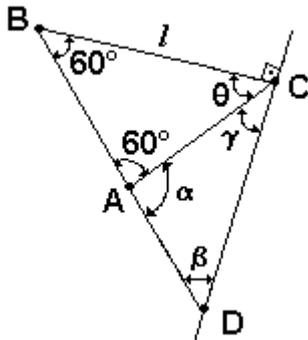


## Exercícios de Matemática Geometria Plana

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES.

(Ufpe 95) Na(s) questão(ões) a seguir escreva nos parênteses (V) se for verdadeiro ou (F) se for falso.

1. Acerca da figura a seguir podemos afirmar que:

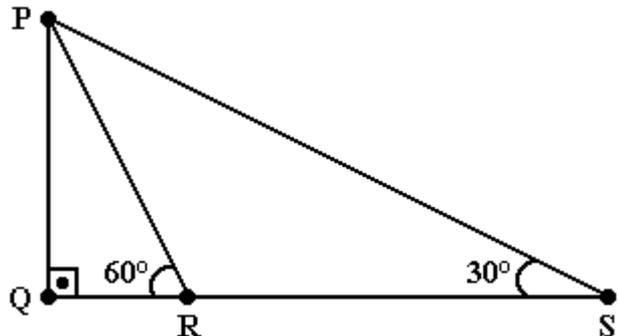


- O triângulo ABC é equilátero.
- O triângulo ACD é isósceles.
- $\alpha - (\gamma + \beta)$  é divisível por 2.
- $\overline{AD} = l$ .
- Os triângulos ABC e ACD têm áreas iguais.

2. Analise as seguintes afirmações:

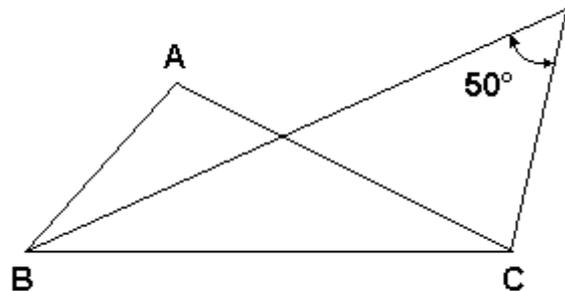
- Dois triângulos equiláteros quaisquer são semelhantes.
- Dois triângulos retângulos são semelhantes se os catetos de um são proporcionais aos catetos do outro.
- Num triângulo qualquer, cada lado é maior que a soma dos outros dois.
- Se as diagonais de um quadrilátero se interceptam no seus pontos médios, então esse quadrilátero é um retângulo.
- Se pelo ponto médio do lado AB de um triângulo ABC traçarmos uma reta paralela ao lado BC, então esta reta interceptará o lado AC no seu ponto médio.

3. (Ufpe 95) Considere os triângulos retângulos PQR e PQS da figura a seguir.  
Se  $RS=100$ , quanto vale PQ?



- a)  $100\sqrt{3}$
- b)  $50\sqrt{3}$
- c) 50
- d)  $(50\sqrt{3})/3$
- e)  $25\sqrt{3}$

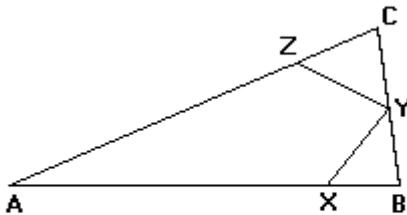
4. (Unesp 94) Considere o triângulo ABC da figura adiante.



Se a bissetriz interna do ângulo B forma com a bissetriz externa do ângulo C um ângulo de  $50^\circ$ , determine a medida do ângulo interno A.

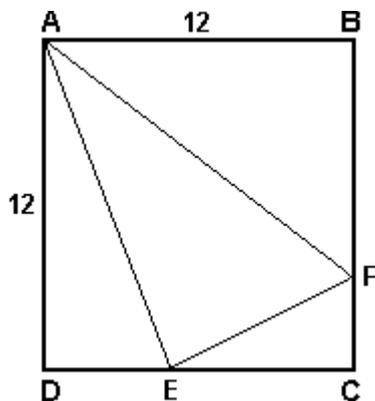
5. (Fuvest 91) Na figura adiante,  $AB=AC$ ,  $BX=BY$  e  $CZ=CY$ . Se o ângulo  $A$  mede  $40^\circ$ , então o ângulo  $XYZ$  mede:

- a)  $40^\circ$
- b)  $50^\circ$
- c)  $60^\circ$
- d)  $70^\circ$
- e)  $90^\circ$

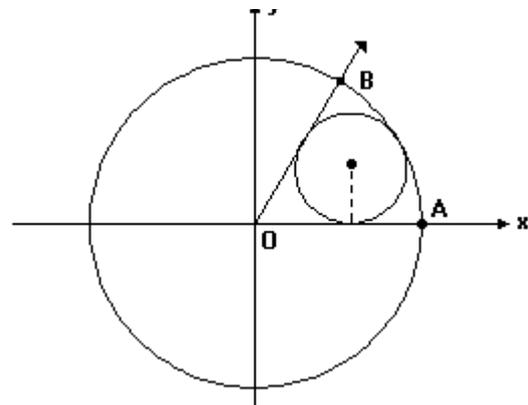


6. (Fuvest 91) No quadrado  $ABCD$  de lado 12 temos:  $AE=13$  e  $CF=3$ .

O ângulo  $A\hat{E}F$  é agudo, reto ou obtuso? Justifique.



7. (Unesp 93) A circunferência menor da figura a seguir é tangente à circunferência maior e às semi-retas  $OA$  e  $OB$ .



Se  $A=(9,0)$  e o ângulo  $A\hat{O}B$  mede  $60^\circ$ , determine o raio da circunferência menor.

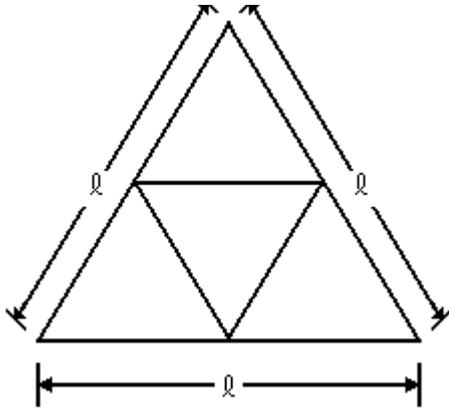
8. (Cesgranrio 94)  $ABCDE$  é um pentágono regular convexo. O ângulo das diagonais  $AC$  e  $AD$  vale:

- a)  $30^\circ$
- b)  $36^\circ$
- c)  $45^\circ$
- d)  $60^\circ$
- e)  $72^\circ$

9. (Ufes 96) Um dos ângulos internos de um triângulo isósceles mede  $100^\circ$ . Qual é a medida do ângulo agudo formado pelas bissetrizes dos outros ângulos internos?

