

FRENTE: FÍSICA II

PROFESSOR(A): CARLOS EDUARDO

ASSUNTO: LENTES

EAD – ITA/IME

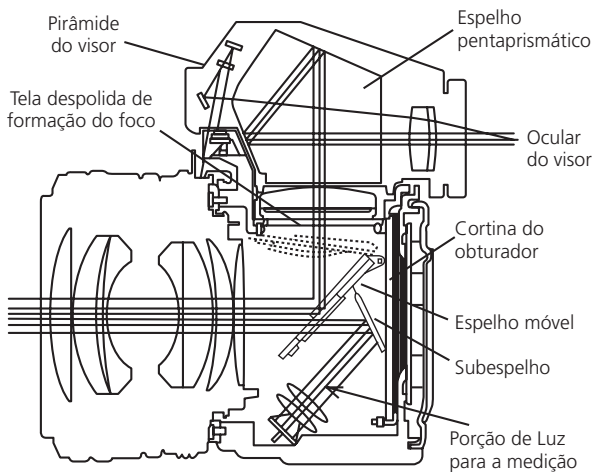
AULAS 14 A 16



Resumo Teórico

Lentes

Uma lente é, basicamente, um sistema que transmite e refrata, convergindo ou divergindo, raios luminosos. As aplicações são infinitas no ramo da óptica. Se você tiver oportunidade de olhar, detalhadamente, a estrutura de uma máquina fotográfica moderna ou uma lente *zoom* ou, ainda, um telescópio, você entenderá rapidamente a relevância das lentes esféricas.

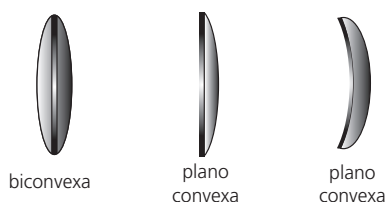


Esses instrumentos úteis são construídos utilizando lentes esféricas. Os óculos são constituídos de duas lentes esféricas. A lente é formada por dois diopros, sendo um esférico e o outro, plano ou esférico.

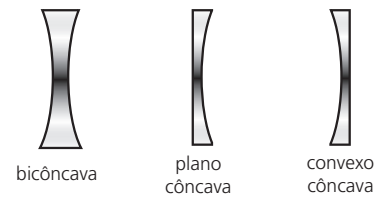
Classificação de uma lente

As lentes se encaixam em duas grandes classes, dependendo da espessura da periferia em relação à espessura central: lentes de bordas grossas e lentes de bordas finas.

Bordas finas:

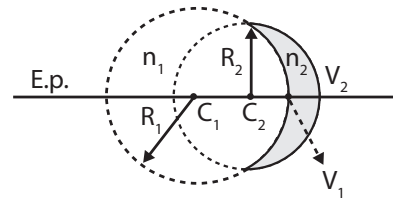


Bordas grossas:



Perceba que a nomenclatura é dada da seguinte forma: o nome da lente que possui o maior raio de curvatura vem em primeiro lugar. Quando as duas faces possuem mesma concavidade, acrescentamos o prefixo **bi**.

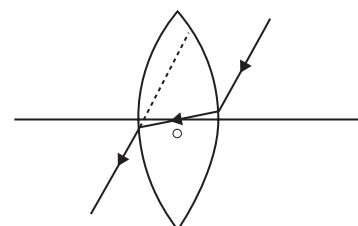
Elementos de uma lente



- C_1 e C_2 são os centros de curvatura das faces da lente;
- R_1 e R_2 são os raios de curvatura das faces da lente;
- $\overline{C_1C_2}$ é o eixo principal ou eixo óptico. É o eixo normal às faces da lente;
- V_1V_2 é a espessura da lente.

Centro óptico:

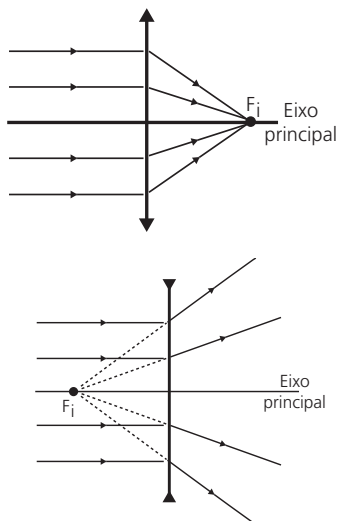
Quando um raio incide sobre a lente e esse não sofre desvio angular, mas sim desvio lateral. A interseção desse raio com o eixo óptico é chamada de centro óptico. Nas lentes delgadas, o desvio lateral tende a zero. Portanto, o centro óptico de uma lente delgada é o ponto no qual os raios que incidem sobre esse não sofrem nenhum tipo de desvio.



