



# B DE DIFICULDADE

DO FÁCIL AO DIFÍCIL PELA TRI

PROF. FREDÃO

 @PROFESSORFREDAO



# ÍNDICE

03

## *Quem Somos Nós?*

Conhecendo melhor os professores do Mente Matemática

06

## *Parte I - O Parâmetro B*

A importância do parâmetro B na definição da dificuldade do item

10

## *Parte II - Itens Muito Fáceis*

Os 18 itens muito fáceis das últimas 4 aplicações regulares do ENEM

17

## *Parte III - Itens Fáceis*

Os 36 itens fáceis das últimas 4 aplicações regulares do ENEM

29

## *Parte IV - Itens Intermediários*

Os 68 itens intermediários das últimas 4 aplicações regulares do ENEM

49

## *Parte V - Itens Difíceis*

Os 36 itens difíceis das últimas 4 aplicações regulares do ENEM

61

## *Parte VI - Itens Muito Difíceis*

Os 18 itens muito difíceis das últimas 4 aplicações regulares do ENEM

69

## *Parte VII - Gabarito*

As respostas dos 176 itens deste material



**QUEM SOMOS NÓS?**

## Quem somos nós?

### Professor Fredão



Frederico Torres, mais conhecido como professor **Fredão**, é formado em **Estatística** pela UnB, **Mestre em Matemática** pelo PROFMAT e atualmente cursa **Medicina**, também na UnB.

Desde 2010 é professor de matemática no Colégio Pódion, em Brasília, onde acumula cargos de orientação e coordenação. Em **2017** criou o **Mente Matemática**, uma específica presencial de matemática que, em **fevereiro de 2020**, se transformou em um **canal do Youtube** e, em **agosto do mesmo ano**, em uma **plataforma de Matemática!** Apenas no ano de **2022**, são **mais de 2 000** alunos matriculados nos nossos cursos!

Também em **2020** o professor Fredão participou do curso **Mestres do ENEM: Dominando a Matemática**, com o edutuber **Umberto Mannarino**, seu ex-aluno em Brasília, que conta com **mais de 1 milhão de inscritos** no seu canal do Youtube. Sucesso absoluto, o curso **Mestres de ENEM** já atingiu **mais de 28 000** alunos pelo Brasil!

### Fala galera, tudo certo?

Apaixonado por matemática e estatística, números e análises de dados fazem parte da minha vida e do meu cotidiano. Em 2020, antes do lançamento da plataforma do MM, lançamos o **Guia Definitivo da Matemática do ENEM**, um material elogiado por alunos e professores, que trazia análises dos microdados do ENEM 2019 de uma maneira única! Agora é a vez do **B de Dificuldade**, um material que vai te ajudar, de uma vez por todas, a **identificar padrões das questões classificadas como fáceis, intermediárias e difíceis pela TRI**.

Especificamente sobre o **ENEM**, participei dos últimos 8 exames como candidato, tendo obtido as seguintes notas: **973,6** (nota máxima), **994,9**, **990,5**, **987,0**, **984,8**, **985,5** (gabarito e nota máxima do ENEM 2019), **945,8** (gabarito e nota máxima do ENEM 2020 Digital) e **915,7**.

Em 2012 fui aprovado no Exame Nacional de Admissão ao Mestrado PROFMAT em **1º lugar** dentre mais de 16 mil professores, sendo o único a gabaritar o Exame no país. Foi nesse mestrado que escrevi, em 2015, meu TCC a respeito da **Teoria de Resposta ao Item (TRI)**.

É esse conhecimento e experiência que pretendo compartilhar com vocês! Nesse material, **classificaremos as 180 questões das últimas quatro aplicações regulares do ENEM (2018 a 2021)** em função do **parâmetro B** do Modelo Logístico Unidimensional de 3 Parâmetros utilizado pela TRI no ENEM! Esses parâmetros começaram a ser divulgados apenas em 2022 e, por esse motivo, esse **material é tão exclusivo!**

Se você gostar desse material e das análises que foram feitas nele, lembre-se de dar uma passadinha no meu Instagram e deixar uma mensagem (**@professorfredao**). Esses feedbacks são sempre válidos para que me mantenha motivado a gastar várias e várias horas na produção de um material como esse!

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Professor Lobo



Gabriel Lobo, ou simplesmente **Lobo**, é natural de Recife/PE, é formado em **Matemática** e em **Engenharia Civil**. Tem 3 medalhas em Olimpíadas Brasileiras de Matemática e 1 medalha em Olimpíada de Química. Atualmente é aluno de mestrado do PROFMAT.

Foi aluno do professor Fred na primeira turma em que ele deu aula. Ao final do Ensino Médio, foi aprovado em Engenharia Civil em **3º lugar geral no vestibular da UnB**, e no mesmo curso na UFRJ pelo ENEM.

Fez a prova do **ENEM** por 8 vezes, e em 2020, obteve **média geral 811,56**. Acumula também aprovações em Medicina na UFRJ, UFC e Unirio, todas pelo ENEM.

É professor de Matemática desde 2017 no Colégio Pódion, em Brasília, onde já deu aulas para alunos do Ensino Fundamental, Ensino Médio e na turma Pré-ENEM. Em 2017, se juntou ao Fred na criação do Mente Matemática, e desde então desenvolvem os trabalhos do curso em conjunto.

### Salve, galera!

**Propósito** é uma vontade imensa de alcançar um objetivo. É saber onde se quer chegar e dispor da energia necessária para enfrentar a trajetória, que raramente é fácil. Foi pelo propósito de fazer a diferença na educação que eu **decidi me tornar professor**.

Quando comecei o curso de engenharia, voltei como monitor ao cursinho onde me preparei para o vestibular. **Percebi que fazer a diferença na vida dos alunos me conquistava**. E por isso decidi iniciar o curso de Matemática: para ajudar os futuros alunos na busca do sonho de cada um e para construir um Brasil de mais excelência.

Foi por causa dos meus professores que me apaixonei pela Matemática. É verdade que ela não é uma paixão para todos. Mas ninguém discorda que é uma ferramenta fantástica para problemas do dia a dia! Vou tentar te mostrar que você também pode se apaixonar por ela.

Já como professor, em 2017 o Fredão me convidou para tirar do papel a ideia do Mente Matemática. Nesses 5 anos, nos **aprofundamos ainda mais na prova de Matemática do ENEM. Analisamos juntos o SiSU por horas e horas**. E, desde 2020, fizemos ainda mais! Divulgamos muito material gratuito, como os **Simulados do Mente Matemática**, que são elogiados por alunos e professores, além de entregar o nosso melhor para os alunos da plataforma. Nesse tempo, pudemos **ajudar vários alunos a conquistarem uma vaga na universidade**. Me orgulho muito disso! Mas sei que podemos **atingir muito mais pessoas ao redor do Brasil**. Por isso, seguimos firmes com o nosso trabalho!

Contem comigo quando tiverem dúvidas. Caso eu possa ser útil a vocês, podem mandar uma mensagem pelo Instagram (**@profgabriellobo**). É por vocês e para vocês que fazemos este trabalho, e vou ficar bastante satisfeito de saber que impactei vocês positivamente de alguma forma.

Bons estudos!



# PARTE I

O PARÂMETRO B

## O Parâmetro B da TRI

### Classificando as 180 Questões dos ENEMs 2018 a 2021 por DIFICULDADE

Desde o início de 2022, o novo formato de apresentação dos **microdados do ENEM** pelo INEP trouxe uma ótima novidade: a **divulgação dos parâmetros** do Modelo Logístico Unidimensional de 3 Parâmetros (modelo 3LP) para cada um dos **itens aplicados nas provas do ENEM** utilizando a Teoria de Resposta ao Item (TRI).

De **maneira simples** e objetiva, há **três parâmetros** que são utilizados neste modelo: o parâmetro de **discriminação do item** (parâmetro a); o parâmetro de **dificuldade do item** (parâmetro b) e o parâmetro da **assíntota inferior do item**, também conhecido como parâmetro do **acerto ao acaso** ou parâmetro do **chute** (parâmetro c).

Neste material, estaremos especialmente interessados no parâmetro **b**, por um motivo: ele nos permite, de maneira simples, **ranquear os itens pelas dificuldades**, do **mais fácil ao mais difícil**, permitindo, inclusive, o ranqueamento entre itens de provas distintas. Quanto **maior** for o valor do parâmetro **b**, **maior a tendência<sup>(\*)</sup>** de aquele **item ser mais difícil**.

(\*) Na realidade, a **dificuldade do item não depende apenas do parâmetro b**, mas está **fortemente correlacionada a ele**, com coeficiente de correlação superior a 0,98 em uma regressão linear simples realizada entre as variáveis “parâmetro b” e “dificuldade do item utilizando os três parâmetros” dos 45 itens de matemática do ENEM 2021.

Em uma **avaliação educacional** como o ENEM, espera-se uma **distribuição de itens com as seguintes dificuldades**:

- 10% de itens **muito fáceis** (MF);
- 20% de itens **fáceis** (F);
- 40% de itens **intermediários** (I);
- 20% de itens **difíceis** (D);
- 10% de itens **muito difíceis** (MD).

Desse modo, dadas as **adaptações<sup>(\*\*)</sup>** que devem ser feitas dada à **dificuldade dos alunos** (em larga escala) com a **matemática**, consideraremos que os **180 itens das provas dos últimos quatro anos** seguiram a seguinte distribuição:

- 18 itens **muito fáceis**;
- 36 itens **fáceis**;
- 72 itens **intermediários**;
- 36 itens **difíceis**;
- 18 itens **muito difíceis**.

Porém, **três itens foram anulados** nas aplicações regulares nos **últimos quatro anos**: um em 2018, um em 2020 e um em 2021. Além disso, **um dos itens da prova de 2019 não permitiu a convergência dos parâmetros da TRI** e, por esse motivo, também **não será ranqueado pelo parâmetro B**. Para **efeito de simplificação**, os **quatro itens serão retirados dos grupos dos itens intermediários**, uma vez que os microdados não apresentam o parâmetro B destes itens, **reduzindo os itens intermediários de 72 para 68**.

(\*\*) Se **não houvesse tal adaptação** e fossem utilizados os **valores de referência do parâmetro B da TRI**, dentre os **176 itens não anulados** dos últimos quatro anos, teríamos

- 0 itens **muito fáceis** (0%);
- 0 itens **fáceis** (0%);
- 7 itens **intermediários** (4%);
- 27 itens **difíceis** (15%);
- 142 itens **muito difíceis** (81%).

Daí a opção por dividir o material da maneira citada, dentro do que seria o **esperado em uma avaliação educacional**.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

O **objetivo deste material** é que, aos poucos, vocês comecem a **perceber padrões**, especialmente nas questões mais difíceis (D e MD), que são aquelas que vocês devem tentar resolver durante a prova, mas, ao perceber que levarão muito tempo ou que estão muito “travados”, vocês deverão pular para voltar apenas se sobrar tempo no final.

Um **exemplo**: no **ENEM 2016**, eu **errei apenas uma questão**, a do **Índice de Gini**, claramente uma das mais difíceis e trabalhosas daquela prova. A **nota máxima**, de quem gabaritou, foi **991,5** e a **minha**, que **errei apenas essa questão**, foi **990,5**. Ou seja: praticamente não houve diferença na nota! Agora, imagine gastar **15 a 20 minutos**, acertar **essa questão** e **errar apenas 1 das 45 questões**, porém considerada uma **questão fácil**... O **resultado**? Nota: **966,1**. Mais de 25 pontos de diferença (e sim: **isso ocorreu no ENEM 2016**)!!!

Entendeu a importância de saber pular esses itens?! Partiu **começar a análise dos nossos 180 itens**?

### Observação sobre a prova do ENEM 2019

Após a elaboração deste material e a separação dos itens de acordo com as suas dificuldades, observei algumas **aparentes inconsistências** nos parâmetros relativos exclusivamente à prova do **ENEM 2019**.

Em um material gratuito divulgado em 2020, chamado de **O Guia Definitivo da Matemática do ENEM**, fiz uma série de **análises relativas à prova de 2019**, baseado nos microdados que, naquele momento, ainda não apresentavam os parâmetros dos itens.

Alguns **resultados obtidos naquele material foram confirmados em 2022** após a divulgação dos parâmetros como, por exemplo, a questão da **catraca** (141 do caderno cinza), que **não permitiu a convergência do algoritmo de estimação da TRI**, algo que já **havia sido relatado como uma suspeita no material citado**. Além disso, algumas das questões que esperava que fossem as **mais fáceis da prova**, de fato se mostraram **muito fáceis pelo parâmetro B**, como é o caso de uma questão que envolvia **notação científica**.

Porém, algumas das questões que esperava que estivessem entre as mais difíceis, não figuraram entre as muito difíceis e, sequer, entre as difíceis. **Dois** se destacam aqui: as questões do **pistão** (seguramente uma das mais difíceis da história do ENEM) e a questão do **alerta** (que tinha um peguinha sinistro!).

Para terem ideia: **eu gabaritei essa prova e tirei 985,5**. Um **ex-aluno** (que atualmente é elaborador de questões do Mente Matemática) **errou apenas as duas questões citadas acima e tirou 984,2**, ou seja, praticamente a mesma nota!!! Isso só se **justifica** pelo fato de a **coerência pedagógica dele ter sido praticamente perfeita**, o que **implicaria em ele ter errado dois dos itens mais difíceis** (ou justamente os dois mais difíceis) da prova do ENEM 2019.

Por esse motivo, os **itens relativos à prova do ENEM 2019**, especialmente do **bloco intermediário em diante**, devem ser **analisados com cautela** no que diz respeito à sua classificação pela dificuldade!



## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

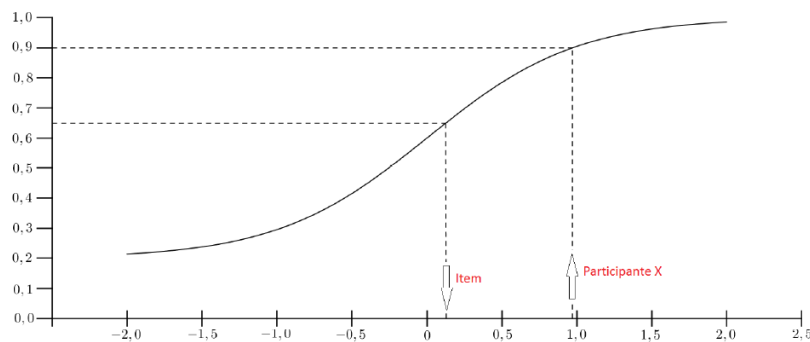
Por fim, uma **CURIOSIDADE** (para **entusiastas da TRI**): o **modelo 3LP** utiliza a seguinte expressão para o **cálculo da probabilidade de acerto de um determinado item**:

$$P = c + \frac{1 - c}{1 + e^{-1,7a(\theta - b)}}$$

sendo **P** a **probabilidade de acerto** do item por um candidato com **habilidade/proficiência/traço latente**  $\theta$ , em um item com **parâmetros**  $a$ ,  $b$  e  $c$  pela TRI. Ao estimar os valores dos parâmetros acima, a **equação dá origem à chamada Curva Característica do Item (CCI)**, que é a **base do modelo 3LP** e fornece informações gráficas relevantes a respeito da qualidade dos itens.

A partir da CCI, cada **questão é posicionada em uma “régua”** de dificuldade no local onde a **probabilidade de acerto é próxima de 0,65**, valor que representa que participantes neste nível possuem alta probabilidade de terem obtido o conhecimento necessário para responder corretamente o item.

Questões consideradas **mais fáceis** são então posicionadas na **porção inferior da régua**, enquanto as **mais difíceis** se encontram na **porção superior**. O grande **diferencial da TRI** é o fato de que **tanto os itens quanto os participantes são posicionados na mesma régua**.



Na figura acima, por exemplo, temos a **CCI de um item posicionado próximo ao valor 0,2**, o que significa que ele está **0,2 desvios acima da média**. Traduzindo para os **valores de referência do ENEM** (média igual a **500** e **desvio padrão** igual a **100**), este item estaria posicionado no **nível 520**.

Na mesma figura, um **participante X** que tenha uma **proficiência calculada com valor próximo a 600** tem aproximadamente **90% de chance de acertar o item**. Naturalmente, o participante pode errar o item, mas o mais coerente é que ele o acerte. Por esse motivo, a **coerência das respostas é tão importante na TRI**: por mais que um aluno acerte 44 dos 45 itens da matemática, se ele tiver errado um item fácil, para o qual a **CCI indicaria uma chance de acerto próxima a 100%**, a sua **nota pode ser reduzida significativamente** quando comparada a de um outro aluno que acertou 44 dos 45 itens, mas errando o item mais difícil da prova, para o qual a **CCI indicaria uma chance de acerto, por exemplo, inferior a 50%**.

**Lindo demais, né?** Caso queira se **aprofundar um pouco mais na TRI**, deixo abaixo um **QR Code** que **leva ao meu TCC**, no qual **estudei um pouco da TRI** e onde é possível encontrar **excelentes referências bibliográficas**.





# PARTE II

OS 18 ITENS MUITO FÁCEIS

### Os 18 Itens MAIS FÁCEIS dos ÚLTIMOS 4 ENEMs

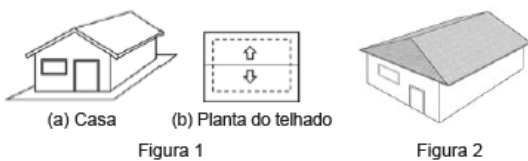
Lideradas pelas provas de 2019 e 2020, os 18 itens mais fáceis dos últimos quatro ENEMs regulares são: 3 do ENEM 2021, 8 do ENEM 2020, 5 do ENEM 2019 e apenas 2 do ENEM 2018.

Cada questão apresentará um código no seguinte formato **Q.001 | 152 do ENEM 2020 | H6 | B = -0,404**. Explicando cada uma das informações presentes no código:

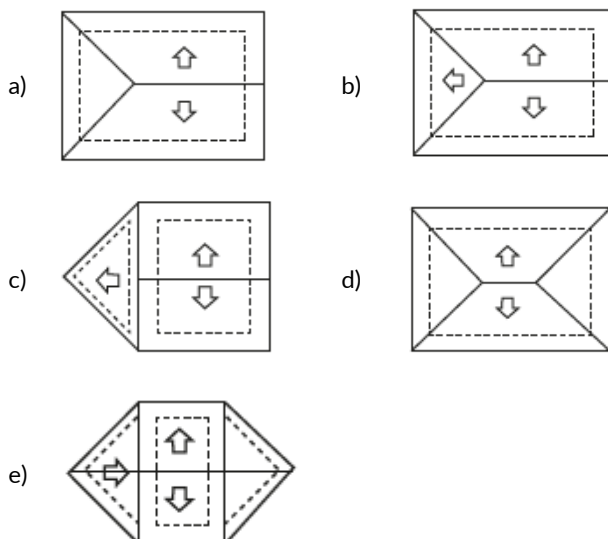
- **Q.001:** representa a **questão de número 001 das 180 deste material**. Como estão apresentadas em ordem crescente de dificuldade segundo o parâmetro B, ela é a **questão mais fácil das 180** dos últimos 4 anos;
- **152 do ENEM 2020:** representa a **posição no caderno cinza e o ano de aplicação** daquela questão. Nesse caso, temos a questão 152, do caderno CINZA, aplicação na 1ª Aplicação do ENEM 2020;
- **H6:** representa a **habilidade** da questão na **Matriz de Referência do ENEM**. Nesse caso, temos uma questão relativa à habilidade 6;
- **B = -0,404:** representa a **dificuldade da questão**, medida de acordo com o **parâmetro B**. Neste caso, temos uma questão com parâmetro B igual a -0,404, em uma escala que pode assumir qualquer valor real.

**Q.001 | 152 do ENEM 2020 | H6 | B = -0,404**

A Figura 1 apresenta uma casa e a planta do seu telhado, em que as setas indicam o sentido do escoamento da água de chuva. Um pedreiro precisa fazer a planta do escoamento da água de chuva de um telhado que tem três caídas de água, como apresentado na Figura 2.



A figura que representa a planta do telhado da Figura 2 com o escoamento da água de chuva que o pedreiro precisa fazer é



**Q.002 | 147 do ENEM 2020 | H1 | B = -0,086**

Uma empresa de ônibus utiliza um sistema de vendas de passagens que fornece a imagem de todos os assentos do ônibus, diferenciando os assentos já vendidos, por uma cor mais escura, dos assentos ainda disponíveis. A empresa monitora, permanentemente, o número de assentos já vendidos e compara-o com o número total de assentos do ônibus para avaliar a necessidade de alocação de veículos extras.

Na imagem tem-se a informação dos assentos já vendidos e dos ainda disponíveis em um determinado instante.



A razão entre o número de assentos já vendidos e o total de assentos desse ônibus, no instante considerado na imagem, é

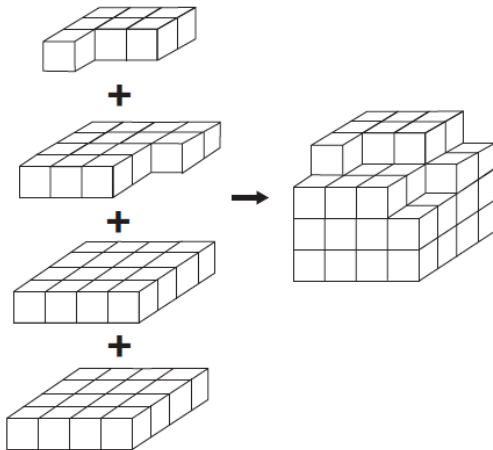
- a)  $\frac{16}{42}$       b)  $\frac{16}{26}$       c)  $\frac{26}{42}$   
d)  $\frac{42}{26}$       e)  $\frac{42}{16}$

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

**Q.003 | 152 do ENEM 2018 | H9 | B = 0,122**

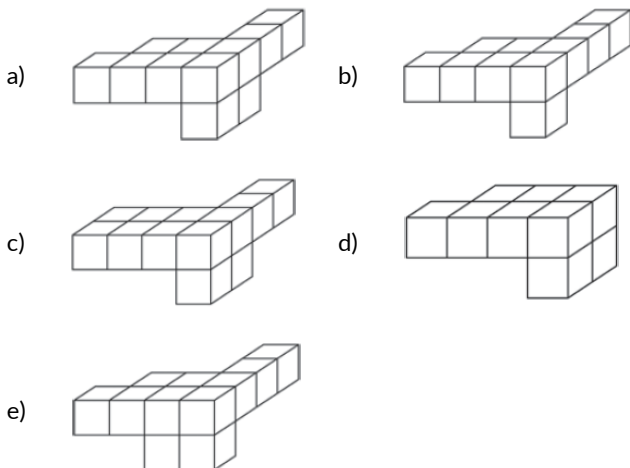
Minecraft é um jogo virtual que pode auxiliar no desenvolvimento de conhecimentos relacionados a espaço e forma. É possível criar casas, edifícios, monumentos e até naves espaciais, tudo em escala real, através do empilhamento de cubinhos.

Um jogador deseja construir um cubo com dimensões  $4 \times 4 \times 4$ . Ele já empilhou alguns dos cubinhos necessários, conforme a figura.



Os cubinhos que ainda faltam empilhar para finalizar. Construção do cubo, juntos, formam uma peça única, capaz de completar a tarefa.

O formato da peça capaz de completar o cubo  $4 \times 4 \times 4$  é:



**Q.004 | 140 do ENEM 2019 | H1 | B = 0,372**

Um professor aplica, durante os cinco dias úteis de uma semana, testes com quatro questões de múltipla escolha a cinco alunos. Os resultados foram representados na matriz.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

Nessa matriz os elementos das linhas de 1 a 5 representam as quantidades de questões acertadas pelos alunos Ana, Bruno, Carlos, Denis e Érica, respectivamente, enquanto que as colunas de 1 a 5 indicam os dias da semana, de segunda-feira a sexta-feira, respectivamente, em que os testes foram aplicados.

O teste que apresentou maior quantidade de acertos foi o aplicado na

- a) segunda-feira.
- b) terça-feira.
- c) quarta-feira.
- d) quinta-feira.
- e) sexta-feira.

**Q.005 | 136 do ENEM 2019 | H1 | B = 0,429**

A gripe é uma infecção respiratória aguda de curta duração causada pelo vírus influenza. Ao entrar no nosso organismo pelo nariz, esse vírus multiplica-se, disseminando-se para a garganta e demais partes das vias respiratórias, incluindo os pulmões.

O vírus influenza é uma partícula esférica que tem um diâmetro interno de  $0,00011$  mm.

Disponível em: [www.gripenet.pt](http://www.gripenet.pt). Acesso em: 2 nov. 2013 (adaptado).

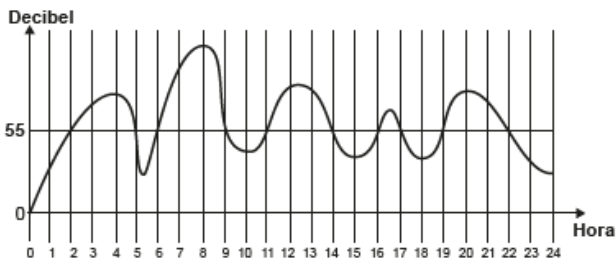
Em notação científica, o diâmetro interno do vírus *influenza*, em mm, é:

- a)  $1,1 \times 10^{-1}$
- b)  $1,1 \times 10^{-2}$
- c)  $1,1 \times 10^{-3}$
- d)  $1,1 \times 10^{-4}$
- e)  $1,1 \times 10^{-5}$

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.006 | 151 do ENEM 2020 | H20 | B = 0,441

A exposição a barulhos excessivos, como os que percebemos em geral em trânsitos intensos, casas noturnas e espetáculos musicais, podem provocar insônia, estresse, infarto, perda de audição, entre outras enfermidades. De acordo com a Organização Mundial da Saúde, todo e qualquer som que ultrapasse os 55 decibéis (unidade de intensidade do som) já pode ser considerado nocivo para a saúde. O gráfico foi elaborado a partir da medição do ruído produzido, durante um dia, em um canteiro de obras.



Disponível em: [www.revistaencontro.com.br](http://www.revistaencontro.com.br). Acesso em: 12 ago. 2020 (adaptado).

Nesse dia, durante quantas horas o ruído esteve acima de 55 decibéis?

- a) 5                      b) 8                      c) 10  
d) 11                     e) 13

### Q.007 | 144 do ENEM 2019 | H12 | B = 0,479

O rótulo da embalagem de um cosmético informa que a dissolução de seu conteúdo, de acordo com suas especificações, rende 2,7 litros desse produto pronto para o uso. Uma pessoa será submetida a um tratamento estético em que deverá tomar um banho de imersão com esse produto numa banheira com capacidade de  $0,3m^3$ . Para evitar o transbordamento, essa banheira será preenchida em 80% de sua capacidade.

Para esse banho, o número mínimo de embalagens desse cosmético é:

- a) 9.                      b) 12.                     c) 89.  
d) 112.                   e) 134.

### Q.008 | 158 do ENEM 2021 | H29 | B = 0,570

Uma rede de hamburgueria tem três franquias em cidades distintas. Visando incluir um novo tipo de lanche no cardápio, o gerente de marketing da rede sugeriu que fossem colocados à venda cinco novos tipos de lanche, em edições especiais. Os lanches foram oferecidos pelo mesmo período de tempo em todos os franqueados. O tipo que apresentasse a maior média por franquias seria incluído definitivamente no

cardápio. Terminado o período de experiência, a gerência recebeu um relatório descrevendo as quantidades vendidas, em unidade, de cada um dos cinco tipos de lanche nas três franquias.

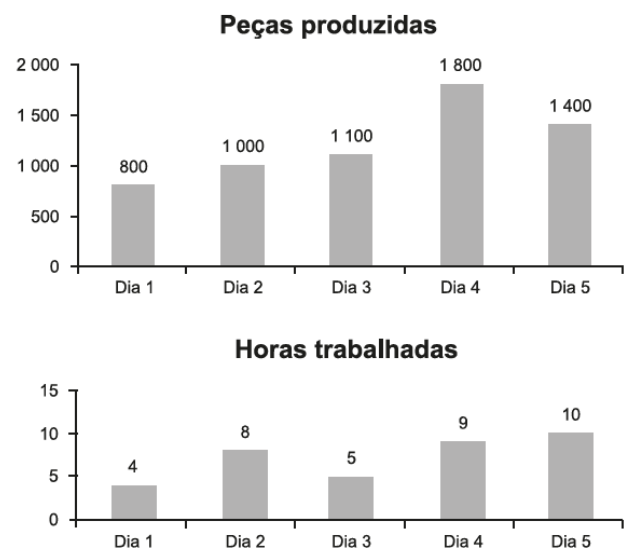
	Lanche I	Lanche II	Lanche III	Lanche IV	Lanche V
Franquia I	415	395	425	430	435
Franquia II	415	445	370	370	425
Franquia III	415	390	425	433	420

Com base nessas informações, a gerência decidiu incluir no cardápio o lanche de tipo

- a) I.                      b) II.                      c) III.  
d) IV.                    e) V.

### Q.009 | 169 do ENEM 2020 | H26 | B = 0,624

Os gráficos representam a produção de peças em uma indústria e as horas trabalhadas dos funcionários no período de cinco dias. Em cada dia, o gerente de produção aplica uma metodologia diferente de trabalho. Seu objetivo é avaliar a metodologia mais eficiente para utilizá-la como modelo nos próximos períodos. Sabe-se que, neste caso, quanto maior for a razão entre o número de peças produzidas e o número de horas trabalhadas, maior será a eficiência da metodologia.



Em qual dia foi aplicada a metodologia mais eficiente?

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 4                      e) 5

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.010 | 142 do ENEM 2021 | H22 | B = 0,776

Uma pessoa pretende viajar por uma companhia aérea que despacha gratuitamente uma mala com até 10 kg.