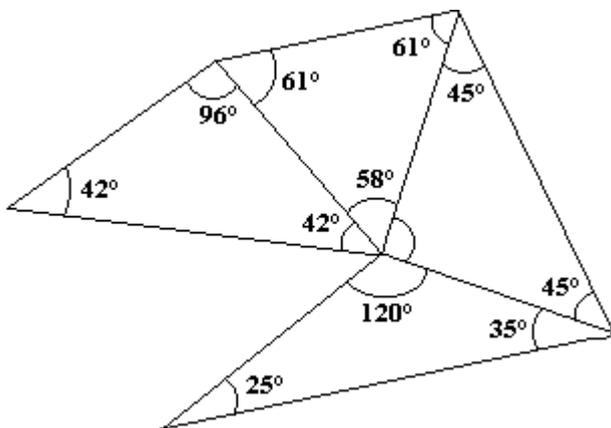
- a)  $20^\circ$
- b)  $40^\circ$
- c)  $60^\circ$
- d)  $80^\circ$
- e)  $140^\circ$

10. (Ufpe 96) Considere um triângulo equilátero de lado  $l$  como mostra a figura a seguir. Unindo-se os pontos médios dos seus lados obtemos 4 (quatro) novos triângulos. O perímetro de qualquer um destes quatro triângulos é igual a:



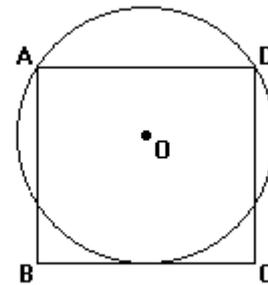
- a)  $5l/2$
- b)  $l$
- c)  $3l$
- d)  $l/2$
- e)  $3l/2$

11. (Ufpe 96) Na figura a seguir determine o ângulo que é oposto ao lado de menor comprimento.

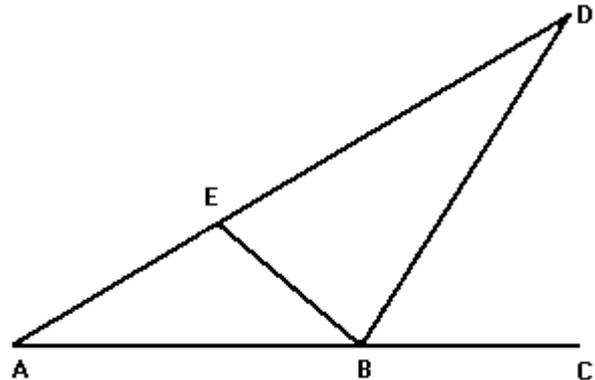


12. (Puccamp 95) Um quadrado tem dois vértices numa circunferência e um lado tangente a ela, como mostra a figura a seguir. Se a área do quadrado é de  $36\text{cm}^2$ , o raio da circunferência é, em centímetros,

- a) 2,5
- b) 2,75
- c) 3,25
- d) 3,5
- e) 3,75



13. (Ufmg 94) Observe a figura.

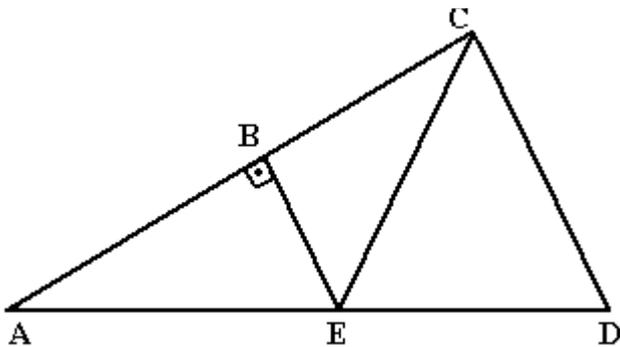


Nessa figura,  $AB = BD = DE$  e o segmento  $BD$  é bissetriz de  $E\hat{B}C$ .

A medida de  $A\hat{E}B$ , em graus, é

- a) 96
- b) 100
- c) 104
- d) 108
- e) 110

14. (Ufmg 94) Observe a figura.



Nessa figura, o segmento BE é perpendicular ao segmento AE,  $BE = ED$  e o triângulo BCD é equilátero.

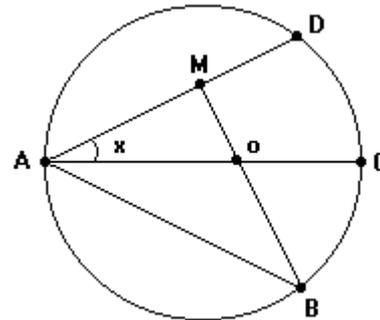
A diferença  $\widehat{BCE} - \widehat{BAE}$ , em graus, é

- a) 5
- b) 10
- c) 15
- d) 20
- e) 30

15. (Ufmg 94) Considere um círculo de diâmetro AB e as retas AP e BQ tangentes ao mesmo. Uma terceira tangente ao círculo, em um ponto C qualquer do mesmo, intercepta AP em D e BQ em E.

Se  $AB=2x$ ,  $CD=a$  e  $CE=b$ , DEMONSTRE que  $x^2=ab$ .

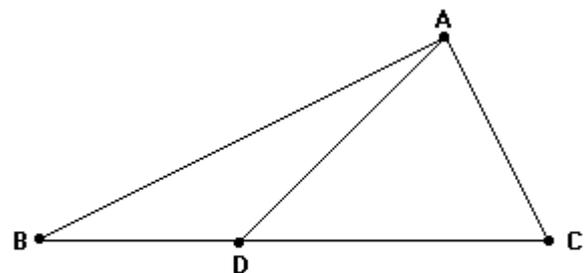
16. (Ufmg 95) Observe a figura a seguir. Nessa figura, B e D são pontos da circunferência de centro O e diâmetro  $\overline{AC}$ , M é ponto médio da corda  $\overline{AD}$  e o ângulo  $\widehat{ABM}$  mede  $35^\circ$ . A medida x do ângulo  $\widehat{DAC}$ , em graus, é



- a) 20
- b) 25
- c) 30
- d) 35
- e) 37,5

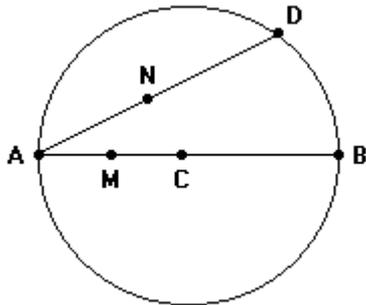
17. (Ufmg 95) Observe a figura a seguir. Nessa figura,  $AD=BD$ ,  $\widehat{C}=60^\circ$  e  $\widehat{DAC}$  é o dobro de  $\widehat{B}$ .

A razão  $AC/BC$  é igual a



- a)  $1/3$
- b)  $1/2$
- c)  $(\sqrt{3})/3$
- d)  $(\sqrt{2})/2$
- e)  $(\sqrt{3})/2$

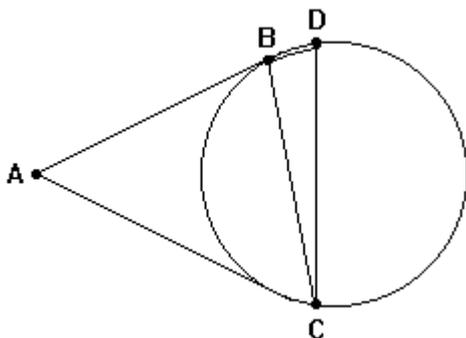
18. (Ufmg 95) Observe a figura seguir. Nessa figura,  $D$  é um ponto da circunferência de centro  $C$  e diâmetro  $\overline{AB}$ , e  $M$  e  $N$  são pontos médios dos segmentos  $\overline{AC}$  e  $\overline{AD}$ , respectivamente. A medida  $MN$  em função do diâmetro  $AB$  é



- a)  $(AB)/5$
- b)  $(2/5) AB$
- c)  $(AB)/4$
- d)  $(AB)/3$
- e)  $(AB)/2$

19. (Ufmg 95) Observe a figura a seguir. Nessa figura,  $\overline{AB}$  e  $\overline{AC}$  são tangentes à circunferência circunscrita ao triângulo  $BCD$ , e os ângulos  $\hat{B}AC$  e  $\hat{B}CD$  medem  $140^\circ$  e  $40^\circ$ , respectivamente.

