

MATEMÁTICA APLICADA

1

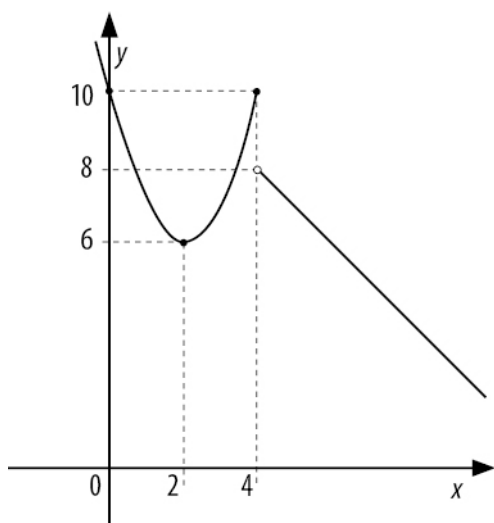
A Represente graficamente no plano cartesiano a função: $P(t) = \begin{cases} t^2 - 4t + 10 & \text{se } t \leq 4 \\ 12 - t & \text{se } t > 4 \end{cases}$

Se a função $P(t)$, em centenas de reais, expressa o preço de um produto depois de estar t anos no mercado ($0 \leq t \leq 8$), qual foi o preço máximo alcançado pelo produto?

B Qual foi o menor preço alcançado pelo produto nesse período de 8 anos?

RESOLUÇÃO E RESPOSTA

A



O preço máximo alcançado foi de 10 centenas de reais, ou seja, R\$ 1000,00.

B O menor preço alcançado no período $0 \leq t \leq 8$ foi para $t = 8$: $12 - 8 = 4$ centenas de reais, ou seja, R\$ 400,00.

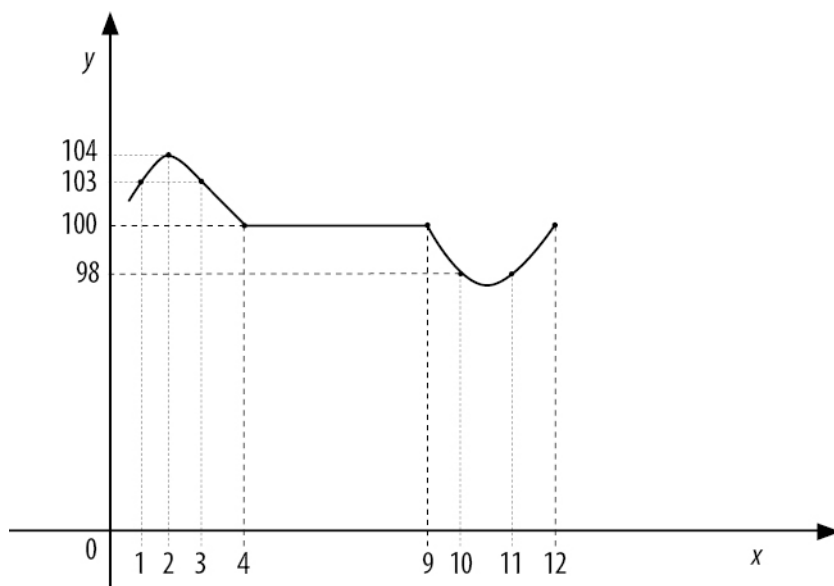
NOTA

MATEMÁTICA APLICADA

- 2 A evolução mensal do número de sócios de uma revista de Matemática durante o ano de 2015 está expressa pela função: $f(x) = \begin{cases} 100 - x(x-4) & \text{se } 1 \leq x \leq 4 \\ 100 & \text{se } 4 < x \leq 9 \\ 100 + (x-9) \cdot (x-12) & \text{se } 9 < x \leq 12 \end{cases}$
em que $x=1$ representa janeiro de 2015, $x=2$ representa fevereiro de 2015, e assim por diante.

A Faça um esboço do gráfico da função. Qual foi o maior número de sócios nesse período?

B Qual foi a média aritmética do número de sócios nos doze meses de 2015?

RESOLUÇÃO E RESPOSTA
A


O maior número de sócios foi 104, em fevereiro de 2015.