Em duas viagens que realizou, essa pessoa utilizou a mesma mala e conseguiu 10 kg com as seguintes combinações de itens:

Viagem	Camisetas	Calças	Sapatos
I	12	4	3
II	18	3	2

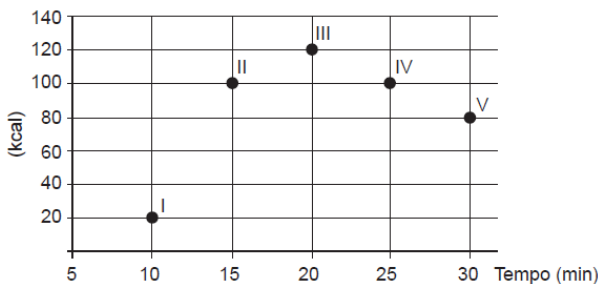
Para ter certeza de que sua bagagem terá massa de 10 kg, ela decide levar essa mala com duas calças, um sapato e o máximo de camisetas, admitindo que itens do mesmo tipo têm a mesma massa.

Qual a quantidade máxima de camisetas que essa pessoa poderá levar?

- a) 22      b) 24      c) 26      d) 33      e) 39

### Q.011 | 139 do ENEM 2019 | H20 | B = 0,807

Os exercícios físicos são recomendados para o bom funcionamento do organismo, pois aceleram o metabolismo e, em consequência, elevam o consumo de calorias. No gráfico, estão registrados os valores calóricos, em kcal, gastos em cinco diferentes atividades físicas, em função do tempo dedicado às atividades, contado em minuto.



Qual dessas atividades físicas proporciona o maior consumo de quilocalorias por minuto?

- a) I.      b) II.      c) III.      d) IV.      e) V.

### Q.012 | 142 do ENEM 2020 | H17 | B = 0,843

Para chegar à universidade, um estudante utiliza um metrô e, depois, tem duas opções:

- seguir num ônibus, percorrendo 2,0 km;
- alugar uma bicicleta, ao lado da estação do metrô, seguindo 3,0 km pela ciclovía.

O quadro fornece as velocidades médias do ônibus e da bicicleta, em km/h, no trajeto metrô–universidade.

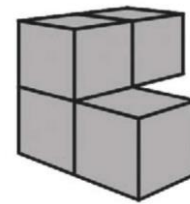
Dia da semana	Velocidade média	
	Ônibus (km/h)	Bicicleta (km/h)
Segunda-feira	9	15
Terça-feira	20	22
Quarta-feira	15	24
Quinta-feira	12	15
Sexta-feira	10	18
Sábado	30	16

A fim de poupar tempo no deslocamento para a universidade, em quais dias o aluno deve seguir pela ciclovía?

- a) Às segundas, quintas e sextas-feiras.  
b) Às terças e quintas-feiras e aos sábados.  
c) Às segundas, quartas e sextas-feiras.  
d) Às terças, quartas e sextas-feiras.  
e) Às terças e quartas-feiras e aos sábados.

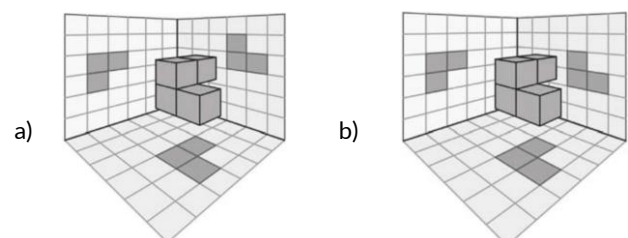
### Q.013 | 160 do ENEM 2020 | H7 | B = 0,850

Em um jogo desenvolvido para uso no computador, objetos tridimensionais vão descendo do alto da tela até alcançarem o plano da base. O usuário pode mover ou girar cada objeto durante sua descida para posicioná-lo convenientemente no plano horizontal. Um desses objetos é formado pela justaposição de quatro cubos idênticos, formando assim um sólido rígido, como ilustrado na figura.

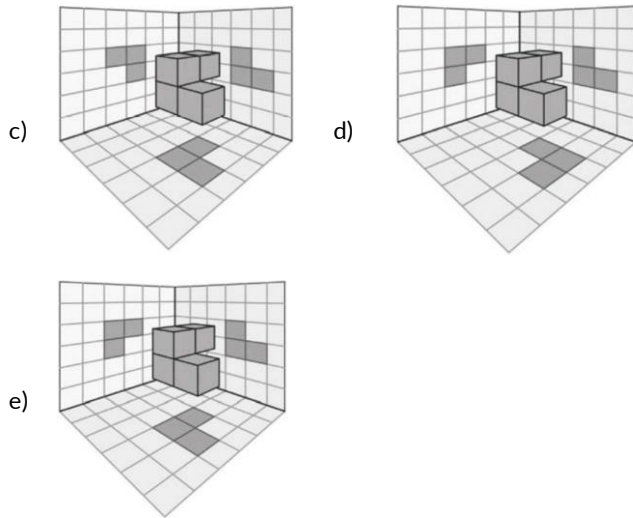


Para facilitar a movimentação do objeto pelo usuário, o programa projeta ortogonalmente esse sólido em três planos quadriculados perpendiculares entre si, durante sua descida.

A figura que apresenta uma possível posição desse sólido, com suas respectivas projeções ortogonais sobre os três planos citados, durante sua descida é



## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão



**Q.015 | 151 do ENEM 2019 | H6 | B = 0,886**

Um grupo de países criou uma instituição responsável por organizar o Programa Internacional de Nivelamento de Estudos (PINE) com o objetivo de melhorar os índices mundiais de educação. Em sua sede foi construída uma escultura suspensa, com a logomarca oficial do programa, em três dimensões, que é formada por suas iniciais, conforme mostrada na figura.

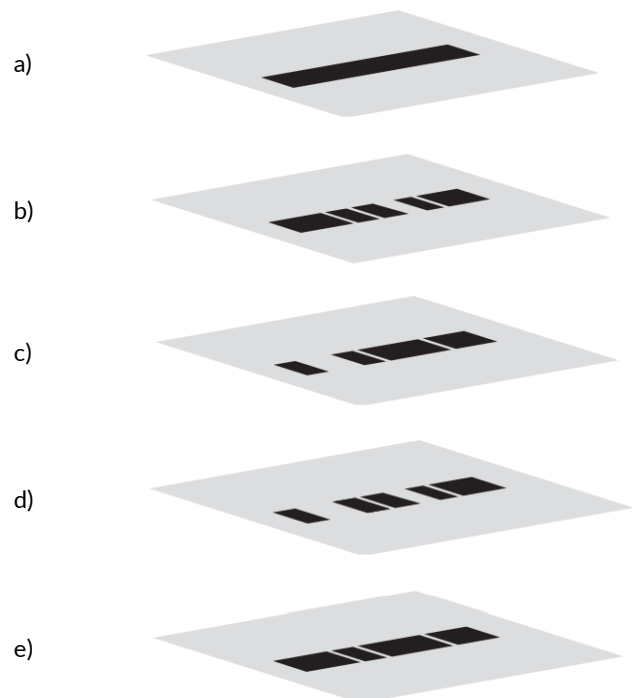
# PINE

Essa escultura está suspensa por cabos de aço, de maneira que o espaçamento entre letras adjacentes é o mesmo, todas têm igual espessura e ficam dispostas em posição ortogonal ao solo, como ilustrado a seguir.



Ao meio-dia, com o sol a pino, as letras que formam essa escultura projetam ortogonalmente suas sombras sobre o solo.

A sombra projetada no solo é:



**Q.014 | 166 do ENEM 2018 | H25 | B = 0,884**

Na teoria das eleições, o Método de Borda sugere que e vez de escolher um candidato, cada juiz deve criar um ranking de sua preferência para os concorrentes (isto é, criar uma lista com a ordem de classificação dos concorrentes). A este ranking é associada uma pontuação: um ponto para o último colocado no ranking, dois pontos para o penúltimo, três para o antepenúltimo, e assim sucessivamente. Ao final, soma-se a pontuação atribuída a cada concorrente por cada um dos juízes.

Em uma escola houve um concurso de poesia no qual cinco alunos concorreram a um prêmio, sendo julgados por 25 juízes. Para a escolha da poesia vencedora foi utilizado o Método de Borda. Nos quadros, estão apresentados os rankings dos juízes e a frequência de cada ranking.

Colocação	Ranking			
	I	II	III	IV
1º	Ana	Dani	Bia	Edu
2º	Bia	Caio	Ana	Ana
3º	Caio	Edu	Caio	Dani
4º	Dani	Ana	Edu	Bia
5º	Edu	Bia	Dani	Caio

Ranking	Frequência
I	4
II	9
III	7
IV	5

A poesia vencedora foi a de

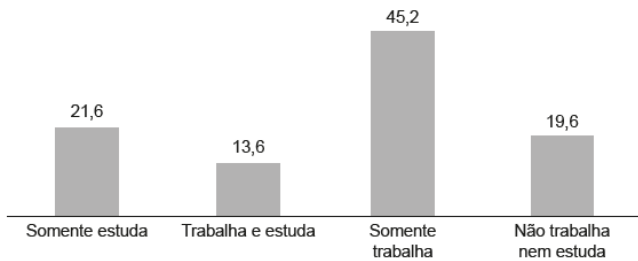
- a) Edu.                      b) Dani.                      c) Caio.  
d) Bia.                        e) Ana.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.016 | 136 do ENEM 2020 | H25 | B = 0,896

A Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (Pnad) é uma pesquisa feita anualmente pelo IBGE, exceto nos anos em que há Censo. Em um ano, foram entrevistados 363 mil jovens para fazer um levantamento sobre suas atividades profissionais e/ou acadêmicas. Os resultados da pesquisa estão indicados no gráfico.

Jovens em atividade entre 15 e 29 anos (%)



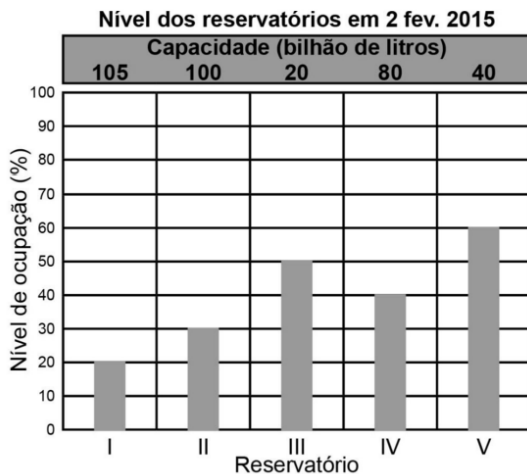
Disponível em: <http://noticias.uol.com.br>. Acesso em: 20 ago. 2014.

De acordo com as informações dadas, o número de jovens entrevistados que trabalha é

- a) 114 708.      b) 164 076.      c) 213 444.  
d) 284 592.      e) 291 582.

### Q.017 | 146 do ENEM 2021 | H26 | B = 0,945

O gráfico apresenta o nível de ocupação dos cinco reservatórios de água que abasteciam uma cidade em 2 de fevereiro de 2015.



Nessa data, o reservatório com o maior volume de água era o

- a) I.                      b) II.                      c) III.  
d) IV.                    e) V.

### Q.018 | 161 do ENEM 2020 | H28 | B = 0,994

O Estatuto do Idoso, no Brasil, prevê certos direitos às pessoas com idade avançada, concedendo a estas, entre outros benefícios, a restituição de imposto de renda antes dos demais contribuintes. A tabela informa os nomes e as idades de 12 idosos que aguardam suas restituições de imposto de renda. Considere que, entre os idosos, a restituição seja concedida em ordem decrescente de idade e que, em subgrupos de pessoas com a mesma idade, a ordem seja decidida por sorteio.

Nome	Idade (em ano)
Orlando	89
Gustavo	86
Luana	86
Teresa	85
Márcia	84
Roberto	82
Heloisa	75
Marisa	75
Pedro	75
João	75
Antônio	72
Fernanda	70

Nessas condições, a probabilidade de João ser a sétima pessoa do grupo a receber sua restituição é igual a

- a)  $\frac{1}{12}$   
b)  $\frac{7}{12}$   
c)  $\frac{1}{8}$   
d)  $\frac{5}{6}$   
e)  $\frac{1}{4}$





# PARTE III

OS 36 ITENS FÁCEIS

## Os 36 Itens FÁCEIS dos ÚLTIMOS 4 ENEMs

Lideradas pelas provas de 2019 e 2021, os 36 itens fáceis dos últimos quatro ENEMs regulares são: 13 do ENEM 2021, 6 do ENEM 2020, 10 do ENEM 2019 e apenas 7 do ENEM 2018.

Cada questão apresentará um código no seguinte formato **Q.001 | 152 do ENEM 2020 | H6 | B = -0,404**. Explicando cada uma das informações presentes no código:

- **Q.001:** representa a **questão de número 001 das 180 deste material**, ou seja, a **questão mais fácil** dos últimos 4 anos;
- **152 do ENEM 2020:** representa a **posição no caderno cinza e o ano de aplicação** daquela questão;
- **H6:** representa a **habilidade** da questão na **Matriz de Referência do ENEM**;
- **B = -0,404:** representa a **dificuldade da questão**, medida de acordo com o **parâmetro B**.

### Q.019 | 173 do ENEM 2021 | H17 | B = 1,042

Um nutricionista verificou, na dieta diária do seu cliente, a falta de 800 mg do mineral A, de 1 000 mg do mineral B e de 1 200 mg do mineral C. Por isso, recomendou a compra de suplementos alimentares que forneçam os minerais faltantes e informou que não haveria problema se consumisse mais desses minerais do que o recomendado.

O cliente encontrou cinco suplementos, vendidos em sachês unitários, cujos preços e as quantidades dos minerais estão apresentados a seguir:

- **Suplemento I:** contém 50 mg do mineral A, 100 mg do mineral B e 200 mg do mineral C e custa R\$ 2,00;
- **Suplemento II:** contém 800 mg do mineral A, 250 mg do mineral B e 200 mg do mineral C e custa R\$ 3,00;
- **Suplemento III:** contém 250 mg do mineral A, 1 000 mg do mineral B e 300 mg do mineral C e custa R\$ 5,00;
- **Suplemento IV:** contém 600 mg do mineral A, 500 mg do mineral B e 1 000 mg do mineral C e custa R\$ 6,00;
- **Suplemento V:** contém 400 mg do mineral A, 800 mg do mineral B e 1 200 mg do mineral C e custa R\$ 8,00.

O cliente decidiu comprar sachês de um único suplemento no qual gastasse menos dinheiro e ainda suprisse a falta de minerais indicada pelo nutricionista, mesmo que consumisse alguns deles além de sua necessidade.

Nessas condições, o cliente deverá comprar sachês do suplemento:

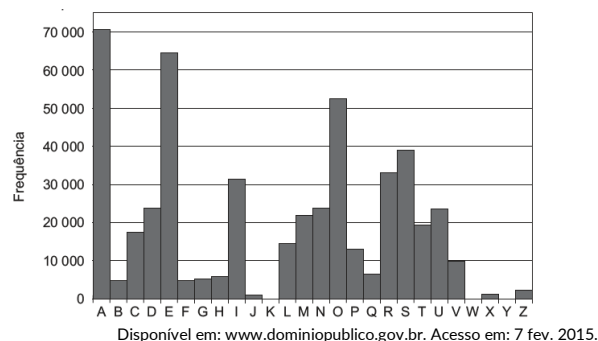
- a) I.                                  b) II.                                  c) III.  
d) IV.                                 e) V.

### Q.020 | 137 do ENEM 2021 | H25 | B = 1,065

A Cifra de César é um exemplo de um método de codificação de mensagens usado por Júlio César para se comunicar com seus generais. No método, cada letra era trocada por uma letra que aparecia no alfabeto um número fixo de casas adiante (ou atrás) de forma cíclica. A seguir temos um exemplo em que cada letra é substituída pela que vem três posições à frente.

Original	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Codificado	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Para quebrar um código como esse, a análise de frequências das letras de um texto é uma ferramenta importante. Uma análise do texto do romance O guarani, de José de Alencar, que é composto por 491 631 letras, gerou o seguinte gráfico de frequências:



Após codificar esse texto com a regra do exemplo fornecido, faz-se nova análise de frequência no texto codificado.

As quatro letras mais frequentes, em ordem decrescente de frequência, do texto codificado são

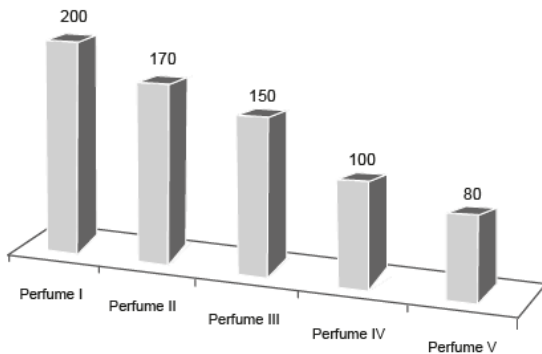
- a) A, E, O e S.                      b) D, E, F e G.                      c) D, H, R e V.  
d) R, L, B e X.                      e) X, B, L e P.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

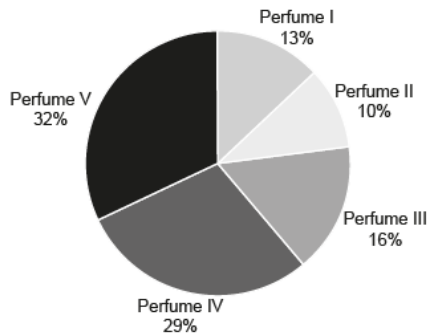
### Q.021 | 177 do ENEM 2020 | H26 | B = 1,082

O gerente de uma loja de cosméticos colocou à venda cinco diferentes tipos de perfume, tendo em estoque na loja as mesmas quantidades de cada um deles. O setor de controle de estoque encaminhou ao gerente registros gráficos descrevendo os preços unitários de cada perfume, em real, e a quantidade vendida de cada um deles, em percentual, ocorrida no mês de novembro.

**Preço do perfume por unidade (R\$)**



**Porcentagem da quantidade vendida de cada perfume**



Dados a chegada do final de ano e o aumento das vendas, a gerência pretende aumentar a quantidade estocada do perfume do tipo que gerou a maior arrecadação em espécie, em real, no mês de novembro.

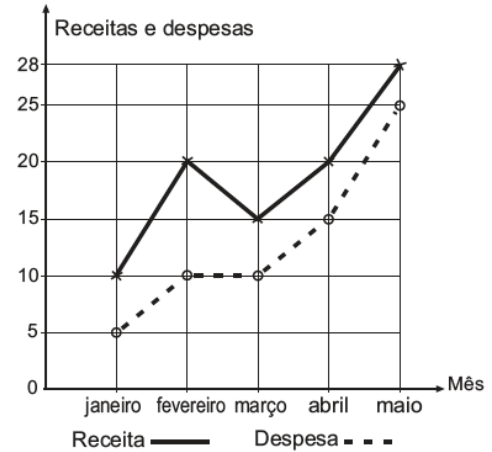
Nessas condições, qual o tipo de perfume que deverá ter maior reposição no estoque?

- a) I.                      b) II.                      c) III.  
d) IV.                     e) V.

### Q.022 | 174 do ENEM 2021 | H24 | B = 1,091

A receita R de uma empresa ao final de um mês é o dinheiro captado com a venda de mercadorias ou com a prestação de serviços nesse mês, e a despesa D é todo o dinheiro utilizado para pagamento de salários, contas de água e luz, impostos, entre outros. O lucro mensal obtido ao final do mês é a diferença entre a receita e a despesa registradas no

mês. O gráfico apresenta as receitas e despesas, em milhão de real, de uma empresa ao final dos cinco primeiros meses de um dado ano.



A previsão para os próximos meses é que o lucro mensal não seja inferior ao maior lucro obtido até o mês de maio.

Nessas condições, o lucro mensal para os próximos meses deve ser maior ou igual ao do mês de:

- a) janeiro.                      b) fevereiro.                      c) março.  
d) abril.                        e) maio.

### Q.023 | 153 do ENEM 2020 | H29 | B = 1,109

Suponha que uma equipe de corrida de automóveis disponha de cinco tipos de pneu (I, II, III, IV, V), em que o fator de eficiência climática EC (índice que fornece o comportamento do pneu em uso, dependendo do clima) é apresentado:

- EC do pneu I: com chuva 6, sem chuva 3;
- EC do pneu II: com chuva 7, sem chuva -4;
- EC do pneu III: com chuva -2, sem chuva 10;
- EC do pneu IV: com chuva 2, sem chuva 8;
- EC do pneu V: com chuva -6, sem chuva 7.

O coeficiente de rendimento climático (CRC) de um pneu é calculado como a soma dos produtos dos fatores de EC, com ou sem chuva, pelas correspondentes probabilidades de se ter tais condições climáticas: ele é utilizado para determinar qual pneu deve ser selecionado para uma dada corrida, escolhendo-se o pneu que apresentar o maior CRC naquele dia. No dia de certa corrida, a probabilidade de chover era de 70% e o chefe da equipe calculou o CRC de cada um dos cinco tipos de pneu.

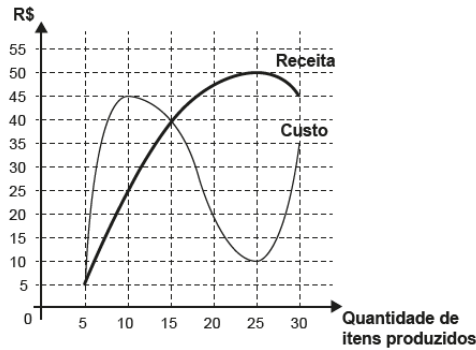
O pneu escolhido foi

- a) I.                              b) II.                              c) III  
d) IV.                            e) V.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

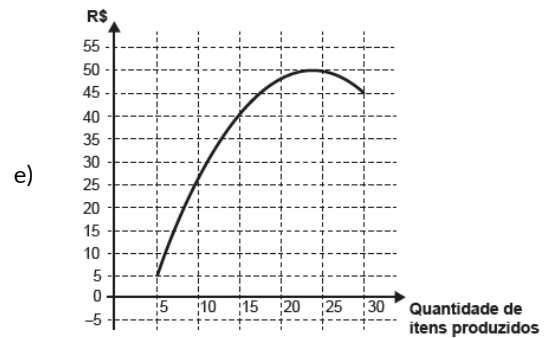
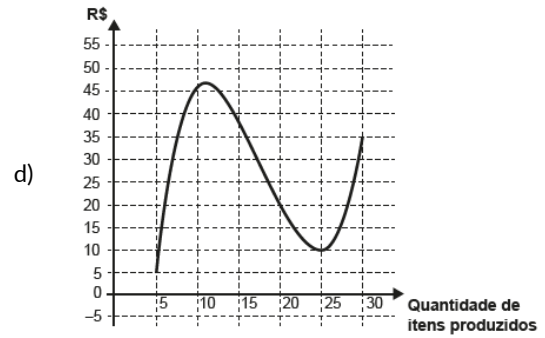
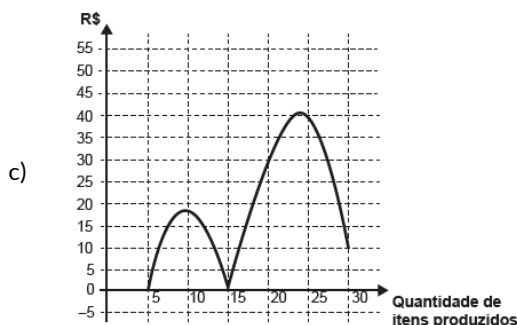
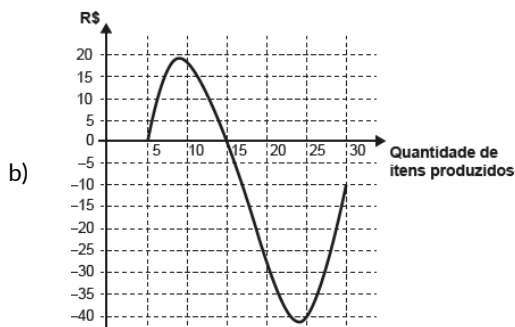
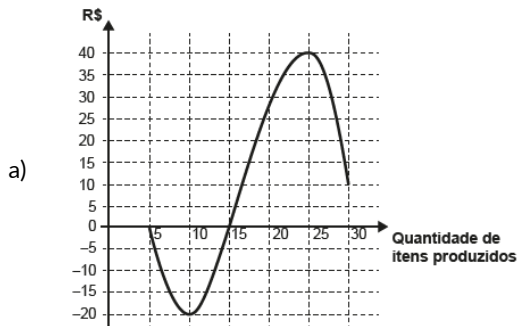
### Q.024 | 140 do ENEM 2020 | H20 | B = 1,152

Um administrador resolve estudar o lucro de sua empresa e, para isso, traça o gráfico da receita e do custo de produção de seus itens, em real, em função da quantidade de itens produzidos.



O lucro é determinado pela diferença: Receita - Custo.

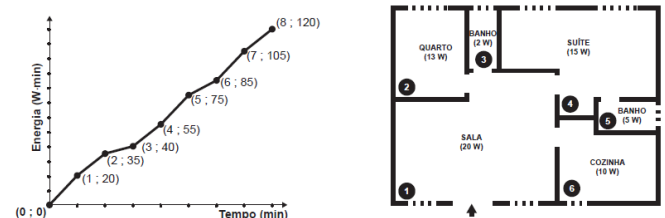
O gráfico que representa o lucro dessa empresa, em função da quantidade de itens produzidos, é:



### Q.025 | 168 do ENEM 2019 | H20 | B = 1,153

Nos seis cômodos de uma casa há sensores de presença posicionados de forma que a luz de cada cômodo acende assim que uma pessoa nele adentra, e apaga assim que a pessoa se retira desse cômodo. Suponha que o acendimento e o desligamento sejam instantâneos.

O morador dessa casa visitou alguns desses cômodos, ficando exatamente um minuto em cada um deles. O gráfico descreve o consumo acumulado de energia, em watt × minuto, em função do tempo  $t$ , em minuto, das lâmpadas de LED dessa casa, enquanto a figura apresenta a planta baixa da casa, na qual os cômodos estão numerados de 1 a 6, com as potências das respectivas lâmpadas indicadas



A sequência de deslocamentos pelos cômodos, conforme o consumo de energia apresentado no gráfico, é

- a) 1 → 4 → 5 → 4 → 1 → 6 → 1 → 4
- b) 1 → 2 → 3 → 1 → 4 → 1 → 4 → 4
- c) 1 → 4 → 5 → 4 → 1 → 6 → 1 → 2 → 3
- d) 1 → 2 → 3 → 5 → 4 → 1 → 6 → 1 → 4
- e) 1 → 4 → 2 → 3 → 5 → 1 → 6 → 1 → 4

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.026 | 180 do ENEM 2020 | H5 | B = 1,154

O quadro representa os gastos mensais, em real, de uma família com internet, mensalidade escolar e mesada do filho.

Internet	Mensalidade escolar	Mesada do filho
120	700	400

No início do ano, a internet e a mensalidade escolar tiveram acréscimos, respectivamente, de 20% e 10%. Necessitando manter o valor da despesa mensal total com os itens citados, a família reduzirá a mesada do filho.

Qual será a porcentagem da redução da mesada?

- a) 15,0    b) 23,5    c) 30,0    d) 70,0    e) 76,5

### Q.027 | 162 do ENEM 2018 | H5 | B = 1,156

Em um aeroporto, os passageiros devem submeter suas bagagens a uma das cinco máquinas de raio-X disponíveis ao adentrarem a sala de embarque. Num dado instante, o tempo gasto por essas máquinas para escanear a bagagem de cada passageiro e o número de pessoas presentes em cada fila estão apresentados em um painel, como mostrado na figura.

Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4	Máquina 5
35 segundos 5 pessoas	25 segundos 6 pessoas	22 segundos 7 pessoas	40 segundos 4 pessoas	20 segundos 8 pessoas

Um passageiro, ao chegar à sala de embarque desse aeroporto no instante indicado, visando esperar o menor tempo possível, deverá se dirigir à máquina:

- a) 1.    b) 2.    c) 3.    d) 4.    e) 5.

### Q.028 | 169 do ENEM 2019 | H4 | B = 1,167

Um casal planejou uma viagem e definiu como teto para o gasto diário um valor de até R\$ 1 000,00. Antes de decidir o destino da viagem, fizeram uma pesquisa sobre a taxa de câmbio vigente para as moedas de cinco países que desejavam visitar e também sobre as estimativas de gasto diário em cada um, com o objetivo de escolher o destino que apresentasse o menor custo diário em real. O quadro mostra os resultados obtidos com a pesquisa realizada.

País de destino	Moeda local	Taxa de câmbio	Gasto diário
França	Euro (€)	R\$ 3,14	315,00 €
EUA	Dólar (US\$)	R\$ 2,78	US\$ 390,00
Austrália	Dólar australiano (A\$)	R\$ 2,14	A\$ 400,00
Canadá	Dólar canadense (C\$)	R\$ 2,10	C\$ 410,00
Reino Unido	Libra esterlina (£)	R\$ 4,24	£ 290,00

Nessas condições, qual será o destino escolhido para a viagem?

- a) Austrália.    b) Canadá.    c) EUA.  
d) França.    e) Reino Unido.

### Q.029 | 150 do ENEM 2021 | H1 | B = 1,213

O sistema de numeração romano ainda é utilizado na indicação de capítulos e volumes de livros, na designação de séculos e, em ordem cronológica, de papas e reis de mesmo nome. São utilizadas sete letras do alfabeto:

- Quatro fundamentais: I (vale 1); X (vale 10); C (vale 100) e M (vale 1 000).
- Três secundárias: V (vale 5); L (vale 50) e D (vale 500).

As regras para escrever números romanos são:

1. Não existe símbolo correspondente ao zero;
2. Os símbolos fundamentais podem ser repetidos até três vezes e seus valores são adicionados. Exemplo: XXX = 30;
3. Uma letra posta à esquerda de outra de maior valor indica subtração dos respectivos valores. Exemplo: IX = 10 - 1 = 9;
4. Uma letra posta à direita de outra de maior valor indica adição dos respectivos valores. Exemplo: XI = 10 + 1 = 11.

Em uma cidade europeia há uma placa indicando o ano de sua fundação: MCDLXIX.

Quantos anos de fundação essa cidade comemorará em 2050?

