SALA

1. (UFRGS) Considerando $A = \{x \in \mathbb{Z} / -1 < x \leq 10\}$, e sendo R a relação em A formada pelos pares (x,y) tais que $y=2x-1$, o domínio e a imagem dessa relação correspondem, respectivamente, a
- $\{0, 1, 2, 3\}$ e $\{1, 3, 5, 7\}$
 - $\{1, 2, 3, 4\}$ e $\{3, 5, 7, 9\}$
 - $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ e $\{0, 2, 4, 6, 8\}$
 - $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
 - $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\{0, 2, 4, 6, 8\}$

2. (UFF) Considere as funções f , g e h , todas definidas em $[m, n]$ com imagens em $[p, q]$ representadas através dos gráficos a seguir:



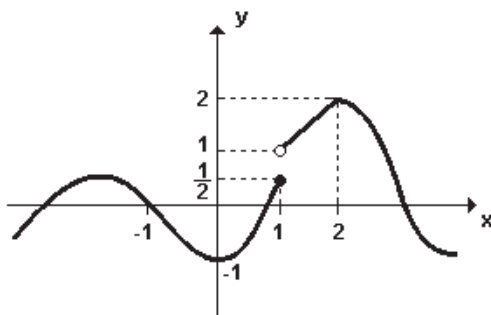
Pode-se afirmar que:

- f é bijetiva, g é sobrejetiva e h não é injetiva.
- f é sobrejetiva, g é injetiva e h não é sobrejetiva.
- f não é injetiva, g é bijetiva e h é injetiva.
- f é injetiva, g não é sobrejetiva e h é bijetiva.
- f é sobrejetiva, g não é injetiva e h é sobrejetiva.

3. (UEM) Sobre a função real definida por $f(x) = 10 - \frac{10}{x+5}$, assinale o que for correto.

- 01) O domínio de f é o conjunto $\{x \in \mathbb{R} : x \neq -5\}$.
- 02) A imagem de f é o conjunto $\{y \in \mathbb{R} : y < 0\}$.
- 04) O gráfico de f não intercepta o eixo y .
- 08) A função f é injetora.
- 16) $f(-15) = -f(15)$.

4. (UFRRJ) No gráfico a seguir, a imagem do intervalo $[-1, 2)$ é



a) $\left[\frac{1}{2}, 1\right) \cup (-2, 1]$.

b) $\left(\frac{1}{2}, 1\right] \cup [-2, 1)$.

c) $\left[-\frac{1}{2}, 1\right] \cup (1, 2)$.

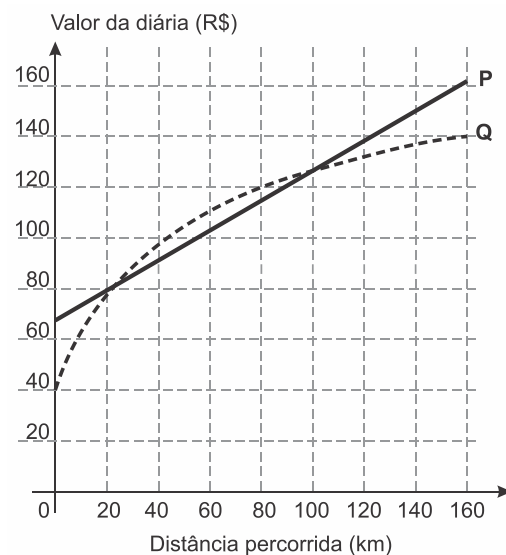
d) $\left[-1, \frac{1}{2}\right] \cup (1, 2)$.

e) $\left[-1, \frac{1}{2}\right] \cup [1, 2]$.

5. (UFMG) Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que $f(x+1) = 2f(x) - 5$ e $f(0) = 6$.

O valor de $f(2)$ é

- 0
 - 3
 - 8
 - 9
 - 12
6. (ENEM) Atualmente existem diversas locadoras de veículos, permitindo uma concorrência saudável para o mercado, fazendo com que os preços se tornem acessíveis. Nas locadoras P e Q, o valor da diária de seus carros depende da distância percorrida, conforme o gráfico.