B A média aritmética do número de sócios durante o ano 2015 foi: $\frac{2 \cdot 103 + 104 + 6 \cdot 100 + 2 \cdot 98 + 100}{12} = 100,5$

NOTA

MATEMÁTICA APLICADA

3

A Duas lojas de roupas A e B vendem o mesmo produto com preços diferentes. Se ambas as lojas dessem um desconto para pagamento à vista, o preço com desconto da loja A seria menor que o preço com desconto da loja B? Sabe-se que na loja A o desconto foi de 10% sobre o preço à vista e na loja B, o desconto foi de 15% sobre o preço à vista. Sabe-se ainda que, na loja A, o desconto foi de R\$ 40,00 e, na loja B, o desconto foi de R\$ 54,00.

B Em março de 2016, o lucro de certa empresa em relação ao de fevereiro do mesmo ano aumentou 15% e foi de R\$ 4 140,00. Se o aumento do lucro de março em relação ao de fevereiro fosse de 10%, qual teria sido o valor do lucro obtido pela empresa em março?

RESOLUÇÃO E RESPOSTA

A Loja A: 10% $x = 40 \rightarrow x = 400$ reais.

Loja B: 15% $y = 54 \rightarrow y = 360$ reais.

Com o desconto, o preço do produto da Loja A é $400 - 40 = 360$ reais e o preço do produto da Loja B é $360 - 54 = 306$ reais. O preço com desconto da Loja A seria maior que o preço com desconto da Loja B.

B Seja x o lucro da livraria em 1º de março. Então: $x + 15\%.x = 4140 \rightarrow x = 3600$ reais.

Como o aumento do lucro foi de 10%, o lucro obtido pela livraria em 31 de março foi de $3600 + 10\%.3600 = 3960$ reais.

NOTA

MATEMÁTICA APLICADA

- 4 Uma fábrica decide distribuir os excedentes de três produtos alimentícios **A**, **B** e **C** a dois países da América Central, **P**₁ e **P**₂. As quantidades, em toneladas, são descritas mediante a matriz **Q**:

$$\begin{array}{ccc}
 \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 200 & 100 & 150 \\ 100 & 150 & 200 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \mathbf{P}_1 \\ \leftarrow \mathbf{P}_2 \end{array}
 \end{array}$$

Para o transporte aos países de destino, a fábrica recebeu orçamentos de duas empresas, em reais por toneladas, como indica a matriz **P**:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 500 & 300 \\ 400 & 200 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow 1^{\text{a}} \text{ empresa} \\ \leftarrow 2^{\text{a}} \text{ empresa} \end{array}$$

A Efetue o produto das duas matrizes, na ordem que for possível.

Que elemento da matriz produto indica o custo de transportar o produto A, com a segunda empresa, aos dois países?

B Para transportar os três produtos aos dois países, qual empresa deveria ser escolhida, considerando que as duas apresentam exatamente as mesmas condições técnicas? Por quê?

RESOLUÇÃO E RESPOSTA

$$\mathbf{A} \quad \mathbf{PQ} = \begin{bmatrix} 500 & 300 \\ 400 & 200 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 200 & 100 & 150 \\ 100 & 150 & 200 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 130000 & 95000 & 135000 \\ 100000 & 70000 & 100000 \end{bmatrix}$$

O elemento $a_{12} = 100000$.

B A 2ª empresa, pois a soma dos elementos da 2ª linha da matriz produto é menor do que a soma dos elementos da 1ª linha da matriz produto.

NOTA

5

- A** Determinar a soma dos 20 primeiros termos da sequência $(a_1, a_2, \dots, a_n, \dots)$ definida por: $a_n = 2 + 4n$ se n é ímpar e $a_n = 4 + 6n$ se n é par.
- B** Considere a sequência $(1, 10, 11, \dots, 19, 100, 101, \dots, 199, \dots)$ formada por todos os números naturais que têm 1 como primeiro algarismo no sistema decimal de numeração, tomados em ordem crescente. Se a soma dos seus n primeiros termos é 347, qual é o valor de n e o valor numérico de a_n ?

