GEOMETRIA ANALÍTICA

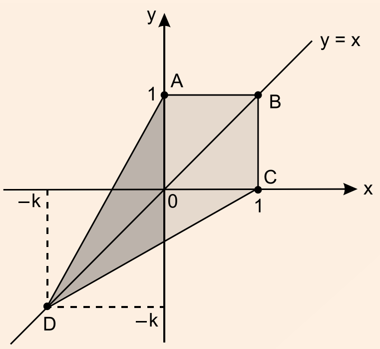
03

SHUTTERSTOCK

01| O triângulo ABC formado pelos pontos $A\,(7, 3)$, $B\,(-4, 3)$ e $C\,(-4, -2)$ é

- **A** escaleno
- **B** isósceles
- **C** equiângulo
- **D** obtusângulo

02| Os pontos $A(0, 1)$, $B(1, 1)$, $C(1, 0)$ e $D(-k, -k)$, com $k > 0$, formam o quadrilátero convexo $ABCD$, com eixo de simetria sobre a bissetriz dos quadrantes ímpares.



O valor de k para que o quadrilátero $ABCD$ seja dividido em dois polígonos de mesma área pelo eixo y é igual a

- **A** $\dfrac{2+\sqrt{5}}{4}.$
- **B** $\dfrac{3+\sqrt{2}}{4}.$
- **C** $\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}.$
- **D** $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}.$
- **E** $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}.$

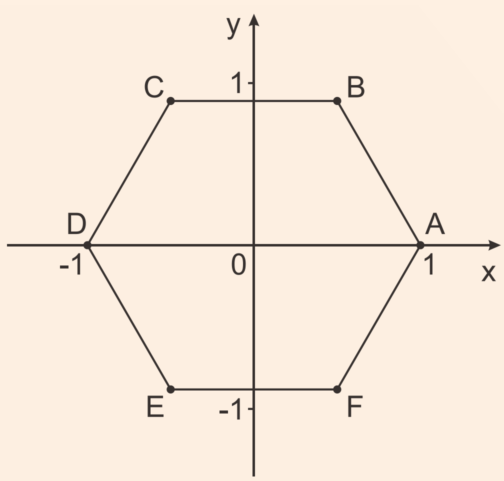
03| Considere a reta de equação $4x - 7y + 10 = 0.$

Seja $y = mx + h$ a equação da reta obtida ao se fazer a reflexão da reta dada em relação ao $\text{eixo} - X.$

O valor de $m + h$ é:

- **A** $-\dfrac{10}{11}$
- **B** $-\dfrac{10}{7}$
- **C** -2
- **D** -7
- **E** -10

04| Os pontos A, B, C, D, E e F determinam um hexágono regular $ABCDEF$ de lado 1, tal que o ponto A tem coordenadas $(1, 0)$ e o ponto D tem coordenadas $(-1, 0)$, como na figura abaixo.



A equação da reta que passa pelos pontos B e D é

A $y = \sqrt{3}x.$

B $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}.$

C $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}.$

D $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}.$

E $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}.$

05| Considere os pontos $A\left(-\frac{8}{5}, \frac{1}{5}\right)$, $B(-1, 2)$, $C(-1, 0)$.

A equação da reta que contém o segmento AB, a equação da reta que contém o segmento AC e o ângulo agudo formado entre elas são, RESPECTIVAMENTE:

A $y = \frac{5}{2}x + \frac{5}{2};\ y = 3x;\ \frac{\pi}{4}.$

B $y = x + \frac{9}{5};\ y = -x + 1;\ \frac{\pi}{2}.$

C $y = 3x + 5;\ y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3};\ \frac{\pi}{2}.$

D $y = 3x + 5;\ y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3};\ \frac{\pi}{4}.$

E $y = x + \frac{9}{5};\ y = 2x + 1;\ \frac{\pi}{4}.$

06| Os pontos $(0, -1)$, $(1, 2)$ e $(3, k)$ do plano são colineares. O valor de k é igual a