Se  $m$  e  $n$  são, respectivamente, as medidas, em graus, do maior e do menor ângulo do triângulo  $BCD$ , o valor de  $m-n$  é

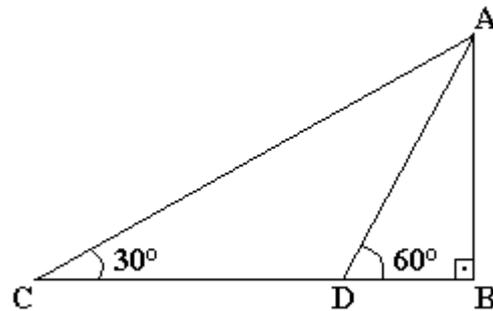


- a) 20
- b) 40
- c) 60
- d) 80
- e) 100

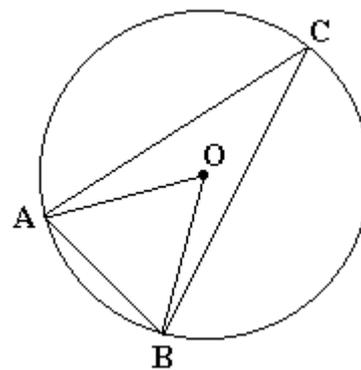
20. (Unesp 96) Na figura, os pontos  $C$ ,  $D$  e  $B$  são colineares e os triângulos  $ABD$  e  $ABC$  são retângulos em  $B$ .

Se a medida do ângulo  $ADB$  é  $60^\circ$  e a medida do ângulo  $ACB$  é  $30^\circ$ , demonstre que:

- a)  $AD = DC$
- b)  $CD = 2 \cdot DB$

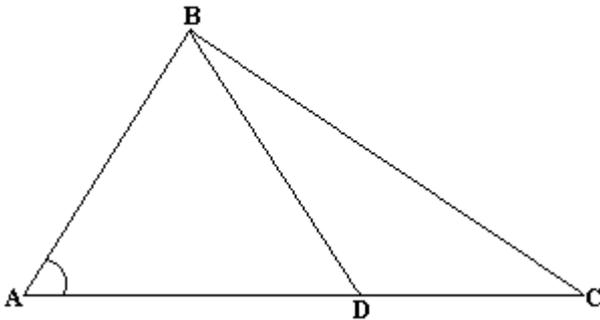


21. (Ufsc 96) Na figura a seguir  $O$  é o centro da circunferência, o ângulo  $O\hat{A}B$  mede  $50^\circ$ , e o ângulo  $O\hat{B}C$  mede  $15^\circ$ . Determine a medida, em graus, do ângulo  $O\hat{A}C$ .



22. (Fuvest 97) Na figura a seguir,  $AD = 2\text{cm}$ ,  $AB = \sqrt{3}\text{cm}$ , a medida do ângulo  $\widehat{BAC}$  é  $30^\circ$  e  $BD = DC$ , onde  $D$  é ponto do lado  $\overline{AC}$ . A medida do lado  $\overline{BC}$ , em cm, é

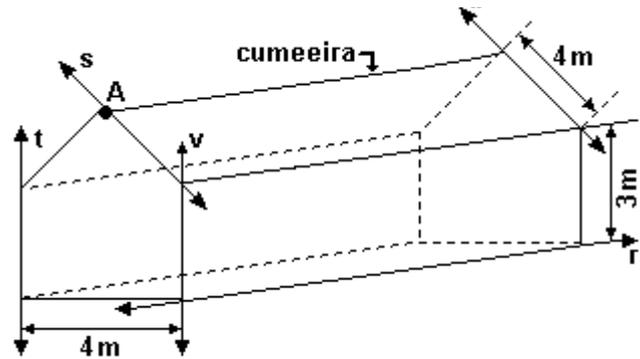
- a)  $\sqrt{3}$
- b) 2
- c)  $\sqrt{5}$
- d)  $\sqrt{6}$
- e)  $\sqrt{7}$



23. (Fei 96) A medida da altura do triângulo equilátero cujo lado mede  $20\text{cm}$  é:

- a)  $20\text{ cm}$
- b)  $10\text{ cm}$
- c)  $10\sqrt{3}\text{ cm}$
- d)  $20\sqrt{3}\text{ cm}$
- e)  $5\text{ cm}$

24. (Faap 97) O galpão da figura a seguir está no prumo e a cumeeira está "bem no meio" da parede.



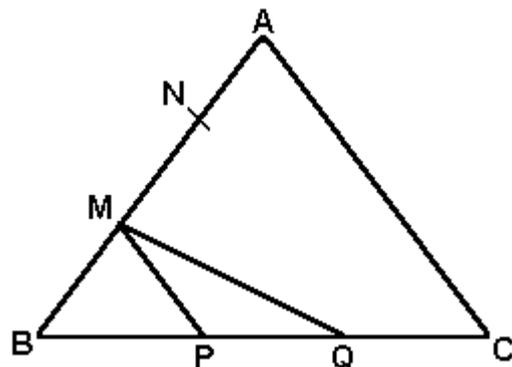
O ângulo dos planos dos dois telhados (em graus) é:

- a) 90
- b) 45
- c) 30
- d) 52
- e) 60

25. (Fuvest 97) Considere um triângulo  $ABC$  tal que a altura  $BH$  seja interna ao triângulo e os ângulos  $\widehat{BAH}$  e  $\widehat{HBC}$  sejam congruentes.

- a) Determine a medida do ângulo  $\widehat{ABC}$ .
- b) Calcule a medida de  $\overline{AC}$ , sabendo que  $AB = 4\text{cm}$  e a razão entre as áreas dos triângulos  $ABH$  e  $BCH$  é igual a 2.

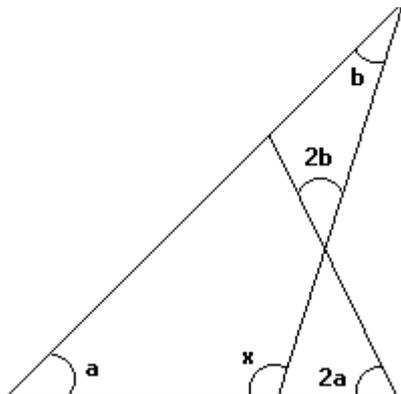
26. (Unesp 98) O triângulo  $ABC$  da figura é equilátero. Os pontos  $M$  e  $N$  e os pontos  $P$  e  $Q$  dividem os lados  $a$  que pertencem em três segmentos de reta de mesma medida.



Nessas condições calcule:

- a) a medida do ângulo  $\widehat{MPQ}$  (vértice  $P$ );
- b) a medida do ângulo  $\widehat{BMQ}$  (vértice  $M$ ).

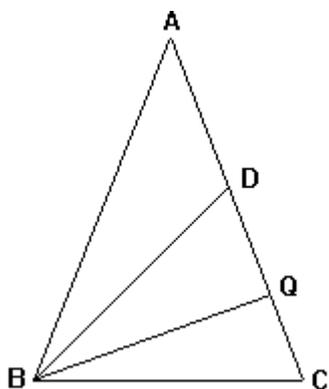
27. (Ufmg 97) Observe a figura.