RESOLUÇÃO E RESPOSTA

A A soma dos 10 primeiros termos da sequência $(6, 14, 22, \dots)$ é $S_{10} = \frac{(6+78)10}{2} = 420$ e a soma dos 10 primeiros termos da sequência $(16, 28, 40, \dots)$ é

$$S'_{10} = \frac{(16+124)10}{2} = 700.$$

A soma dos 20 primeiros termos é $420 + 700 = 1120$.

B $S_1 = 1$

$$S_2 = \frac{(10+19)10}{2} = 145$$

A diferença $347 - (1 + 145)$ é igual a 201.

Observe que $201 = 100 + 101$.

O valor de n é 13 e $a_n = 101$.

NOTA

6

A Sabendo que x é um inteiro e $2^x + 2^{-x} = \sqrt{k+2}$ podemos afirmar que $4^x + 4^{-x} = k$? Justifique a sua resposta.

B Se x e y são dois números reais positivos, $x < y$ e $xy = 121$, podemos afirmar que $x < 11 < y$? Justifique a sua resposta.

RESOLUÇÃO E RESPOSTA

$$(2^x + 2^{-x})^2 = k + 2$$

A $4^x + 4^{-x} + 2 = k + 2$

$$4^x + 4^{-x} = k$$

A afirmação é correta.

B Note que x, y são positivos. Temos:

$$x < y \rightarrow x^2 < xy$$

Como $xy = 121$ segue-se que $x^2 < 121$.

$$x < y \rightarrow xy < y^2$$

Como $xy = 121$ segue-se que $121 < y^2$.

$$x^2 < 121 < y^2$$

Portanto: $\sqrt{x^2} < \sqrt{121} < \sqrt{y^2}$

$$x < 11 < y$$

A afirmação está correta.

NOTA

MATEMÁTICA APLICADA

7

A Escreva um pequeno texto para verificar se a proposição: $|x| > \frac{2^x}{x}$, para todo número real $x < 0$, é verdadeira ou falsa.

B O lucro obtido por uma livraria foi x por cento mais em 2014 do que em 2013 e y por cento menos em 2015 do que em 2014. É correto afirmar que o lucro da livraria em 2015 foi maior do que em 2013, sabendo que $x - y > \frac{xy}{100}$? Justifique a sua resposta.

RESOLUÇÃO E RESPOSTA

A As expressões $|x|$ e 2^x representam números positivos. A expressão $\frac{2^x}{x}$, com $x < 0$, é portanto negativa. A afirmação $|x| > \frac{2^x}{x}$, com $x < 0$, é verdadeira.

B Seja L o lucro da livraria em 2013.

$$\text{O lucro em 2014 foi: } L + \frac{x}{100} \cdot L = L \left(1 + \frac{x}{100}\right)$$

$$\text{O lucro em 2015 foi: } L \left(1 + \frac{x}{100}\right) - \frac{y}{100} \cdot L \left(1 + \frac{x}{100}\right) = L \left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{y}{100}\right)$$

$$\text{Como } x - y > \frac{xy}{100}, \text{ temos que: } \frac{x}{100} - \frac{y}{100} - \frac{xy}{10000} > 0$$

$$1 + \frac{x}{100} - \frac{y}{100} - \frac{xy}{10000} > 1$$

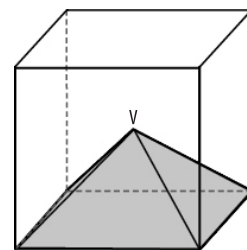
$$\left(1 + \frac{x}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{y}{100}\right) > 1$$

O lucro de 2015 é igual ao lucro L de 2013 vezes um número maior que 1. Portanto, o lucro da livraria foi maior em 2015 do que em 2013.

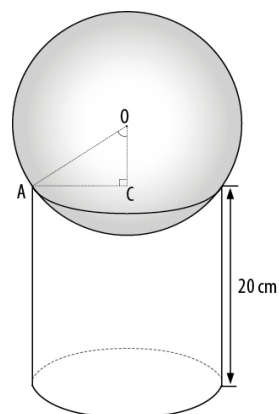
NOTA

MATEMÁTICA APLICADA

- 8 **A** O volume do cubo da figura é 64 cm^3 . O ponto V é o ponto de encontro das diagonais do cubo. Qual é o volume da pirâmide de vértice V?