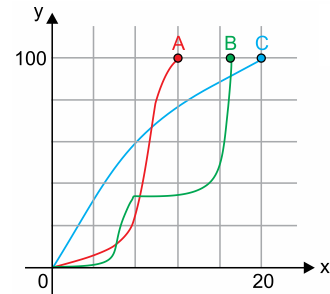
Disponível em: www.semretops.com
Acesso em: 7 ago. 2010

O valor pago na locadora Q é menor ou igual àquele pago na locadora P para distâncias, em quilômetros, presentes em qual(is) intervalo(s)?

- a) De 20 a 100.
- b) De 80 a 130.
- c) De 100 a 160.
- d) De 0 a 20 e de 100 a 160.
- e) De 40 a 80 e de 130 a 160.

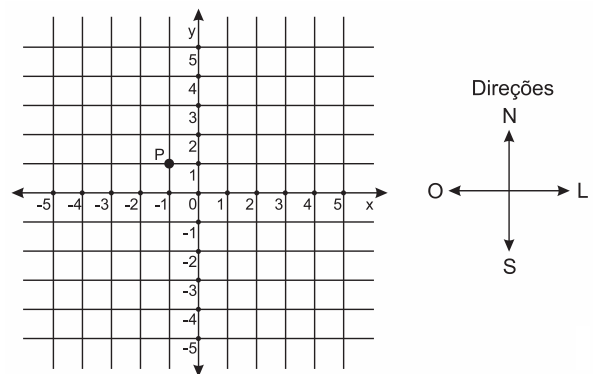
ESTUDO INDIVIDUALIZADO (E.I.)

1. **(ALBERT EINSTEIN - MEDICINA)** Alberto (A), Bernardo (B) e César (C) apostaram uma corrida de 100 metros. O gráfico do desempenho de cada um, com y sendo a distância percorrida, em metros, e x o tempo, em segundos, é mostrado a seguir.



A respeito do desempenho comparado dos três nessa corrida, é correto afirmar que

- a) após 60 metros de corrida não houve mais trocas de posições entre os três.
 - b) a taxa de crescimento da velocidade do vencedor é constante.
 - c) após 8 segundos de corrida não houve mais trocas de posições entre os três.
 - d) Bernardo conquistou o segundo lugar por mais de 4 segundos de diferença para o terceiro.
 - e) Alberto foi o vencedor e César o último colocado.
2. **(ENEM PPL)** Alunos de um curso de engenharia desenvolveram um robô "anfíbio" que executa saltos somente nas direções norte, sul, leste e oeste. Um dos alunos representou a posição inicial desse robô, no plano cartesiano, pela letra P, na ilustração.



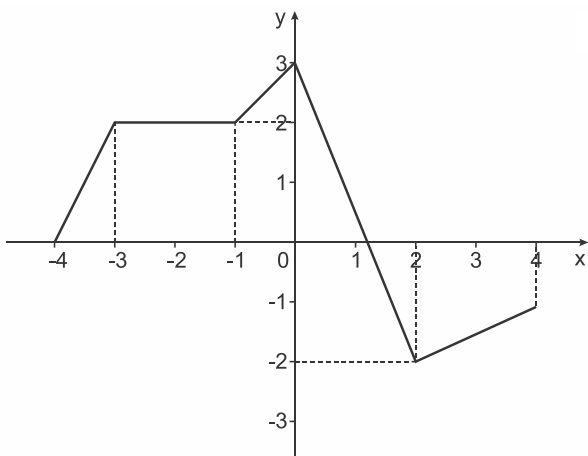
A direção norte-sul é a mesma do eixo y , sendo que o sentido norte é o sentido de crescimento de y , e a direção leste-oeste é a mesma do eixo x , sendo que o sentido leste é o sentido de crescimento de x .