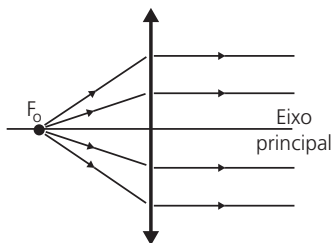
Focos e pontos antiprincipais

Para simplificar nossos estudos, usaremos a notação de Gauss para representar uma lente.

Façamos incidir, sobre uma lente esférica, um pincel cilíndrico de luz monocromática paralelo ao eixo principal da lente. Ao ser refratada, a luz emerge ou converge para um ponto, se a lente for convergente; ou diverge de um ponto, se a lente for divergente. Este ponto do eixo principal, em relação ao qual a luz converge ou diverge, é chamado foco principal imagem (F_i).

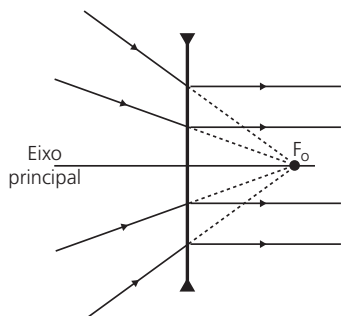


Façamos, agora, incidir um pincel de luz monocromática em uma lente esférica, de tal modo que o pincel de luz emergente seja cilíndrico e paralelo ao eixo principal. Para tanto, na lente convergente, ele deverá ser um pincel cônico divergente.



O ponto do eixo principal que coincide com o vértice do pincel cônico divergente é o foco principal objeto (F_o) da lente convergente.

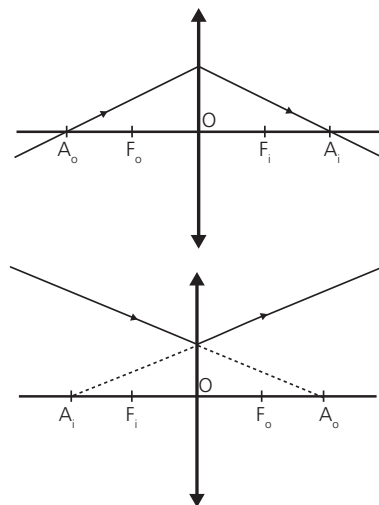
A fim de obter um pincel de luz emergente cilíndrico na lente divergente, o pincel de luz incidente deverá ser cônico convergente.



Atente ao fato de que os focos de uma lente convergente são reais, enquanto os de uma lente divergente são virtuais.

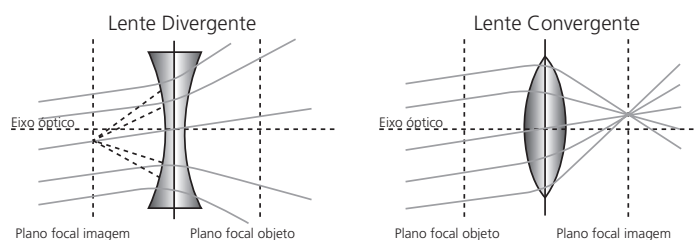
A uma distância igual ao dobro da distância focal do eixo óptico da lente, sobre o eixo principal, encontram-se dois pontos notáveis de uma lente esférica: são os pontos antiprincipais.

Um raio de luz incidente em uma lente esférica que passe (ou seu prolongamento) sobre o ponto antiprincipal objeto é refratado passando (ou seu prolongamento) pelo ponto antiprincipal imagem.

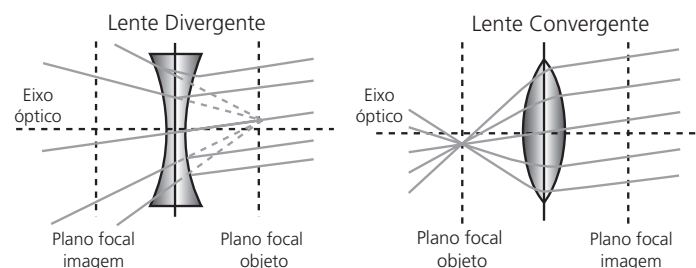


Planos focais

Se os raios incidentes são paralelos entre si, os raios refratados cruzam-se no plano focal imagem.



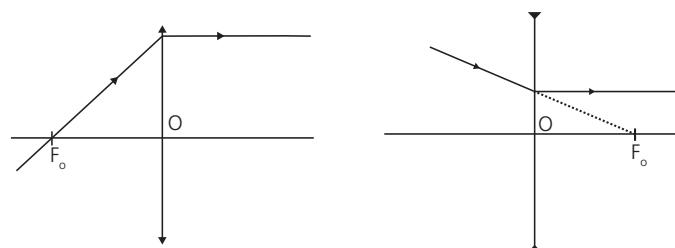
Se os raios incidentes se cruzam no plano focal objeto, os raios refratados são paralelos entre si.