Nela,  $a$ ,  $2a$ ,  $b$ ,  $2b$ , e  $x$  representam as medidas, em graus, dos ângulos assinalados. O valor de  $x$ , em graus, é:

- a) 100
- b) 110
- c) 115
- d) 120

28. (Ufmg 97) Observe a figura.



Nessa figura, tem-se:  $AB=AC=6$ ,  $BC=BD=4$  e  $\widehat{CBQ}=\widehat{QBD}$ . A tangente do ângulo  $\widehat{CBQ}$  é:

- a)  $\sqrt{2}/4$
- b)  $\sqrt{2}/2$
- c)  $(1+\sqrt{2})/2$
- d)  $(\sqrt{2}-1)/2$

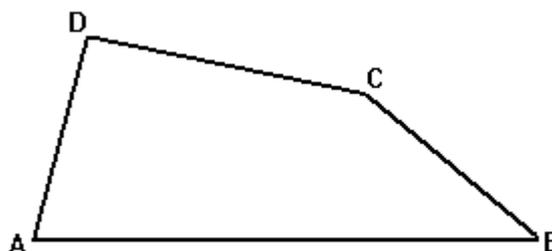
29. (Unirio 97) Numa circunferência de 16cm de diâmetro, uma corda  $\overline{AB}$  é projetada ortogonalmente sobre o diâmetro  $\overline{BC}$ . Sabendo-se que a referida projeção mede 4cm, a medida de  $\overline{AB}$ , em cm, é igual a:

- a) 6
- b) 8
- c) 10
- d) 12
- e) 14

30. (Ita 98) Seja  $ABC$  um triângulo isósceles de base  $BC$ . Sobre o lado  $AC$  deste triângulo considere um ponto  $D$  tal que os segmentos  $AD$ ,  $BD$  e  $BC$  são todos congruentes entre si. A medida do ângulo  $\widehat{BAC}$  é igual a:

- a)  $23^\circ$
- b)  $32^\circ$
- c)  $36^\circ$
- d)  $40^\circ$
- e)  $45^\circ$

31. (Fuvest 98) No quadrilátero  $ABCD$ , temos  $AD = BC = 2$  e prolongamento desses lados forma um ângulo de  $60^\circ$ .

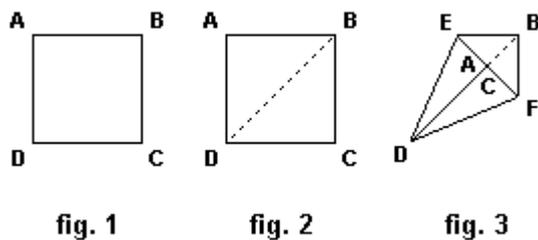


- a) Indicando por  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ , respectivamente, as medidas dos ângulos internos do quadrilátero de vértices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ , calcule a soma dos ângulos  $A + B$  e  $C + D$ .
- b) Sejam  $J$  o ponto médio do segmento  $DC$ ,  $M$  o ponto médio do segmento  $AC$  e  $N$  o ponto médio do segmento  $BD$ . Calcule  $JM$  e  $JN$ .
- c) Calcule a medida do ângulo  $\widehat{MJN}$ .

32. (Unb 97) Julgue os itens seguintes, relativos a propriedades de triângulos e equiláteros.

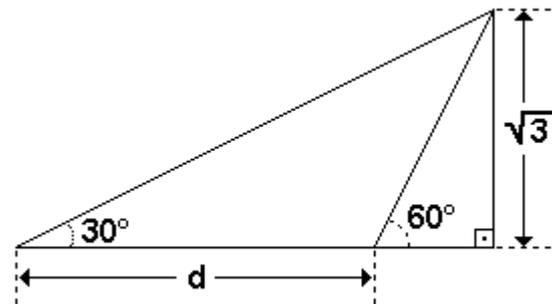
- (1) É possível traçar um triângulo com lados medindo 15 cm, 7 cm e 5 cm.
- (2) Um triângulo fica inteiramente determinado, conhecendo-se os seus três ângulos.
- (3) Um triângulo fica inteiramente determinado, conhecendo-se os seus três lados.
- (4) Um quadrilátero fica inteiramente determinado, conhecendo-se os quatro lados.

33. (Cesgranrio 99)



34. (Mackenzie 98) Na figura a seguir, a distância  $d$  vale:

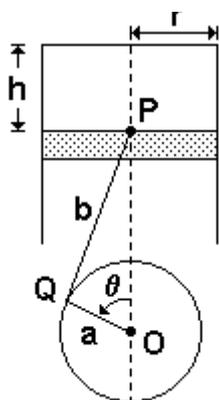
- a)  $5/2$
- b)  $(\sqrt{3})/2$
- c)  $3/2$
- d) 2
- e)  $(3\sqrt{3})/4$



Origami é a arte japonesa das dobraduras de papel. Observe as figuras anteriores, onde estão descritos os passos iniciais para se fazer um passarinho: comece marcando uma das diagonais de uma folha de papel quadrada. Em seguida, faça coincidir os lados AD e CD sobre a diagonal marcada, de modo que os vértices A e C se encontrem. Considerando-se o quadrilátero BEDF da fig.3, pode-se concluir que o ângulo BED mede:

- a)  $100^\circ$
- b)  $112^\circ 30'$
- c)  $115^\circ$
- d)  $125^\circ 30'$
- e)  $135^\circ$

35. (Unb 96) A figura adiante ilustra o mecanismo de um pistão que desliza dentro de um cilindro. O ponto P do pistão está ligado ao ponto Q de uma roda metálica, com raio  $a$  e centro O, por meio de uma haste de comprimento  $b$ . A roda gira no sentido anti-horário, em torno de seu centro.



Considere  $r$  o raio do cilindro,  $h$  o deslocamento do pistão em relação à tampa superior do cilindro e  $\theta$  o ângulo que o segmento OQ faz com a vertical OP, medido no sentido anti-horário.

Supondo que  $h = 0$ , quando  $\theta = 0$ , julgue os itens que se seguem.

(0) Quando  $h = 0$ , o comprimento do segmento OP é igual a  $2a + b$ .

(1) O valor máximo de  $h$  depende somente do raio  $a$  da circunferência.

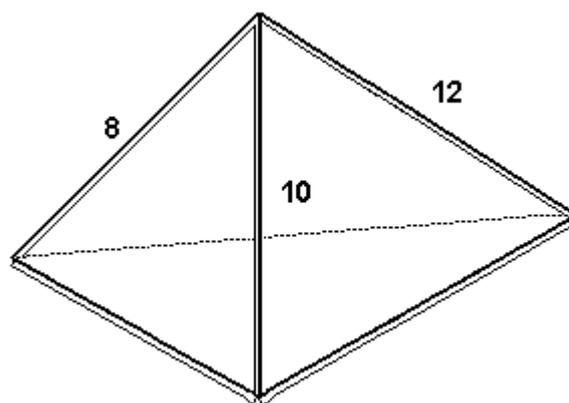
(2) O volume máximo dentro do cilindro limitado pelo pistão é igual a  $\pi r^2(b - 2a)$ .