Em seguida, esse aluno deu os seguintes comandos de movimentação para o robô: 4 norte, 2 leste e 3 sul, nos quais os coeficientes numéricos representam o número de saltos do robô nas direções correspondentes, e cada salto corresponde a uma unidade do plano cartesiano.

Depois de realizar os comandos dados pelo aluno, a posição do robô, no plano cartesiano, será

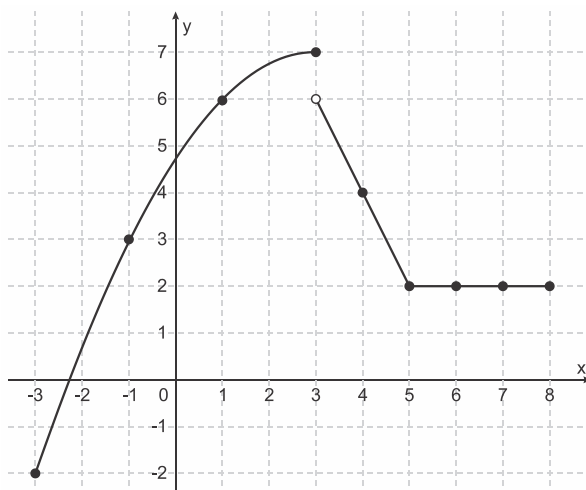
- a) (0; 2).
- b) (0; 3).
- c) (1; 2).
- d) (1; 4).
- e) (2; 1).

3. (G1 - CFTMG) Considere o gráfico da função f definida no intervalo real $[-4, 4]$.



A partir do gráfico de f representado, afirma-se, corretamente, que essa função

- a) não possui raízes reais.
 - b) é constante no intervalo $[-3, -1]$.
 - c) é crescente em todo intervalo $[-4, 0]$.
 - d) tem o conjunto imagem igual a $[-4, 4]$.
4. (UFJF-PISM 1) No plano cartesiano abaixo está representado o gráfico da função $f : [-3, 8] \rightarrow [-2, 7]$, no qual os pontos pretos destacados são os pontos em que o gráfico passa sobre os cruzamentos da malha.

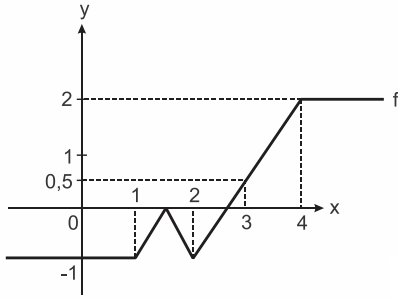


Seja $k = f(-3) + f(-1) + f(3) - f(4) + f(5)$.

O valor de x para o qual $f(x) = k$ é

- a) 7
 - b) 6
 - c) 3
 - d) 2
 - e) 1
5. (ENEM PPL) No primeiro ano do ensino médio de uma escola, é hábito os alunos dançarem quadrilha na festa junina. Neste ano, há 12 meninas e 13 meninos na turma, e para a quadrilha foram formados 12 pares distintos, compostos por uma menina e um menino. Considere que as meninas sejam os elementos que compõem o conjunto A e os meninos, o conjunto B , de modo que os pares formados representem uma função f de A em B .
- Com base nessas informações, a classificação do tipo de função que está presente nessa relação é
- a) f é injetora, pois para cada menina pertencente ao conjunto A está associado um menino diferente pertencente ao conjunto B .
 - b) f é sobrejetora, pois cada par é formado por uma menina pertencente ao conjunto A e um menino pertencente ao conjunto B , sobrando um menino sem formar par.
 - c) f é injetora, pois duas meninas quaisquer pertencentes ao conjunto A formam par com um mesmo menino pertencente ao conjunto B , para envolver a totalidade de alunos da turma.
 - d) f é bijetora, pois dois meninos quaisquer pertencentes ao conjunto B formam par com uma mesma menina pertencente ao conjunto A .
 - e) f é sobrejetora, pois basta que uma menina do conjunto A forme par com dois meninos pertencentes ao conjunto B , assim nenhum menino ficará sem par.