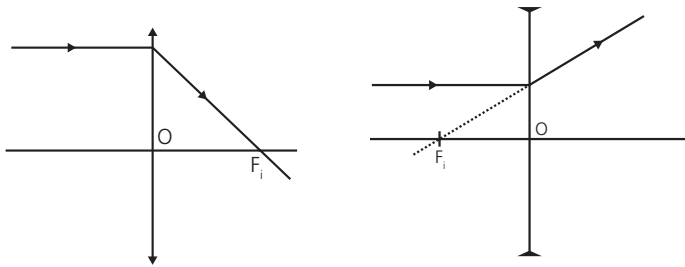
Raios notáveis

Faz-se necessário, para a construção geométrica das imagens em uma lente esférica, o estudo da refração de alguns raios de luz notáveis:

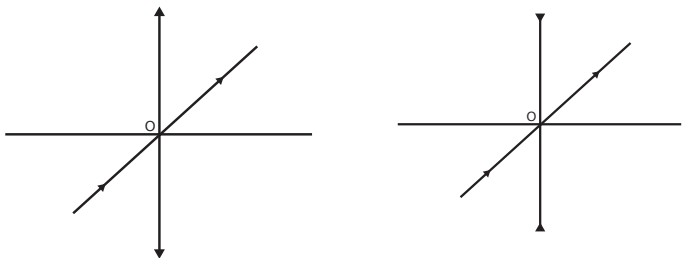
1º Todo raio de luz incidente (ou seu prolongamento) que passe pelo foco objeto (F_o) de uma lente esférica é refratado paralelo ao eixo principal.



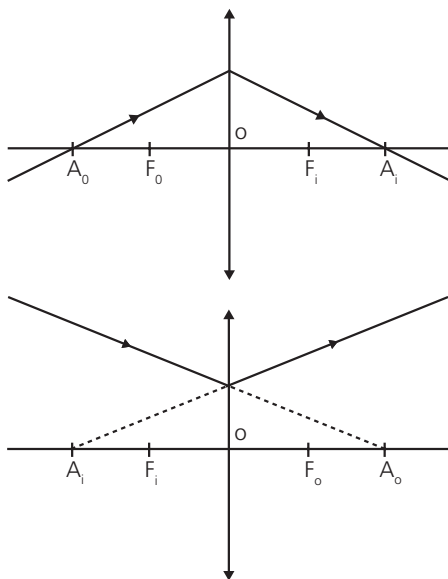
2º Todo raio de luz incidente paralelo ao eixo principal é refratado passando (ou seu prolongamento) pelo foco imagem (Fi).



3º Todo raio de luz incidente, em uma lente esférica delgada, passando sobre o eixo óptico da lente não sofre desvio ao ser refratado.



4º Todo raio de luz incidente em uma lente esférica que passe (ou seu prolongamento) pelo ponto antiprincipal objeto (Ao) é refratado passando (ou seu prolongamento) pelo ponto antiprincipal imagem (Ai).



Equação de Newton

Outra notação para se trabalhar com lentes é a notação de Newton. Essa se baseia nas distâncias ao foco.

Sendo x e x' as distâncias entre o objeto e o foco-imagem, tem-se:

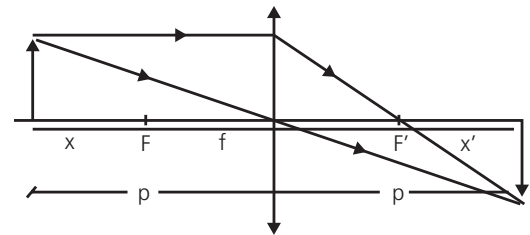
$$xx' = f^2$$

Conhecida como Equação de Newton, é válida não só para lentes, como também para espelhos esféricos.

Demonstrar a Equação de Newton.

Sabemos que $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$

Na figura a seguir, obtém-se: $\begin{cases} p = f + x \\ p' = f + x' \end{cases}$



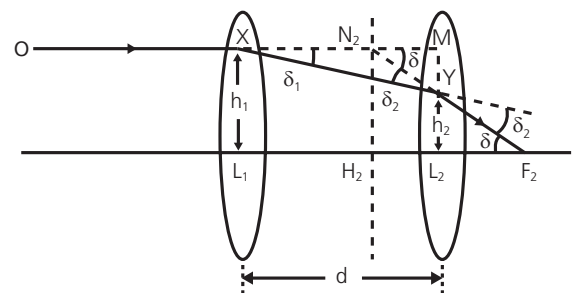
Levando na Equação de Gauss, tem-se:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f+x} + \frac{1}{f+x'} = \frac{(f+x') + (f+x)}{(f+x) \times (f+x')}$$

$$xx' = f^2$$

Determinação do foco equivalente

Tomemos duas lentes finas de focos f_1 e f_2 a uma distância d finita uma da outra. Se considerarmos que os eixos principais coincidam, podemos associar uma lente equivalente tal que esta proporcione uma imagem equivalente à imagem do sistema. Assim, chamamos o foco dessa lente como foco equivalente. Veja o esquema na figura a seguir:



Analisando os desvios, temos:

$$\delta_1 + \delta_2 = \delta$$

$$\frac{h_1}{f_1} + \frac{h_2}{f_2} = d$$

O foco equivalente é a distancia do plano, que passa por H_2 , ao cruzamento do raio luminoso com o eixo principal. Dessa forma, devemos ter que:

$$d = \frac{h_1}{f}$$

Por outro lado:

$$d_1 = \frac{MY}{XM} = \frac{h_1 - h_2}{d} = \frac{h_1}{f_1}$$

Substituindo h_2 , obtemos:

$$\frac{h_1}{f_1} + \frac{1}{f_2} h_1 - \frac{h_1}{f_1} \times d = \frac{h_1}{f}$$

Portanto:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

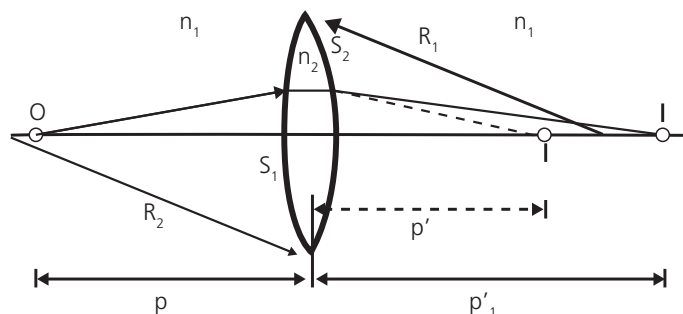
Se as lentes estiverem justapostas:

$$\lim_{d \rightarrow 0} \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Equação dos fabricantes de lentes

Equação da vergência é aquela que permite estabelecer a distância focal e o comportamento óptico de uma lente em função de seus elementos geométricos e dos meios refringentes que participam da operação.

Usaremos os resultados de dioptrios esféricos para calcular o foco de uma lente delgada em função do índice de refração do meio e da lente.



Adotaremos o mesmo referencial dos dioptrios esféricos. Teremos então:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{p'} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}$$

$$\frac{n_1}{p'} - \frac{n_2}{p'} = \frac{n_2 - n_1}{R_2}$$

Observe que não colocamos, explicitamente, os sinais de R_1 e R_2 , pois a demonstração serve para todos os casos. Quando você determinar os sinais, basta aplicar na equação.

Somando as duas equações, obtemos:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_1}{p'} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} + \frac{n_2 - n_1}{R_2}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{n_2 - n_1}{n_1 R_1} - \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}$$

Lembrando que os sinais de R_1 e R_2 são determinados pelo sentido do raio luminoso.

Atente ao fato de que consideramos os dois meios em que a lente se encontra, homogêneos. Se forem meios diferentes, temos de fazer o mesmo procedimento, porém, mantendo os índices de refração diferentes.

Em diversos empregos de lentes esféricas, como em óculos, é usual trabalharmos com o inverso da abscissa focal. Essa relação, conhecida como vergência ou convergência de uma lente, é representada por C . Assim:

$$C = 1/f$$

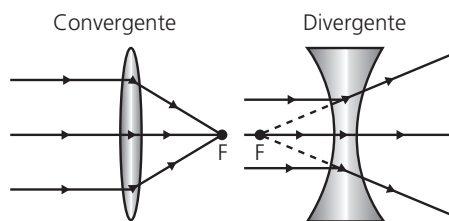
A unidade de vergência de uma lente é o inverso da unidade de comprimento utilizada na abscissa focal. No S.I., a abscissa focal é medida em metros. Portanto, no S.I., temos:

$$[C] = 1/m = m^{-1} = \text{di (dioptria)}$$

No cotidiano, a unidade dioptria é chamada "grau" da lente. Associando o módulo da grandeza vergência (C) de uma lente ao seu poder de desviar mais, ou menos, a luz. Por exemplo: uma lente de módulo de vergência de 5 di é "mais forte" que uma lente de módulo de vergência de 2 di. Isso significa que a lente de 5 di é capaz de desviar a luz, mais acentuadamente, que a lente de 2 di.

Comportamento óptico

Quando um feixe cilíndrico de raios paralelos incide sobre uma lente esférica, essa pode ter dois comportamentos ópticos distintos.