- B** Uma bola de vidro que é uma esfera de centro O se encaixou num copo exatamente como mostra a figura. O raio da bola mede 13 cm e $OC = 5 \text{ cm}$. O segmento \overline{AC} é o raio do cilindro. O que tem o maior volume: a bola ou o copo?



RESOLUÇÃO E RESPOSTA

A A aresta do cubo mede 4 cm . O volume da pirâmide é igual a $\frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 4 = \frac{32}{3} \text{ cm}^3$.

B Pelo Teorema de Pitágoras, temos que $AC = 12 \text{ cm}$.

O volume da bola de vidro é igual a $\frac{4}{3} \pi \cdot 13^3 = \frac{8788}{3} \pi \cong 2929 \pi \text{ cm}^3$.

O volume do copo é igual a: $\pi \cdot 12^2 \cdot 20 = 2880 \pi \text{ cm}^3$.

O volume da bola de vidro é maior.

NOTA

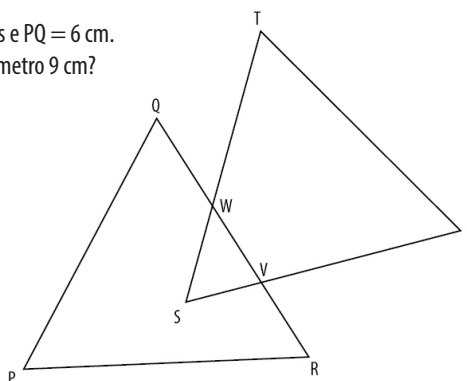
MATEMÁTICA APLICADA

9

A Um terreno de forma retangular foi dividido em quatro lotes retangulares. As áreas de três lotes são 4 m^2 , 8 m^2 e 13 m^2 . Qual é a área total do terreno?

4m^2	13m^2
8m^2	?

B Na figura ao lado, PQR e STU são triângulos equiláteros congruentes e $PQ = 6\text{ cm}$. Qual é o perímetro do polígono PQWTUVR se o triângulo SWV tem perímetro 9 cm ?



RESOLUÇÃO E RESPOSTA

A

d	4	13
c	8	
	b	

Observando a figura, temos que: $\left. \begin{array}{l} ac = 8 \\ ad = 4 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{c}{d} = 2 \rightarrow c = 2d$

Temos também que: $bd = 13$. Como $c = 2d$ e $bd = 13$, temos: $b \cdot \frac{c}{2} = 13 \rightarrow bc = 26$

A área da região retangular é igual a: $4 + 8 + 12 + 26 = 50$

B O perímetro do polígono PQWTUVR é igual à soma dos perímetros dos dois triângulos equiláteros menos o perímetro do triângulo SWV: $2(3 \cdot 6) - 9 = 27\text{ cm}$.

NOTA

MATEMÁTICA APLICADA

10

A De forma consecutiva extraímos de uma urna três bolas numeradas de 1 a 9, repondo a bola retirada após cada extração, formando um número de três algarismos. O primeiro algarismo sorteado é o algarismo das centenas; o segundo, o das dezenas; e o terceiro, o das unidades. Calcule a probabilidade de que saia um número

- I com três algarismos repetidos;
- II sem nenhum algarismo repetido;
- III com exatamente dois algarismos exatamente iguais.

B Em uma caixa com 10 lapiseiras, 4 delas estão com defeito. Se um cliente compra 2 lapiseiras escolhidas aleatoriamente, é certo afirmar que a probabilidade de que nenhuma lapiseira esteja com defeito é maior que 30%?

RESOLUÇÃO E RESPOSTA

$$I. \frac{9}{729} = \frac{1}{81}$$

A $II. \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{729} = \frac{56}{81}$

$$III. \frac{9 \cdot 8 \cdot 3}{729} = \frac{8}{27}$$

B $\frac{C_{6,2}}{C_{10,2}} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$

É correto, pois 33,333...% é maior que 30 %.

NOTA