6. (G1 - CFTMG) Na figura, está representado o gráfico da função tal que $f(x) = y$.



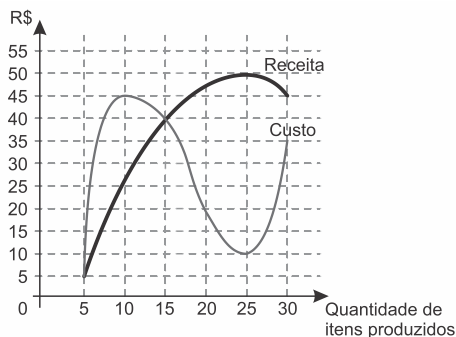
O valor da expressão $E = f(3) + f(2^5) + f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ pertence ao conjunto

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq -1\}$
 b) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 0\}$
 c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 2\}$
 d) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 1\}$
7. (FAAP) Analistas de produção verificaram que numa determinada montadora, o número de peças produzidas nas primeiras t horas diárias de trabalho é dado por:

$$f(t) = \begin{cases} 50(t^2 + t), & \text{para } 0 \leq t < 4 \\ 200(t+1), & \text{para } 4 \leq t \leq 8 \end{cases}$$

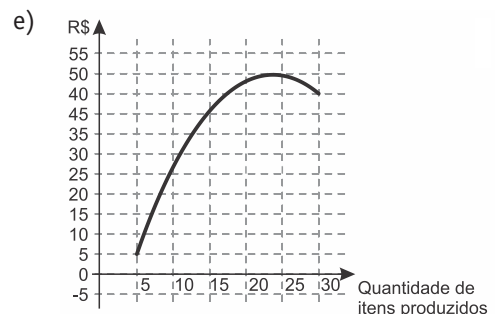
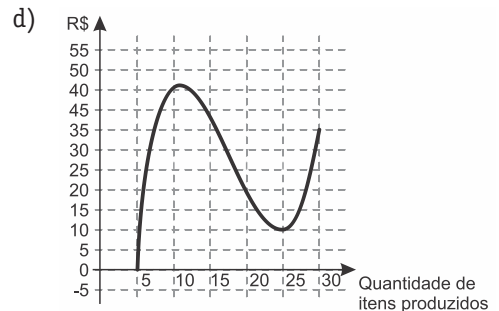
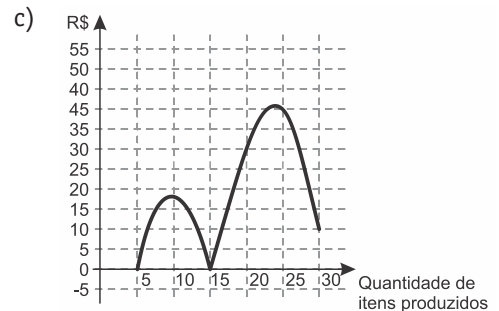
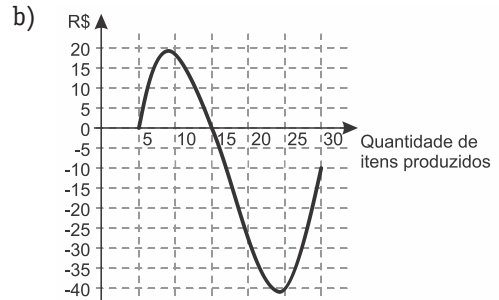
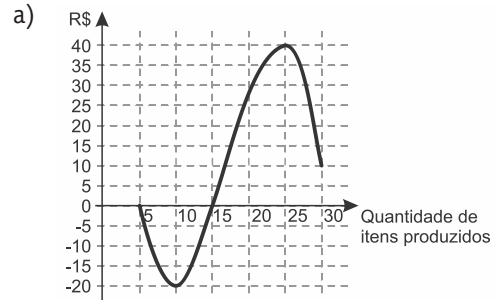
O número de peças produzidas na quarta hora de trabalho é:

- a) 1000
 b) 800
 c) 200
 d) 400
 e) 600
8. (ENEM) Um administrador resolve estudar o lucro de sua empresa e, para isso, traça o gráfico da receita e do custo de produção de seus itens, em real, em função da quantidade de itens produzidos.