Resumidamente, temos:

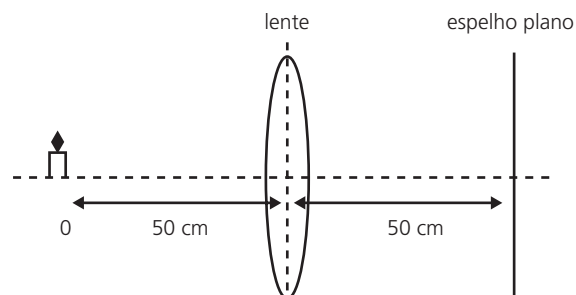
- I. Se o material de que é feita a lente for mais refringente do que o meio no qual ela está imersa, são convergentes as lentes de bordos finos e divergentes as lentes de bordos grossos.
- II. Se o material de que é feita a lente for menos refringente que o meio no qual ela está imersa, são convergentes as lentes de bordos grossos e divergentes as lentes de bordos finos.

	Convergentes	Divergentes
Geral $n_L > n_{ext.}$	Bordos finos	Bordos grossos
Raro $n_L < n_{ext.}$	Bordos grossos	Bordos finos



Exercícios

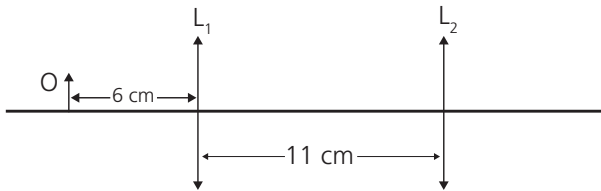
01. Usando uma lente delgada convergente de distância focal f , é possível projetar nitidamente a imagem de um objeto frontal (de tamanho igual a h) sobre uma tela situada a uma distância d do objeto. Verifica-se também que, dependendo da relação entre f e d , às vezes, há duas posições da lente que dão imagem nítida, às vezes, uma só posição e, às vezes, nenhuma. Determine uma relação entre f e d para que haja formação de tal imagem nítida.
02. A imagem nítida de um objeto é obtida em uma tela devido a uma lente convergente de distância focal f . A altura da imagem é A_1 . Mantendo constante a distância D entre o objeto e a tela, quando deslocamos a lente encontramos uma outra imagem nítida de altura A_2 . Determine:
 - A) as distâncias entre o objeto e a lente nas duas posições mencionadas;
 - B) a altura do objeto.
03. (ITA) Consideremos o seguinte arranjo, em que a lente convergente tem distância focal de 30 cm.



A imagem do objeto O

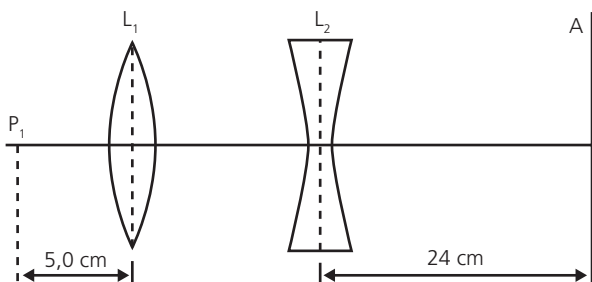
- A) será real e formar-se-á a 50 cm da lente.
- B) será virtual 25 cm atrás do espelho e real 25 cm na frente do mesmo.
- C) será real e formar-se-á a 25 cm na frente do espelho.
- D) será real e formar-se-á no foco da lente.
- E) n.d.a.

04. (ITA) No sistema óptico esquematizado, O representa um objeto real e as lentes delgadas convergentes, L_1 e L_2 , têm distâncias focais iguais a 2 cm e 4 cm, respectivamente. A imagem I deve estar a:



- A) 8 cm à direita de L_2 e $\frac{1}{O} = \frac{1}{2}$.
- B) 8 cm à esquerda de L_2 e $\frac{1}{O} = \frac{1}{2}$.
- C) 8 cm à direita de L_2 e $\frac{1}{O} = 2$.
- D) 8 cm à esquerda de L_2 e $\frac{1}{O} = \frac{1}{2}$.
- E) 12 cm à direita de L_2 e $\frac{1}{O} = 2$.

05. (ITA) Considere um sistema composto por duas lentes circulares, esféricas e delgadas, de 6,0 cm de diâmetro, dispostas coaxialmente como indica a figura a seguir. L_1 é uma lente convergente de distância focal $f_1 = 5,0$ cm e L_2 é uma lente divergente de distância focal $f_2 = 4,0$ cm. No ponto P_1 , à esquerda do sistema, é colocado um objeto luminoso puntiforme a 5,0 cm de L_1 . À direita de L_2 , a uma distância $d = 24$ cm, é colocado um anteparo A perpendicular ao eixo do sistema. Assim, temos que