- a) 379  
b) 381  
c) 579  
d) 581  
e) 601

### Q.030 | 152 do ENEM 2021 | H3 | B = 1,215

Uma unidade de medida comum usada para expressar áreas de terrenos de grandes dimensões é o hectare, que equivale a 10 000 m<sup>2</sup>. Um fazendeiro decide fazer um loteamento utilizando 3 hectares de sua fazenda, dos quais 0,9 hectare será usado para a construção de ruas e calçadas e o restante será dividido em terrenos com área de 300 m<sup>2</sup> cada um. Os 20 primeiros terrenos vendidos terão preços promocionais de R\$ 20 000,00 cada, e os demais, R\$ 30 000,00 cada.

Nas condições estabelecidas, o valor total, em real, obtido pelo fazendeiro com a venda de todos os terrenos será igual a

- a) 700 000.  
b) 1 600 000.  
c) 1 900 000.  
d) 2 200 000.  
e) 2 800 000.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.031 | 171 do ENEM 2019 | H18 | B = 1,242

Para construir uma piscina, cuja área total da superfície interna é igual a  $40\text{ m}^2$ , uma construtora apresentou o seguinte orçamento:

- R\$ 10 000,00 pela elaboração do projeto;
- R\$ 40 000,00 pelos custos fixos;
- R\$ 2 500,00 por metro quadrado para construção da área interna da piscina.

Após a apresentação do orçamento, essa empresa decidiu reduzir o valor de elaboração do projeto em 50%, mas recalculou o valor do metro quadrado para a construção da área interna da piscina, concluindo haver a necessidade de aumentá-lo em 25%. Além disso, a construtora pretende dar um desconto nos custos fixos, de maneira que o novo valor do orçamento seja reduzido em 10% em relação ao total inicial.

O percentual de desconto que a construtora deverá conceder nos custos fixos é de

- a) 23,3%      b) 25,0%      c) 50,0%  
d) 87,5%      e) 100,0%

### Q.032 | 148 do ENEM 2019 | H16 | B = 1,244

Para contratar três máquinas que farão o reparo de vias rurais de um município, a prefeitura elaborou um edital que, entre outras cláusulas, previa:

- Cada empresa interessada só pode cadastrar uma única máquina para concorrer ao edital;
- O total de recursos destinados para contratar o conjunto das três máquinas é de R\$ 31 000,00;
- O valor a ser pago a cada empresa será inversamente proporcional à idade de uso da máquina cadastrada pela empresa para o presente edital.

As três empresas vencedoras do edital cadastraram máquinas com 2, 3 e 5 anos de idade de uso.

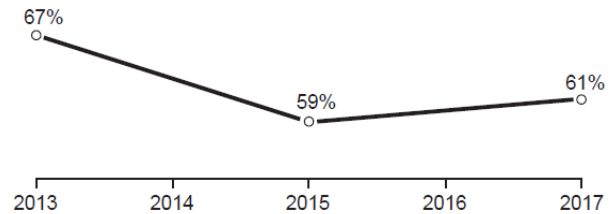
Quanto receberá a empresa que cadastrou a máquina com maior idade de uso?

- a) R\$ 3 100,00      b) R\$ 6 000,00      c) R\$ 6 200,00  
d) R\$ 15 000,00      e) R\$ 15 500,00

### Q.033 | 171 do ENEM 2018 | H24 | B = 1,273

A raiva é uma doença viral e infecciosa, transmitida por mamíferos. A campanha nacional de vacinação antirrábica tem o objetivo de controlar a circulação do vírus da raiva canina e felina, prevenindo a raiva humana. O gráfico mostra a cobertura (porcentagem de vacinados) da campanha, em cães, nos anos de 2013, 2015 e 2017, no município de Belo

Horizonte, em Minas Gerais. Os valores das coberturas dos anos de 2014 e 2016 não estão informados no gráfico e deseja-se estimá-los. Para tal, levou-se em consideração que a variação na cobertura de vacinação da campanha antirrábica, nos períodos de 2013 a 2015 e de 2015 a 2017, deu-se de forma linear:



Qual teria sido a cobertura dessa campanha no ano de 2014?

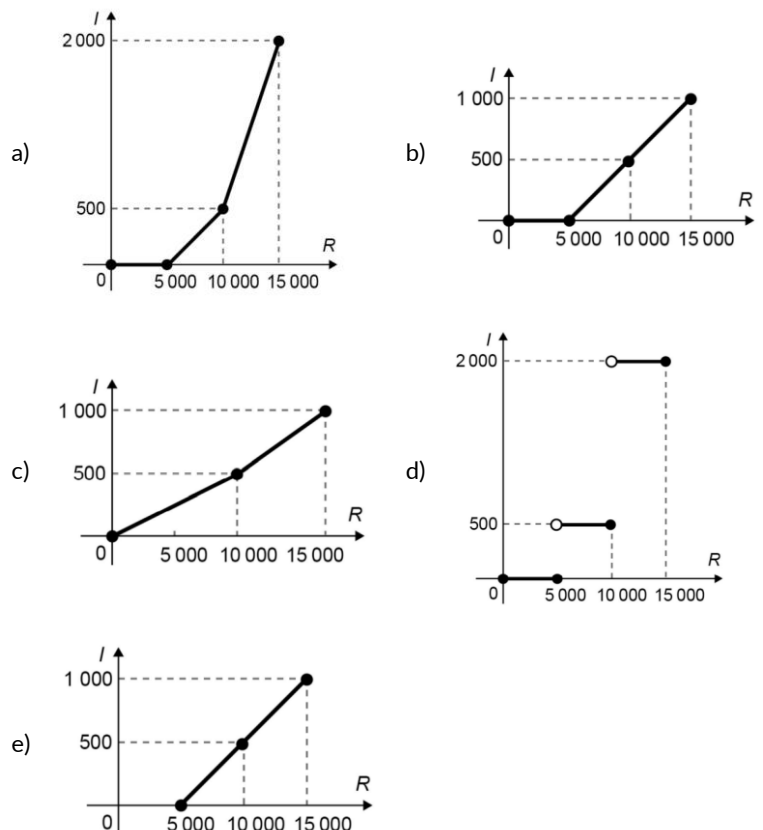
- a) 62,3%      b) 63,0%      c) 63,5%  
d) 64,0%      e) 65,5%

### Q.034 | 180 do ENEM 2021 | H15 | B = 1,279

O quadro representa a relação entre o preço de um produto ( $R$ ) e seu respectivo imposto devido ( $I$ ).

Preço do produto ( $R$ )	Imposto devido ( $I$ )
$R \leq 5\,000$	isento
$5\,000 < R \leq 10\,000$	10% de $(R - 5\,000)$
$10\,000 < R \leq 15\,000$	$500 + 30\%$ de $(R - 10\,000)$

O gráfico que melhor representa essa relação é:



## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.035 | 168 do ENEM 2021 | H5 | B = 1,303

Após consulta médica, um paciente deve seguir um tratamento composto por três medicamentos: X, Y e Z. O paciente, para adquirir os três medicamentos, faz um orçamento em três farmácias diferentes, conforme o quadro.

	X	Y	Z
Farmácia 1	R\$ 45,00	R\$ 40,00	R\$ 50,00
Farmácia 2	R\$ 50,00	R\$ 50,00	R\$ 40,00
Farmácia 3	R\$ 65,00	R\$ 45,00	R\$ 35,00

Dessas farmácias algumas oferecem descontos:

- na compra dos medicamentos X e Y na Farmácia 2, recebe-se um desconto de 20% em ambos os produtos, independentemente da compra do medicamento Z, e não há desconto para o medicamento Z;
- na compra dos 3 medicamentos na Farmácia 3, recebe-se 20% de desconto no valor total da compra.

O paciente deseja efetuar a compra de modo a minimizar sua despesa com os medicamentos.

De acordo com as informações fornecidas, o paciente deve comprar os medicamentos da seguinte forma:

- X, Y e Z na Farmácia 1.
- X e Y na Farmácia 1, e Z na Farmácia 3.
- X e Y na Farmácia 2, e Z na Farmácia 3.
- X na Farmácia 2, e Y e Z na Farmácia 3.
- X, Y e Z na Farmácia 3.

### Q.036 | 176 do ENEM 2019 | H11 | B = 1,316

Comum em lançamentos de empreendimentos imobiliários, as maquetes de condomínios funcionam como uma ótima ferramenta de marketing para as construtoras, pois, além de encantar clientes, auxiliam de maneira significativa os corretores na negociação e venda de imóveis.

Um condomínio está sendo lançado em um novo bairro de uma cidade. Na maquete projetada pela construtora, em escala de 1 : 200, existe um reservatório de água com capacidade de  $45 \text{ cm}^3$ .

Quando todas as famílias estiverem residindo no condomínio, a estimativa é que, por dia, sejam consumidos 30 000 litros de água.

Em uma eventual falta de água, o reservatório cheio será suficiente para abastecer o condomínio por quantos dias?

- 30
- 15
- 12
- 6
- 3

### Q.037 | 155 do ENEM 2020 | H27 | B = 1,334

Com o objetivo de contratar uma empresa responsável pelo serviço de atendimento ao público, os executivos de uma agência bancária realizaram uma pesquisa de satisfação envolvendo cinco empresas especializadas nesse segmento. Os procedimentos analisados (com pesos que medem sua importância para a agência) e as respectivas notas que cada empresa recebeu estão organizados no quadro.

Procedimento	Peso	Notas da empresa				
		X	Y	Z	W	T
Rapidez no atendimento	3	5	1	4	3	4
Clareza nas informações passadas aos clientes	5	1	4	3	3	2
Cortesia no atendimento	2	2	2	2	3	4

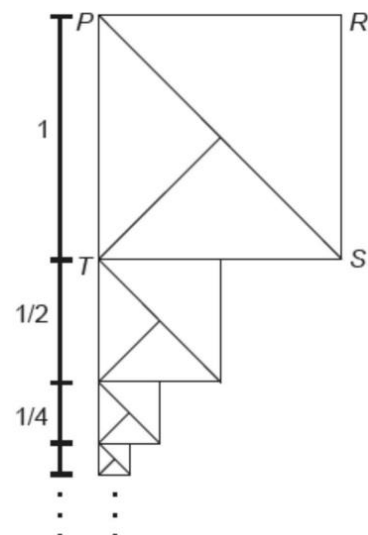
A agência bancária contratará a empresa com a maior média ponderada das notas obtidas nos procedimentos analisados.

Após a análise dos resultados da pesquisa de satisfação, os executivos da agência bancária contrataram a empresa:

- X.
- Y.
- Z.
- W.
- T.

### Q.038 | 176 do ENEM 2020 | H2 | B = 1,340

O artista gráfico holandês Maurits Cornelius Escher criou belíssimas obras nas quais as imagens se repetiam, com diferentes tamanhos, induzindo ao raciocínio de repetição infinita das imagens. Inspirado por ele, um artista fez um rascunho de uma obra na qual propunha a ideia de construção de uma sequência de infinitos quadrados, cada vez menores, uns sob os outros, conforme indicado na figura.



## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

O quadrado PRST, com lado de medida 1, é o ponto de partida. O segundo quadrado é construído sob ele tomando-se o ponto médio da base do quadrado anterior e criando-se um novo quadrado, cujo lado corresponde à metade dessa base. Essa sequência de construção se repete recursivamente.

Qual é a medida do lado do centésimo quadrado construído de acordo com esse padrão?

- a)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{100}$       b)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{99}$       c)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{97}$   
 d)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-98}$       e)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-99}$

### Q.039 | 179 do ENEM 2018 | H4 | B = 1,349

O colesterol total de uma pessoa é obtido pela soma da taxa do seu “colesterol bom” com a taxa do seu “colesterol ruim”. Os exames periódicos, realizados em um paciente adulto, apresentaram taxa normal de “colesterol bom”, porém, taxa do “colesterol ruim” (também chamado LDL) de 280 mg/dL.

O quadro apresenta uma classificação de acordo com as taxas de LDL em adultos.

Taxa de LDL (mg/dL)	
Ótima	Menor do que 100
Próxima de ótima	De 100 a 129
Limite	De 130 a 159
Alta	De 160 a 189
Muito alta	190 ou mais

O paciente, seguindo as recomendações médicas sobre estilo de vida e alimentação, realizou o exame logo após o primeiro mês, e a taxa de LDL reduziu 25%. No mês seguinte, realizou novo exame e constatou uma redução de mais 20% na taxa de LDL.

De acordo com o resultado do segundo exame, a classificação da taxa de LDL do paciente é

- a) ótima.  
 b) próxima de ótima.  
 c) limite.  
 d) alta.  
 e) muito alta.

### Q.040 | 178 do ENEM 2018 | H10 | B = 1,361

Numa atividade de treinamento realizada no Exército de um determinado país, três equipes – Alpha, Beta e Gama – foram designadas a percorrer diferentes caminhos, todos com os mesmos pontos de partida e de chegada.

- A equipe Alpha realizou seu percurso em 90 minutos com uma velocidade média de 6,0 km/h.
- A equipe Beta também percorreu sua trajetória em 90 minutos, mas sua velocidade média foi de 5,0 km/h.
- Com uma velocidade média de 6,5 km/h, a equipe Gama concluiu seu caminho em 60 minutos.

Com base nesses dados, foram comparadas as distâncias  $d_{Beta}$ ,  $d_{Alpha}$  e  $d_{Gama}$  percorridas pelas três equipes.

A ordem das distâncias percorridas pelas equipes Alpha, Beta e Gama é

- a)  $d_{Gama} < d_{Beta} < d_{Alpha}$   
 b)  $d_{Alpha} = d_{Beta} < d_{Gama}$   
 c)  $d_{Gama} < d_{Beta} = d_{Alpha}$   
 d)  $d_{Beta} < d_{Alpha} < d_{Gama}$   
 e)  $d_{Gama} < d_{Alpha} < d_{Beta}$

### Q.041 | 167 do ENEM 2021 | H4 | B = 1,379

Um lava-rápido oferece dois tipos de lavagem de veículos: lavagem simples, ao preço de R\$ 20,00, e lavagem completa, ao preço de R\$ 35,00. Para cobrir as despesas com produtos e funcionários, e não ter prejuízos, o lava-rápido deve ter uma receita diária de, pelo menos, R\$ 300,00.

Para não ter prejuízo, o menor número de lavagens diárias que o lava-rápido deve efetuar é

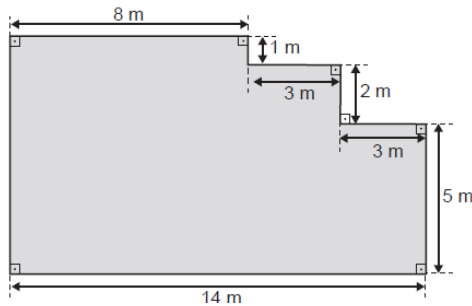
- a) 6.  
 b) 8.  
 c) 9.  
 d) 15.  
 e) 20.



## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.042 | 159 do ENEM 2019 | H13 | B = 1,401

Um mestre de obras deseja fazer uma laje com espessura de 5 cm utilizando concreto usinado, conforme as dimensões do projeto dadas na figura. O concreto para fazer a laje será fornecido por uma usina que utiliza caminhões com capacidades máximas de 2 m<sup>3</sup>, 5 m<sup>3</sup> e 10 m<sup>3</sup> de concreto.



Qual a menor quantidade de caminhões, utilizando suas capacidades máximas, que o mestre de obras deverá pedir à usina de concreto para fazer a laje?

- a) Dez caminhões com capacidade máxima de 10 m<sup>3</sup>.
- b) Cinco caminhões com capacidade máxima de 10 m<sup>3</sup>.
- c) Um caminhão com capacidade máxima de 5 m<sup>2</sup>.
- d) Dez caminhões com capacidade máxima de 2 m<sup>2</sup>.
- e) Um caminhão com capacidade máxima de 2 m<sup>2</sup>.

### Q.043 | 151 do ENEM 2021 | H1 | B = 1,403

Uma das bases mais utilizadas para representar um número é a base decimal. Entretanto, os computadores trabalham com números na base binária. Nessa base, qualquer número natural é representado usando apenas os algarismos 0 e 1. Por exemplo, as representações dos números 9 e 12, na base binária, são 1001 e 1100, respectivamente. A operação de adição, na base binária, segue um algoritmo similar ao utilizado na base decimal, como detalhado no quadro:

a	b	a + b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	10

Por exemplo, na base binária, a soma dos números 10 e 10 é 100, como apresentado:

$$\begin{array}{r} 10 \\ + 10 \\ \hline 100 \end{array}$$

Considerando as informações do texto, o resultado da adição 9 + 12 será representado, na base binária, por

- a) 101.
- b) 1101.
- c) 1111.
- d) 10101.
- e) 11001.

### Q.044 | 154 do ENEM 2019 | H30 | B = 1,417

O dono de um restaurante situado às margens de uma rodovia percebeu que, ao colocar uma placa de propaganda de seu restaurante ao longo da rodovia, as vendas aumentaram. Pesquisou junto aos seus clientes e concluiu que a probabilidade de um motorista perceber uma placa de anúncio é  $\frac{1}{2}$ . Com isso, após autorização do órgão competente, decidiu

instalar novas placas com anúncios de seu restaurante ao longo dessa rodovia, de maneira que a probabilidade de um motorista perceber pelo menos uma das placas instaladas fosse superior a  $\frac{99}{100}$ .

A quantidade mínima de novas placas de propaganda a serem instaladas é

- a) 99.
- b) 51.
- c) 50.
- d) 6.
- e) 1.

### Q.045 | 142 do ENEM 2018 | H25 | B = 1,449

Devido ao não cumprimento das metas definidas para a campanha de vacinação contra a gripe comum e o vírus H1N1 em um ano, o Ministério da Saúde anunciou a prorrogação da campanha por mais uma semana. A tabela apresenta as quantidades de pessoas vacinadas dentre os cinco grupos de risco até a data de início da prorrogação da campanha.

Balanço parcial nacional da vacinação contra a gripe			
Grupo de risco	População (milhão)	População já vacinada	
		(milhão)	(%)
Crianças	4,5	0,9	20
Profissionais de saúde	2,0	1,0	50
Gestantes	2,5	1,5	60
Indígenas	0,5	0,4	80
Idosos	20,5	8,2	40

Disponível em: <http://portalsaude.saude.gov.br>. Acesso em: 16 ago. 2012.

Qual é a porcentagem do total de pessoas desses grupos de risco já vacinadas?

- a) 12
- b) 18
- c) 30
- d) 40
- e) 50

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.046 | 138 do ENEM 2021 | H27 | B = 1,468

O quadro apresenta o número de terremotos de magnitude maior ou igual a 7, na escala Richter, ocorridos em nosso planeta nos anos de 2000 a 2011.

Ano	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Terremotos	15	16	13	15	16	11	11	18	12	17	24	20

Disponível em: <https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/browse/m7-world.php>. Acesso em: 13 ago. 2012 (adaptado)

Um pesquisador acredita que a mediana representa bem o número anual típico de terremotos em um período.

Segundo esse pesquisador, o número anual típico de terremotos de magnitude maior ou igual a 7 é

- a) 11.                      b) 15.                      c) 15,5.  
d) 15,7.                    e) 17,5.

### Q.047 | 160 do ENEM 2019 | H19 | B = 1,470

O álcool é um depressor do sistema nervoso central e age diretamente em diversos órgãos. A concentração de álcool no sangue pode ser entendida como a razão entre a quantidade  $q$  de álcool ingerido, medida em grama, e o volume de sangue, em litro, presente no organismo do indivíduo. Em geral, considera-se que esse volume corresponda ao valor numérico dado por 8% da massa corporal  $m$  desse indivíduo, medida em quilograma.

De acordo com a Associação Médica Americana, uma concentração alcoólica superior a 0,4 grama por litro de sangue é capaz de trazer prejuízos à saúde do indivíduo.

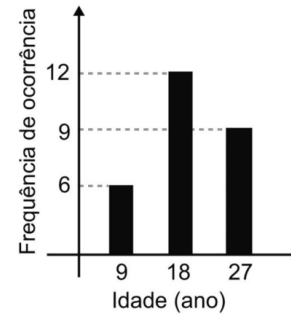
Disponível em: <http://cisa.org.br>. Acesso em: 1 dez. 2018 (adaptado).

A expressão relacionando  $q$  e  $m$  que representa a concentração alcoólica prejudicial à saúde do indivíduo, de acordo com a Associação Médica Americana, é

- a)  $\frac{q}{0,8m} > 0,4$   
b)  $\frac{0,4m}{q} > 0,8$   
c)  $\frac{q}{0,4m} > 0,8$   
d)  $\frac{0,08m}{q} > 0,4$   
e)  $\frac{q}{0,08m} > 0,4$

### Q.048 | 147 do ENEM 2021 | H27 | B = 1,475

Uma pessoa realizou uma pesquisa com alguns alunos de uma escola, coletando suas idades, e organizou esses dados no gráfico.



Qual é a média das idades, em ano, desses alunos?

- a) 9                              b) 12                              c) 18  
d) 19                            e) 27

### Q.049 | 166 do ENEM 2021 | H4 | B = 1,499

Um ciclista amador de 61 anos de idade utilizou um monitor cardíaco para medir suas frequências cardíacas em quatro diferentes tipos de trechos do percurso. Os resultados das frequências cardíacas máximas alcançadas nesses trechos foram:

Trechos do percurso	Frequências cardíacas máximas (bpm)
Leve no plano	90
Forte no plano	120
Subida moderada	130
Subida forte	140

Sabe-se que a faixa aeróbica ideal para o ganho de condicionamento físico é entre 65% e 85% da frequência cardíaca máxima ( $F_c$  máx.), que, por sua vez, é determinada pela fórmula:

$$F_c \text{ máx.} = 220 - \text{idade,}$$

em que a idade é dada em ano e  $F_c$  máx. é dada em bpm (batimento por minuto).

Os trechos do percurso nos quais esse ciclista se mantém dentro de sua faixa aeróbica ideal, para o ganho de condicionamento físico, são

- a) leve no plano, forte no plano, subida moderada e subida forte.  
b) leve no plano, forte no plano e subida moderada.  
c) forte no plano, subida moderada e subida forte.  
d) forte no plano e subida moderada.  
e) leve no plano e subida forte.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.050 | 165 do ENEM 2018 | H6 | B = 1,503

A rosa dos ventos é uma figura que representa oito sentidos, que dividem o círculo em partes iguais.



Uma câmera de vigilância está fixada no teto de um shopping e sua lente pode ser direcionada remotamente, através de um controlador, para qualquer sentido. A lente da câmera está apontada inicialmente no sentido Oeste e o seu controlador efetua três mudanças consecutivas, a saber:

- 1ª mudança: 135° no sentido anti-horário;
- 2ª mudança: 60° no sentido horário;
- 3ª mudança: 45° no sentido anti-horário;

Após a 3ª mudança, ele é orientado a reposicionar a câmera, com a menor amplitude possível, no sentido Noroeste (NO) devido a um movimento suspeito de um cliente.

Qual mudança de sentido o controlador deve efetuar para reposicionar a câmera?

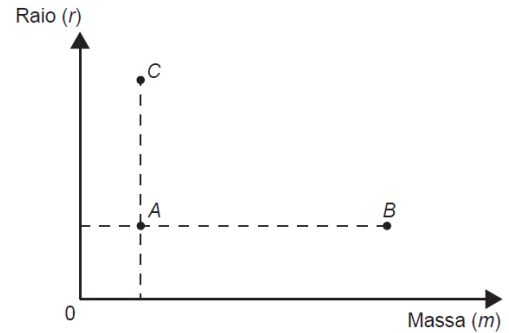
- a) 75° no sentido horário
- b) 105° no sentido anti-horário
- c) 120° no sentido anti-horário
- d) 135° no sentido anti-horário
- e) 165° no sentido horário

### Q.051 | 160 do ENEM 2018 | H20 | B = 1,506

De acordo com a Lei Universal da Gravitação, proposta por Isaac Newton, a intensidade da força gravitacional  $F$  que a Terra exerce sobre um satélite em órbita circular é proporcional à massa  $m$  do satélite e inversamente proporcional ao quadrado do raio  $r$  da órbita, ou seja,

$$F = \frac{km}{r^2}$$

No plano cartesiano, três satélites, A, B e C, estão representados, cada um, por um ponto  $(m; r)$  cujas coordenadas são, respectivamente, a massa do satélite e o raio da sua órbita em torno da Terra.



Com base nas posições relativas dos pontos no gráfico, deseja-se comparar as intensidades  $F_A$ ,  $F_B$  e  $F_C$  da força gravitacional que a Terra exerce sobre os satélites A, B e C, respectivamente.

As intensidades  $F_A$ ,  $F_B$  e  $F_C$  expressas no gráfico satisfazem a relação

- a)  $F_C = F_A < F_B$
- b)  $F_A = F_B < F_C$
- c)  $F_A < F_B < F_C$
- d)  $F_A < F_C < F_B$
- e)  $F_C < F_A < F_B$

### Q.052 | 163 do ENEM 2019 | H19 | B = 1,518

Uma empresa tem diversos funcionários. Um deles é o gerente, que recebe R\$ 1 000,00 por semana. Os outros funcionários são diaristas. Cada um deles trabalha 2 dias por semana, recebendo R\$ 80,00 por dia trabalhado.

Chamando de  $X$  a quantidade total de funcionários da empresa, a quantia  $Y$ , em reais, que esta empresa gasta semanalmente para pagar seus funcionários é expressa por

- a)  $Y = 80X + 920$ .
- b)  $Y = 80X + 1\ 000$ .
- c)  $Y = 80X + 1\ 080$ .
- d)  $Y = 160X + 840$ .
- e)  $Y = 160X + 1\ 000$ .

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

**Q.053 | 178 do ENEM 2021 | H11 | B = 1,532**

Um parque temático brasileiro construiu uma réplica em miniatura do castelo de Liechtenstein. O castelo original, representado na imagem, está situado na Alemanha e foi reconstruído entre os anos de 1840 e 1842, após duas destruições causadas por guerras.



O castelo possui uma ponte de 38,4 m de comprimento e 1,68 m de largura. O artesão que trabalhou para o parque produziu a réplica do castelo, em escala. Nessa obra, as medidas do comprimento e da largura da ponte eram, respectivamente, 160 cm e 7 cm.

A escala utilizada para fazer a réplica é

- a) 1 : 576
- b) 1 : 240
- c) 1 : 24
- d) 1 : 4,2
- e) 1 : 2,4

**Q.054 | 146 do ENEM 2019 | H23 | B = 1,538**

Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00. O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$ 204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado.

O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de

- a) 398,02.
- b) 400,00.
- c) 401,94.
- d) 404,00.
- e) 406,02.



# **PARTE IV**

**OS 68 ITENS INTERMEDIÁRIOS**

## Os 68 Itens INTERMEDIÁRIOS dos ÚLTIMOS 4 ENEMs

De maneira bem equilibrada, os 68 itens intermediários dos últimos quatro ENEMs regulares são: 18 do ENEM 2021, 19 do ENEM 2020, 16 do ENEM 2019 e 15 do ENEM 2018.

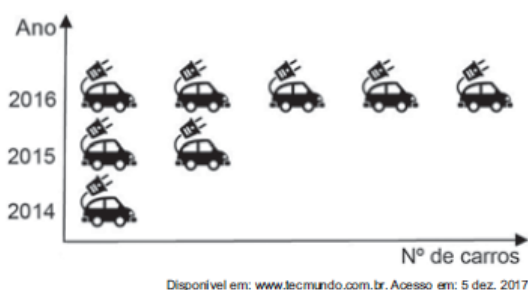
Cada questão apresentará um código no seguinte formato **Q.001 | 152 do ENEM 2020 | H6 | B = -0,404**. Explicando cada uma das informações presentes no código:

- **Q.001**: representa a **questão de número 001 das 180 deste material**. Como estão apresentadas em ordem crescente de dificuldade segundo o parâmetro B, ela é a **questão mais fácil das 180** dos últimos 4 anos;
- **152 do ENEM 2020**: representa a **posição no caderno cinza** e o **ano de aplicação** daquela questão. Nesse caso, temos a questão 152, do caderno CINZA, aplicação na 1ª Aplicação do ENEM 2020;
- **H6**: representa a **habilidade** da questão na **Matriz de Referência do ENEM**. Nesse caso, temos uma questão relativa à habilidade 6;
- **B = -0,404**: representa a **dificuldade da questão**, medida de acordo com o **parâmetro B**. Neste caso, temos uma questão com parâmetro B igual a -0,404, em uma escala que pode assumir qualquer valor real.

### Q.055 | 167 do ENEM 2018 | H27 | B = 1,550

De acordo com um relatório recente da Agência Internacional de Energia (AIE), o mercado de veículos elétricos atingiu um novo marco em 2016, quando foram vendidos mais de 750 mil automóveis da categoria. Com isso, o total de carros elétricos vendidos no mundo alcançou a marca de 2 milhões de unidades desde que os primeiros modelos começaram a ser comercializados em 2011.

No Brasil, a expansão das vendas também se verifica. A marca A, por exemplo, expandiu suas vendas no ano de 2016, superando em 360 unidades as vendas de 2015, conforme representado no gráfico.



A média anual do número de carros vendidos pela marca A, nos anos representados no gráfico, foi de

- a) 192.
- b) 240.
- c) 252.
- d) 320.
- e) 420.

### Q.056 | 156 do ENEM 2018 | H3 | B = 1,570

Um edifício tem a numeração dos andares iniciando no térreo (T), e continuando com primeiro, segundo, terceiro, ..., até o último andar. Uma criança entrou no elevador e, tocando no painel, seguiu uma sequência de andares, parando, abrindo e fechando a porta em diversos andares. A partir de onde entrou a criança, o elevador subiu sete andares, em seguida desceu dez, desceu mais treze, subiu nove, desceu quatro e parou no quinto andar, finalizando a sequência. Considere que no trajeto seguido pela criança, o elevador parou uma vez no último andar do edifício.

De acordo com as informações dadas, o último andar do edifício é o

- a) 16°
- b) 22°
- c) 23°
- d) 25°
- e) 32°

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.057 | 159 do ENEM 2021 | H29 | B = 1,572

Uma grande rede de supermercados adota um sistema de avaliação dos faturamentos de suas filiais, considerando a média de faturamento mensal em milhão. A matriz da rede paga uma comissão para os representantes dos supermercados que atingirem uma média de faturamento mensal ( $M$ ), conforme apresentado no quadro.