(3) O valor do deslocamento  $h$ , em função do ângulo  $\theta$ , é dado pela expressão

$$h(\theta) = a + b - [a \cos\theta + \sqrt{(b^2 + a^2 \sin^2\theta)}].$$

36. (Uerj 98) Dispondo de canudos de refrigerantes, Tiago deseja construir pirâmides. Para as arestas laterais, usará sempre canudos com 8cm, 10cm e 12cm de comprimento. A base de cada pirâmide será formada por 3 canudos que têm a mesma medida, expressa por um número inteiro, diferente das anteriores.

Veja o modelo a seguir:



A quantidade de pirâmides de bases diferentes que Tiago poderá construir, é:

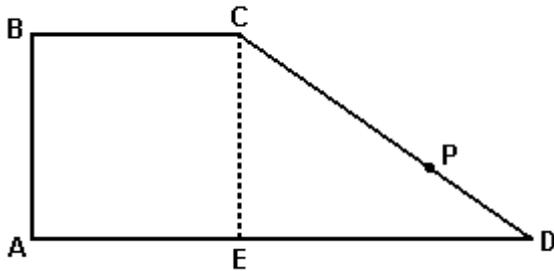
- a) 10
- b) 9
- c) 8
- d) 7

37. (Ufrj 99) Considere um triângulo isósceles de vértices A, B e C, em que  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$  são os ângulos formados em cada um de seus respectivos vértices. Sendo  $\hat{B} = 70^\circ$ ,  $\hat{C} > \hat{A}$  e  $r$  a bissetriz do ângulo  $\hat{C}$ , calcule o menor ângulo formado pela altura relativa ao lado  $\overline{BC}$  e  $r$ .

38. (Unicamp 2000) a) Quantos são os triângulos não congruentes cujas medidas dos lados são NÚMEROS INTEIROS e cujos perímetros medem 11 metros?

b) Quantos dos triângulos considerados no item anterior são equiláteros? E quantos são isósceles?

39. (Unesp 2000) Uma praça possui a forma da figura,



onde ABCE é um quadrado,  $CD=500\text{m}$ ,  $ED=400\text{m}$ . Um poste de luz foi fixado em P, entre C e D. Se a distância do ponto A até o poste é a mesma, quando se contorna a praça pelos dois caminhos possíveis, tanto por B como por D, conclui-se que o poste está fixado a

- a) 300 m do ponto C.
- b) 300 m do ponto D.
- c) 275 m do ponto D.
- d) 250 m do ponto C.
- e) 175 m do ponto C.

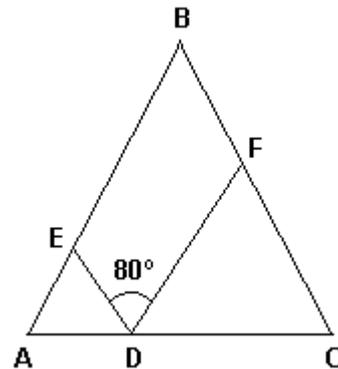
40. (Ufsc 2000) Determine a soma dos números associados à(s) proposição(ões) VERDADEIRA(S).

- 01. A altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos 12cm e 16cm, mede 20cm.
- 02. O perímetro de um paralelogramo de lados x e 2x é igual a 60cm. A medida de seus lados são 20cm e 40cm.
- 04. O polígono cujo número de diagonais é igual ao número de lados é o pentágono.
- 08. Os ângulos internos de um triângulo são proporcionais a 2, 3 e 4 respectivamente. A medida do maior deles é  $80^\circ$ .
- 16. A medida de um ângulo inscrito, relativo a uma circunferência, é metade da medida do arco correspondente.

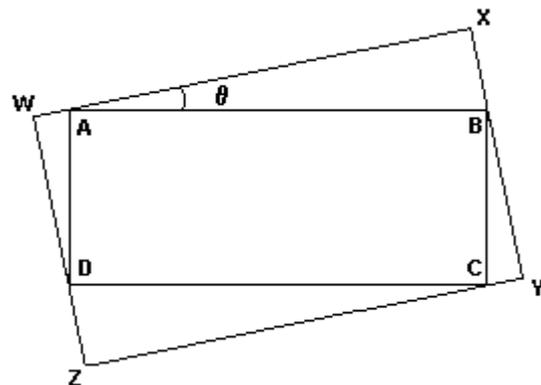
41. (Ufsc 2000) Dois pescadores  $P_1$  e  $P_2$  estão na beira de um rio de margens paralelas e conseguem ver um bote B na outra margem. Sabendo que  $P_1P_2=63\text{m}$ , os ângulos  $BP_1P_2=\alpha$  e  $BP_2P_1=\beta$  e que  $\text{tg}\alpha=2$  e  $\text{tg}\beta=4$ , a distância entre as margens (em metros) é:

42. (Fuvest 2001) Na figura abaixo, tem-se que  $AD=AE$ ,  $CD=CF$  e  $BA=BC$ . Se o ângulo EDF mede  $80^\circ$ , então o ângulo ABC mede:

- a)  $20^\circ$
- b)  $30^\circ$
- c)  $50^\circ$
- d)  $60^\circ$
- e)  $90^\circ$

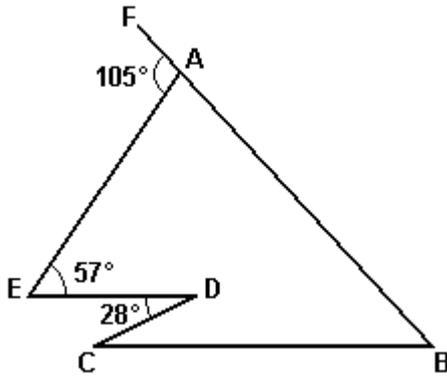


43. (Ufrj 2001) O retângulo ABCD está inscrito no retângulo WXYZ, como mostra a figura.



Sabendo que  $\overline{AB}=2$  e  $\overline{AD}=1$ , determine o ângulo  $\theta$  para que a área de WXYZ seja a maior possível.

44. (Ufmg 2001) Observe esta figura:



Nessa figura, os pontos F, A e B estão em uma reta e as retas CB e ED são paralelas.

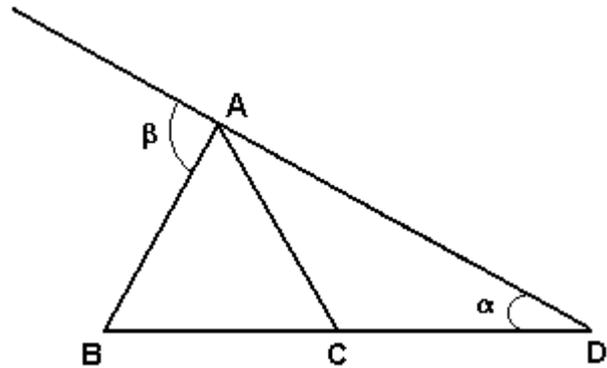
Assim sendo, o ângulo  $\widehat{ABC}$  mede

- a)  $39^\circ$
- b)  $44^\circ$
- c)  $47^\circ$
- d)  $48^\circ$

45. (Unicamp 2002) Sejam  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  os ângulos internos de um triângulo.

- a) Mostre que as tangentes desses três ângulos não podem ser, todas elas, maiores ou iguais a 2.
- b) Supondo que as tangentes dos três ângulos sejam números inteiros positivos, calcule essas tangentes.