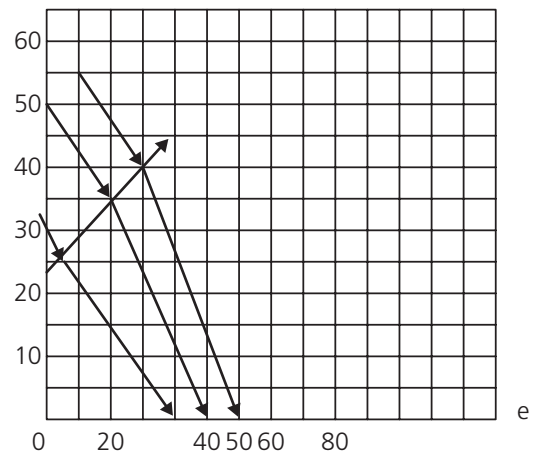


- A) sobre o anteparo A forma-se uma imagem real puntiforme de P_1 .
- B) sobre o anteparo A aparece uma região iluminada circular de diâmetro igual a 12 cm.
- C) sobre o anteparo aparece uma região iluminada circular de diâmetro igual a 6,0 cm.
- D) o anteparo fica iluminado uniformemente em uma região muito grande.
- E) sobre o anteparo aparece uma região iluminada circular de diâmetro 42 cm.

06. (ITA/1981) Um sistema óptico é composto por duas lentes esféricas, convergentes, L_1 e L_2 , dispostas coaxialmente. As distâncias focais são, respectivamente, f_1 e f_2 e a distância entre elas é d . Um feixe de luz cilíndrico de 40 mm de diâmetro incide sobre L_1 , segundo o seu eixo, e emerge de L_2 como um feixe também cilíndrico, de 30 mm de diâmetro. Se $f_1 = 60$ mm, pode-se afirmar que a distância d será

- A) 45 mm
- B) 8 mm
- C) 15 mm
- D) 105 mm
- E) qualquer valor, pois o fenômeno citado independe da distância em consideração.

07. (ITA/1989) Por uma questão de conveniência experimental, o ponto focal de uma lente delgada convergente teve de ser posicionado fora do eixo da lente por meio de um espelho plano, indicado em corte (e) na abscissa do gráfico a seguir. Complete o desenho e determine, aproximadamente, as coordenadas (x, y) do foco e a distância focal da lente.



	X (mm)	Y (mm)	f (mm)
A)	60	10	65
B)	84	36	100
C)	80	30	95
D)	74	24	83
E)	103	54	125

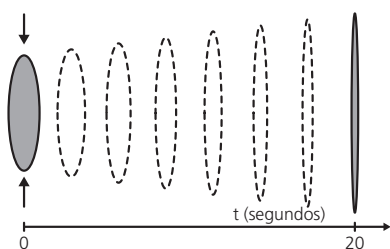
08. (ITA/1995) Um objeto tem altura $h_0 = 20$ cm e está situado a uma distância $d_0 = 30$ cm de uma lente. Esse objeto produz uma imagem virtual de altura $h_i = 4,0$ cm. A distância da imagem à lente, a distância focal e o tipo da lente são, respectivamente

- A) 6,0 cm; 7,5 cm; convergente.
- B) 1,7 cm; 30 cm; divergente.
- C) 6,0 cm; - 7,5 cm; divergente.
- D) 6,0 cm; 5,0 cm; divergente.
- E) 1,7 cm; - 5,0 cm; convergente.

09. (ITA/2004) Uma lente convergente tem distância focal de 20 cm quando está mergulhada em ar. A lente é feita de vidro, cujo índice de refração é $n_v = 1,6$. Se a lente é mergulhada em um meio menos refringente do que o material da lente, cujo índice de refração é n , considere as seguintes afirmações:
- A distância focal não varia se o índice de refração do meio for igual ao do material da lente;
 - A distância focal torna-se maior se o índice de refração n for maior que o do ar;
 - Nesse exemplo, uma maior diferença entre os índices de refração do material da lente e do meio implica em uma menor distância focal.

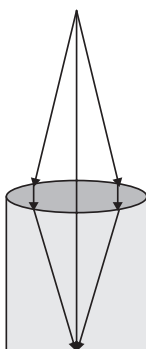
Então, pode-se afirmar que

- apenas a II é correta.
 - apenas a III é correta.
 - apenas II e III são corretas.
 - todas são corretas.
 - todas são incorretas.
10. Um objeto de 10 cm de altura é colocado a 50 cm de uma lente biconvexa, que é construída com um material plástico, transparente, de índice de refração 1,5. O material é bastante elástico de modo que, pressionando as extremidades em direção ao centro, o raio de curvatura pode ser alterado. Suponha que, no instante $t = 0$, a força aplicada na lente é retirada e o raio de curvatura vai aumentando segundo a equação $tv + 40 = R$ (em que R é expresso em centímetro e t em segundos). Observa-se que, a partir de $t > 20$ s, o sentido da imagem é justamente o oposto do sentido quando $t < 20$ s. Determine v .