Comissão	Média de faturamento mensal ( $M$ )
I	$1 \leq M < 2$
II	$2 \leq M < 4$
III	$4 \leq M < 5$
IV	$5 \leq M < 6$
V	$M \geq 6$

Um supermercado da rede obteve os faturamentos num dado ano, conforme apresentado no quadro.

Faturamento mensal (em milhão de real)	Quantidade de meses
3,5	3
2,5	2
5	2
3	4
7,5	1

Nas condições apresentadas, os representantes desse supermercado avaliam que receberão, no ano seguinte, a comissão de tipo

- a) I.                      b) II.                      c) III.  
d) IV.                     e) V.

### Q.058 | 163 do ENEM 2020 | H12 | B = 1,577

Uma torneira está gotejando água em um balde com capacidade de 18 litros. No instante atual, o balde se encontra com ocupação de 50% de sua capacidade. A cada segundo caem 5 gotas de água da torneira, e uma gota é formada, em média, por  $2,5 \times 10^{-2}$  mL de água.

Quanto tempo, em hora, será necessário para encher completamente o balde, partindo do instante atual?

- a)  $2 \times 10^1$   
b)  $1 \times 10^1$   
c)  $2 \times 10^{-2}$   
d)  $1 \times 10^{-2}$   
e)  $1 \times 10^{-3}$

### Q.059 | 160 do ENEM 2021 | H19 | B = 1,593

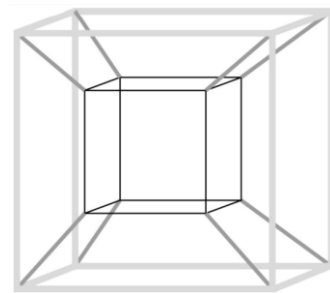
Aplicativos que gerenciam serviços de hospedagem têm ganhado espaço no Brasil e no mundo por oferecer opções diferenciadas em termos de localização e valores de hospedagem. Em um desses aplicativos, o preço  $P$  a ser pago pela hospedagem é calculado considerando um preço por diária  $d$ , acrescido de uma taxa fixa de limpeza  $L$  e de uma taxa de serviço. Essa taxa de serviço é um valor percentual  $s$  calculado sobre o valor pago pelo total das diárias.

Nessa situação, o preço a ser pago ao aplicativo para uma hospedagem de  $n$  diárias pode ser obtido pela expressão

- a)  $P = d \cdot n + L + d \cdot n \cdot s$   
b)  $P = d \cdot n + L + d \cdot s$   
c)  $P = d + L + s$   
d)  $P = d \cdot n \cdot s + L$   
e)  $P = d \cdot n + L + s$

### Q.060 | 169 do ENEM 2021 | H7 | B = 1,599

Muitos brinquedos que frequentemente são encontrados em praças e parques públicos apresentam formatos de figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais. Uma empresa foi contratada para desenvolver uma nova forma de brinquedo. A proposta apresentada pela empresa foi de uma estrutura formada apenas por hastes metálicas, conectadas umas às outras, como apresentado na figura. As hastes de mesma tonalidade e espessura são congruentes.



Com base na proposta apresentada, quantas figuras geométricas planas de cada tipo são formadas pela união das hastes?

- a) 12 trapézios isósceles e 12 quadrados.  
b) 24 trapézios isósceles e 12 quadrados.  
c) 12 paralelogramos e 12 quadrados.  
d) 8 trapézios isósceles e 12 quadrados.  
e) 12 trapézios escalenos e 12 retângulos.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

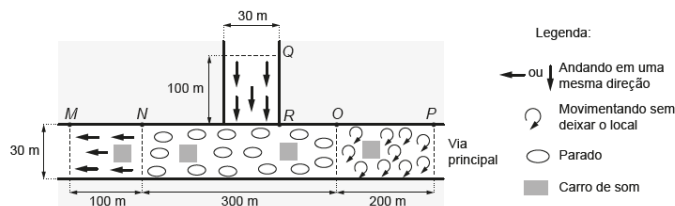
### Q.061 | 172 do ENEM 2020 | H13 | B = 1,603

O fenômeno das manifestações populares de massa traz à discussão como estimar o número de pessoas presentes nesse tipo de evento. Uma metodologia usada é: no momento do ápice do evento, é feita uma foto aérea da via pública principal na área ocupada, bem como das vias afluentes que apresentem aglomerações de pessoas que acessam a via principal. A foto é sobreposta por um mapa virtual das vias, ambos na mesma escala, fazendo-se um esboço geométrico da situação. Em seguida, subdivide-se o espaço total em trechos, quantificando a densidade, da seguinte forma:

- 4 pessoas por metro quadrado, se elas estiverem andando em uma mesma direção;
- 5 pessoas por metro quadrado, se elas estiverem se movimentando sem deixar o local;
- 6 pessoas por metro quadrado, se elas estiverem paradas.

É feito, então, o cálculo do total de pessoas, considerando os diversos trechos, e desconta-se daí 1 000 pessoas para cada carro de som fotografado.

Com essa metodologia, procederam-se aos cálculos para estimar o número de participantes na manifestação cujo esboço geométrico é dado na figura. Há três trechos na via principal: MN, NO e OP, e um trecho numa via afluente da principal: QR.



Obs.: a figura não está em escala (considere as medidas dadas).

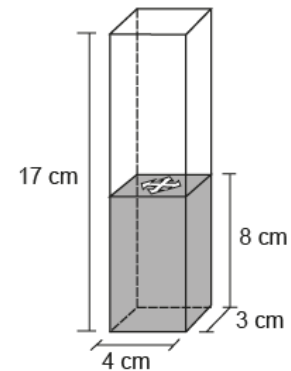
Segundo a metodologia descrita, o número estimado de pessoas presentes a essa manifestação foi igual a

- 110 000.
- 104 000.
- 93 000.
- 92 000.
- 87 000.

### Q.062 | 164 do ENEM 2020 | H14 | B = 1,608

Num recipiente com a forma de paralelepípedo reto retângulo, colocou-se água até a altura de 8 cm e um objeto, que ficou flutuando na superfície da água. Para retirar o objeto de dentro do recipiente, a altura da coluna de água deve ser de, pelo menos, 15 cm.

Para a coluna de água chegar até essa altura, é necessário colocar dentro do recipiente bolinhas de volume igual a  $6 \text{ cm}^3$  cada, que ficarão totalmente submersas.



O número mínimo de bolinhas necessárias para que se possa retirar o objeto que flutua na água, seguindo as instruções dadas, é de

- 14.
- 16.
- 18.
- 30.
- 34.

### Q.063 | 153 do ENEM 2019 | H5 | B = 1,616

Uma pessoa, que perdeu um objeto pessoal quando visitou uma cidade, pretende divulgar nos meios de comunicação informações a respeito da perda desse objeto e de seu contato para eventual devolução. No entanto, ela lembra que, de acordo com o Art. 1 234 do Código Civil, poderá ter que pagar pelas despesas do transporte desse objeto até sua cidade e poderá ter que recompensar a pessoa que lhe restituir o objeto em, pelo menos, 5% do valor do objeto.

Ela sabe que o custo com transporte será de um quinto do valor atual do objeto e, como ela tem muito interesse em reavê-lo, pretende ofertar o maior percentual possível de recompensa, desde que o gasto total com as despesas não ultrapasse o valor atual do objeto.

Nessas condições, o percentual sobre o valor do objeto, dado como recompensa, que ela deverá ofertar é igual a

- 20%
- 25%
- 40%
- 60%
- 80%



## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.064 | 169 do ENEM 2018 | H2 | B = 1,633

Torneios de tênis, em geral, são disputados em sistema de eliminatória simples. Nesse sistema, são disputadas partidas entre dois competidores, com a eliminação do perdedor e promoção do vencedor para a fase seguinte. Dessa forma, se na 1ª fase o torneio conta com  $2n$  competidores, então na 2ª fase restarão  $n$  competidores, e assim sucessivamente até a partida final.

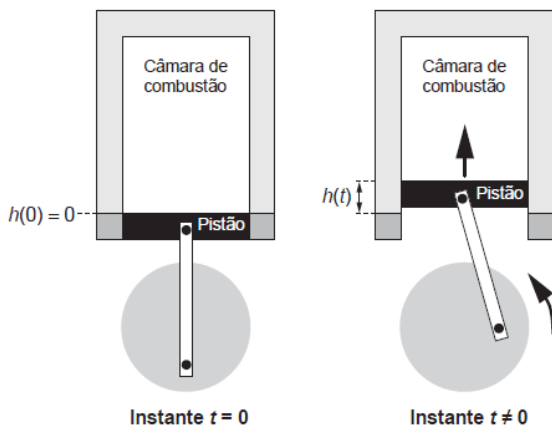
Em um torneio de tênis, disputado nesse sistema, participam 128 tenistas.

Para se definir o campeão desse torneio, o número de partidas necessárias é dado por

- a)  $2 \times 128$
- b)  $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2$
- c)  $128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$
- d)  $128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2$
- e)  $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2$

### Q.065 | 172 do ENEM 2019 | H21 | B = 1,633

Um grupo de engenheiros está projetando um motor cujo esquema de deslocamento vertical do pistão dentro da câmara de combustão está representado na figura.



A função  $h(t) = 4 + 4\text{sen}\left(\frac{\beta t}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$  definida para  $t \geq$

0 descreve como varia a altura  $h$ , medida em centímetro, da parte superior do pistão dentro da câmara de combustão, em função do tempo  $t$ , medido em segundo. Nas figuras estão indicadas as alturas do pistão em dois instantes distintos.

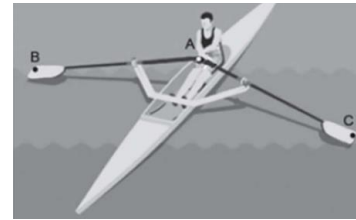
O valor do parâmetro  $\beta$ , que é dado por um número inteiro positivo, está relacionado com a velocidade de deslocamento do pistão. Para que o motor tenha uma boa potência, é necessário e suficiente que, em menos de 4 segundos após o início do funcionamento (instante  $t = 0$ ), a altura da base do pistão alcance por três vezes o valor de 6 cm. Para os cálculos, utilize 3 como aproximação para  $\pi$ .

O menor valor inteiro a ser atribuído ao parâmetro  $\beta$ , de forma que o motor a ser construído tenha boa potência, é

- a) 1.
- b) 2.
- c) 4.
- d) 5.
- e) 8.

### Q.066 | 174 do ENEM 2018 | H7 | B = 1,650

O remo de assento deslizante é um esporte que faz uso de um barco e dois remos do mesmo tamanho. A figura mostra uma das posições de uma técnica chamada afastamento.



Nessa posição, os dois remos se encontram no ponto A e suas outras extremidades estão indicadas pelos pontos B e C. Esses três pontos formam um triângulo ABC cujo ângulo BAC tem medida de  $170^\circ$ .

O tipo de triângulo com vértices nos pontos A, B e C, no momento em que o remador está nessa posição, é

- a) retângulo escaleno.
- b) acutângulo escaleno.
- c) acutângulo isósceles.
- d) obtusângulo escaleno.
- e) obtusângulo isósceles.

### Q.067 | 165 do ENEM 2020 | H3 | B = 1,652

Um grupo sanguíneo, ou tipo sanguíneo, baseia-se na presença ou ausência de dois antígenos, A e B, na superfície das células vermelhas do sangue. Como dois antígenos estão envolvidos, os quatro tipos sanguíneos distintos são:

- Tipo A: apenas o antígeno A está presente;
- Tipo B: apenas o antígeno B está presente;
- Tipo AB: ambos os antígenos estão presentes;
- Tipo O: nenhum dos antígenos está presente.

Disponível em: <http://saude.hsw.uol.com.br>. Acesso em: 15 abr. 2012 (adaptado).

Foram coletadas amostras de sangue de 200 pessoas e, após análise laboratorial, foi identificado que em 100 amostras está presente o antígeno A, em 110 amostras há presença do antígeno B e em 20 amostras nenhum dos antígenos está presente.

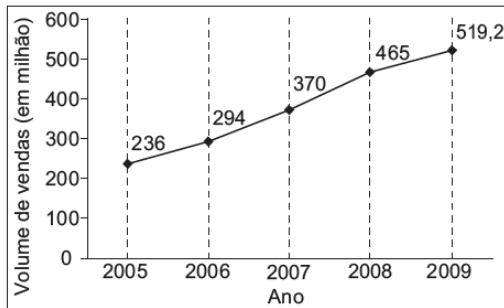
Dessas pessoas que foram submetidas à coleta de sangue, o número das que possuem o tipo sanguíneo A é igual a

- a) 30.
- b) 60.
- c) 70.
- d) 90.
- e) 100.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.068 | 175 do ENEM 2021 | H25 | B = 1,690

A depressão caracteriza-se por um desequilíbrio na química cerebral. Os neurônios de um deprimido não respondem bem aos estímulos dos neurotransmissores. Os remédios que combatem a depressão têm o objetivo de restabelecer a química cerebral. Com o aumento gradativo de casos de depressão, a venda desses medicamentos está em crescente evolução, conforme ilustra o gráfico.



Veja, 10 fev. 2010 (adaptado).

No período de 2005 a 2009, o aumento percentual no volume de vendas foi de

- 45,4.
- 54,5.
- 120.
- 220.
- 283,2.

### Q.069 | 154 do ENEM 2021 | H3 | B = 1,716

Os diretores de uma escola precisam construir um laboratório para uso dos alunos. Há duas possibilidades:

(i) um laboratório do tipo A, com capacidade para 100 usuários, a um custo de 180 mil reais e gastos de 60 mil reais por ano para manutenção;

(ii) um laboratório do tipo B, com capacidade para 80 usuários, a um custo de 120 mil reais e gastos com manutenção de 16 mil reais por ano.

Considera-se que, em qualquer caso, o laboratório implantado será utilizado na totalidade de sua capacidade.

A economia da escola, na utilização de um laboratório tipo B, em vez de um laboratório tipo A, num período de 4 anos, por usuário, será de

- 1,31 mil reais.
- 1,90 mil reais.
- 2,30 mil reais.
- 2,36 mil reais.
- 2,95 mil reais.

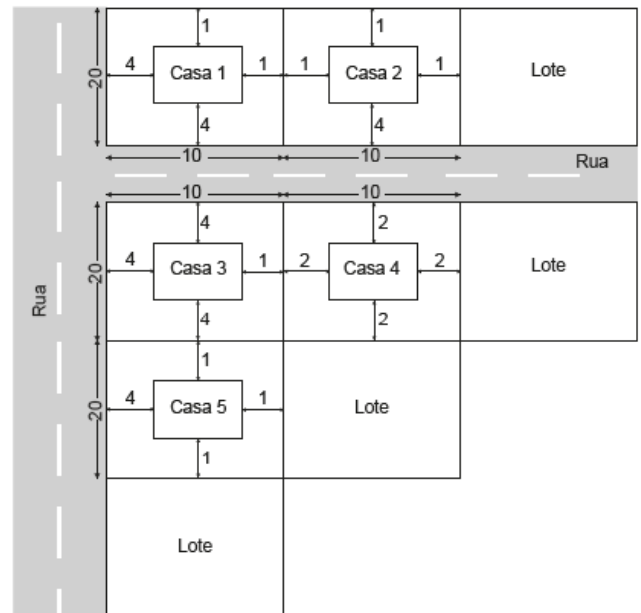
### Q.070 | 149 do ENEM 2020 | H9 | B = 1,736

A lei municipal para a edificação de casas em lotes de uma cidade determina que sejam obedecidos os seguintes critérios:

- afastamento mínimo de 4 m da rua;
- afastamento mínimo de 1 m da divisa com outro lote;
- área total construída da casa entre 40% e 50% da área total do lote.

Um construtor submeteu para aprovação na prefeitura dessa cidade uma planta com propostas para a construção de casas em seus 5 lotes. Cada lote tem área medindo 200 m<sup>2</sup>.

A imagem apresenta um esquema, sem escala, no qual estão representados os lotes, as ruas e os afastamentos considerados nos projetos entre as casas e as divisas dos lotes. As medidas indicadas no esquema estão expressas em metro.



A prefeitura aprovará apenas a planta da casa

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.071 | 156 do ENEM 2021 | H2 | B = 1,739

Um segmento de reta está dividido em duas partes na proporção áurea quando o todo está para uma das partes na mesma razão em que essa parte está para a outra. Essa constante de proporcionalidade é comumente representada pela letra grega  $\varphi$ , e seu valor é dado pela solução positiva da equação  $\varphi^2 = \varphi + 1$ .

Assim como a potência  $\varphi^2$  as potências superiores de  $\varphi$  podem ser expressas da forma  $a\varphi + b$ , em que  $a$  e  $b$  são inteiros positivos, como apresentado no quadro.

$\varphi^2$	$\varphi^3$	$\varphi^4$	$\varphi^5$	$\varphi^6$	$\varphi^7$
$\varphi + 1$	$2\varphi + 1$	$3\varphi + 2$	$5\varphi + 3$	$8\varphi + 5$	...

A potência  $\varphi^n$ , escrita na forma  $a\varphi + b$  ( $a$  e  $b$  são inteiros positivos), é

- a)  $5\varphi + 3$       b)  $7\varphi + 2$       c)  $9\varphi + 6$   
 d)  $11\varphi + 7$       e)  $13\varphi + 8$

### Q.072 | 144 do ENEM 2020 | H14 | B = 1,770

No período de fim de ano, o síndico de um condomínio resolveu colocar, em um poste, uma iluminação natalina em formato de cone, lembrando uma árvore de Natal, conforme as figuras 1 e 2.



Figura 1

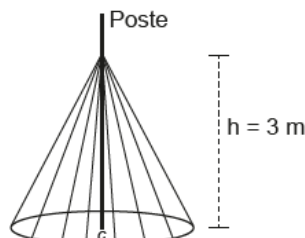


Figura 2

A árvore deverá ser feita colocando-se mangueiras de iluminação, consideradas segmentos de reta de mesmo comprimento, a partir de um ponto situado a 3 m de altura no poste até um ponto de uma circunferência de fixação, no chão, de tal forma que esta fique dividida em 20 arcos iguais. O poste está fixado no ponto C (centro da circunferência) perpendicularmente ao plano do chão.

Para economizar, ele utilizará mangueiras de iluminação aproveitadas de anos anteriores, que juntas totalizaram pouco mais de 100 m de comprimento, dos quais ele decide usar exatamente 100 m e deixar o restante como reserva.

Para que ele atinja seu objetivo, o raio, em metro, da circunferência deverá ser de

- a) 4,00.      b) 4,87.      c) 5,00.  
 d) 5,83.      e) 6,26.

### Q.073 | 138 do ENEM 2020 | H22 | B = 1,782

Enquanto um ser está vivo, a quantidade de carbono 14 nele existente não se altera. Quando ele morre, essa quantidade vai diminuindo. Sabe-se que a meia-vida do carbono 14 é de 5 730 anos, ou seja, num fóssil de um organismo que morreu há 5 730 anos haverá metade do carbono 14 que existia quando ele estava vivo. Assim, cientistas e arqueólogos usam a seguinte fórmula para saber a idade de um fóssil encontrado:  $Q(t) = Q_0 \cdot 2^{\frac{-t}{5730}}$  em que  $t$  é o tempo, medido em ano,  $Q(t)$  é a quantidade de carbono 14 medida no instante  $t$  e  $Q_0$  é a quantidade de carbono 14 no ser vivo correspondente.

Um grupo de arqueólogos, numa de suas expedições, encontrou 5 fósseis de espécies conhecidas e mediram a quantidade de carbono 14 neles existente. Na tabela temos esses valores juntamente com a quantidade de carbono 14 nas referidas espécies vivas.

Fóssil	$Q_0$	$Q(t)$
1	128	32
2	256	8
3	512	64
4	1 024	512
5	2 048	128

O fóssil mais antigo encontrado nessa expedição foi

- a) 1.      b) 2.      c) 3.  
 d) 4.      e) 5.

### Q.074 | 163 do ENEM 2018 | H27 | B = 1,802

A Comissão Interna de Prevenção de Acidentes (CIPA) de uma empresa, observando os altos custos com os frequentes acidentes de trabalho ocorridos, fez, a pedido da diretoria, uma pesquisa do número de acidentes sofridos por funcionários. Essa pesquisa, realizada com uma amostra de 100 funcionários, norteará as ações da empresa na política de segurança no trabalho.

Os resultados obtidos estão no quadro.

Número de acidentes sofridos	Número de trabalhadores
0	50
1	17
2	15
3	10
4	6
5	2

A média do número de acidentes por funcionário na amostra que a CIPA apresentará à diretora da empresa é

- a) 0,15.      b) 0,30.      c) 0,50.  
 d) 1,11.      e) 2,22.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI

Prof. Fredão

### Q.075 | 144 do ENEM 2021 | H9 | B = 1,822

O projeto de um contêiner, em forma de paralelepípedo reto retangular, previa a pintura dos dois lados (interno e externo) de cada uma das quatro paredes com tinta acrílica e a pintura do piso interno com tinta epóxi. O construtor havia pedido, a cinco fornecedores diferentes, orçamentos das tintas necessárias, mas, antes de iniciar a obra, resolveu mudar o projeto original, alterando o comprimento e a largura para o dobro do originalmente previsto, mantendo inalterada a altura. Ao pedir novos orçamentos aos fornecedores, para as novas dimensões, cada um deu uma resposta diferente sobre as novas quantidades de tinta necessárias.

Em relação ao previsto para o projeto original, as novas quantidades de tinta necessárias informadas pelos fornecedores foram as seguintes:

- Fornecedor I: "O dobro, tanto para as paredes quanto para o piso."
- Fornecedor II: "O dobro para as paredes e quatro vezes para o piso."
- Fornecedor III: "Quatro vezes, tanto para as paredes quanto para o piso."
- Fornecedor IV: "Quatro vezes para as paredes e o dobro para o piso."
- Fornecedor V: "Oito vezes para as paredes e quatro vezes para o piso."

Analisando as informações dos fornecedores, o construtor providenciará a quantidade adequada de material. Considere a porta de acesso do contêiner como parte de uma das paredes.

Qual dos fornecedores prestou as informações adequadas, devendo ser o escolhido pelo construtor para a aquisição do material?

- a) I                      b) II                      c) III  
d) IV                      e) V

### Q.076 | 154 do ENEM 2020 | H16 | B = 1,847

Um pé de eucalipto em idade adequada para o corte rende, em média, 20 mil folhas de papel A4. A densidade superficial do papel A4, medida pela razão da massa de uma folha desse papel por sua área, é de 75 gramas por metro quadrado, e a área de uma folha de A4 é 0,062 metro quadrado.

Disponível em: <http://revistagalileu.globo.com>. Acesso em: 28 fev. 2013 (adaptado).

Nessas condições, quantos quilogramas de papel rende, em média, um pé de eucalipto?

- a) 4 301                      b) 1 500                      c) 930  
d) 267                      e) 93

### Q.077 | 158 do ENEM 2018 | H28 | B = 1,865

Os alunos da disciplina de estatística, em um curso universitário, realizam quatro avaliações por semestre com os pesos de 20%, 10%, 30% e 40%, respectivamente. No final do semestre, precisam obter uma média nas quatro avaliações de, no mínimo, 60 pontos para serem aprovados. Um estudante dessa disciplina obteve os seguintes pontos nas três primeiras avaliações: 46, 60 e 50, respectivamente.

O mínimo de pontos que esse estudante precisa obter na quarta avaliação para ser aprovado é

- a) 29,8.                      b) 71,0.                      c) 74,5.  
d) 75,5.                      e) 84,0.

### Q.078 | 161 do ENEM 2018 | H16 | B = 1,869

Os tipos de prata normalmente vendidos são 975, 950 e 925. Essa classificação é feita de acordo com a sua pureza. Por exemplo, a prata 975 é a substância constituída de 975 partes de prata pura e 25 partes de cobre em 1 000 partes da substância. Já a prata 950 é constituída de 950 partes de prata pura e 50 de cobre em 1 000; e a prata 925 é constituída de 925 partes de prata pura e 75 partes de cobre em 1 000. Um ourives possui 10 gramas de prata 925 e deseja obter 40 gramas de prata 950 para produção de uma joia.

Nessas condições, quantos gramas de prata e de cobre, respectivamente, devem ser fundidos com os 10 gramas de prata 925?

- a) 29,25 e 0,75  
b) 28,75 e 1,25  
c) 28,50 e 1,50  
d) 27,75 e 2,25  
e) 25,00 e 5,00

### Q.079 | 153 do ENEM 2021 | H2 | B = 1,875

Uma pessoa produzirá uma fantasia utilizando como materiais: 2 tipos de tecidos diferentes e 5 tipos distintos de pedras ornamentais. Essa pessoa tem à sua disposição 6 tecidos diferentes e 15 pedras ornamentais distintas.

A quantidade de fantasias com materiais diferentes que podem ser produzidas é representada pela expressão

- a)  $\frac{6!}{4!2!} \cdot \frac{15!}{10!5!}$                       b)  $\frac{6!}{4!2!} + \frac{15!}{10!5!}$                       c)  $\frac{6!}{2!} + \frac{15!}{5!}$   
d)  $\frac{6!}{2!} \cdot \frac{15!}{5!}$                       e)  $\frac{21!}{7!14!}$

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.080 | 159 do ENEM 2018 | H28 | B = 1,878

O gerente do setor de recursos humanos de uma empresa está organizando uma avaliação em que uma das etapas é um jogo de perguntas e respostas. Para essa etapa, ele classificou as perguntas, pelo nível de dificuldade, em fácil, médio e difícil, e escreveu cada pergunta em cartões para a colocação em uma urna.

Contudo, após depositar vinte perguntas de diferentes níveis na urna, ele observou que 25% delas eram de nível fácil. Querendo que as perguntas de nível fácil sejam a maioria, o gerente decidiu acrescentar mais perguntas de nível fácil à urna, de modo que a probabilidade de o primeiro participante retirar, aleatoriamente, uma pergunta de nível fácil seja de 75%.

Com essas informações, a quantidade de perguntas de nível fácil que o gerente deve acrescentar à urna é igual a

- 10.
- 15.
- 35.
- 40.
- 45.

### Q.081 | 156 do ENEM 2019 | H27 | B = 1,879

Em uma fábrica de refrigerantes, é necessário que se faça periodicamente o controle no processo de engarrafamento para evitar que sejam envasadas garrafas fora da especificação do volume escrito no rótulo.

Diariamente, durante 60 dias, foram anotadas as quantidades de garrafas fora dessas especificações. O resultado está apresentado no quadro.

Quantidade de garrafas fora das especificações por dia	Quantidade de dias
0	52
1	5
2	2
3	1

A média diária de garrafas fora das especificações no período considerado é

- 0,1.
- 0,2.
- 1,5.
- 2,0.
- 3,0.

### Q.082 | 137 do ENEM 2018 | H13 | B = 1,881

Um artesão possui potes cilíndricos de tinta cujas medidas externas são 4 cm de diâmetro e 6 cm de altura. Ele pretende adquirir caixas organizadoras para armazenar seus potes de tinta, empilhados verticalmente com tampas voltadas para cima, de forma que as caixas possam ser fechadas.

No mercado, existem cinco opções de caixas organizadoras, com tampa, em formato de paralelepípedo reto retângulo, vendidas pelo mesmo preço, possuindo as seguintes dimensões internas:

Modelo	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Altura (cm)
I	8	8	40
II	8	20	14
III	18	5	35
IV	20	12	12
V	24	8	14

Qual desses modelos o artesão deve adquirir para conseguir armazenar o maior número de potes por caixa?

- I
- II
- III
- IV
- V

### Q.083 | 165 do ENEM 2021 | H13 | B = 1,886

O dono de uma loja pretende usar cartões imantados para a divulgação de sua loja. A empresa que fornecerá o serviço lhe informa que o custo de fabricação do cartão é de R\$ 0,01 por centímetro quadrado e que disponibiliza modelos tendo como faces úteis para impressão:

- um triângulo equilátero de lado 12 cm;
- um quadrado de lado 8 cm;
- um retângulo de lados 11 cm e 8 cm;
- um hexágono regular de lado 6 cm;
- um círculo de diâmetro 10 cm.

O dono da loja está disposto a pagar, no máximo, R\$ 0,80 por cartão. Ele escolherá, dentro desse limite de preço, o modelo que tiver maior área de impressão.

Use 3 como aproximação para  $\pi$  e use 1,7 como aproximação para  $\sqrt{3}$ .

Nessas condições, o modelo que deverá ser escolhido tem como face útil para impressão um

- triângulo.
- quadrado.
- retângulo.
- hexágono.
- círculo.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.084 | 139 do ENEM 2020 | H7 | B = 1,890

Uma das Sete Maravilhas do Mundo Moderno é o Templo de Kukulkán, localizado na cidade de Chichén Itzá, no México. Geometricamente, esse templo pode ser representado por um tronco reto de pirâmide de base quadrada.

As quantidades de cada tipo de figura plana que formam esse tronco de pirâmide são

- a) 2 quadrados e 4 retângulos.
- b) 1 retângulo e 4 triângulos isósceles.
- c) 2 quadrados e 4 trapézios isósceles.
- d) 1 quadrado, 3 retângulos e 2 trapézios retângulos.
- e) 2 retângulos, 2 quadrados e 2 trapézios retângulos.

### Q.085 | 144 do ENEM 2018 | H8 | B = 1,891

Um quebra-cabeça consiste em recobrir um quadrado com triângulos retângulos isósceles, como ilustra a figura.



Uma artesã confecciona um quebra-cabeça como o descrito, de tal modo que a menor das peças é um triângulo retângulo isósceles cujos catetos medem 2 cm.