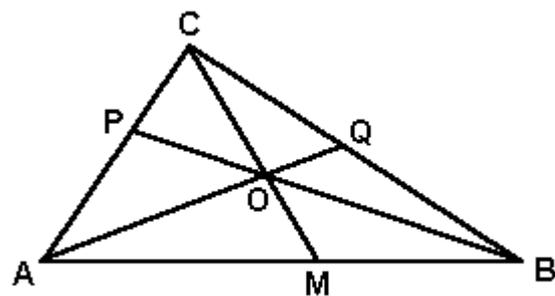
46. (Ufc 99) Na figura a seguir, os segmentos de reta  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  e  $\overline{CD}$  são congruentes,  $\beta$  é um ângulo externo, e  $\alpha$  um ângulo interno do triângulo ABD.



Assinale a opção que contém a expressão correta de  $\beta$  em termos de  $\alpha$ .

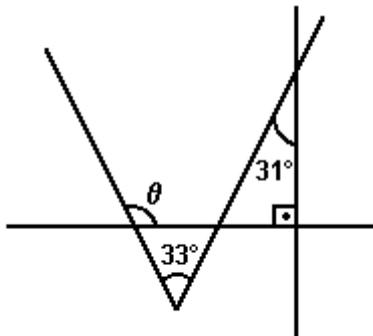
- a)  $\beta = 3\alpha$ .
- b)  $\beta = 2\alpha$ .
- c)  $\beta = \alpha/2$ .
- d)  $\beta = 2\alpha/3$ .
- e)  $\beta = 3\alpha/2$ .

47. (Ufc 99) Na figura a seguir, o triângulo ABC é subdividido, em triângulos menores, pelos segmentos de reta AQ, BP e CM, sendo O o ponto de encontro destes. Se os triângulos AOM, AOP, BOQ e COQ possuem áreas iguais a  $6\text{cm}^2$ ,  $4\text{cm}^2$ ,  $4\text{cm}^2$  e  $2\text{cm}^2$ , respectivamente, determine a área do triângulo ABC.



48. (Ufrn 99) Na figura adiante, o ângulo  $\theta$  mede:

- a)  $94^\circ$
- b)  $93^\circ$
- c)  $91^\circ$
- d)  $92^\circ$



49. (Ufpi 2000) A área máxima que pode ter um triângulo isósceles cujos lados iguais medem 10cm é:

- a) 50
- b) 70
- c) 35
- d) 57
- e) 25

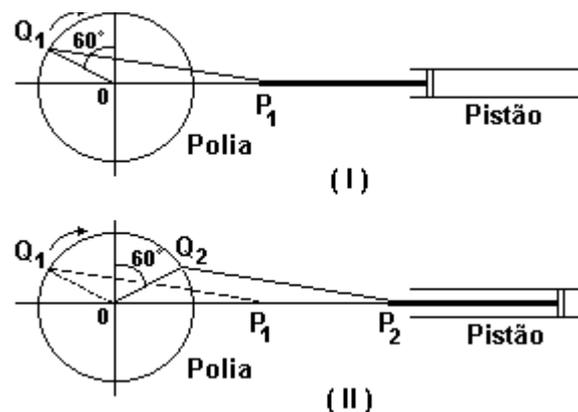
50. (Ufpe 2000) Um tetraedro ABCD tem arestas medindo 5, 6, 10, 15, 19, 24. Se  $AB=5$ , quanto mede CD?

- a) 6
- b) 10
- c) 15
- d) 19
- e) 24

51. (Uff 2002) Se olharmos ao redor, perceberemos como o mundo evoluiu a partir do século XVIII e início do XIX, com a Revolução Industrial. O advento da máquina, em suas variadas formas, alargou os horizontes do homem, proporcionando novos recursos para o desenvolvimento urbano e industrial, desde as descobertas de fontes de energia até a expansão de mercados e de territórios dentro e fora da Europa.

A máquina a vapor foi constantemente aperfeiçoada durante a Revolução Industrial, constituindo fator fundamental para o progresso da indústria e dos meios de transporte. Posteriormente, surgiram máquinas com motores de combustão interna que utilizam o mecanismo chamado "biela-manivela" - tal mecanismo transforma o movimento de rotação de uma polia em movimento de translação de um pistão (vaivém) ou vice-versa.

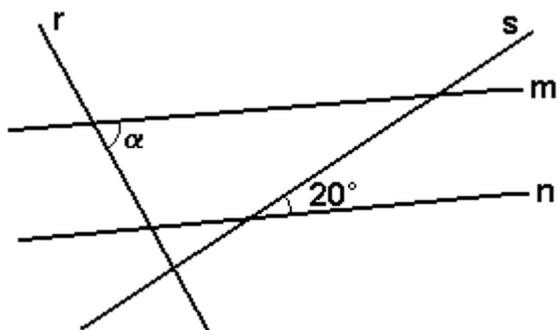
Observe as duas configurações distintas desse mecanismo representadas a seguir:



Sendo  $r$  o raio da polia,  $OQ_1=OQ_2=r$  e  $Q_1P_1=Q_2P_2$ , conclui-se que, em (II), a distância entre  $P_1$  e  $P_2$  é:

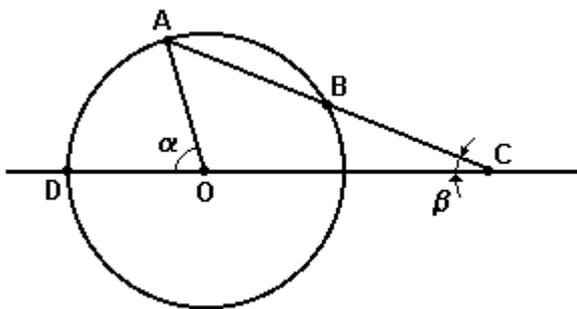
- a)  $r/2$
- b)  $2r$
- c)  $(r\sqrt{3})/2$
- d)  $r\sqrt{3}$
- e)  $r$

52. (Ufjf 2002) Na figura a seguir, as retas  $r$  e  $s$  são perpendiculares e as retas  $m$  e  $n$  são paralelas. Então, a medida do ângulo  $\alpha$ , em graus, é igual a:



- a) 70.
- b) 60.
- c) 45.
- d) 40.
- e) 30.

53. (Ufmg 2002) Na figura abaixo, a circunferência tem centro  $O$  e o seu raio tem a mesma medida do segmento  $BC$ . Sejam  $\alpha$  a medida do ângulo  $A\hat{O}D$  e  $\beta$  a medida do ângulo  $A\hat{C}D$ .



A relação entre  $\alpha$  e  $\beta$  é

- a)  $\alpha = 5\beta / 2$
- b)  $\alpha = 3\beta$
- c)  $\alpha = 7\beta / 2$
- d)  $\alpha = 2\beta$

54. (Ufsc 2003) Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

(01) Os catetos de um triângulo retângulo medem 30cm e 50cm. Pelo ponto do menor cateto, que dista 6cm do vértice do ângulo reto, traça-se uma reta paralela à hipotenusa. O menor dos segmentos determinados por essa reta no outro cateto mede 10cm.

(02) Uma rampa plana com 10m de comprimento faz um ângulo de  $15^\circ$  com o plano horizontal. Uma pessoa que sobe inteiramente a rampa eleva-se verticalmente 9,66m.

Dados:  $\sin 15^\circ = 0,259$ ;  $\cos 15^\circ = 0,966$  e  $\text{tg} 15^\circ = 0,268$ .