A 0

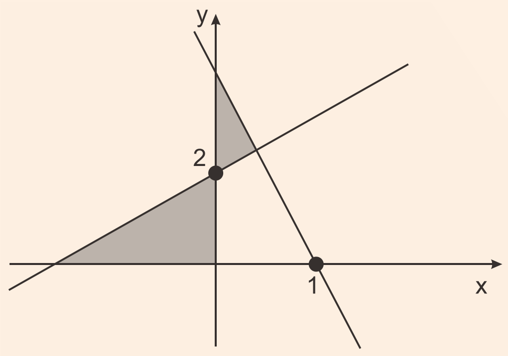
B 2

C –2

D 8

E –8

07| No gráfico, representado a seguir, uma das retas esboçadas tem inclinação igual a -3 e a outra reta, inclinação igual a $\frac{1}{2}$. Sabendo-se disso, a área (em unidade de área) da região hachurada é



A 6 u.a.

B $\frac{21}{5}$ u.a.

C $\frac{29}{7}$ u.a.

D $\frac{33}{7}$ u.a.

08| Em um plano, munido do sistema de coordenadas cartesianas usual, as equações $3x - 2y + 6 = 0$ e $3x + 4y - 12 = 0$ representam duas retas concorrentes. A medida da área da região limitada por essas retas e pelo eixo dos x é

Dados: u.a. $\equiv$ unidade de área

A 9 u.a.

B 10 u.a.

C 11 u.a.

D 12 u.a.

09| No plano cartesiano, a reta $s: 4x - 3y + 12 = 0$ intersecta o eixo das abscissas no ponto A e o eixo das ordenadas no ponto B. Nessas condições, qual é a distância entre os pontos A e B?

A 5

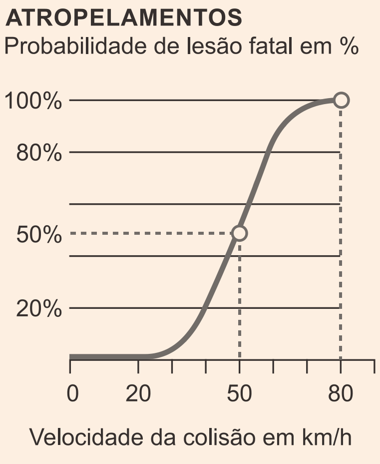
B $\sqrt{5}$

C $2\sqrt{2}$

D 2

E $\sqrt{2}$

10| O jornal *Folha de S. Paulo* publicou em 11 de outubro de 2016, a seguinte informação:



Fonte: *Prefeitura de São Paulo* e *CET*. (Adaptado)

De acordo com as informações apresentadas, suponha que para uma velocidade de $35\ \text{km/h}$ a probabilidade de lesão fatal seja de 5% e que para velocidades no intervalo $[35;\ 55]$ o gráfico obedeça a uma função do 1º grau. Nessas condições, se um motorista dirigindo a $55\ \text{km/h}$, quiser reduzir a probabilidade de lesão fatal por atropelamento à metade, ele terá que reduzir a sua velocidade em, aproximadamente,

A) 20%
B) 25%
C) 30%
D) 35%

11| Em um plano, munido do sistema de coordenadas cartesianas usual, as equações $x^2+y^2-10\sqrt{3}x-25=0$ e $x^2+y^2+10\sqrt{3}x-25=0$ representam circunferências. Cada uma dessas circunferências limitam uma área no plano. O comprimento da linha que contorna a união das áreas limitadas por cada uma destas circunferências é

Dados: u.c. ≡ unidade de comprimento

A) $\dfrac{200\pi}{3}$ u.c.
B) $\dfrac{80\pi}{3}$ u.c.
C) $\dfrac{50\pi}{3}$ u.c.
D) $\dfrac{100\pi}{3}$ u.c.

12| Em qual das alternativas a seguir, o ponto P pertence à circunferência β?