O quebra-cabeça, quando montado, resultará em um quadrado cuja medida do lado, em centímetro, é

- a) 14
- b) 12
- c)  $7\sqrt{2}$
- d)  $6 + 4\sqrt{2}$
- e)  $6 + 2\sqrt{2}$

### Q.086 | 178 do ENEM 2019 | H28 | B = 1,912

Em um determinado ano, os computadores da receita federal de um país identificaram como inconsistentes 20% das declarações de imposto de renda que lhe foram encaminhadas. Uma declaração é classificada como inconsistente quando apresenta algum tipo de erro ou conflito nas informações prestadas. Essas declarações consideradas inconsistentes foram analisadas pelos auditores, que constataram que 25% delas eram fraudulentas. Constatou-se ainda que, dentre as declarações que não apresentaram inconsistências, 6,25% eram fraudulentas.

Qual é a probabilidade de, nesse ano, a declaração de um contribuinte ser considerada inconsistente, dado que ela era fraudulenta?

- a) 0,0500
- b) 0,1000
- c) 0,1125
- d) 0,3125
- e) 0,5000

### Q.087 | 139 do ENEM 2021 | H18 | B = 1,913

Um atleta produz sua própria refeição com custo fixo de R\$ 10,00. Ela é composta por 400 g de frango, 600 g de batata-doce e uma hortaliça. Atualmente, os preços dos produtos para essa refeição são:

Refeição	Frango (kg)	Batata-doce (kg)	Hortaliças (unidade)
	R\$ 12,50	R\$ 5,00	R\$ 2,00

Em relação a esses preços, haverá um aumento de 50% no preço do quilograma de batata-doce, e os outros preços não serão alterados. O atleta deseja manter o custo da refeição, a quantidade de batata-doce e a hortaliça. Portanto, terá que reduzir a quantidade de frango.

Qual deve ser a redução percentual da quantidade de frango para que o atleta alcance seu objetivo?

- a) 12,5
- b) 28,0
- c) 30,0
- d) 50,0
- e) 70,0

### Q.088 | 162 do ENEM 2020 | H24 | B = 1,923

No Brasil, o tempo necessário para um estudante realizar sua formação até a diplomação em um curso superior, considerando os 9 anos de ensino fundamental, os 3 anos do ensino médio e os 4 anos de graduação (tempo médio), é de 16 anos. No entanto, a realidade dos brasileiros mostra que o tempo médio de estudo de pessoas acima de 14 anos é ainda muito pequeno, conforme apresentado na tabela.

#### Tempo médio de estudo de pessoas acima de 14 anos

Ano da Pesquisa	1995	1999	2003	2007
Tempo de estudo (em ano)	5,2	5,8	6,4	7,0

Disponível em: [www.ibge.gov.br](http://www.ibge.gov.br). Acesso em: 19 dez. 2012 (adaptado).

Considere que o incremento no tempo de estudo, a cada período, para essas pessoas, se mantenha constante até o ano 2050, e que se pretenda chegar ao patamar de 70% do tempo necessário à obtenção do curso superior dado anteriormente.

O ano em que o tempo médio de estudo de pessoas acima de 14 anos atingirá o percentual pretendido será

- a) 2018.
- b) 2023.
- c) 2031.
- d) 2035.
- e) 2043.

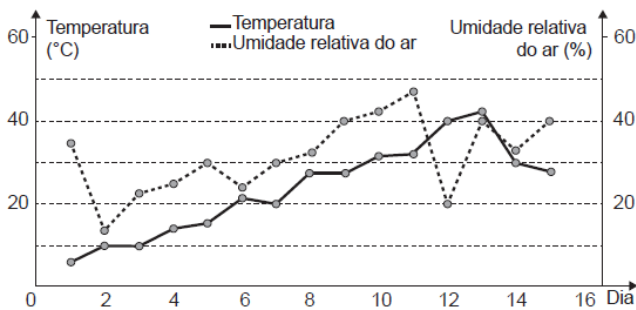
## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.089 | 142 do ENEM 2019 | H26 | B = 1,929

O serviço de meteorologia de uma cidade emite relatórios diários com a previsão do tempo. De posse dessas informações, a prefeitura emite três tipos de alertas para a população:

- Alerta cinza: deverá ser emitido sempre que a previsão do tempo estimar que a temperatura será inferior a 10 °C, e a umidade relativa do ar for inferior a 40%;
- Alerta laranja: deverá ser emitido sempre que a previsão do tempo estimar que a temperatura deve variar entre 35 °C e 40 °C, e a umidade relativa do ar deve ficar abaixo de 30%;
- Alerta vermelho: deverá ser emitido sempre que a previsão do tempo estimar que a temperatura será superior a 40 °C, e a umidade relativa do ar for inferior a 25%.

Um resumo da previsão do tempo nessa cidade, para um período de 15 dias, foi apresentado no gráfico.



Decorridos os 15 dias de validade desse relatório, um funcionário percebeu que, no período a que se refere o gráfico, foram emitidos os seguintes alertas:

- Dia 1: alerta cinza;
- Dia 12: alerta laranja;
- Dia 13: alerta vermelho.

Em qual(is) desses dias o(s) aviso(s) foi(ram) emitido(s) corretamente?

- 1
- 12
- 1 e 12
- 1 e 13
- 1, 12 e 13

### Q.090 | 149 do ENEM 2021 | H28 | B = 1,932

Um zootecnista pretende testar se uma nova ração para coelhos é mais eficiente do que a que ele vem utilizando atualmente. A ração atual proporciona uma massa média de 10 kg por coelho, com um desvio padrão de 1 kg, alimentado com essa ração durante um período de três meses.

O zootecnista selecionou uma amostra de coelhos e os alimentou com a nova ração pelo mesmo período de tempo. Ao final, anotou a massa de cada coelho, obtendo um desvio padrão de 1,5 kg para a distribuição das massas dos coelhos dessa amostra.

Para avaliar a eficiência dessa ração, ele utilizará o coeficiente de variação (CV) que é uma medida de dispersão definida por  $s\ CV = \frac{s}{\bar{X}}$ , em que  $s$  representa o desvio padrão e  $\bar{X}$ , a média das massas dos coelhos que foram alimentados com uma determinada ração.

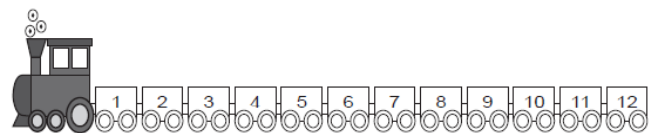
O zootecnista substituirá a ração que vinha utilizando pela nova, caso o coeficiente de variação da distribuição das massas dos coelhos que foram alimentados com a nova ração for menor do que o coeficiente de variação da distribuição das massas dos coelhos que foram alimentados com a ração atual.

A substituição da ração ocorrerá se a média da distribuição das massas dos coelhos da amostra, em quilograma, for superior a

- 5,0.
- 9,5.
- 10,0.
- 10,5.
- 15,0.

### Q.091 | 166 do ENEM 2019 | H2 | B = 1,934

Uma empresa confecciona e comercializa um brinquedo formado por uma locomotiva, pintada na cor preta, mais 12 vagões de iguais formato e tamanho, numerados de 1 a 12. Dos 12 vagões, 4 são pintados na cor vermelha, 3 na cor azul, 3 na cor verde e 2 na cor amarela. O trem é montado utilizando-se uma locomotiva e 12 vagões, ordenados crescentemente segundo suas numerações, conforme ilustrado na figura.



De acordo com as possíveis variações nas colorações dos vagões, a quantidade de trens que podem ser montados, expressa por meio de combinações, é dada por

- $C_{12}^4 \times C_{12}^3 \times C_{12}^3 \times C_{12}^2$
- $C_{12}^4 + C_8^3 + C_5^3 + C_2^2$
- $C_{12}^4 \times 2 \times C_8^3 \times C_5^2$
- $C_{12}^4 + 2 \times C_{12}^3 + C_{12}^2$
- $C_{12}^4 \times C_8^3 \times C_5^3 \times C_2^2$

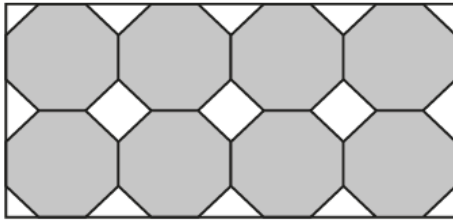
## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.092 | 167 do ENEM 2020 | H9 | B = 1,935

Azulejo designa peça de cerâmica vitrificada e/ou esmaltada usada, sobretudo, no revestimento de paredes. A origem das técnicas de fabricação de azulejos é oriental, mas sua expansão pela Europa traz consigo uma diversificação de estilos, padrões e usos, que podem ser decorativos, utilitários e arquitetônicos.

Disponível em: [www.itaucultural.org.br](http://www.itaucultural.org.br). Acesso em: 31 jul. 2012.

Azulejos no formato de octógonos regulares serão utilizados para cobrir um painel retangular conforme ilustrado na figura.



Entre os octógonos e na borda lateral dessa área, será necessária a colocação de 15 azulejos de outros formatos para preencher os 15 espaços em branco do painel. Uma loja oferece azulejos nos seguintes formatos:

- 1 – Triângulo retângulo isósceles;
- 2 – Triângulo equilátero;
- 3 – Quadrado.

Os azulejos necessários para o devido preenchimento das áreas em branco desse painel são os de formato

- a) 1.                      b) 3.                      c) 1 e 2.  
d) 1 e 3.                      e) 2 e 3.

### Q.093 | 145 do ENEM 2021 | H14 | B = 1,940

Um povoado com 100 habitantes está passando por uma situação de seca prolongada e os responsáveis pela administração pública local decidem contratar a construção de um reservatório. Ele deverá ter a forma de um cilindro circular reto, cuja base tenha 5 metros de diâmetro interno, e atender à demanda de água da população por um período de exatamente sete dias consecutivos. No oitavo dia, o reservatório vazio é completamente reabastecido por carros-pipa.

Considere que o consumo médio diário por habitante é de 120 litros de água. Use 3 como aproximação para  $\pi$ .

Nas condições apresentadas, o reservatório deverá ser construído com uma altura interna mínima, em metro, igual a

- a) 1,12.                      b) 3,10.                      c) 4,35.  
d) 4,48.                      e) 5,60.

### Q.094 | 143 do ENEM 2019 | H12 | B = 1,945

Uma administração municipal encomendou a pintura de dez placas de sinalização para colocar em seu pátio de estacionamento.

O profissional contratado para o serviço inicial pintará o fundo de dez placas e cobrará um valor de acordo com a área total dessas placas. O formato de cada placa é um círculo de diâmetro  $d = 40$  cm, que tangencia lados de um retângulo, sendo que o comprimento total da placa é  $h = 60$  cm, conforme ilustrado na figura. Use 3,14 como aproximação para  $\pi$ .



Qual é a soma das medidas das áreas, em centímetros quadrados, das dez placas?

- a) 16 628  
b) 22 280  
c) 28 560  
d) 41 120  
e) 66 240

### Q.095 | 155 do ENEM 2019 | H28 | B = 1,953

O preparador físico de um time de basquete dispõe de um plantel de 20 jogadores, com média de altura igual a 1,80 m. No último treino antes da estreia em um campeonato, um dos jogadores desfalcou o time em razão de uma séria contusão, forçando o técnico a contratar outro jogador para recompor o grupo.

Se o novo jogador é 0,20 m mais baixo que o anterior, qual é a média de altura, em metro, do novo grupo?

- a) 1,60  
b) 1,78  
c) 1,79  
d) 1,81  
e) 1,82



## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.096 | 158 do ENEM 2019 | H4 | B = 1,958

O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é uma medida usada para classificar os países pelo seu grau de desenvolvimento. Para seu cálculo, são levados em consideração a expectativa de vida ao nascer, tempo de escolaridade e renda per capita, entre outros. O menor valor deste índice é zero e o maior é um. Cinco países foram avaliados e obtiveram os seguintes índices de desenvolvimento humano: o primeiro país recebeu um valor  $X$  o segundo  $\sqrt{X}$ , o terceiro  $X^{\frac{1}{3}}$ , o quarto  $X^2$  e o último  $X^3$ . Nenhum desses países zerou ou atingiu o índice máximo.

Qual desses países obteve o maior IDH?

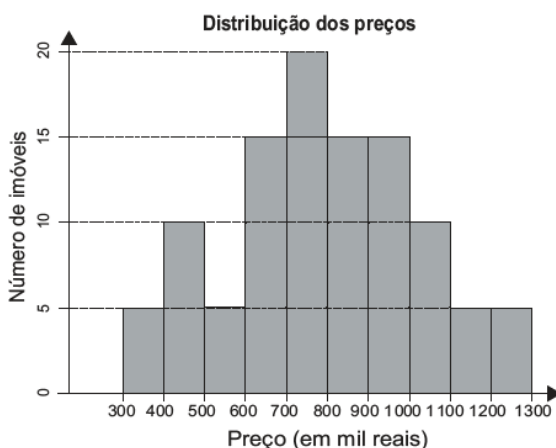
- a) O primeiro.
- b) O segundo.
- c) O terceiro.
- d) O quarto.
- e) O quinto.

### Q.097 | 176 do ENEM 2021 | H26 | B = 1,958

Um casal está planejando comprar um apartamento de dois quartos num bairro de uma cidade e consultou a página de uma corretora de imóveis, encontrando 105 apartamentos de dois quartos à venda no bairro desejado. Eles usaram um aplicativo da corretora para gerar a distribuição dos preços do conjunto de imóveis selecionados.

O gráfico ilustra a distribuição de frequências dos preços de venda dos apartamentos dessa lista (em mil reais), no qual as faixas de preço são dadas por  $]300, 400]$ ,  $]400, 500]$ ,  $]500, 600]$ ,  $]600, 700]$ ,  $]700, 800]$ ,  $]800, 900]$ ,  $]900, 1\ 000]$ ,  $]1\ 000, 1\ 100]$ ,  $]1\ 100, 1\ 200]$  e  $]1\ 200, 1\ 300]$ .

A mesma corretora anuncia que cerca de 50% dos apartamentos de dois quartos nesse bairro, publicados em sua página, têm preço de venda inferior a 550 mil reais. No entanto, o casal achou que essa última informação não era compatível com o gráfico obtido.



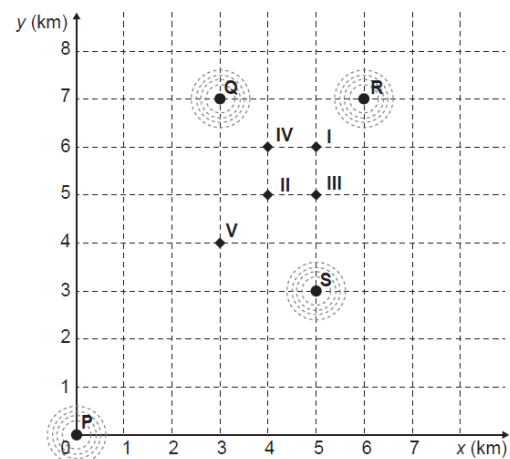
Com base no gráfico obtido, o menor preço,  $p$  (em mil reais), para o qual pelo menos 50% dos apartamentos apresenta preço inferior a  $p$  é

- a) 600.
- b) 700.
- c) 800.
- d) 900.
- e) 1 000.

### Q.098 | 164 do ENEM 2019 | H9 | B = 1,981

Um aplicativo de relacionamentos funciona da seguinte forma: o usuário cria um perfil com foto e informações pessoais, indica as características dos usuários com quem deseja estabelecer contato e determina um raio de abrangência a partir da sua localização. O aplicativo identifica as pessoas que se encaixam no perfil desejado e que estão a uma distância do usuário menor ou igual ao raio de abrangência. Caso dois usuários tenham perfis compatíveis e estejam numa região de abrangência comum a ambos, o aplicativo promove o contato entre os usuários, o que é chamado de match.

O usuário P define um raio de abrangência com medida de 3 km e busca ampliar a possibilidade de obter um match se deslocando para a região central da cidade, que concentra um maior número de usuários. O gráfico ilustra alguns bares que o usuário P costuma frequentar para ativar o aplicativo, indicados por I, II, III, IV e V. Sabe-se que os usuários Q, R e S, cujas posições estão descritas pelo gráfico, são compatíveis com o usuário P, e que estes definiram raios de abrangência respectivamente iguais a 3 km, 2 km e 5 km.



Com base no gráfico e nas afirmações anteriores, em qual bar o usuário P teria a possibilidade de um match com os usuários Q, R e S, simultaneamente?

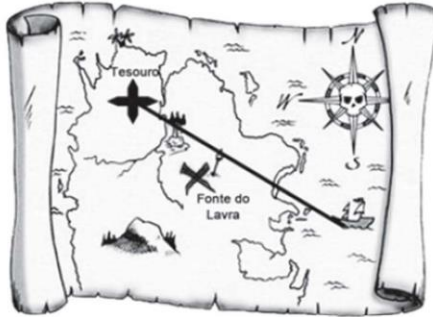
- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.099 | 176 do ENEM 2018 | H11 | B = 1,982

Um mapa é a representação reduzida e simplificada de uma localidade. Essa redução, que é feita com o uso de uma escala, mantém a proporção do espaço representado em relação ao espaço real.

Certo mapa tem escala 1 : 58 000 000.



Considere que, nesse mapa, o segmento de reta que liga o navio à marca do tesouro meça 7,6 cm.

A medida real, em quilômetro, desse segmento de reta é

- a) 4 408.      b) 7 632.      c) 44 080.  
d) 76 316.      e) 440 800.

### Q.100 | 138 do ENEM 2019 | H9 | B = 1,987

Em um condomínio, uma área pavimentada, que tem a forma de um círculo com diâmetro medindo 6 m, é cercada por grama. A administração do condomínio deseja ampliar essa área, mantendo seu formato circular, e aumentando, em 8 m, o diâmetro dessa região, mantendo o revestimento da parte já existente. O condomínio dispõe, em estoque, de material suficiente para pavimentar mais 100 m<sup>2</sup> de área. O síndico do condomínio irá avaliar se esse material disponível será suficiente para pavimentar a região a ser ampliada.

Utilize 3 como aproximação para  $\pi$ .

A conclusão correta a que o síndico deverá chegar, considerando a nova área a ser pavimentada, é a de que o material disponível em estoque

- a) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 21 m<sup>2</sup>.  
b) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 24 m<sup>2</sup>.  
c) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 48 m<sup>2</sup>.  
d) não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 108 m<sup>2</sup>.  
e) não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 120 m<sup>2</sup>.

### Q.101 | 165 do ENEM 2019 | H14 | B = 2,016

A bula de um antibiótico infantil, fabricado na forma de xarope, recomenda que sejam ministrados, diariamente, no máximo 500 mg desse medicamento para cada quilograma de massa do paciente. Um pediatra prescreveu a dosagem máxima desse antibiótico para ser ministrada diariamente a uma criança de 20 kg pelo período de 5 dias. Esse medicamento pode ser comprado em frascos de 10 mL, 50 mL, 100 mL, 250 mL e 500 mL. Os pais dessa criança decidiram comprar a quantidade exata de medicamento que precisará ser ministrada no tratamento, evitando a sobra de medicamento. Considere que 1 g desse medicamento ocupe um volume de 1 cm<sup>3</sup>.

A capacidade do frasco, em mililitro, que esses pais deverão comprar é

- a) 10.      b) 50.      c) 100.      d) 250.      e) 500.

### Q.102 | 151 do ENEM 2018 | H26 | B = 2,033

O salto ornamental é um esporte em que cada competidor realiza seis saltos. A nota em cada salto é calculada pela soma das notas dos juizes, multiplicada pela nota de partida (o grau de dificuldade de cada salto). Fica em primeiro lugar o atleta que obtiver a maior soma das seis notas recebidas. O atleta 10 irá realizar o último salto da final. Ele observa no Quadro 1, antes de executar o salto, o recorte do quadro parcial de notas com a sua classificação e a dos três primeiros lugares até aquele momento.

Quadro 1

Classificação	Atleta	6º Salto	Total
1º	3	135,0	829,0
2º	4	140,0	825,2
3º	8	140,4	824,2
6º	10		687,5

Ele precisa decidir com seu treinador qual salto deverá realizar. Os dados dos possíveis tipos de salto estão no Quadro 2.

Quadro 2

Tipo de salto	Nota de partida	Estimativa da soma das notas dos juizes	Probabilidade de obter a nota
T1	2,2	57	89,76%
T2	2,4	58	93,74%
T3	2,6	55	91,88%
T4	2,8	50	95,38%
T5	3,0	53	87,34%

O atleta optará pelo salto com a maior probabilidade de obter a nota estimada, de maneira que lhe permita alcançar o primeiro lugar.

Considerando essas condições, o salto que o atleta deverá escolher é o de tipo

- a) T1.      b) T2.      c) T3.      d) T4.      e) T5.

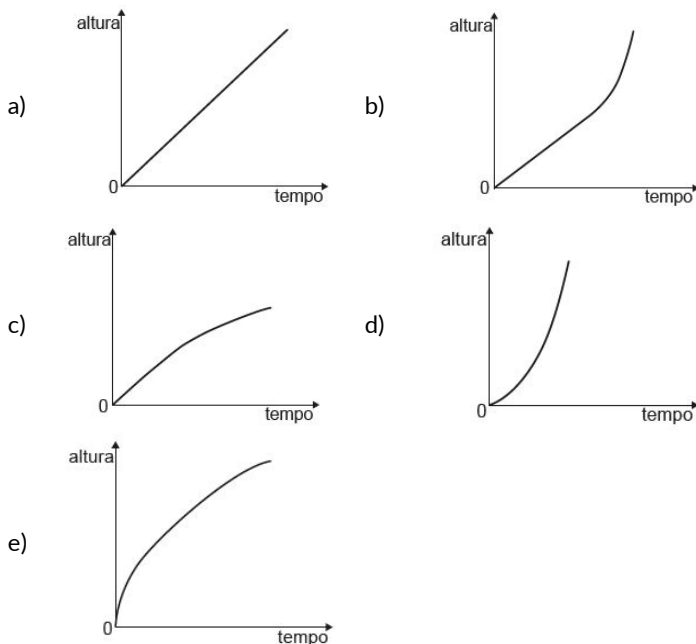
## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.103 | 179 do ENEM 2020 | H15 | B = 2,034

O consumo de espumantes no Brasil tem aumentado nos últimos anos. Uma das etapas do seu processo de produção consiste no envasamento da bebida em garrafas semelhantes às da imagem. Nesse processo, a vazão do líquido no interior da garrafa é constante e cessa quando atinge o nível de envasamento.



Qual esboço de gráfico melhor representa a variação da altura do líquido em função do tempo, na garrafa indicada na imagem?



### Q.104 | 180 do ENEM 2018 | H19 | B = 2,053

Uma empresa deseja iniciar uma campanha publicitária divulgando uma promoção para seus possíveis consumidores. Para esse tipo de campanha, os meios mais viáveis são a distribuição de panfletos na rua e anúncios na rádio local. Considera-se que a população alcançada pela distribuição de panfletos seja igual à quantidade de ouvintes desse anúncio. O custo de cada anúncio na rádio é de R\$ 120,00, e a estimativa é de que seja ouvido por 1 500 pessoas. Já a produção e a distribuição dos panfletos custam R\$ 180,00 cada 1 000 unidades. Considerando que cada pessoa será alcançada por um único desses meios de divulgação, a empresa pretende investir em ambas as mídias.

Considere X e Y os valores (em real) gastos em anúncios na rádio e com panfletos, respectivamente.

O número de pessoas alcançadas pela campanha será dado pela expressão

a)  $\frac{50X}{4} + \frac{50Y}{9}$

b)  $\frac{50X}{9} + \frac{50Y}{4}$

c)  $\frac{4X}{50} + \frac{4Y}{50}$

d)  $\frac{50}{4X} + \frac{50}{9Y}$

e)  $\frac{50}{9X} + \frac{50Y}{4Y}$

### Q.105 | 150 do ENEM 2019 | H21 | B = 2,053

Charles Richter e Beno Gutenberg desenvolveram a escala Richter, que mede a magnitude de um terremoto. Essa escala pode variar de 0 a 10, com possibilidades de valores maiores. O quadro mostra a escala de magnitude local ( $M_s$ ) de um terremoto que é utilizada para descrevê-lo.

Descrição	Magnitude local ( $M_s$ ) ( $\mu\text{m} \cdot \text{Hz}$ )
Pequeno	$0 \leq M_s \leq 3,9$
Ligeiro	$4,0 \leq M_s \leq 4,9$
Moderado	$5,0 \leq M_s \leq 5,9$
Grande	$6,0 \leq M_s \leq 9,9$
Extremo	$M_s \geq 10,0$

Para se calcular a magnitude local, usa-se a fórmula  $M_s = 3,30 + \log(A \cdot f)$ , em que A representa a amplitude máxima da onda registrada por um sismógrafo em micrômetro ( $\mu\text{m}$ ) e f representa a frequência da onda, em hertz (Hz). Ocorreu um terremoto com amplitude máxima de 2 000  $\mu\text{m}$  e frequência de 0,2 Hz.

Disponível em: <http://cejarj.cecierj.edu.br>. Acesso em: 1 fev. 2015 (adaptado).  
Utilize 0,3 como aproximação para log 2.

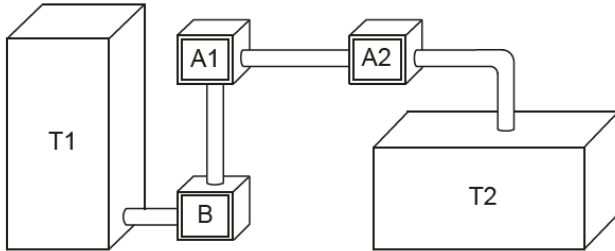
De acordo com os dados fornecidos, o terremoto ocorrido pode ser descrito como

- a) Pequeno.      b) Ligeiro.      c) Moderado.  
d) Grande.      e) Extremo.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

**Q.106 | 141 do ENEM 2020 | H19 | B = 2,066**

Um processo de aeração, que consiste na introdução de ar num líquido, acontece do seguinte modo: uma bomba B retira o líquido de um tanque T1 e o faz passar pelo aerador A1, que aumenta o volume do líquido em 15%, e em seguida pelo aerador A2, ganhando novo aumento de volume de 10%. Ao final, ele fica armazenado num tanque T2, de acordo com a figura.



Os tanques T1 e T2 são prismas retos de bases retangulares, sendo que a base de T1 tem comprimento  $c$  e largura  $L$ , e a base de T2 tem comprimento  $\frac{c}{2}$  e largura  $2L$ .

Para finalizar o processo de aeração sem derramamento do líquido em T2, o responsável deve saber a relação entre a altura da coluna de líquido que já saiu de T1, denotada por  $x$ , e a altura da coluna de líquido que chegou a T2, denotada por  $y$ .

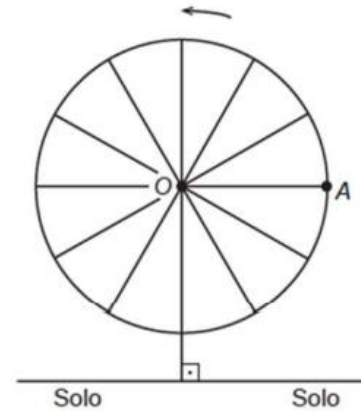
Disponível em: [www.dec.ufcg.edu.br](http://www.dec.ufcg.edu.br). Acesso em: 21 abr. 2015.

A equação que relaciona as medidas das alturas  $y$  e  $x$  é dada por

- a)  $y = 1,265x$
- b)  $y = 1,250x$
- c)  $y = 1,150x$
- d)  $y = 1,125x$
- e)  $y = x$

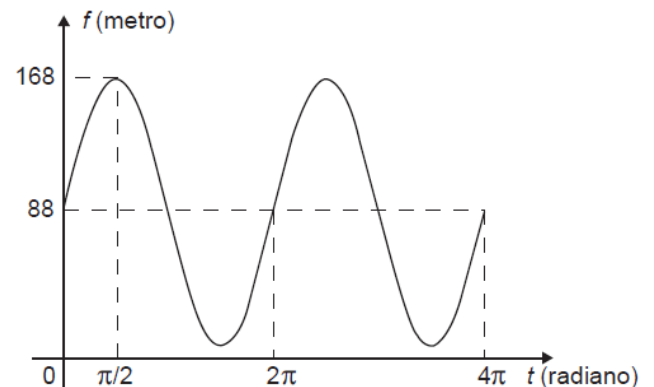
**Q.107 | 173 do ENEM 2018 | H19 | B = 2,089**

Em 2014 foi inaugurada a maior roda-gigante do mundo, a High Roller, situada em Las Vegas. A figura representa um esboço dessa roda-gigante, no qual o ponto A representa uma de suas cadeiras:



A partir da posição indicada, em que o segmento AO se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a High Roller no sentido anti-horário, em torno do ponto O. Sejam  $t$  o ângulo determinado pelo segmento OA em relação à sua posição inicial, e  $f$  a função que descreve a altura do ponto A em relação ao solo, em função de  $t$ .

Após duas voltas completas,  $f$  tem o seguinte gráfico:



A expressão da função altura é dada por

- a)  $f(t) = 80 \text{ sen}(t) + 88$
- b)  $f(t) = 80 \text{ cos}(t) + 88$
- c)  $f(t) = 88 \text{ cos}(t) + 168$
- d)  $f(t) = 168 \text{ sen}(t) + 88 \text{ cos}(t)$
- e)  $f(t) = 88 \text{ sen}(t) + 168 \text{ cos}(t)$

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.108 | 143 do ENEM 2021 | H12 | B = 2,100

Um automóvel apresenta um desempenho médio de 16 km/L. Um engenheiro desenvolveu um novo motor a combustão que economiza, em relação ao consumo do motor anterior, 0,1 L de combustível a cada 20 km percorridos.