O lucro é determinado pela diferença: Receita - Custo.

O gráfico que representa o lucro dessa empresa, em função da quantidade de itens produzidos, é



9. (UDESC) Considere a função f cujo gráfico está representado na figura abaixo.

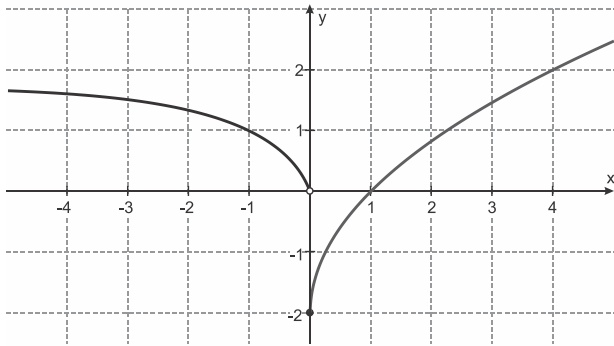


Gráfico de f

É correto afirmar que:

- a) $f : [-1, 4] \rightarrow [-2, 2]$ é injetora, mas não é sobrejetora.
 b) $f : [-1, 4] \rightarrow [-2, 2]$ é bijetora.
 c) $f : [-1, 1] \rightarrow [-2, 1]$ é injetora, mas não é sobrejetora.
 d) $f : [-1, 1] \rightarrow [-2, 1]$ é bijetora.
 e) $f : [-1, 1] \rightarrow [-2, 2]$ é sobrejetora, mas não é injetora.

10. (ESPCEX (AMAN)) Considerando a função real definida por $\begin{cases} 2 - |x - 3|, & \text{se } x > 2 \\ -x^2 + 2x + 1, & \text{se } x \leq 2 \end{cases}$ o valor de $f(0) + f(4)$ é

- a) -8
 b) 0
 c) 1
 d) 2
 e) 4

11. (UEL) Como podemos compreender a dinâmica de transformar números? Essa pergunta pode ser respondida com o auxílio do conceito de uma função real. Vejamos um exemplo. Seja a função dada por $f(x) = x\sqrt{5} + 1 - 2x$. Se $a, b \in \mathbb{R}$ são tais que $f(a) = b$, então diremos que b é descendente de a e também convencionaremos dizer que a é ancestral de b . Por exemplo, 1 é descendente de 0, já que $f(0) = 1$. Note também que 1 é ancestral de $\sqrt{5} - 1$, uma vez que $f(1) = \sqrt{5} - 1$.

Com base na função dada, e nessas noções de descendência e ancestralidade, atribua V (verdadeiro) ou F (falso) às afirmativas a seguir.

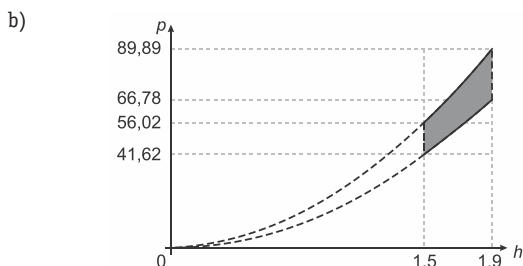
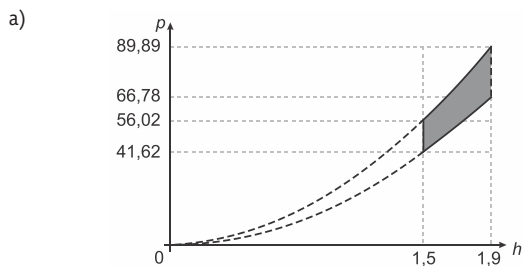
- () Todo número real tem descendente.
 () $2 + \sqrt{5}$ é ancestral de 2.
 () Todo número real tem ao menos dois ancestrais distintos.
 () Existe um número real que é ancestral dele próprio.
 () $6 - 2\sqrt{5}$ é descendente de 5.