(04) Num triângulo isósceles com 24cm de altura e 36cm de base, cada um dos lados iguais mede 60cm.

(08) Dois triângulos são semelhantes quando têm os lados correspondentes proporcionais.

Soma ( )

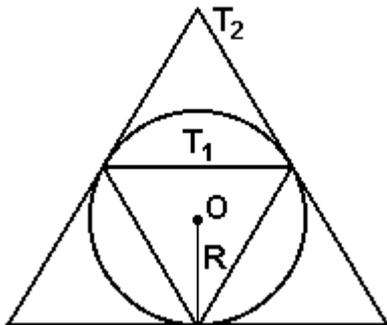
55. (Ufc 2003) Sejam  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\theta$  os ângulos internos de um triângulo. Se as medidas desses ângulos são diretamente proporcionais a 1, 2 e 3, respectivamente, e a bissetriz do ângulo  $\beta$  mede duas unidades de comprimento (u.c.), a medida do perímetro deste triângulo é:

- a)  $3(\sqrt{3} + 2)$  u.c.
- b)  $(\sqrt{3} + 1)$  u.c.
- c)  $3\sqrt{3}$  u.c.
- d)  $3(\sqrt{3} + 1)$  u.c.
- e)  $(3\sqrt{3} - 1)$  u.c.

56. (Ufpe 2003) Um triângulo com lados medindo  $2 \cdot 10^{50}$ ,  $10^{100} - 1$  e  $10^{100} + 1$ :

- a) é isósceles
- b) é retângulo
- c) tem área  $10^{150} - 1$
- d) tem perímetro  $4 \cdot 10^{150}$
- e) é acutângulo

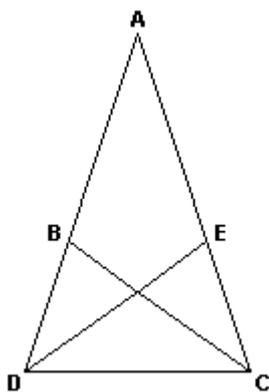
57. (Unifesp 2003) Numa circunferência de raio  $R > 0$  consideram-se, como na figura, os triângulos equiláteros  $T_1$ , inscrito, e  $T_2$ , circunscrito.



A razão entre a altura de  $T_2$  e a altura de  $T_1$  é

- a) 4.
- b) 3.
- c)  $5/2$ .
- d)  $2\pi/3$ .
- e) 2.

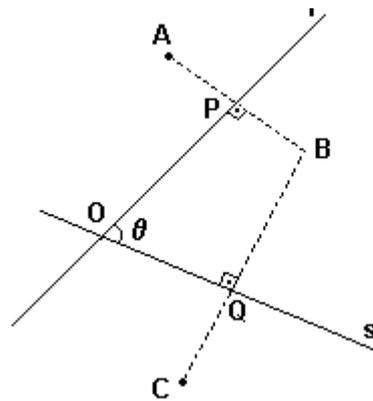
58. (Ufpe 2004) Na figura ilustrada abaixo, os segmentos AB, BC, CD, DE e EA são congruentes. Determine, em graus, a medida do ângulo CAD.



59. (Ita 2005) Em um triângulo retângulo, a medida da mediana relativa à hipotenusa é a média geométrica das medidas dos catetos. Então, o valor do cosseno de um dos ângulos do triângulo é igual a

- a)  $4/5$ .
- b)  $(2 + \sqrt{3})/5$ .
- c)  $(1/2)\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ .
- d)  $(1/4)\sqrt{4 + \sqrt{3}}$ .
- e)  $(1/3)\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ .

60. (Ufmg 2005) Observe esta figura:

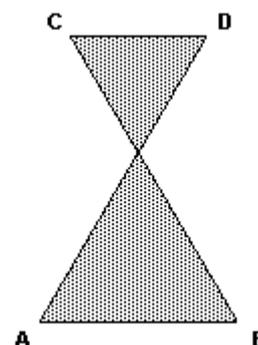


Nessa figura, os segmentos AB e BC são perpendiculares, respectivamente, às retas  $r$  e  $s$ . Além disso,  $AP = PB$ ,  $BQ = QC$  e a medida do ângulo  $P\hat{O}Q$  é  $\theta$ .

Considerando-se essas informações, é CORRETO afirmar que a medida do ângulo interno  $A\hat{O}C$  do quadrilátero AOCB é

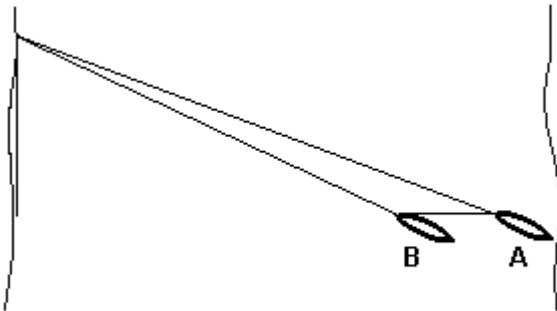
- a)  $2\theta$ .
- b)  $(5/2)\theta$ .
- c)  $3\theta$ .
- d)  $(3/2)\theta$ .

61. (Ufpe 2005) Na figura abaixo, os segmentos AB e CD são paralelos, e os ângulos BAD e BCD medem  $60^\circ$ . Se AD mede 20, indique o comprimento da poligonal ABCDA.



- a) 58
- b) 60
- c) 62
- d) 64
- e) 66

62. (Ufpe 2005) Um barco está sendo rebocado para a margem de um porto por um cabo de aço. Inicialmente, o barco está no ponto A da ilustração, quando o cabo tem comprimento de 100m. Após puxar o cabo de 20m, o barco ocupa a posição B. Nessas condições, podemos afirmar que a distância AB é:



- maior que 20m.
- igual a 20m.
- igual a 19m
- igual a 18m.
- menor que 18m.

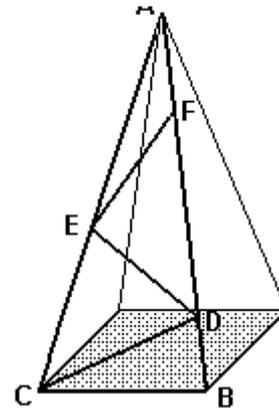
63. (Unicamp 99) Um trapézio retângulo é um quadrilátero convexo plano que possui dois ângulos retos, um ângulo agudo  $\alpha$  e um ângulo obtuso  $\beta$ . Suponha que, em um tal trapézio, a medida de  $\beta$  seja igual a cinco vezes a medida de  $\alpha$ .

- Calcule a medida de  $\alpha$ , em graus.
- Mostre que o ângulo formado pelas bissetrizes de  $\alpha$  e  $\beta$  é reto.

64. (Puc-rio 99) ABCD é uma paralelogramo, M é o ponto médio do lado CD, e T é o ponto de intersecção de AM com BD. O valor da razão DT/BD é:

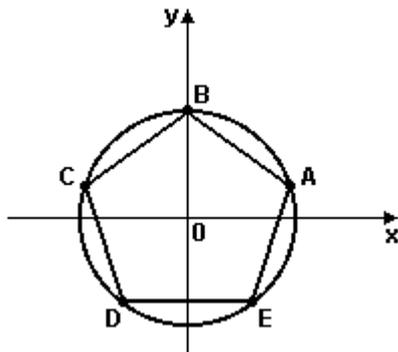
- 1/2.
- 1/3.
- 2/5.
- 1/4.
- 2/7.