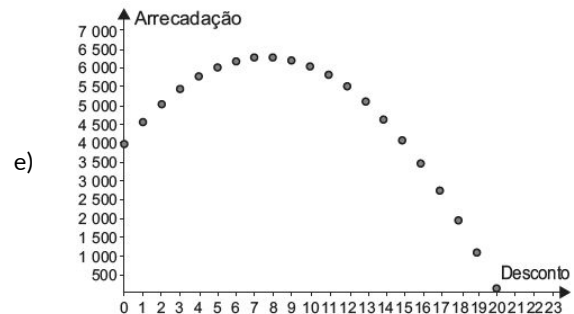
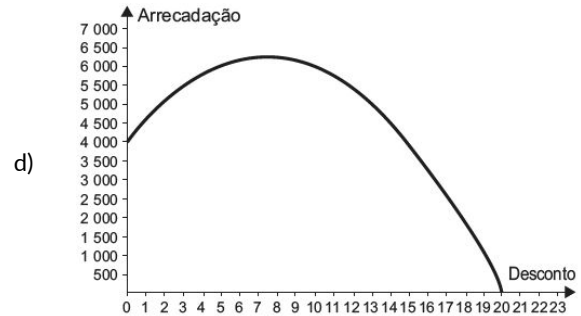
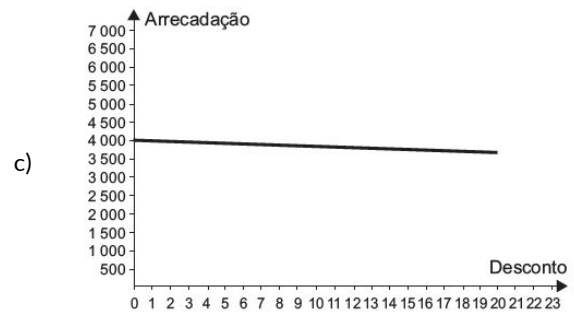
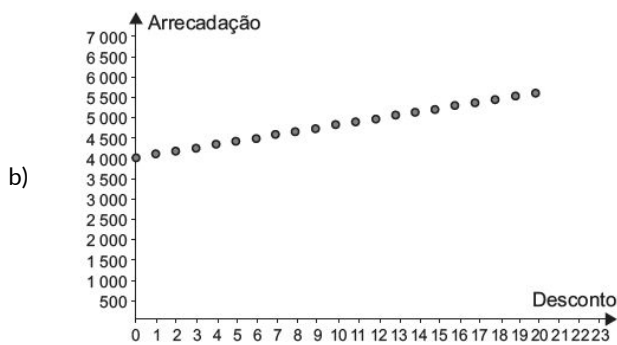
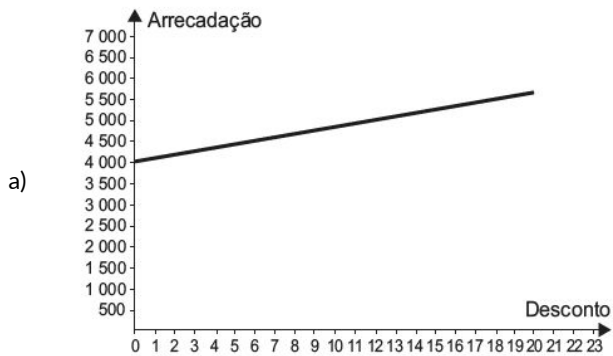
O valor do desempenho médio do automóvel com o novo motor, em quilômetro por litro, expresso com uma casa decimal, é

- a) 15,9.            b) 16,1.            c) 16,4.  
d) 17,4.            e) 18,0.

### Q.109 | 136 do ENEM 2021 | H15 | B = 2,105

O administrador de um teatro percebeu que, com o ingresso do evento a R\$ 20,00, um show conseguia atrair 200 pessoas e que, a cada R\$ 1,00 de redução no preço do ingresso, o número de pessoas aumentava em 40. Ele sabe que os donos do teatro só admitem trabalhar com valores inteiros para os ingressos, pela dificuldade de disponibilizar troco, e pretende convencê-los a diminuir o preço do ingresso. Assim, apresentará um gráfico da arrecadação em função do valor do desconto no preço atual do ingresso.

O gráfico que mais se assemelha ao que deve ser elaborado pelo administrador é



### Q.110 | 166 do ENEM 2020 | H23 | B = 2,109

Antônio, Joaquim e José são sócios de uma empresa cujo capital é dividido, entre os três, em partes proporcionais a: 4, 6 e 6, respectivamente. Com a intenção de igualar a participação dos três sócios no capital da empresa, Antônio pretende adquirir uma fração do capital de cada um dos outros dois sócios.

A fração do capital de cada sócio que Antônio deverá adquirir é

- a)  $\frac{1}{2}$             b)  $\frac{1}{3}$             c)  $\frac{1}{9}$   
d)  $\frac{2}{3}$             e)  $\frac{4}{3}$

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.111 | 145 do ENEM 2019 | H24 | B = 2,111

O slogan “Se beber não dirija”, muito utilizado em campanhas publicitárias no Brasil, chama a atenção para o grave problema da ingestão de bebida alcoólica por motoristas e suas consequências para o trânsito. A gravidade desse problema pode ser percebida observando como o assunto é tratado pelo Código de Trânsito Brasileiro. Em 2013, a quantidade máxima de álcool permitida no sangue do condutor de um veículo, que já era pequena, foi reduzida, e o valor da multa para motoristas alcoolizados foi aumentado. Em consequência dessas mudanças, observou-se queda no número de acidentes registrados em uma suposta rodovia nos anos que se seguiram às mudanças implantadas em 2013, conforme dados no quadro.

Ano	2013	2014	2015
Número total de acidentes	1 050	900	850

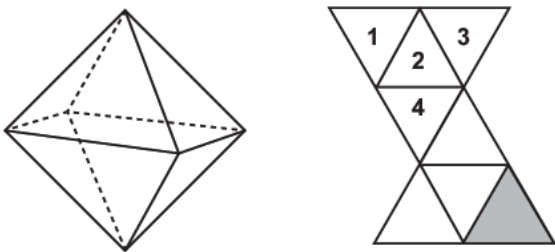
Suponha que a tendência de redução no número de acidentes nessa rodovia para os anos subsequentes seja igual à redução absoluta observada de 2014 para 2015.

Com base na situação apresentada, o número de acidentes esperados nessa rodovia em 2018 foi de

- a) 150.                      b) 450.                      c) 550.  
d) 700.                      e) 800.

### Q.112 | 162 do ENEM 2021 | H7 | B = 2,162

Num octaedro regular, duas faces são consideradas opostas quando não têm nem arestas, nem vértices em comum. Na figura, observa-se um octaedro regular e uma de suas planificações, na qual há uma face colorida na cor cinza escuro e outras quatro faces numeradas.



Qual(is) face(s) ficará(ão) oposta(s) à face de cor cinza escuro, quando o octaedro for reconstruído a partir da planificação dada?

- a) 1, 2, 3 e 4  
b) 1 e 3  
c) 1  
d) 2  
e) 4

### Q.113 | 150 do ENEM 2020 | H2 | B = 2,177

Nos livros Harry Potter, um anagrama do nome do personagem “TOM MARVOLO RIDDLE” gerou a frase “I AM LORD VOLDEMORT”.

Suponha que Harry quisesse formar todos os anagramas da frase “I AM POTTER”, de tal forma que as vogais e consoantes aparecessem sempre intercaladas, e sem considerar o espaçamento entre as letras.

Nessas condições, o número de anagramas formados é dado por

- a)  $9!$   
b)  $4!5!$   
c)  $2 \times 4!5!$   
d)  $\frac{9!}{2}$   
e)  $\frac{4!5!}{2}$

### Q.114 | 148 do ENEM 2020 | H8 | B = 2,180

Uma loja de materiais de construção vende dois tipos de caixas-d’água: tipo A e tipo B. Ambas têm formato cilíndrico e possuem o mesmo volume, e a altura da caixa-d’água do tipo B é igual a 25% da altura da caixa-d’água do tipo A.

Se  $R$  denota o raio da caixa-d’água do tipo A, então o raio da caixa-d’água do tipo B é

- a)  $\frac{R}{2}$                       b)  $2R$                       c)  $4R$   
d)  $5R$                       e)  $16R$

### Q.115 | 141 do ENEM 2021 | H10 | B = 2,213

A relação de Newton-Laplace estabelece que o módulo volumétrico de um fluido é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade do som (em metro por segundo) no fluido e à sua densidade (em quilograma por metro cúbico), com uma constante de proporcionalidade adimensional.

Nessa relação, a unidade de medida adequada para o módulo volumétrico é

- a)  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$       b)  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$       c)  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-5} \cdot \text{s}^2$   
d)  $\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^1 \cdot \text{s}^{-2}$       e)  $\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^5 \cdot \text{s}^{-2}$

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.116 | 152 do ENEM 2019 | H21 | B = 2,217

A *Hydrangea macrophylla* é uma planta com flor azul ou cor-de-rosa, dependendo do pH do solo no qual está plantada. Em solo ácido (ou seja, com  $\text{pH} < 7$ ) a flor é azul, enquanto que em solo alcalino (ou seja, com  $\text{pH} > 7$ ) a flor é rosa. Considere que a *Hydrangea* cor-de-rosa mais valorizada comercialmente numa determinada região seja aquela produzida em solo com pH inferior a 8. Sabe-se que  $\text{pH} = -\log_{10} X$ , em que  $x$  é a concentração de íon hidrogênio ( $\text{H}^+$ ).

Para produzir a *Hydrangea* cor-de-rosa de maior valor comercial, deve-se preparar o solo de modo que  $x$  assuma

- qualquer valor acima de  $10^{-8}$ .
- qualquer valor positivo inferior a  $10^{-7}$ .
- valores maiores que 7 e menores que 8.
- valores maiores que 70 e menores que 80.
- valores maiores que  $10^{-8}$  e menores que  $10^{-7}$ .

### Q.117 | 163 do ENEM 2021 | H8 | B = 2,231

O instrumento de percussão conhecido como triângulo é composto por uma barra fina de aço, dobrada em um formato que se assemelha a um triângulo, com uma abertura e uma haste, conforme ilustra a Figura 1.

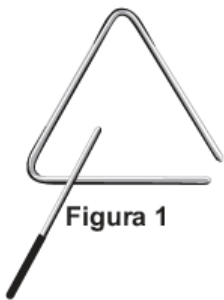


Figura 1

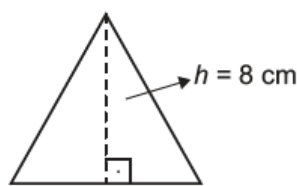


Figura 2

Uma empresa de brindes promocionais contrata uma fundição para a produção de miniaturas de instrumentos desse tipo. A fundição produz, inicialmente, peças com o formato de um triângulo equilátero de altura  $h$ , conforme ilustra a Figura 2. Após esse processo, cada peça é aquecida, deformando os cantos, e cortada em um dos vértices, dando origem à miniatura. Assuma que não ocorram perdas de material no processo de produção, de forma que o comprimento da barra utilizada seja igual ao perímetro do triângulo equilátero representado na Figura 2.

Considere 1,7 como valor aproximado para  $\sqrt{3}$ .

Nessas condições, o valor que mais se aproxima da medida do comprimento da barra, em centímetro, é

- 9,07
- 13,60.
- 20,40.
- 27,18.
- 36,24.

### Q.118 | 170 do ENEM 2020 | H13 | B = 2,233

O proprietário de um apartamento decidiu instalar porcelanato no piso da sala. Essa sala tem formato retangular com 3,2 m de largura e 3,6 m de comprimento. As peças do porcelanato têm formato de um quadrado com lado medindo 80 cm. Esse porcelanato é vendido em dois tipos de caixas, com os preços indicados a seguir.

- Caixas do tipo A: 4 unidades de piso, R\$ 35,00;
- Caixas do tipo B: 3 unidades de piso, R\$ 27,00.

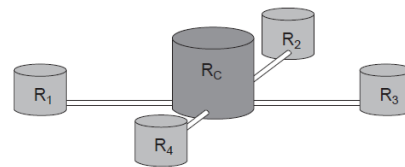
Na instalação do porcelanato, as peças podem ser recortadas e devem ser assentadas sem espaçamento entre elas, aproveitando-se ao máximo os recortes feitos.

A compra que atende às necessidades do proprietário, proporciona a menor sobra de pisos e resulta no menor preço é

- 5 caixas do tipo A.
- 1 caixa do tipo A e 4 caixas do tipo B.
- 3 caixas do tipo A e 2 caixas do tipo B.
- 5 caixas do tipo A e 1 caixa do tipo B.
- 6 caixas do tipo B.

### Q.119 | 170 do ENEM 2019 | H8 | B = 2,300

Uma construtora pretende conectar um reservatório central ( $R_c$ ) em formato de um cilindro, com raio interno igual a 2 m e altura interna igual a 3,30 m, a quatro reservatórios cilíndricos auxiliares ( $R_1, R_2, R_3$  e  $R_4$ ), os quais possuem raios internos e alturas internas medindo 1,5 m.



As ligações entre o reservatório central e os auxiliares são feitas por canos cilíndricos com 0,10 m de diâmetro interno e 20 m de comprimento, conectados próximos às bases de cada reservatório. Na conexão de cada um desses canos com o reservatório central há registros que liberam ou interrompem o fluxo de água.

No momento em que o reservatório central está cheio e os auxiliares estão vazios, abrem-se os quatro registros e, após algum tempo, as alturas das colunas de água nos reservatórios se igualam, assim que cessa o fluxo de água entre eles, pelo princípio dos vasos comunicantes.

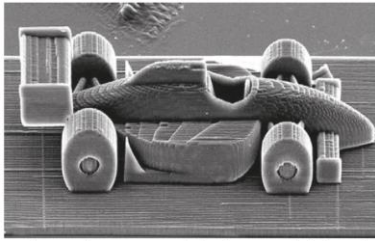
A medida, em metro, das alturas das colunas de água nos reservatórios auxiliares, após cessar o fluxo de água entre eles, é

- 1,44
- 1,16.
- 1,10.
- 1,00.
- 0,95.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.120 | 143 do ENEM 2020 | H1 | B = 2,311

Pesquisadores da Universidade de Tecnologia de Viena, na Áustria, produziram miniaturas de objetos em impressoras 3D de alta precisão. Ao serem ativadas, tais impressoras lançam feixes de laser sobre um tipo de resina, esculpindo o objeto desejado. O produto final da impressão é uma escultura microscópica de três dimensões, como visto na imagem ampliada.



A escultura apresentada é uma miniatura de um carro de Fórmula 1, com 100 micrômetros de comprimento. Um micrômetro é a milionésima parte de um metro.

Usando notação científica, qual é a representação do comprimento dessa miniatura, em metro?

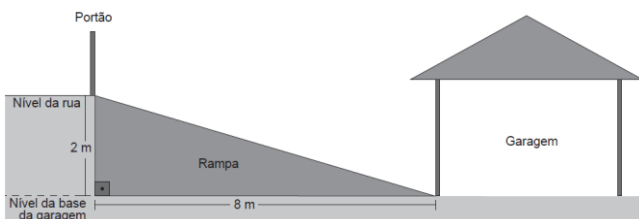
- a)  $1,0 \times 10^{-1}$     b)  $1,0 \times 10^{-3}$     c)  $1,0 \times 10^{-4}$   
d)  $1,0 \times 10^{-6}$     e)  $1,0 \times 10^{-7}$

### Q.121 | 155 do ENEM 2018 | H14 | B = 2,322

A inclinação de uma rampa é calculada da seguinte maneira: para cada metro medido na horizontal, mede-se x centímetros na vertical. Diz-se, nesse caso, que a rampa tem inclinação de x%, como no exemplo da figura.



A figura apresenta um projeto de uma rampa de acesso a uma garagem residencial cuja base, situada 2 metros abaixo do nível da rua, tem 8 metros de comprimento.



Depois de projetada a rampa, o responsável pela obra foi informado de que as normas técnicas do município onde ela está localizada exigem que a inclinação máxima de uma rampa de acesso a uma garagem residencial seja de 20%.

Se a rampa projetada tiver inclinação superior a 20%, o nível da garagem deverá ser alterado para diminuir o percentual de inclinação, mantendo o comprimento da base da rampa.

Para atender às normas técnicas do município, o nível da garagem deverá ser

- a) elevado em 40 cm.  
b) elevado em 50 cm.  
c) mantido no mesmo nível.  
d) rebaixado em 40 cm.  
e) rebaixado em 50 cm.

### Q.122 | 146 do ENEM 2020 | H18 | B = 2,331

A fabricação da Bandeira Nacional deve obedecer ao descrito na Lei n. 5.700, de 1º de setembro de 1971, que trata dos Símbolos Nacionais. No artigo que se refere às dimensões da Bandeira, observa-se:

“Para cálculos das dimensões, será tomada por base a largura, dividindo-a em 14 (quatorze) partes iguais, sendo que cada uma das partes será considerada uma medida ou módulo (M). Os demais requisitos dimensionais seguem o critério abaixo:

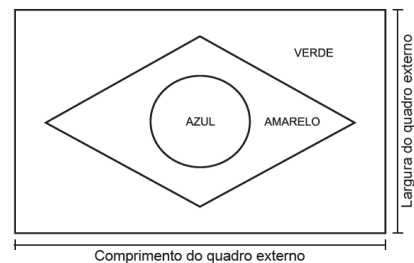
I. Comprimento será de vinte módulos (20 M);

II. A distância dos vértices do losango amarelo ao quadro externo será de um módulo e sete décimos (1,7 M);

III. O raio do círculo azul no meio do losango amarelo será de três módulos e meio (3,5 M).”

BRASIL. Lei n. 5.700, de 1º de setembro de 1971. Disponível em: [www.planalto.gov.br](http://www.planalto.gov.br). Acesso em: 15 set. 2015.

A figura indica as cores da bandeira do Brasil e localiza o quadro externo a que se refere a Lei n. 5.700.



Um torcedor, preparando-se para a Copa do Mundo e dispendo de cortes de tecidos verde (180 cm x 150 cm) e amarelo (o quanto baste), deseja confeccionar a maior Bandeira Nacional possível a partir das medidas do tecido verde.

Qual a medida, em centímetro, do lado do menor quadrado de tecido azul que deverá ser comprado para confecção do círculo da bandeira desejada?

- a) 27    b) 32    c) 53    d) 63    e) 90





# PARTE V

OS 36 ITENS DIFÍCEIS

## Os 36 Itens DIFÍCEIS dos ÚLTIMOS 4 ENEMs

De maneira equilibrada, os 36 itens difíceis dos últimos quatro ENEMs regulares são: 8 do ENEM 2021, 9 do ENEM 2020, 10 do ENEM 2019 e apenas 9 do ENEM 2018.

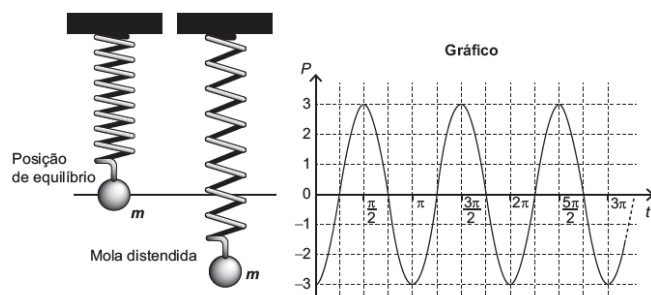
Cada questão apresentará um código no seguinte formato **Q.001 | 152 do ENEM 2020 | H6 | B = -0,404**. Explicando cada uma das informações presentes no código:

- **Q.001:** representa a **questão de número 001 das 180 deste material**. Como estão apresentadas em ordem crescente de dificuldade segundo o parâmetro B, ela é a **questão mais fácil das 180** dos últimos 4 anos;
- **152 do ENEM 2020:** representa a **posição no caderno cinza** e o **ano de aplicação** daquela questão. Nesse caso, temos a questão 152, do caderno CINZA, aplicação na 1ª Aplicação do ENEM 2020;
- **H6:** representa a **habilidade** da questão na **Matriz de Referência do ENEM**. Nesse caso, temos uma questão relativa à habilidade 6;
- **B = -0,404:** representa a **dificuldade da questão**, medida de acordo com o **parâmetro B**. Neste caso, temos uma questão com parâmetro B igual a -0,404, em uma escala que pode assumir qualquer valor real.

### Q.123 | 140 do ENEM 2021 | H20 | B = 2,332

Uma mola é solta da posição distendida conforme a figura. A figura à direita representa o gráfico da posição  $P$  (em cm) da massa  $m$  em função do tempo  $t$  (em segundo) em um sistema de coordenadas cartesianas. Esse movimento periódico é descrito por uma expressão do tipo  $P(t) = \pm A \cos(\omega t)$  ou  $P(t) = \pm A \sin(\omega t)$ , em que  $A > 0$  é a amplitude de deslocamento máximo e  $\omega$  é a frequência, que se relaciona com o período  $T$  pela fórmula  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ .

Considere a ausência de quaisquer forças dissipativas.



A expressão algébrica que representa as posições  $P(t)$  da massa  $m$ , ao longo do tempo, no gráfico, é

- a)  $-3 \cos(2t)$       b)  $-3 \sin(2t)$       c)  $3 \cos(2t)$   
d)  $-6 \cos(2t)$       e)  $6 \sin(2t)$

### Q.124 | 172 do ENEM 2021 | H16 | B = 2,349

Em uma corrida automobilística, os carros podem fazer paradas nos boxes para efetuar trocas de pneus. Nessas trocas, o trabalho é feito por um grupo de três pessoas em cada pneu. Considere que os grupos iniciam o trabalho no mesmo instante, trabalham à mesma velocidade e cada grupo trabalha em um único pneu. Com os quatro grupos completos, são necessários 4 segundos para que a troca seja efetuada. O tempo gasto por um grupo para trocar um pneu é inversamente proporcional ao número de pessoas trabalhando nele. Em uma dessas paradas, um dos trabalhadores passou mal, não pôde participar da troca e nem foi substituído, de forma que um dos quatro grupos de troca ficou reduzido.

Nessa parada específica, com um dos grupos reduzido, qual foi o tempo gasto, em segundo, para trocar os quatro pneus?

- a) 6,0  
b) 5,7  
c) 5,0  
d) 4,5  
e) 4,4

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI

### Prof. Fredão

#### Q.125 | 149 do ENEM 2019 | H3 | B = 2,357

Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros, no ano 2000, era de R\$ 1 250,00. Já o Censo 2010 mostrou que, em 2010, esse valor teve um aumento de 7,2% em relação a 2000. Esse mesmo instituto projeta que, em 2020, o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros poderá ser 10% maior do que foi em 2010.

IBGE. Censo 2010. Disponível em: [www.ibge.gov.br](http://www.ibge.gov.br). Acesso em: 13 ago. 2012 (adaptado).

Supondo que as projeções do IBGE se realizem, o rendimento médio mensal dos brasileiros em 2020 será de

- R\$ 1 340,00.
- R\$ 1 349,00.
- R\$ 1 375,00.
- R\$ 1 465,00.
- R\$ 1 474,00.

#### Q.126 | 170 do ENEM 2021 | H4 | B = 2,383

Uma construtora, pretendendo investir na construção de imóveis em uma metrópole com cinco grandes regiões, fez uma pesquisa sobre a quantidade de famílias que mudaram de uma região para outra, de modo a determinar qual região foi o destino do maior fluxo de famílias, sem levar em consideração o número de famílias que deixaram a região. Os valores da pesquisa estão dispostos em uma matriz  $A = [a_{ij}]$ ,  $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , em que o elemento  $a_{ij}$  corresponde ao total de famílias (em dezena) que se mudaram da região  $i$  para a região  $j$  durante um certo período, e o elemento  $a_{ij}$  é considerado nulo, uma vez que somente são consideradas mudanças entre regiões distintas. A seguir, está apresentada a matriz com os dados da pesquisa.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 6 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Qual região foi selecionada para o investimento da construtora?

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

#### Q.127 | 171 do ENEM 2021 | H16 | B = 2,385

Para realizar um voo entre duas cidades que distam 2 000 km uma da outra, uma companhia aérea utilizava um modelo de aeronave A, capaz de transportar até 200 passageiros. Quando uma dessas aeronaves está lotada de passageiros, o consumo de combustível é de 0,02 litro por quilômetro e por passageiro. Essa companhia resolveu trocar o modelo de aeronave A pelo modelo de aeronave B, que é capaz de transportar 10% de passageiros a mais do que o modelo A, mas consumindo 10% menos combustível por quilômetro e por passageiro.

A quantidade de combustível consumida pelo modelo de aeronave B, em relação à do modelo de aeronave A, em um voo lotado entre as duas cidades, é

- 10% menor.
- 1% menor.
- igual.
- 1% maior.
- 11% maior.

#### Q.128 | 159 do ENEM 2020 | H18 | B = 2,408

Um motociclista planeja realizar uma viagem cujo destino fica a 500 km de sua casa. Sua moto consome 5 litros de gasolina para cada 100 km rodados, e o tanque da moto tem capacidade para 22 litros. Pelo mapa, observou que no trajeto da viagem o último posto disponível para reabastecimento, chamado Estrela, fica a 80 km do seu destino. Ele pretende partir com o tanque da moto cheio e planeja fazer somente duas paradas para reabastecimento, uma na ida e outra na volta, ambas no posto Estrela. No reabastecimento para a viagem de ida, deve considerar também combustível suficiente para se deslocar por 200 km no seu destino.

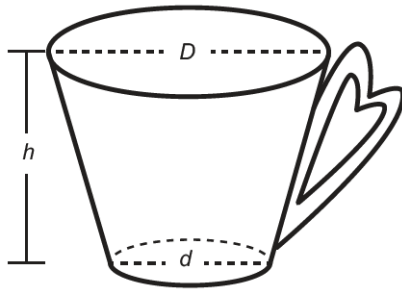
A quantidade mínima de combustível, em litro, que esse motociclista deve reabastecer no posto Estrela na viagem de ida, que seja suficiente para fazer o segundo reabastecimento, é

- 13.
- 14.
- 17.
- 18.
- 21.

B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI  
Prof. Fredão

Q.129 | 164 do ENEM 2021 | H8 | B = 2,409

Uma pessoa comprou uma caneca para tomar sopa, conforme ilustração.



Sabe-se que  $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$  e que o topo da caneca é uma circunferência de diâmetro ( $D$ ) medindo 10 cm, e a base é um círculo de diâmetro ( $d$ ) medindo 8 cm. Além disso, sabe-se que a altura ( $h$ ) dessa caneca mede 12 cm (distância entre o centro das circunferências do topo e da base).

Utilize 3 como aproximação para  $\pi$ .

Qual é a capacidade volumétrica, em mililitro, dessa caneca?

- a) 216
- b) 408
- c) 732
- d) 2 196
- e) 2 928

Q.130 | 139 do ENEM 2018 | H1 | B = 2,419

A Transferência Eletrônica Disponível (TED) é uma transação financeira de valores entre diferentes bancos. Um economista decide analisar os valores enviados por meio de TEDs entre cinco bancos (1, 2, 3, 4 e 5) durante um mês. Para isso, ele dispõe esses valores em uma matriz  $A = [a_{ij}]$ , em que  $1 \leq i \leq 5$  e  $1 \leq j \leq 5$ , e o elemento  $a_{ij}$  corresponde ao total proveniente das operações feitas via TED, em milhão de real, transferidos do banco  $i$  para o banco  $j$  durante o mês. Observe que os elementos  $a_{ij} = 0$ , uma vez que o TED é uma transferência entre bancos distintos. Esta é a matriz obtida para essa análise:

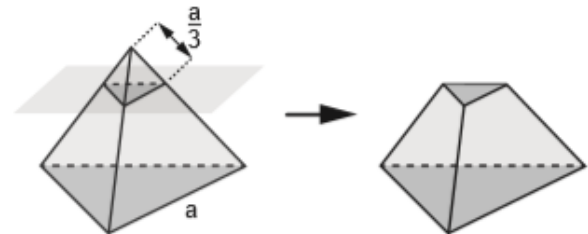
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Com base nessas informações, o banco que transferiu a maior quantia via TED é o banco

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.
- e) 5.

Q.131 | 175 do ENEM 2019 | H7 | B = 2,421

As luminárias para um laboratório de matemática serão fabricadas em forma de sólidos geométricos. Uma delas terá a forma de um tetraedro truncado. Esse sólido é gerado a partir de seções paralelas a cada uma das faces de um tetraedro regular. Para essa luminária, as seções serão feitas de maneira que, em cada corte, um terço das arestas seccionadas serão removidas. Uma dessas seções está indicada na figura.



Essa luminária terá por faces

- a) 4 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros.
- b) 2 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros.
- c) 4 quadriláteros e 4 triângulos isósceles.
- d) 3 quadriláteros e 4 triângulos isósceles.
- e) 3 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros.

Q.132 | 179 do ENEM 2021 | H24 | B = 2,433

A demografia médica é o estudo da população de médicos no Brasil nos aspectos quantitativo e qualitativo, sendo um dos seus objetivos fazer projeções sobre a necessidade da formação de novos médicos. Um desses estudos gerou um conjunto de dados que aborda a evolução do número de médicos e da população brasileira por várias décadas. O quadro apresenta parte desses dados.

Ano	Médicos	População brasileira (em milhar)
1990	219 000	147 000
2000	292 000	170 000
2010	365 000	191 000

Segundo uma projeção estatística, a variação do número de médicos e o da população brasileira de 2010 para 2020 será a média entre a variação de 1990 para 2000 e a de 2000 para 2010. Com o resultado dessa projeção, determina-se o número de médicos por mil habitantes no ano de 2020.

Disponível em: [www.cremesp.org.br](http://www.cremesp.org.br). Acesso em: 24 jun. 2015 (adaptado).

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

O número, com duas casas na parte decimal, mais próximo do número de médicos por mil habitantes no ano de 2020 seria de

- a) 0,17.                      b) 0,49.                      c) 1,71.  
d) 2,06.                      e) 3,32.

### Q.133 | 148 do ENEM 2021 | H28 | B = 2,475

Em um estudo realizado pelo IBGE em quatro estados e no Distrito Federal, com mais de 5 mil pessoas com 10 anos ou mais, observou-se que a leitura ocupa, em média, apenas seis minutos do dia de cada pessoa. Na faixa de idade de 10 a 24 anos, a média diária é de três minutos. No entanto, no grupo de idades entre 24 e 60 anos, o tempo médio diário dedicado à leitura é de 5 minutos. Entre os mais velhos, com 60 anos ou mais, a média é de 12 minutos.

A quantidade de pessoas entrevistadas de cada faixa de idade seguiu a distribuição percentual descrita no quadro.