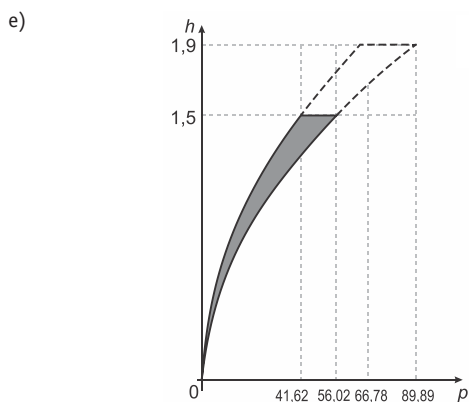
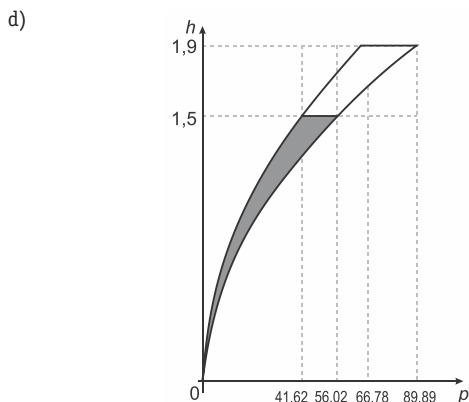
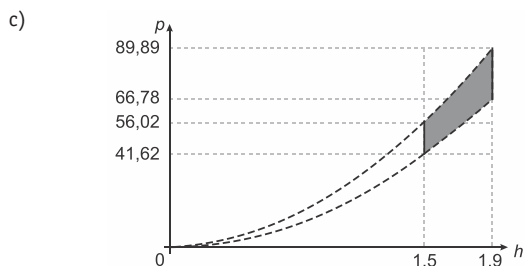
Assinale a alternativa que contém, de cima para baixo, a sequência correta.

- a) F, F, F, V, V
 b) F, V, F, F, V
 c) V, V, F, V, F
 d) V, V, V, F, V
 e) V, F, V, V, F

12. (UEL) Existem critérios, cada qual com suas vantagens e limitações, para determinar se certo indivíduo é obeso. Um dos principais testes aplicados para esse fim é o cálculo do Índice de Massa Corporal (IMC), definido pela equação $I = \frac{p}{h^2}$ em que I representa o IMC (kg/m^2), h representa a altura (m) e p representa a massa (kg). De acordo com a Organização Mundial da Saúde (OMS), um indivíduo é classificado como tendo IMC normal se $18,5 \leq I \leq 24,9$.

Considerando um universo composto por indivíduos adultos, cuja altura h seja tal que $1,5 \leq h < 1,9$, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a região no plano cartesiano $h \times p$ definida por todas as combinações de altura e massa dos indivíduos com IMC normal, nesse universo.





13. (PUCRJ) A função: $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ é tal que

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}f(2x), & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} + \frac{2}{3}f(2x-1), & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Quanto vale $f(1/7)$?

- a) $1/27$
- b) $1/25$
- c) $1/19$
- d) $1/9$

14. (ESPEX (AMAN)) Seja A o maior subconjunto de \mathbb{R} no qual está definida a função real $f(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 5x^2 - 25x + 125}{x+5}}$. Considere, ainda, B o conjunto das imagens de f. Nessas condições,

- a) $A = \mathbb{R} - \{-5\}$ e $B = \mathbb{R}_+ - \{10\}$.
- b) $A = \mathbb{R} - \{-5\}$ e $B = \mathbb{R}_+$.
- c) $A = \mathbb{R} - \{-5\}$ e $B = \mathbb{R}$.
- d) $A = \mathbb{R} - \{-5, 5\}$ e $B = \mathbb{R}_+$.
- e) $A = \mathbb{R} - \{-5\}$ e $B = \mathbb{R}_+ - \{10\}$.