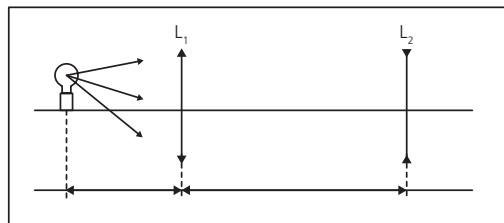


Evolução temporal do formato da lente

11. É dado um copo de altura $l = 13,0$ cm, completamente cheio de água, apoiado verticalmente no tampo de uma mesa. Na boca do copo repousa uma lente delgada, biconvexa, de vidro, tendo raios $R_1 = 5,0$ cm, na face superior e $R_2 = 4,0$ cm, na face inferior (essa é banhada pela água). Os índices de refração são $n_1 = 1,5$ para o vidro e $n_2 = 1,3$ para a água. Determine a posição de um ponto objeto P para que sua imagem P' se projete no centro do fundo do copo.

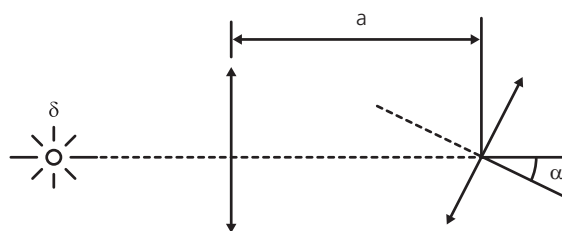


12. Duas lentes L_1 e L_2 estão dispostas, axialmente, de tal forma que a luz que atravessa L_2 é a mesma que atravessou L_1 . Uma lâmpada está posicionada 12 cm à frente de L_1 (lente convergente com distância focal $f_1 = 8$ cm). A lente L_2 está a 18 cm de L_1 e é uma lente divergente com distância focal $f_2 = 4$ cm.



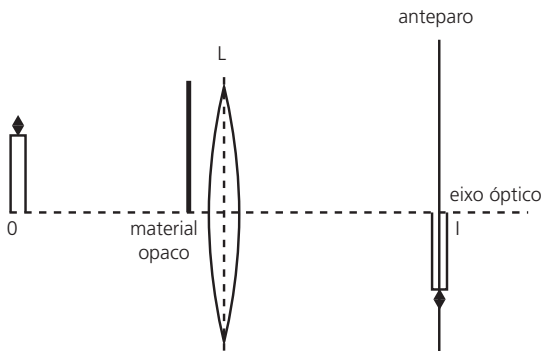
Nessas condições:

- determine a que distância da lâmpada se encontra o que servirá de objeto para a lente L_2 . Descreva a sua natureza, o tamanho e a orientação referente à lâmpada.
 - determine a que distância da lâmpada se encontra a imagem formada por L_2 . Descreva a sua natureza, o tamanho e a orientação referente à lâmpada.
13. Uma lente convergente de diâmetro $2L$ é construída com diamante, cujo índice de refração varia com o comprimento de onda incidente. Para a luz violeta, o índice de refração é 2,50, para o amarelo é 2,43 e para o vermelho é de 2,40. Suponha que um feixe de luz paralelo, constituído por essas três cores, incida sobre essa lente, cobrindo-a completamente, e que um anteparo seja colocado perpendicularmente ao eixo óptico da lente, no ponto focal determinado, usando a luz amarela. Calcule a razão entre os raios das manchas vermelha e violeta formadas no anteparo.
14. Uma fonte de luz está situada sobre o eixo principal de uma lente (de distância focal f) a uma distância igual à distância focal. Outra lente, de mesmo foco, encontra-se a uma distância a , de modo que o centro dessa fique sobre o eixo principal da primeira. A segunda lente está inclinada de um ângulo α (ver figura abaixo). A distância entre a fonte de luz e sua imagem é



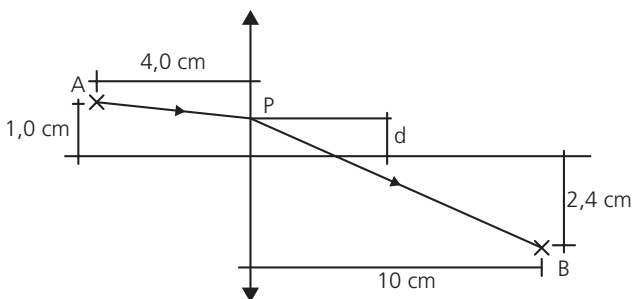
- $f \frac{a}{l} + \frac{1}{\cos \alpha} \frac{f}{l} + a$
- $f \frac{a}{l} + \frac{1}{\sin \alpha} \frac{f}{l} + a$
- $f(1 + \cos \alpha) + a$
- $f \frac{a}{l} + \frac{2}{\cos \alpha} \frac{f}{l} + a$
- $f \frac{a}{l} + \frac{1}{\cos \alpha} \frac{f}{l} + a$

15. (ITA/1985) A figura abaixo representa uma lente delgada L, a qual forma, sobre um anteparo, uma imagem real I de um objeto real O. A lente é circular esférica e o eixo óptico tem a posição indicada. Suponhamos, agora, que, com um material opaco disposto entre o objeto e a lente, bloqueamos toda a parte que corresponde ao semicírculo superior da lente.