65. (Unb 98) Cada estrutura lateral de uma torre metálica, em forma de uma pirâmide regular de base quadrada, consiste de um triângulo isósceles ABC, de base BC, conforme representado na figura adiante. Para minimizar o número de peças de tamanhos distintos na fabricação da torre, as barras metálicas BC, CD, DE, EF e FA têm comprimentos iguais. Sabendo que AB mede 50m, e representando por  $x$  o comprimento de BC e por  $\alpha$  a medida do ângulo BÂC, julgue os itens seguintes.



- A altura da torre, em metros, é igual a  $\sqrt{(2.500-x^2)}$ .
- O ângulo DFE tem medida igual a  $2\alpha$ .
- Os triângulos ABC e CDB são semelhantes.
- O ângulo  $\alpha$  mede mais de  $30^\circ$ .

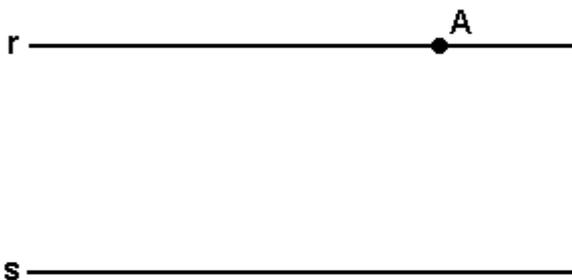
66. (Ufrs 2000) O polígono ABCDE da figura é um pentágono regular inscrito no círculo unitário de centro na origem.



As coordenadas polares  $p$  e  $\theta$  do vértice A são, respectivamente,

- a) 1 e  $\pi/5$
- b) 1 e  $\pi/6$
- c) 1 e  $\pi/8$
- d) 1 e  $\pi/10$
- e) 1 e  $\pi/12$

67. (Fuvest 98) a) Dadas as retas paralelas  $r$  e  $s$  a um ponto A em  $r$ , construa um triângulo equilátero com um vértice em A, outro vértice em  $r$  e o terceiro vértice em  $s$ .



b) Descreva e justifique as construções feitas.

**GABARITO**

1. V V V V V

2. V V F F V

3. [B]

4.  $100^\circ$

5. [D]

6. R: O ângulo é agudo, pois  $AF^2 < AE^2 + EF^2$

7. 3

8. [B]

9. [B]

10. [E]

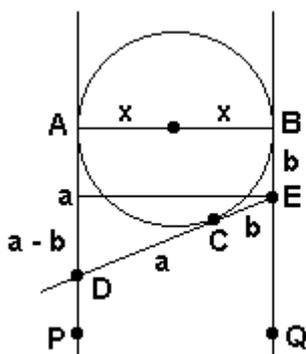
11. 58

12. [E]

13. [D]

14. [E]

15. Observe a resolução a seguir:



$$(a + b)^2 = (a - b)^2 + (2x)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2 + 4x^2$$

$$4x^2 = 4ab$$

$$x^2 = ab$$

16. [A]

17. [B]

18. [C]

19. [E]

20. a) No  $\Delta ACD$ , a soma das medidas dos ângulos internos C e A é a medida do ângulo externo D.

$$\text{Logo, } 30^\circ + m(\text{CAD}) = 60^\circ \Leftrightarrow m(\text{CAD}) = 30^\circ.$$

Num triângulo, lados opostos a ângulos de mesma medida são congruentes, então  $AD = DC$ .

b) No  $\Delta ABD$ ,  $BD/AD = \cos 60^\circ \Leftrightarrow AD = 2DB$ . Como  $AD = CD$ , vem  $CD = 2DB$ .

21. 25

22. [A]

23. [C]

24. [E]

25. a)  $90^\circ$

$$\text{b) } AC = 2\sqrt{6}$$

26. a) A medida do ângulo  $MPQ = 120^\circ$

b) A medida do ângulo  $BMQ = 90^\circ$

27. [D]

28. [A]

29. [B]

30. [C]

31. a)  $A + B = 120^\circ$  e  $C + D = 240^\circ$

b)  $JM = 1$  e  $JN = 1$

c)  $MJN = 60^\circ$

32. F F V F

33. [B]

34. [D]

35. F V F V

36. [A]

37.  $\alpha = 55^\circ$

38. a) 4 triângulos

b) nenhum triângulo é equilátero e 3 triângulos são isósceles.

39. [A]

40.  $04 + 08 + 16 = 28$

41. 84

42. [A]

43.  $\theta = 45^\circ$

44. [D]

45. a) Considerando que as tangentes de  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são, todas elas, maiores ou iguais a 2.

Como o ângulo cuja tangente vale dois é o de aproximadamente  $63^\circ$ :

$$\alpha \geq 63^\circ$$

$$\beta \geq 63^\circ$$

$$\gamma \geq 63^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma \geq 189$$

Portanto as tangentes desses três ângulos não podem ser, todas elas, maiores ou iguais a 2.

b) 1, 2 e 3.

46. [A]

47. 24 u.a.

48. [D]

49. [A]

50. [E]

51. [D]

52. [A]

53. [B]

54.  $01 + 08 = 09$

55. [D]

56. [B]

57. [E]

58.  $36^\circ$

59. [C]

60. [A]

61. [B]

62. [A]

63. a)  $30^\circ$

b) Sendo  $\theta$  a medida, em graus de um dos ângulos formados pelas bissetrizes CE e DE dos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ , no triângulo ECD, de acordo com o teorema do ângulo externo, tem-se:

$$\theta = \alpha/2 + \beta/2 \Leftrightarrow \theta = (\alpha + \beta)/2 \Leftrightarrow \theta = 180^\circ/2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \theta = 90^\circ \Leftrightarrow \text{C}\hat{\text{E}}\text{D} \text{ é ângulo reto.}$$

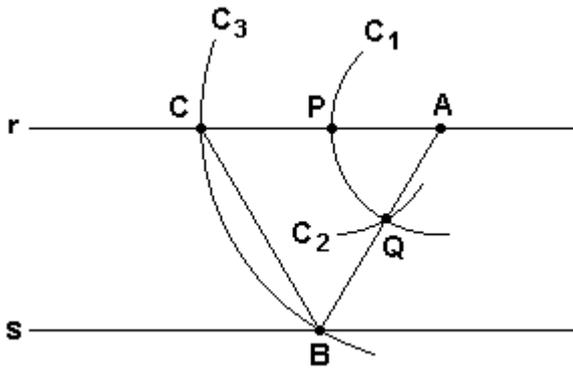
64. [B]

65. F V V F

66. [D]

67.

a) Observe a construção mostrada na figura a seguir:



b) Descrição:

- 1) Obter o ponto R no encontro da reta r com um arco de circunferência de centro no ponto A e raio arbitrário.
- 2) Obter o ponto P no encontro desse arco já traçado com o arco de circunferência de centro no ponto R e mesmo raio anterior.
- 3) Obter o ponto B no encontro da reta AP com a reta s.
- 4) Obter o ponto C no encontro da reta r com o arco de circunferência de centro no ponto A e raio de medida AB.
- 5) O triângulo ABC é um triângulo equilátero.

Justificação

1. O ângulo  $BAC = 60^\circ$ , por construção.
  2.  $AB = AC$ , por construção.
  3. ângulo  $ABC = \text{ângulo } ACB = x$  portanto,  $x = 60^\circ$ .
- Daí o triângulo ABC é equilátero.