15. (ITA) Considere funções $f, g, f + g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Das afirmações:

- I. Se f e g são injetoras, $f + g$ é injetora;
- II. Se f e g são sobrejetoras, $f + g$ é sobrejetora;
- III. Se f e g não são injetoras, $f + g$ não é injetora;
- IV. Se f e g não são sobrejetoras, $f + g$ não é sobrejetora,

é (são) verdadeira(s)

- a) nenhuma.
- b) apenas I e II.
- c) apenas I e III.
- d) apenas III e IV.
- e) todas.

16. (UEM) Sobre a função real definida por

$$f(x) = 10 - \frac{10}{x+5}, \text{ assinale o que for correto.}$$

- 01) O domínio de f é o conjunto
- 02) A imagem de f é o conjunto
- 04) O gráfico de f não intercepta o eixo y .
- 08) A função f é injetora.
- 16) $F(-15) = -f(15)$

17. (UFPR) Numa loja de automóveis usados, a comissão paga a cada um dos vendedores consiste num percentual sobre o total de vendas do vendedor mais um bônus por meta atingida, conforme a tabela abaixo:

Total de vendas no mês	Percentual sobre o total de vendas	Bônus por meta atingida
Até R\$ 80.000,00	0,8%	R\$ 0,00
Entre R\$ 80.000,00 e R\$ 200.000,00	1,0%	R\$ 600,00
Acima de R\$ 200.000,00	1,2%	R\$ 900,00

- a) Qual é a comissão paga a um vendedor que consegue vender R\$ 120.000,00 em um mês?
- b) Quanto um vendedor precisará vender em um mês para receber uma comissão de R\$ 3.900,00?
- c) Um dos vendedores apresentou uma reclamação ao gerente da loja porque havia recebido R\$ 1.000,00 de comissão. Explique por que esse valor está errado.

18. (UFU) Em função dos recentes problemas de escassez de água, uma prefeitura resolveu taxar o consumo de água nas residências segundo o que segue: para um consumo mensal de até 10m^3 , é cobrado um valor fixo de R\$ 32,00; para um consumo mensal superior a esse valor, é cobrado R\$ 32,00, mais um acréscimo linear, proporcional a R\$ 5,00 por m^3 consumido acima dos 10m^3 .

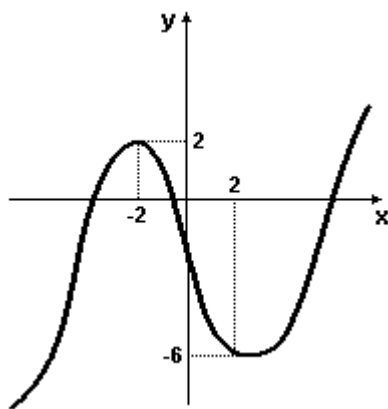
Os moradores de uma residência consumiram 8m^3 de água em abril e, devido a um vazamento não percebido, houve uma elevação do consumo em maio. Esse consumo foi superior a 10m^3 e elevou em 0,025% o valor efetivamente pago pelo m^3 de água em relação ao que foi pago em abril.

Elabore e execute uma resolução de maneira a determinar:

- a) Qual foi o valor efetivamente pago por m^3 de água em abril.
b) Quantos m^3 de água foram consumidos em maio.
19. (UNESP) Uma função de variável real satisfaz a condição $f(x+2) = 2f(x) + f(1)$, qualquer que seja a variável x . Sabendo-se que $f(3) = 6$, determine o valor de

- a) $f(1)$.
b) $f(5)$.

20. (UFRJ) A figura adiante representa o gráfico de uma certa função polinomial $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, que é decrescente em $[-2, 2]$ e crescente em $]-\infty, -2]$ e em $[2, +\infty[$.



Determine todos os números reais c para os quais a equação $f(x)=c$ admite uma única solução. Justifique.