Faixa etária	Percentual de entrevistados
De 10 a 24 anos	$x$
Entre 24 e 60 anos	$y$
A partir de 60 anos	$x$

Disponível em: [www.oglobo.globo.com](http://www.oglobo.globo.com). Acesso em: 16 ago. 2013 (adaptado).

Os valores de  $x$  e  $y$  do quadro são, respectivamente, iguais a

- a) 10 e 80.                      b) 10 e 90.                      c) 20 e 60.  
d) 20 e 80.                      e) 25 e 50.

### Q.134 | 157 do ENEM 2019 | H10 | B = 2,484

O Sistema Métrico Decimal é o mais utilizado atualmente para medir comprimentos e distâncias. Em algumas atividades, porém, é possível observar a utilização de diferentes unidades de medida. Um exemplo disso pode ser observado no quadro.

Unidade	Equivalência
Polegada	2,54 centímetros
Jarda	3 pés
Jarda	0,9144 metro

Assim, um pé, em polegada, equivale a

- a) 0,1200.                      b) 0,3048.                      c) 1,0800.  
d) 12,0000.                      e) 36,0000.

### Q.135 | 173 do ENEM 2020 | H11 | B = 2,499

Um clube deseja produzir miniaturas em escala do troféu que ganhou no último campeonato. O troféu está representado na Figura 1 e é composto por uma base em formato de um paralelepípedo reto-retângulo de madeira, sobre a qual estão fixadas três hastes verticais que sustentam uma esfera de 30 cm de diâmetro, que fica centralizada sobre a base de madeira. O troféu tem 100 cm de altura, incluída sua base.

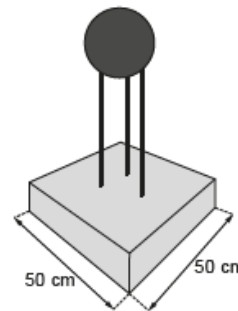


Figura 1

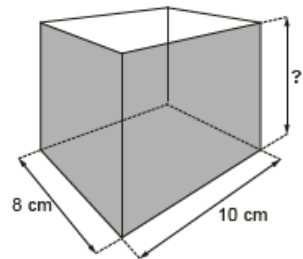


Figura 2

A miniatura desse troféu deverá ser instalada no interior de uma caixa de vidro, em formato de paralelepípedo reto-retângulo, cujas dimensões internas de sua base estão indicadas na Figura 2, de modo que a base do troféu seja colada na base da caixa e distante das paredes laterais da caixa de vidro em pelo menos 1 cm. Deve ainda haver uma distância de exatos 2 cm entre o topo da esfera e a tampa dessa caixa de vidro. Nessas condições deseja-se fazer a maior miniatura possível.

A medida da altura, em centímetro, dessa caixa de vidro deverá ser igual a

- a) 12.  
b) 14.  
c) 16.  
d) 18.  
e) 20.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI

### Prof. Fredão

#### Q.136 | 158 do ENEM 2020 | H4 | B = 2,506

Uma pessoa precisa comprar 15 sacos de cimento para uma reforma em sua casa. Faz pesquisa de preço em cinco depósitos que vendem o cimento de sua preferência e cobram frete para entrega do material, conforme a distância do depósito à sua casa. As informações sobre preço do cimento, valor do frete e distância do depósito até a casa dessa pessoa estão apresentadas no quadro.

Depósito	Valor do saco de cimento	Valor do frete para cada quilômetro	Distância entre a casa e o depósito
	(R\$)	(R\$)	(km)
A	23,00	1,00	10
B	21,50	3,00	12
C	22,00	1,50	14
D	21,00	3,50	18
E	24,00	2,50	2

A pessoa escolherá um desses depósitos para realizar sua compra, considerando os preços do cimento e do frete oferecidos em cada opção.

Se a pessoa decidir pela opção mais econômica, o depósito escolhido para a realização dessa compra será o

- a) A.                      b) B.                      c) C.  
d) D.                      e) E.

#### Q.137 | 174 do ENEM 2019 | H3 | B = 2,612

Durante suas férias, oito amigos, dos quais dois são canhotos, decidem realizar um torneio de vôlei de praia. Eles precisam formar quatro duplas para a realização do torneio. Nenhuma dupla pode ser formada por dois jogadores canhotos.

De quantas maneiras diferentes podem ser formadas essas quatro duplas?

- a) 69                      b) 70                      c) 90  
d) 104                      e) 105

#### Q.138 | 138 do ENEM 2018 | H3 | B = 2,668

A prefeitura de um pequeno município do interior decide colocar postes para iluminação ao longo de uma estrada retilínea, que inicia em uma praça central e termina numa fazenda na zona rural. Como a praça já possui iluminação, o primeiro poste será colocado a 80 metros da praça, o segundo, a 100 metros, o terceiro, a 120 metros, e assim sucessivamente, mantendo-se sempre uma distância de vinte

metros entre os postes, até que o último poste seja colocado a uma distância de 1 380 metros da praça.

Se a prefeitura pode pagar, no máximo, R\$ 8 000,00 por poste colocado, o maior valor que poderá gastar com a colocação desses postes é

- a) R\$ 512 000,00                      b) R\$ 520 000,00  
c) R\$ 528 000,00                      d) R\$ 552 000,00  
e) R\$ 584 000,00

#### Q.139 | 171 do ENEM 2020 | H3 | B = 2,680

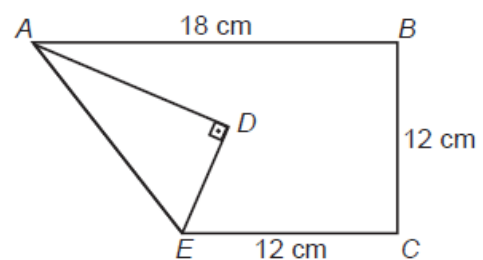
Um hotel de 3 andares está sendo construído. Cada andar terá 100 quartos. Os quartos serão numerados de 100 a 399 e cada um terá seu número afixado à porta. Cada número será composto por peças individuais, cada uma simbolizando um único algarismo.

Qual a quantidade mínima de peças, simbolizando o algarismo 2, necessárias para identificar o número de todos os quartos?

- a) 160                      b) 157                      c) 130  
d) 120                      e) 60

#### Q.140 | 161 do ENEM 2019 | H8 | B = 2,722

Construir figuras de diversos tipos, apenas dobrando e cortando papel, sem cola e sem tesoura, é a arte do origami (ori = dobrar; kami = papel), que tem um significado altamente simbólico no Japão. A base do origami é o conhecimento do mundo por base do tato. Uma jovem resolveu construir um cisne usando a técnica do origami, utilizando uma folha de papel de 18 cm por 12 cm. Assim, começou por dobrar a folha conforme a figura.



Após essa primeira dobradura, a medida do segmento AE é

- a)  $2\sqrt{22}$  cm.                      b)  $6\sqrt{3}$  cm.                      c) 12 cm.  
d)  $6\sqrt{5}$  cm.                      e)  $12\sqrt{2}$  cm.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.141 | 175 do ENEM 2020 | H10 | B = 2,777

Muitos modelos atuais de veículos possuem computador de bordo. Os computadores informam em uma tela diversas variações de grandezas associadas ao desempenho do carro, dentre elas o consumo médio de combustível. Um veículo, de um determinado modelo, pode vir munido de um dos dois tipos de computadores de bordo:

- Tipo A: informa a quantidade  $X$  de litro de combustível gasto para percorrer 100 quilômetros;
- Tipo B: informa a quantidade de quilômetro que o veículo é capaz de percorrer com um litro de combustível.

Um veículo utiliza o computador do Tipo A, e ao final de uma viagem o condutor viu apresentada na tela a informação " $X/100$ ".

Caso o seu veículo utilizasse o computador do Tipo B, o valor informado na tela seria obtido pela operação

- a)  $X \cdot 100$       b)  $\frac{X}{100}$       c)  $\frac{100}{X}$
- d)  $\frac{1}{X}$       e)  $1 \cdot X$

### Q.142 | 137 do ENEM 2019 | H17 | B = 2,788

Em um jogo on-line, cada jogador procura subir de nível e aumentar sua experiência, que são dois parâmetros importantes no jogo, dos quais dependem as forças de defesa e de ataque do participante. A força de defesa de cada jogador é diretamente proporcional ao seu nível e ao quadrado de sua experiência, enquanto sua força de ataque é diretamente proporcional à sua experiência e ao quadrado do seu nível. Nenhum jogador sabe o nível ou a experiência dos demais. Os jogadores iniciam o jogo no nível 1 com experiência 1 e possuem força de ataque 2 e de defesa 1. Nesse jogo, cada participante se movimenta em uma cidade em busca de tesouros para aumentar sua experiência. Quando dois deles se encontram, um deles pode desafiar o outro para um confronto, sendo o desafiante considerado o atacante. Compara-se então a força de ataque do desafiante com a força de defesa do desafiado e vence o confronto aquele cuja força for maior. O vencedor do desafio aumenta seu nível em uma unidade. Caso haja empate no confronto, ambos os jogadores aumentam seus níveis em uma unidade.

Durante um jogo, o jogador  $J_1$ , de nível 4 e experiência 5, irá atacar o jogador  $J_2$ , de nível 2 e experiência 6.

O jogador  $J_1$  venceu esse confronto porque a diferença entre sua força de ataque e a força de defesa de seu oponente era

- a) 112.      b) 88.      c) 60.      d) 28.      e) 24.

### Q.143 | 137 do ENEM 2020 | H19 | B = 2,823

A Lei de Zipf, batizada com o nome do linguista americano George Zipf, é uma lei empírica que relaciona a frequência ( $f$ ) de uma palavra em um dado texto com o seu ranking ( $r$ ). Ela é dada por  $f = \frac{A}{r^B}$ .

O ranking da palavra é a sua posição ao ordenar as palavras por ordem de frequência. Ou seja,  $r = 1$  para a palavra mais frequente,  $r = 2$  para a segunda palavra mais frequente e assim sucessivamente.  $A$  e  $B$  são constantes positivas.

Com base nos valores de  $X = \log(r)$  e  $Y = \log(f)$ , é possível estimar valores para  $A$  e  $B$ .

No caso hipotético em que a lei é verificada exatamente, a relação entre  $Y$  e  $X$  é

- a)  $Y = \log(A) - B \cdot X$       b)  $Y = \frac{\log(A)}{X + \log(B)}$
- c)  $Y = \frac{\log(A)}{B} - X$       d)  $Y = \frac{\log(A)}{B \cdot X}$
- e)  $Y = \frac{\log(A)}{X^B}$

### Q.144 | 178 do ENEM 2020 | H30 | B = 2,830

O técnico de um time de basquete pretende aumentar a estatura média de sua equipe de 1,93 m para, no mínimo, 1,99 m. Para tanto, dentre os 15 jogadores que fazem parte de sua equipe, irá substituir os quatro mais baixos, de estaturas: 1,78 m, 1,82 m, 1,84 m e 1,86 m. Para isso, o técnico contratou um novo jogador de 2,02 m. Os outros três jogadores que ele ainda precisa contratar devem satisfazer à sua necessidade de aumentar a média das estaturas da equipe. Ele fixará a média das estaturas para os três jogadores que ainda precisa contratar dentro do critério inicialmente estabelecido.

Qual deverá ser a média mínima das estaturas, em metro, que ele deverá fixar para o grupo de três novos jogadores que ainda irá contratar?

- a) 1,96      b) 1,98      c) 2,05
- d) 2,06      e) 2,08

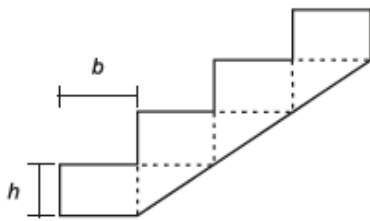
## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.145 | 174 do ENEM 2020 | H21 | B = 2,862

Uma casa de dois andares está sendo projetada. É necessário incluir no projeto a construção de uma escada para o acesso ao segundo andar. Para o cálculo das dimensões dos degraus utilizam-se as regras:

$$|2h + b - 63,5| \leq 1,5 \text{ e } 16 \leq h \leq 19,$$

nas quais  $h$  é a altura do degrau (denominada espelho) e  $b$  é a profundidade da pisada, como mostra a figura. Por conveniência, escolheu-se a altura do degrau como sendo  $h = 16$ . As unidades de  $h$  e  $b$  estão em centímetro.



Nesse caso, o mais amplo intervalo numérico ao qual a profundidade da pisada ( $b$ ) deve pertencer, para que as regras sejam satisfeitas é

- a)  $30 \leq b$       b)  $30 \leq b \leq 31,5$       c)  $30 \leq b \leq 33$   
d)  $31,5 \leq b \leq 33$       e)  $b \leq 33$

### Q.146 | 161 do ENEM 2021 | H30 | B = 2,885

O organizador de uma competição de lançamento de dardos pretende tornar o campeonato mais competitivo. Pelas regras atuais da competição, numa rodada, o jogador lança 3 dardos e pontua caso acerte pelo menos um deles no alvo. O organizador considera que, em média, os jogadores têm, em cada lançamento,  $\frac{1}{2}$  de probabilidade de acertar um dardo no alvo.

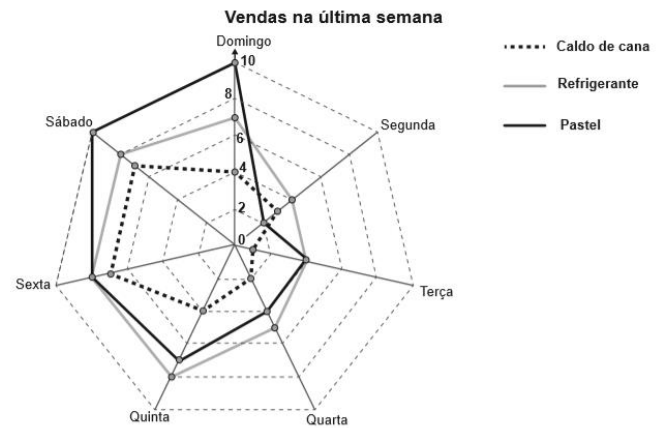
A fim de tornar o jogo mais atrativo, planeja modificar as regras de modo que a probabilidade de um jogador pontuar em uma rodada seja igual ou superior a  $\frac{9}{10}$ . Para isso, decide aumentar a quantidade de dardos a serem lançados em cada rodada.

Com base nos valores considerados pelo organizador da competição, a quantidade mínima de dardos que devem ser disponibilizados em uma rodada para tornar o jogo mais atrativo é

- a) 2.                      b) 4.                      c) 6.  
d) 9.                      e) 10.

### Q.147 | 180 do ENEM 2019 | H25 | B = 2,889

Um comerciante, que vende somente pastel, refrigerante em lata e caldo de cana em copos, fez um levantamento das vendas realizadas durante a semana. O resultado desse levantamento está apresentado no gráfico.



Ele estima que venderá, em cada dia da próxima semana, uma quantidade de refrigerante em lata igual à soma das quantidades de refrigerante em lata e caldo de cana em copos vendidas no respectivo dia da última semana. Quanto aos pastéis, estima vender, a cada dia da próxima semana, uma quantidade igual à quantidade de refrigerante em lata que prevê vender em tal dia. Já para o número de caldo de cana em copos, estima que as vendas diárias serão iguais às da última semana.

Segundo essas estimativas, a quantidade a mais de pastéis que esse comerciante deve vender na próxima semana é

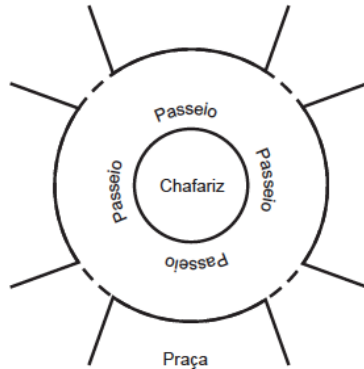
- a) 20.  
b) 27.  
c) 44.  
d) 55.  
e) 71.



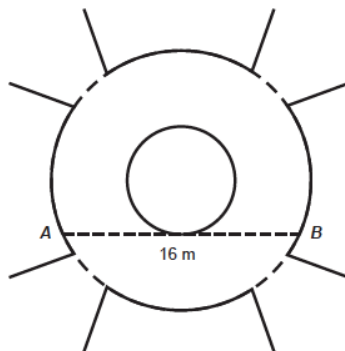
B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI  
Prof. Fredão

Q.148 | 153 do ENEM 2018 | H8 | B = 2,893

A figura mostra uma praça circular que contém um chafariz em seu centro e, em seu entorno, um passeio. Os círculos que definem a praça e o chafariz são concêntricos.



O passeio terá seu piso revestido com ladrilhos. Sem condições de calcular os raios, pois o chafariz está cheio, em engenheiro fez a seguinte medição: esticou uma trena tangente ao chafariz, medindo a distância entre dois pontos A e B, conforme a figura. Com isso, obteve a medida do segmento de reta AB: 16 m.



Dispondo apenas dessa medida, o engenheiro calculou corretamente a medida da área do passeio, em metro quadrado.

A medida encontrada pelo engenheiro foi

- a)  $4\pi$
- b)  $8\pi$
- c)  $48\pi$
- d)  $64\pi$
- e)  $192\pi$

Q.149 | 177 do ENEM 2018 | H5 | B = 2,904

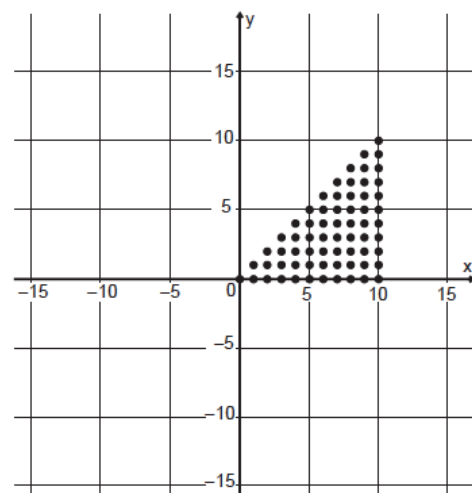
Um produtor de milho utiliza uma área de 160 hectares para as suas atividades agrícolas. Essa área é dividida em duas partes: uma de 40 hectares, com maior produtividade, e outra, de 120 hectares, com menor produtividade. A produtividade é dada pela razão entre a produção, em tonelada, e a área cultivada. Sabe-se que área de 40 hectares tem produtividade igual a 2,5 vezes à da outra. Esse fazendeiro pretende aumentar sua produção total em 15%, aumentando o tamanho da sua propriedade. Para tanto, pretende comprar uma parte de uma fazenda vizinha, que possui a mesma produtividade da parte de 120 hectares de suas terras.

Qual é a área mínima, em hectare, que o produtor precisará comprar?

- a) 36
- b) 33
- c) 27
- d) 24
- e) 21

Q.150 | 148 do ENEM 2018 | H20 | B = 2,942

Para criar um logotipo, um profissional da área de *design* gráfico deseja construí-lo utilizando o conjunto de pontos do plano na forma de um triângulo, exatamente como mostra a imagem.



Para construir tal imagem utilizando uma ferramenta gráfica, será necessário escrever algebricamente o conjunto que representa os pontos desse gráfico.

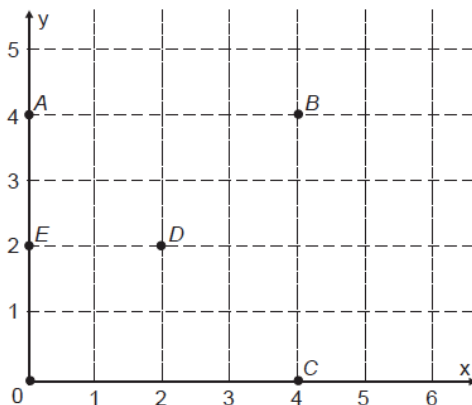
Esse conjunto é dado pelos pares ordenados  $(x; y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$  tais que

- a)  $0 \leq x \leq y \leq 10$
- b)  $0 \leq y \leq x \leq 10$
- c)  $0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 10$
- d)  $0 \leq x + y \leq 10$
- e)  $0 \leq x + y \leq 20$

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.151 | 141 do ENEM 2018 | H22 | B = 2,950

Um jogo pedagógico utiliza-se de uma interface algébrico-geométrica do seguinte modo: os alunos devem eliminar os pontos do plano cartesiano dando “tiros”, seguindo trajetórias que devem passar pelos pontos escolhidos. Para dar os tiros, o aluno deve escrever em uma janela do programa a equação cartesiana de uma reta ou de uma circunferência que passa pelos pontos e pela origem do sistema de coordenadas. Se o tiro for dado por meio da equação da circunferência, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 2 pontos. Se o tiro for dado por meio da equação de uma reta, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 1 ponto. Em uma situação de jogo, ainda restam os seguintes pontos para serem eliminados: A (0 ; 4), B (4 ; 4), C (4 ; 0), D (2 ; 2), E (0 ; 2).



Passando pelo ponto A, qual equação forneceria a maior pontuação?

- a)  $x = 0$
- b)  $y = 0$
- c)  $x^2 + y^2 = 16$
- d)  $x^2 + (y - 2)^2 = 4$
- e)  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$

### Q.152 | 162 do ENEM 2019 | H29 | B = 2,957

Os alunos de uma turma escolar foram divididos em dois grupos. Um grupo jogaria basquete, enquanto o outro jogaria futebol. Sabe-se que o grupo de basquete é formado pelos alunos mais altos da classe e tem uma pessoa a mais do que o grupo de futebol. A tabela seguinte apresenta informações sobre as alturas dos alunos da turma.

Média	Mediana	Moda
1,65	1,67	1,70

Os alunos P, J, F e M medem, respectivamente, 1,65 m, 1,66 m, 1,67 m e 1,68 m, e as suas alturas não são iguais a de nenhum outro colega da sala.

Segundo essas informações, argumenta-se que os alunos P, J, F e M jogaram, respectivamente,

- a) basquete, basquete, basquete, basquete.
- b) futebol, basquete, basquete, basquete.
- c) futebol, futebol, basquete, basquete.
- d) futebol, futebol, futebol, basquete.
- e) futebol, futebol, futebol, futebol.

### Q.153 | 157 do ENEM 2018 | H2 | B = 2,975

O Salão do Automóvel de São Paulo é um evento no qual vários fabricantes expõem seus modelos mais recentes de veículos, mostrando, principalmente, suas inovações em design e tecnologia.

Uma montadora pretende participar desse evento com dois estandes, um na entrada e outro na região central do salão, expondo, em cada um deles, um carro compacto e uma caminhonete.

Para compor os estandes, foram disponibilizados pela montadora quatro carros compactos, de modelos distintos, e seis caminhonetes de diferentes cores para serem escolhidos aqueles que serão expostos. A posição dos carros dentro de cada estande é irrelevante.

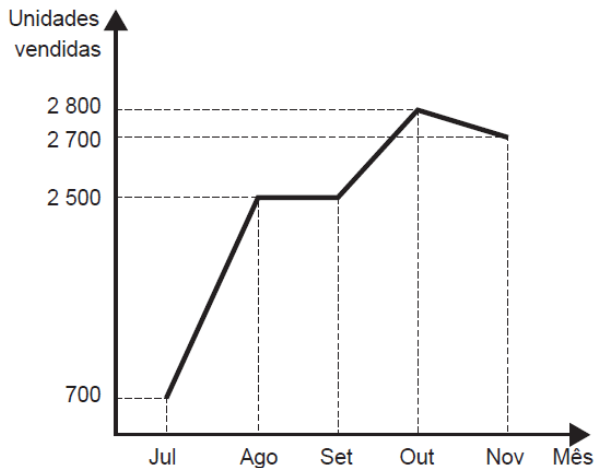
Uma expressão que fornece a quantidade de maneiras diferentes que os estandes podem ser compostos é

- a)  $A_{10}^4$
- b)  $C_{10}^4$
- c)  $C_4^2 \times C_6^2 \times 2 \times 2$
- d)  $A_4^2 \times A_6^2 \times 2 \times 2$
- e)  $C_4^2 \times C_6^2$

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

Q.154 | 167 do ENEM 2019 | H25 | B = 3,003

O gráfico a seguir mostra a evolução mensal das vendas de certo produto de julho a novembro de 2011.



Sabe-se que o mês de julho foi o pior momento da empresa em 2011 e que o número de unidades vendidas desse produto em dezembro de 2011 foi igual à média aritmética do número de unidades vendidas nos meses de julho a novembro do mesmo ano.

O gerente de vendas disse, em uma reunião da diretoria, que, se essa redução no número de unidades vendidas de novembro para dezembro de 2011 se mantivesse constante nos meses subsequentes, as vendas só voltariam a ficar piores que julho de 2011 apenas no final de 2012.

O diretor financeiro rebateu imediatamente esse argumento mostrando que, mantida a tendência, isso aconteceria já em

- a) janeiro.      b) fevereiro.      c) março.  
d) abril.      e) maio.

Q.155 | 143 do ENEM 2018 | H21 | B = 3,008

Durante uma festa de colégio, um grupo de alunos organizou uma rifa. Oitenta alunos faltaram à festa e não participaram da rifa. Entre os que compareceram, alguns compraram três bilhetes, 45 compraram 2 bilhetes, e muitos compraram apenas um. O total de alunos que comprou um único bilhete era 20% do número total de bilhetes vendidos, e o total de bilhetes vendidos excedeu em 33 o número total de alunos do colégio.

Quantos alunos compraram somente um bilhete?

- a) 34      b) 42      c) 47  
d) 48      e) 79

Q.156 | 147 do ENEM 2019 | H16 | B = 3,013

Três sócios resolveram fundar uma fábrica. O investimento inicial foi de R\$ 1.000.000,00. E, independentemente do valor que cada um investiu nesse primeiro momento, resolveram considerar que cada um deles contribuiu com um terço do investimento inicial.

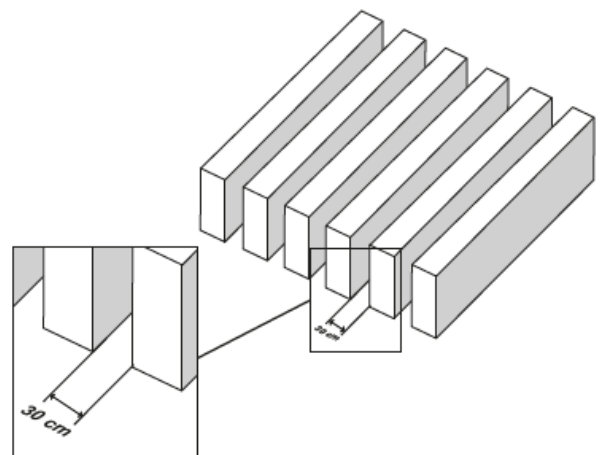
Algum tempo depois, um quarto sócio entrou para a sociedade, e os quatro, juntos, investiram mais R\$ 800.000,00 na fábrica. Cada um deles contribuiu com um quarto desse valor. Quando venderam a fábrica, nenhum outro investimento havia sido feito. Os sócios decidiram então dividir o montante de R\$ 1.800.000,00 obtido com a venda, de modo proporcional à quantia total investida por cada sócio.

Quais os valores mais próximos, em porcentagens, correspondentes às parcelas financeiras que cada um dos três sócios iniciais e o quarto sócio, respectivamente, receberam?

- a) 29,60 e 11,11      b) 28,70 e 13,89  
c) 25,00 e 25,00      d) 18,52 e 11,11  
e) 12,96 e 13,89

Q.157 | 145 do ENEM 2020 | H14 | B = 3,020

Pergolado é o nome que se dá a um tipo de cobertura projetada por arquitetos, comumente em praças e jardins, para criar um ambiente para pessoas ou plantas, no qual há uma quebra da quantidade de luz, dependendo da posição do sol. É feito como um estrado de vigas iguais, postas paralelas e perfeitamente em fila, como ilustra a figura.



Um arquiteto projeta um pergolado com vãos de 30 cm de distância entre suas vigas, de modo que, no solstício de verão, a trajetória do sol durante o dia seja realizada num plano perpendicular à direção das vigas, e que o sol da tarde, no momento em que seus raios fizerem  $30^\circ$  com a posição a pino, gere a metade da luz que passa no pergolado ao meio-dia.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

Para atender à proposta do projeto elaborado pelo arquiteto, as vigas do pergolado devem ser construídas de maneira que a altura, em centímetro, seja a mais próxima possível de

- a) 9.                    b) 15.                    c) 26.  
d) 52.                    e) 60.

### Q.158 | 150 do ENEM 2018 | H21 | B = 3,024

Uma loja vende automóveis em  $N$  parcelas iguais sem juros. No momento de contratar o financiamento, caso o cliente queira aumentar o prazo, acrescentando mais 5 parcelas, o valor de cada uma das parcelas diminui R\$ 200,00, ou ele quiser diminuir o prazo, com 4 parcelas a menos, o valor de cada uma das parcelas sobe R\$ 232,00. Considere ainda que, nas três possibilidades de pagamento, o valor do automóvel é o mesmo, todas são sem juros e não é dado desconto em nenhuma das situações.

Nessas condições, qual é a quantidade  $N$  de parcelas a serem pagas de acordo com a proposta inicial da loja?

- a) 20  
b) 24  
c) 29  
d) 40  
e) 58



# PARTE VI

OS 18 ITENS MUITO DIFÍCEIS

## Os 18 Itens MUITO DIFÍCEIS dos ÚLTIMOS 4 ENEMs

Com mais de 60% dos itens provenientes da prova de 2018, os 18 itens muito difíceis dos últimos quatro ENEMs regulares são: 2 do ENEM 2021, 2 do ENEM 2020, 3 do ENEM 2019 e 11 do ENEM 2018.

Cada questão apresentará um código no seguinte formato **Q.001 | 152 do ENEM 2020 | H6 | B = -0,404**. Explicando cada uma das informações presentes no código:

- **Q.001:** representa a **questão de número 001 das 180 deste material**. Como estão apresentadas em ordem crescente de dificuldade segundo o parâmetro B, ela é a **questão mais fácil das 180** dos últimos 4 anos;
- **152 do ENEM 2020:** representa a **posição no caderno cinza** e o **ano de aplicação** daquela questão. Nesse caso, temos a questão 152, do caderno CINZA, aplicação na 1ª Aplicação do ENEM 2020;
- **H6:** representa a **habilidade** da questão na **Matriz de Referência do ENEM**. Nesse caso, temos uma questão relativa à habilidade 6;
- **B = -0,404:** representa a **dificuldade da questão**, medida de acordo com o **parâmetro B**. Neste caso, temos uma questão com parâmetro B igual a -0,404, em uma escala que pode assumir qualquer valor real.