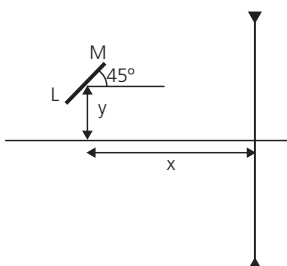


Nessas condições

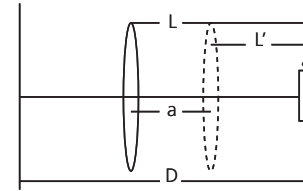
- A) a imagem desaparece do anteparo.
 - B) a imagem fica fora de foco.
 - C) a imagem não desaparece, mas fica mais tênue.
 - D) a imagem se torna virtual.
 - E) nada se pode afirmar se não conhecermos a posição exata do material opaco.
16. Determine a ordenada **d** de um ponto P, localizado sobre a lente convergente de distância focal 6 cm, no qual deve ser mirado um feixe laser disparado do ponto A, com o intuito de sensibilizar um sensor óptico localizado no ponto B. Considere válidas as aproximações de Gauss.



17. (ITA/2010) A figura a seguir mostra uma barra LM de $10\sqrt{2}$ cm de comprimento, formando um ângulo de 45° com a horizontal, tendo o seu centro situado a $x = 30,0$ cm de uma lente divergente (com distância focal igual a 20,0 cm) e a $y = 10,0$ cm acima do eixo óptico da mesma. Determine o comprimento **x** da imagem da barra e faça um desenho esquemático para mostrar a orientação da imagem.

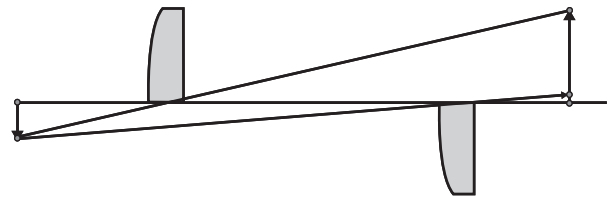


18. (ITA/1998) Uma vela está a uma distância D de um anteparo sobre o qual se projeta uma imagem com lente convergente. Observa-se que as duas distâncias L e L' entre a lente e a vela, para as quais se obtém uma imagem nítida da vela no anteparo, distam, uma da outra, uma distância **a**.

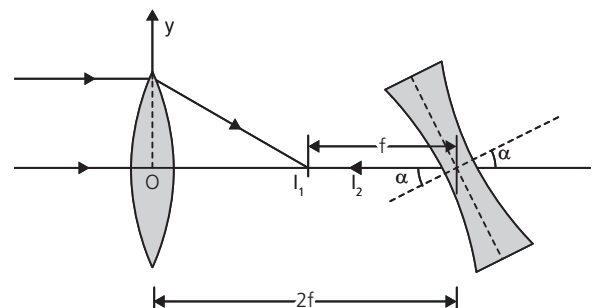


O comprimento focal da lente é, então:

- A) $\frac{D - a}{2}$
 - B) $\frac{D^2 - a^2}{4D}$
 - C) $\frac{D + a}{2}$
 - D) $\frac{D^2 + a^2}{4D}$
 - E) 2a
19. Uma lente fina plano-convexa é cortada em duas partes iguais. Uma de suas partes é transladada ao longo do eixo óptico de modo que a imagem seja gerada no mesmo ponto da abscissa (ver figura a seguir). A separação entre a imagem e o objeto é de 1,8 m. O aumento linear transversal de uma das metades vale 2. Encontre a distância focal da lente.



- A) 0,2 m
 - B) 0,3 m
 - C) 0,4 m
 - D) 0,5 m
 - E) 0,6 m
20. Dispomos de duas lentes delgadas e gaussianas, biconvexa (L_1) e bicôncava (L_2), sendo esta última inclinada de α em relação ao eixo principal, conforme a figura a seguir, separadas de uma distância $2f$. Um ponto objeto no infinito é colocado à esquerda da lente biconvexa, tendo sua imagem projetada na posição I_1 a uma distância **f**, tornando-se objeto para a segunda lente (bicôncava).



- A) Encontre as coordenadas da imagem final formada pelo sistema, composto pelas duas lentes, tomando o ponto (O) como a origem dos eixos (xy).
- B) Represente a situação descrita, indicando a posição das imagens ($I_1 - I_2$) formadas a partir das lentes: biconvexa (L_1) e bicôncava (L_2).

Gabarito

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
-	-	E	A	E	D	D	C	C	-
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
-	-	-	A	C	-	-	B	C	-

- Demonstração



Anotações