GABARITO

1. E 2. C 3. B 4. E 5. A
6. C 7. D 8. A 9. D 10. D
11. C 12. A 13. B 14. B 15. A

16.

$$01 + 08 = 09.$$

[01] Verdadeira. De fato, pois f está definida para todo x real tal que $x + 5 \neq 0$, ou seja, $x \neq -5$. Logo, o maior subconjunto dos números reais para o qual f está definida é

$$[02] \text{ Falsa. Tem-se que } f(-6) = 10 - \frac{10}{-6+5}, \text{ isto é, } f(-6) = 20 > 0.$$

$$[04] \text{ Falsa. Na verdade, sabemos que } f(0) = 10 - \frac{10}{0+5}, \text{ ou seja, } f(0) = 8.$$

[08] Verdadeira. Para quaisquer $x_1, x_2 \in D_f$, temos $f(x_1) = f(x_2)$ implicando em $x_1 = x_2$. Com efeito, pois

$$10 - \frac{10}{x_1+5} = 10 - \frac{10}{x_2+5} \Rightarrow \frac{1}{x_1+5} = \frac{1}{x_2+5} \Rightarrow x_1 = x_2.$$

Portanto, f é injetiva.

$$[16] \text{ Falsa. Na verdade, temos } f(-15) = 10 - \frac{10}{-15+5} = 20 \text{ e } f(15) = 10 - \frac{10}{15+5} = \frac{19}{2}.$$

É imediato que $f(-15) \neq f(15)$.

17.

Seja $c(x)$ a comissão do paga ao vendedor para um total de vendas x , com $x \geq 0$. Tem-se que

$$c(x) = \begin{cases} 0,008x, & \text{se } x \leq 80000 \\ 0,01x + 600, & \text{se } 80000 < x \leq 200000. \\ 0,012x + 900, & \text{se } x > 200000 \end{cases}$$

a) Se $x = 120000$, então $c(120000) = 0,01 \cdot 120000 + 600 = \text{R\$ } 1.800,00$.

b) Desde que $c(200000) = 0,01 \cdot 200000 + 600 = \text{R\$ } 2.600,00 < \text{R\$ } 3.900,00$,

temos $3900 = 0,012x + 900 \Leftrightarrow x = \text{R\$ } 250.000,00$.

c) Se $c(x) = 1000$, então $1000 = 0,01x + 600 \Leftrightarrow x = \text{R\$ } 40.000,00$.

Mas, nesse caso, deveríamos ter $x < \text{R\$ } 80.000,00$.

Por outro lado, temos $1000 = 0,01x + 600 \Leftrightarrow x = \text{R\$ } 40.000,00$.

Contudo, nesse caso, deveríamos ter $R\$ 80.000,00 < x \leq R\$ 200.000,00$ e, assim, podemos concluir que é impossível um vendedor receber $R\$ 1.000,00$ de comissão, uma vez que esse valor não pertence ao conjunto imagem de c .

18.

a) O valor efetivamente pago por m^3 de água em abril foi de $\frac{32}{8} = R\$ 4,00$.

b) Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função dada por

$$f(x) = \begin{cases} 32, & \text{se } 0 \leq x \leq 10 \\ 32 + (x - 10) \cdot 5, & \text{se } x > 10 \end{cases}$$
$$= \begin{cases} 32, & \text{se } 0 \leq x \leq 10 \\ 5x - 18, & \text{se } x > 10 \end{cases}$$

em que $f(x)$ é o valor a pagar por um consumo de x m^3 de água.

Sabendo que o valor efetivo pago por m^3 de água em maio foi 0,025% superior ao de abril, segue que tal valor é igual a $1,00025 \cdot 4 = R\$ 4,001$. Em consequência, temos $4,001 = 5x - 18 \Leftrightarrow 0,999x = 18$

$$\Rightarrow x \cong 18 \text{ m}^3.$$

19.

a) $f(1) = 2$

b) $f(5) = 14$

20.

Para que a equação $f(x)=c$ tenha uma única solução, a reta $y=c$ deve interceptar o gráfico de f em um único ponto. Para que isso ocorra, esta reta deve passar acima do ponto $(-2,2)$ ou abaixo do ponto $(2, -6)$. Isto é, devemos ter $c > 2$ ou $c < -6$.