### Q.159 | 172 do ENEM 2018 | H11 | B = 3,024

Uma empresa de comunicação tem a tarefa de elaborar um material publicitário de um estaleiro para divulgar um novo navio, equipado com um guindaste de 15 m de altura e uma esteira de 90 m de comprimento. No desenho desse navio, a representação do guindaste deve ter sua altura entre 0,5 cm e 1 cm, enquanto a esteira deve apresentar comprimento superior a 4 cm. Todo o desenho deverá ser feito em uma escala 1 : X.

Os valores possíveis para X são, apenas,

- a)  $X > 1\ 500$ .      b)  $X < 3\ 000$ .    c)  $1\ 500 < X < 2\ 250$   
d)  $1\ 500 < X < 3\ 000$ .    e)  $2\ 250 < X < 3\ 000$ .

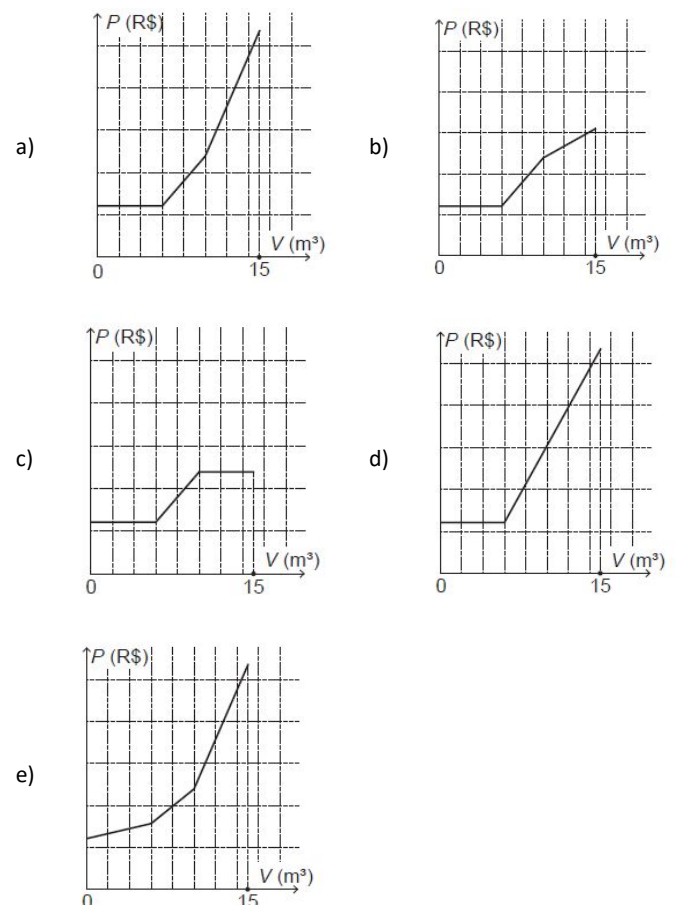
### Q.160 | 177 do ENEM 2019 | H15 | B = 3,052

Uma empresa presta serviço de abastecimento de água em uma cidade. O valor mensal a pagar por esse serviço é determinado pela aplicação de tarifas, por faixas de consumo de água, sendo obtido pela adição dos valores correspondentes a cada faixa.

- Faixa 1: para consumo de até  $6\text{ m}^3$ , valor fixo de R\$ 12,00;
- Faixa 2: para consumo superior a  $6\text{ m}^3$  e até  $10\text{ m}^3$ , tarifa de R\$ 3,00 por metro cúbico ao que exceder a  $6\text{ m}^3$ ;
- Faixa 3: para consumo superior a  $10\text{ m}^3$ , tarifa de R\$ 6,00 por metro cúbico ao que exceder a  $10\text{ m}^3$ .

Sabe-se que nessa cidade o consumo máximo de água por residência é de  $15\text{ m}^3$  por mês.

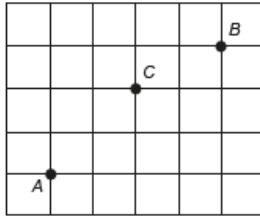
O gráfico que melhor descreve o valor P, em real, a ser pago por mês, em função do volume V de água consumido, em metro cúbico, é



## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.161 | 157 do ENEM 2020 | H3 | B = 3,299

Três amigos, André, Bernardo e Carlos, moram em um condomínio fechado de uma cidade. O quadriculado representa a localização das ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho nesse condomínio, em que nos pontos A, B e C estão localizadas as casas de André, Bernardo e Carlos, respectivamente.



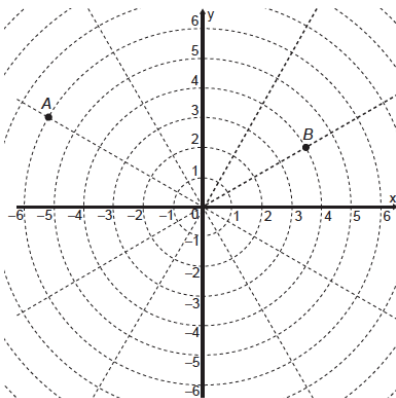
André deseja deslocar-se da sua casa até a casa de Bernardo, sem passar pela casa de Carlos, seguindo ao longo das ruas do condomínio, fazendo sempre deslocamentos para a direita (→) ou para cima (↑), segundo o esquema da figura.

O número de diferentes caminhos que André poderá utilizar para realizar o deslocamento nas condições propostas é

- a) 4.
- b) 14.
- c) 17.
- d) 35.
- e) 48.

### Q.162 | 136 do ENEM 2018 | H26 | B = 3,313

Sobre um sistema cartesiano considera-se uma malha formada por circunferências de raios com medidas dada por números naturais e por 12 semirretas com extremidades na origem, separadas por ângulos de  $\frac{\pi}{6}$  rad, conforme a figura.



Suponha que os objetos se desloquem apenas pelas semirretas e pelas circunferências dessa malha, não podendo passar pela origem (0 ; 0).

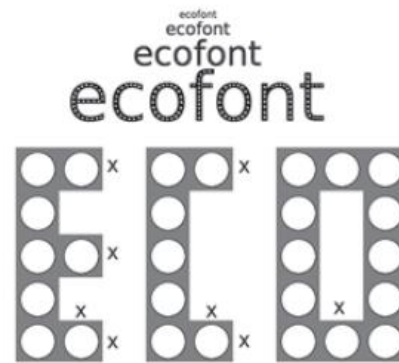
Considere o valor de  $\pi$  com aproximação de, pelo menos, uma casa decimal.

Para realizar o percurso mais curto possível ao longo da malha, do ponto B até o ponto A, um objeto deve percorrer uma distância igual a

- a)  $\frac{2 \cdot \pi \cdot 1}{3} + 8$
- b)  $\frac{2 \cdot \pi \cdot 2}{3} + 6$
- c)  $\frac{2 \cdot \pi \cdot 3}{3} + 4$
- d)  $\frac{2 \cdot \pi \cdot 4}{3} + 2$
- e)  $\frac{2 \cdot \pi \cdot 5}{3} + 2$

### Q.163 | 147 do ENEM 2018 | H23 | B = 3,319

A Ecofont possui design baseado na velha fonte Vera Sans. Porém, ela tem um diferencial: pequenos burachinhos circulares congruentes, e em todo o seu corpo, presentes em cada símbolo. Esses furos proporcionam um gasto de tinta menor na hora da impressão.



Suponha que a palavra ECO esteja escrita nessa fonte, com tamanho 192, e que seja composta por letras formadas por quadrados de lados  $x$  com furos circulares de raio  $r = \frac{x}{3}$ . Para que a área a ser pintada seja reduzida a  $\frac{1}{16}$  da área inicial, pretende-se reduzir o tamanho da fonte. Sabe-se que, ao alterar o tamanho da fonte, o tamanho da letra é alterado na mesma proporção.

Nessas condições, o tamanho adequado da fonte será

- a) 64.
- b) 48.
- c) 24.
- d) 21.
- e) 12.

## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.164 | 168 do ENEM 2020 | H11 | B = 3,342

A caixa-d'água de um edifício terá a forma de um paralelepípedo retângulo reto com volume igual a 28 080 litros. Em uma maquete que representa o edifício, a caixa-d'água tem dimensões  $2\text{ cm} \times 3,51\text{ cm} \times 4\text{ cm}$ .

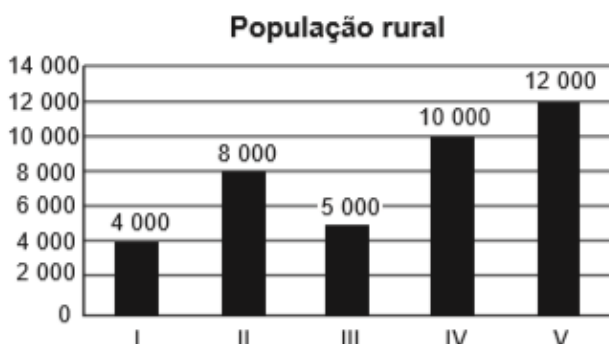
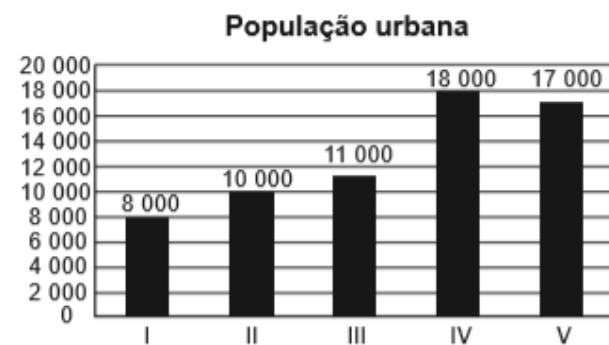
Dado:  $1\text{ dm}^3 = 1\text{ L}$ .

A escala usada pelo arquiteto foi

- a) 1 : 10
- b) 1 : 100
- c) 1 : 1 000
- d) 1 : 10 000
- e) 1 : 100 000

### Q.165 | 179 do ENEM 2019 | H26 | B = 3,343

A taxa de urbanização de um município é dada pela razão entre a população urbana e a população total do município (isto é, a soma das populações rural e urbana). Os gráficos apresentam, respectivamente, a população urbana e a população rural de cinco municípios (I, II, III, IV, V) de uma mesma região estadual. Em reunião entre o governo do estado e os prefeitos desses municípios, ficou acordado que o município com maior taxa de urbanização receberá um investimento extra em infraestrutura.

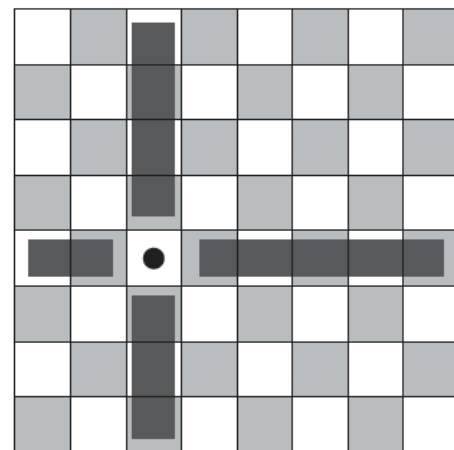


Segundo o acordo, qual município receberá o investimento extra?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

### Q.166 | 154 do ENEM 2018 | H30 | B = 3,443

Um designer de jogos planeja um jogo que faz uso de um tabuleiro de dimensão  $n \times n$ , com  $n \geq 2$ , no qual cada jogador, na sua vez, coloca uma peça sobre uma das casas vazias do tabuleiro. Quando uma peça é posicionada, a região formada pelas casas que estão na mesma linha ou coluna dessa peça é chamada de zona de combate dessa peça. Na figura está ilustrada a zona de combate de uma peça colocada em uma das casas de um tabuleiro de dimensão  $8 \times 8$ .



O tabuleiro deve ser dimensionado de forma que a probabilidade de se posicionar a segunda peça aleatoriamente, seguindo a regra do jogo, e esta ficar sobre a zona de combate da primeira, seja inferior a  $\frac{1}{5}$ .

A dimensão mínima que o designer deve adotar para esse tabuleiro é

- a)  $4 \times 4$ .
- b)  $6 \times 6$ .
- c)  $9 \times 9$ .
- d)  $10 \times 10$ .
- e)  $11 \times 11$ .



## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.167 | 168 do ENEM 2018 | H22 | B = 3,457

Para apagar os focos A e B de um incêndio, que estavam a uma distância de 30 m um do outro, os bombeiros de um quartel decidiram se posicionar de modo que a distância de um bombeiro ao foco A, de temperatura mais elevada, fosse sempre o dobro da distância desse bombeiro ao foco B, de temperatura menos elevada.

Nestas condições, a maior distância, em metro, que dois bombeiros poderiam ter entre eles é

- a) 30.                      b) 40.                      c) 45.  
d) 60.                      e) 68.

### Q.168 | 146 do ENEM 2018 | H29 | B = 3,478

Para ganhar um prêmio, uma pessoa deverá retirar, sucessivamente e sem reposição, duas bolas pretas de uma mesma urna.

Inicialmente, as quantidades e cores das bolas são como descritas a seguir:

- Urna A – Possui três bolas brancas, duas bolas pretas e uma bola verde;
- Urna B – Possui seis bolas brancas, três bolas pretas e uma bola verde;
- Urna C – Possui duas bolas pretas e duas bolas verdes;
- Urna D – Possui três bolas brancas e três bolas pretas.

A pessoa deve escolher uma entre as cinco opções apresentadas:

- Opção 1 – Retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna A;
- Opção 2 – Retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna B;
- Opção 3 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna C para a urna A; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna A;
- Opção 4 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna D para a urna C; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna C;
- Opção 5 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna C para a urna D; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna D.

Com o objetivo de obter a maior probabilidade possível de ganhar o prêmio, a pessoa deve escolher a opção

- a) 1.                      b) 2.                      c) 3.  
d) 4.                      e) 5.

### Q.169 | 149 do ENEM 2018 | H17 | B = 3,582

Com o avanço em ciência da computação, estamos próximos do momento em que o número de transistores no processador de um computador pessoal será da mesma ordem de grandeza que o número de neurônios em um cérebro humano, que é da ordem de 100 bilhões.

Uma das grandezas determinantes para o desempenho de um processador é a densidade de transistores, que é o número de transistores por centímetro quadrado. Em 1986, uma empresa fabricava um processador

contendo 100 000 transistores distribuídos em 0,25 cm<sup>2</sup> de área. Desde então, o número de transistores por centímetro quadrado que se pode colocar em um processador dobra a cada dois anos (Lei de Moore).

Considere 0,30 como aproximação para  $\log_{10} 2$ .

Em que ano a empresa atingiu ou atingirá a densidade de 100 bilhões de transistores?

- a) 1999  
b) 2002  
c) 2022  
d) 2026  
e) 2146

### Q.170 | 175 do ENEM 2018 | H29 | B = 3,726

Um rapaz estuda em uma escola que fica longe de sua casa, e por isso precisa utilizar o transporte público. Como é muito observador, todos os dias ele anota a hora exata (sem considerar os segundos) em que o ônibus passa pelo ponto de espera. Também notou que nunca consegue chegar ao ponto de ônibus antes de 6 h 15 min da manhã. Analisando os dados coletados durante o mês de fevereiro, o qual teve 21 dias letivos, ele concluiu que 6 h 21 min foi o que mais se repetiu, e que a mediana do conjunto de dados é 6h 22 min.

A probabilidade de que, em algum dos dias letivos de fevereiro, esse rapaz tenha apanhado o ônibus antes de 6 h 21 min da manhã é no máximo

- a)  $\frac{4}{21}$                       b)  $\frac{5}{21}$                       c)  $\frac{6}{21}$   
d)  $\frac{7}{21}$                       e)  $\frac{8}{21}$

**Q.171 | 173 do ENEM 2019 | H2 | B = 3,781**

Após o Fórum Nacional Contra a Pirataria (FNCP) incluir a linha de autopeças em campanha veiculada contra a falsificação, as agências fiscalizadoras divulgaram que os cinco principais produtos de autopeças falsificados são: rolamento, pastilha de freio, caixa de direção, catalisador e amortecedor.

Após uma grande apreensão, as peças falsas foram cadastradas utilizando-se a codificação: 1: rolamento, 2: pastilha de freio, 3: caixa de direção, 4: catalisador e 5: amortecedor.

Disponível em: [www.oficinabrasil.com.br](http://www.oficinabrasil.com.br). Acesso em: 25 ago. 2014 (adaptado).

Ao final obteve-se a sequência: 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, ... que apresenta um padrão de formação que consiste na repetição de um bloco de números. Essa sequência descreve a ordem em que os produtos apreendidos foram cadastrados.

O 2 015º item cadastrado foi um(a)

- a) rolamento.
- b) catalisador.
- c) amortecedor.
- d) pastilha de freio.
- e) caixa de direção.

**Q.172 | 140 do ENEM 2018 | H18 | B = 3,854**

Um contrato de empréstimo prevê que quando uma parcela é paga de forma antecipada, conceder-se-á uma redução de juros de acordo com o período de antecipação. Nesse caso, paga-se o valor presente, que é o valor, naquele momento, de uma quantia que deveria ser paga em uma data futura. Um valor presente  $P$  submetido a juros compostos com taxa  $i$ , por um período de tempo  $n$ , produz um valor futuro  $V$  determinado pela fórmula

$$V = P \cdot (1+i)^n$$

Em um contrato de empréstimo com sessenta parcelas fixas mensais, de R\$ 820,00, a uma taxa de juros de 1,32% ao mês, junto com a trigésima parcela será paga antecipadamente uma outra parcela, desde que o desconto seja superior a 25% do valor da parcela.

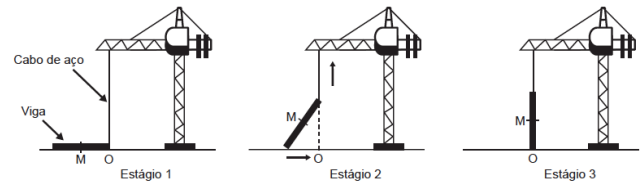
Utilize 0,2877 como aproximação para  $\ln\left(\frac{4}{3}\right)$  e 0,0131 como aproximação para  $\ln(1,0132)$ .

A primeira das parcelas que poderá ser antecipada junto com a 30ª é a

- a) 56ª
- b) 55ª
- c) 52ª
- d) 51ª
- e) 45ª

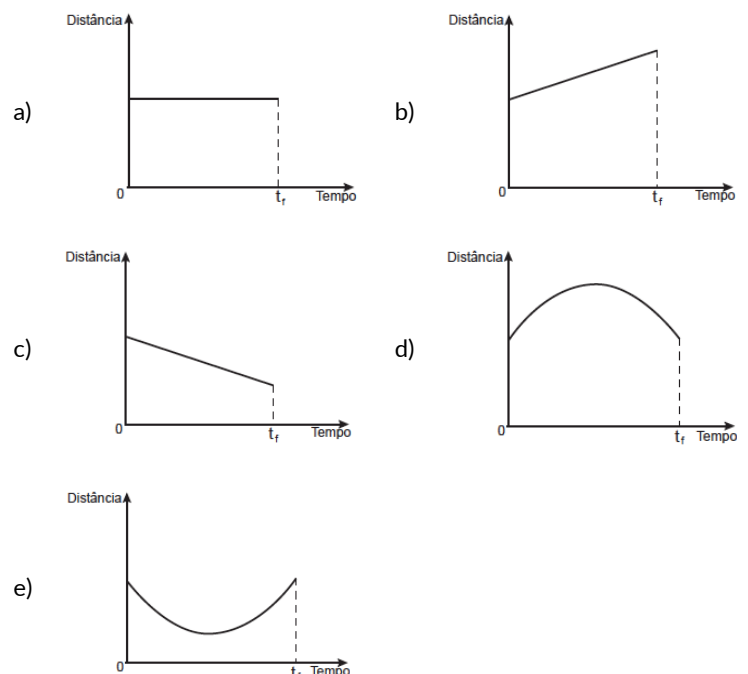
**Q.173 | 164 do ENEM 2018 | H15 | B = 3,865**

Os guindastes são fundamentais em canteiros de obras, no manejo de materiais pesados como vigas de aço. A figura ilustra uma sequência de estágios em que um guindaste içava uma viga de aço que se encontra inicialmente no solo.



Na figura, o ponto O representa a projeção ortogonal do cabo de aço sobre o plano do chão e este se mantém na vertical durante todo o movimento de içamento da viga, que se inicia no tempo  $t = 0$  (estágio 1) e finaliza no tempo  $t_f$  (estágio 3). Uma das extremidades da viga é içada verticalmente a partir do ponto O, enquanto que a outra extremidade desliza sobre o solo em direção ao ponto O. Considere que o cabo de aço médio do segmento que representa a viga.

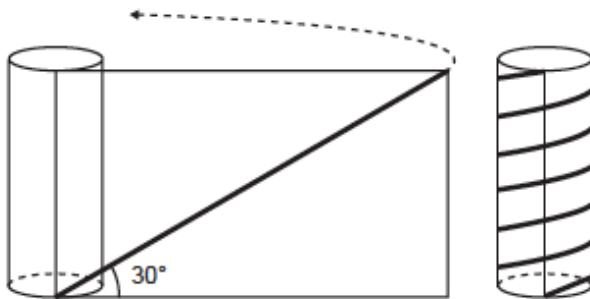
O gráfico que descreve a distância do ponto M ao ponto O, em função do tempo, entre  $t = 0$  e  $t_f$ , é



## B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI Prof. Fredão

### Q.174 | 145 do ENEM 2018 | H12 | B = 4,779

Para decorar um cilindro circular reto será usada uma faixa retangular de papel transparente, na qual está desenhada em negrito uma diagonal que forma  $30^\circ$  com a borda inferior. O raio da base do cilindro mede  $6/\pi$  cm, e ao enrolar a faixa obtém-se uma linha em formato de hélice, como na figura.



O valor da medida da altura do cilindro, em centímetro, é

- a)  $36\sqrt{3}$
- b)  $24\sqrt{3}$
- c)  $4\sqrt{3}$
- d) 36
- e) 72

### Q.175 | 157 do ENEM 2021 | H6 | B = 4,783

O Atomium, representado na imagem, é um dos principais pontos turísticos de Bruxelas. Ele foi construído em 1958 para a primeira grande exposição mundial depois da Segunda Guerra Mundial, a Feira Mundial de Bruxelas.

Trata-se de uma estrutura metálica construída no formato de um cubo. Essa estrutura está apoiada por um dos vértices sobre uma base paralela ao plano do solo, e a diagonal do cubo, contendo esse vértice, é ortogonal ao plano da base. Centradas nos vértices desse cubo, foram construídas oito esferas metálicas, e uma outra esfera foi construída centrada no ponto de interseção das diagonais do cubo. As oito esferas sobre os vértices são interligadas segundo suas arestas, e a esfera central se conecta a elas pelas diagonais do cubo.

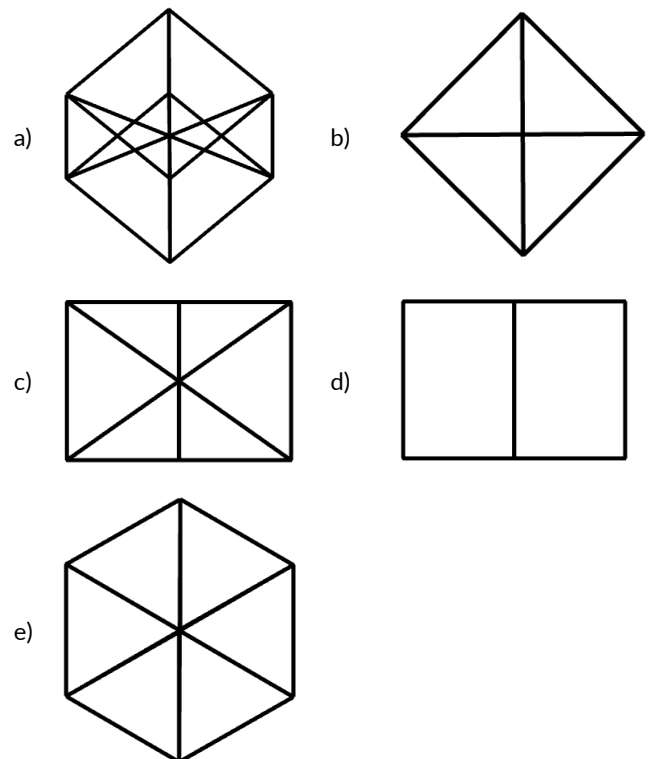
Todas essas interligações são feitas por tubos cilíndricos que possuem escadas em seu interior, permitindo o deslocamento de pessoas pela parte interna da estrutura. Na diagonal ortogonal à base, o deslocamento é feito por um elevador, que permite o deslocamento entre as esferas da base e a esfera do ponto mais alto, passando pela esfera central.

Considere um visitante que se deslocou pelo interior do Atomium sempre em linha reta e seguindo o menor trajeto entre dois vértices, passando por todas as arestas e todas as diagonais do cubo.



Disponível em: <http://trupedatrip.com>. Acesso em: 25 out. 2019.

A projeção ortogonal sobre o plano do solo do trajeto percorrido por esse visitante é representada por



B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI  
Prof. Fredão

Q.176 | 177 do ENEM 2021 | H21 | B = 4,968

Para a comunicação entre dois navios é utilizado um sistema de codificação com base em valores numéricos. Para isso, são consideradas as operações triângulo  $\Delta$  e estrela  $*$ , definidas sobre o conjunto dos números reais por  $x\Delta y = x^2 + xy - y^2$  e  $x * y = xy + x$ .

O navio que deseja enviar uma mensagem deve fornecer um valor de entrada  $b$ , que irá gerar um valor de saída, a ser enviado ao navio receptor, dado pela soma das duas maiores soluções da equação  $(a\Delta b)*(b\Delta a) = 0$ . Cada valor possível de entrada e saída representa uma mensagem diferente já conhecida pelos dois navios.

Um navio deseja enviar ao outro a mensagem "ATENÇÃO!". Para isso, deve utilizar o valor de entrada  $b = 1$ .

Dessa forma, o valor recebido pelo navio receptor será

- a)  $\sqrt{5}$
- b)  $\sqrt{3}$
- c)  $\sqrt{1}$
- d)  $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
- e)  $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

**Observação Final:** as questões 177, 178, 179 e 180 correspondem às questões retiradas da análise devido às anulações destes itens no ENEM!



# PARTE VII

GABARITO

B de Dificuldade – do Fácil ao Difícil pela TRI  
Prof. Fredão

**Gabarito**

Q.001 B	Q.045 D	Q.089 A	Q.133 C
Q.002 A	Q.046 C	Q.090 E	Q.134 D
Q.003 A	Q.047 E	Q.091 E	Q.135 B
Q.004 A	Q.048 D	Q.092 D	Q.136 C
Q.005 D	Q.049 D	Q.093 D	Q.137 C
Q.006 E	Q.050 E	Q.094 B	Q.138 C
Q.007 C	Q.051 E	Q.095 C	Q.139 A
Q.008 E	Q.052 D	Q.096 C	Q.140 D
Q.009 C	Q.053 C	Q.097 C	Q.141 C
Q.010 B	Q.054 B	Q.098 A	Q.142 B
Q.011 B	Q.055 D	Q.099 A	Q.143 A
Q.012 C	Q.056 C	Q.100 E	Q.144 D
Q.013 E	Q.057 B	Q.101 B	Q.145 C
Q.014 E	Q.058 B	Q.102 C	Q.146 B
Q.015 E	Q.059 A	Q.103 B	Q.147 B
Q.016 C	Q.060 A	Q.104 A	Q.148 D
Q.017 D	Q.061 B	Q.105 C	Q.149 B
Q.018 E	Q.062 A	Q.106 A	Q.150 B
Q.019 D	Q.063 E	Q.107 A	Q.151 E
Q.020 C	Q.064 E	Q.108 D	Q.152 C
Q.021 D	Q.065 D	Q.109 E	Q.153 C
Q.022 B	Q.066 E	Q.110 C	Q.154 D
Q.023 A	Q.067 C	Q.111 D	Q.155 D
Q.024 A	Q.068 C	Q.112 E	Q.156 A
Q.025 A	Q.069 B	Q.113 E	Q.157 C
Q.026 B	Q.070 E	Q.114 B	Q.158 B
Q.027 B	Q.071 E	Q.115 B	Q.159 C
Q.028 A	Q.072 A	Q.116 E	Q.160 A
Q.029 D	Q.073 B	Q.117 D	Q.161 C
Q.030 C	Q.074 D	Q.118 C	Q.162 A
Q.031 D	Q.075 B	Q.119 D	Q.163 B
Q.032 B	Q.076 E	Q.120 C	Q.164 B
Q.033 B	Q.077 C	Q.121 A	Q.165 C
Q.034 A	Q.078 B	Q.122 D	Q.166 D
Q.035 C	Q.079 A	Q.123 A	Q.167 B
Q.036 C	Q.080 D	Q.124 A	Q.168 E
Q.037 C	Q.081 B	Q.125 E	Q.169 C
Q.038 B	Q.082 D	Q.126 E	Q.170 D
Q.039 D	Q.083 E	Q.127 B	Q.171 E
Q.040 A	Q.084 C	Q.128 C	Q.172 C
Q.041 C	Q.085 A	Q.129 C	Q.173 A
Q.042 C	Q.086 E	Q.130 A	Q.174 B
Q.043 D	Q.087 C	Q.131 A	Q.175 E
Q.044 D	Q.088 D	Q.132 D	Q.176 E

# CONTATO

 [contato@mmatematica.com.br](mailto:contato@mmatematica.com.br)

[@mente\\_matematica](#)



[@professorfredao](#)

[@profgabriellobo](#)



[Mente Matemática](#)