A) $P(5,6);\ \beta:(x-3)^2+(y-6)^2=4$
B) $P(1,2);\ \beta:(x-2)^2+(y-2)^2=5$
C) $P(1,5);\ \beta:x^2+y^2-8x+6=0$
D) $P(1,3);\ \beta:(x+1)^2+(y-2)^2=16$
E) $P(3,1);\ \beta:x^2+y^2-4x+2y+2=0$

13| 2017) Os valores reais de n para os quais a reta (t) $y=x+n$ seja tangente à elipse de equação $2x^2+3y^2=6$ são iguais a

A) $-\sqrt{5}$ e $\sqrt{5}$
B) $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$
C) -3 e 3
D) -2 e 2
E) -5 e 5

14| Na representação gráfica do sistema de equações $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ 4x^2-y=2 \end{cases}$ no plano cartesiano, uma das soluções é $(0,-2)$. A distância entre os pontos que representam as duas outras soluções desse sistema é igual a

A) $\sqrt{14}$.
B) $\dfrac{7}{2}$.
C) $\dfrac{\sqrt{15}}{2}$.
D) $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.
E) $\dfrac{3}{2}$.

GABARITO

01| A

Calculando os quadrados das medidas dos lados do triângulo ABC, encontramos

$$d^2(A, B) = (-4-7)^2 + (3-3)^2 = 121,$$

$$d^2(A, C) = (-4-7)^2 + (-2-3)^2 = 146$$

e

$$d^2(B, C) = (-4+4)^2 + (-2-3)^2 = 25$$

Portanto, sendo

$$d^2(A, C) = d^2(A, B) + d^2(B, C),$$

podemos concluir que o triângulo ABC é retângulo escaleno.

02| E

Seja E o ponto de interseção da reta que passa pelos pontos C e D com o eixo das ordenadas. A equação de tal reta é dada por

$$y - 0 = \frac{-k-0}{-k-1} \cdot (x-1) \Leftrightarrow y = \frac{k}{k+1} \cdot (x-1).$$

Em consequência, vem $E = \left(0, -\frac{k}{k+1}\right)$ e, portanto, sendo $k > 0$, temos

$$\begin{aligned}(ADE) = (ABCE) &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{k}{k+1}\right) \cdot k = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{k}{k+1} + 1\right) \cdot 1 \\ &\Leftrightarrow k^2 - k - 1 = 0 \\ &\Rightarrow k = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.\end{aligned}$$

03| C

Calculando:

$$\text{reta } r:\ 4x - 7y + 10 = 0 \Rightarrow y = \frac{4}{7}x + \frac{10}{7}$$

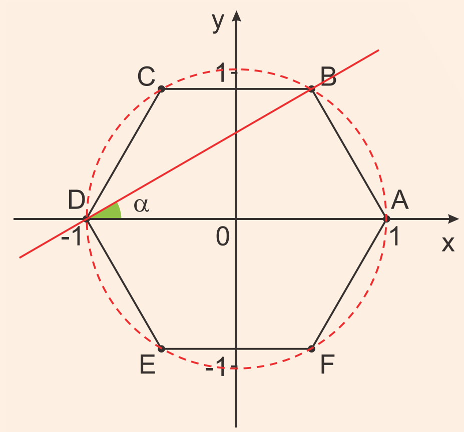
$$\text{reta } s:\ y = mx + h$$

$$m_r = -m_s \Rightarrow m_s = -\frac{4}{7}$$

$$\text{reta } s:\ = -\frac{4}{7}x - \frac{10}{7}$$

$$\left.\begin{aligned} m &= -\frac{4}{7} \\ h &= -\frac{10}{7} \end{aligned}\right\} \Rightarrow m + h = -2$$

04| B



Considerando a circunferência circunscrita no hexágono regular, podemos escrever que a medida α do ângulo $A\hat{D}B$ será dada por:

$$\alpha = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

Portanto, o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos B e D será dado por:

$$m = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

A reta pedida passa pelo ponto $D(-1, 0)$ e tem coeficiente angular $m = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Portanto, sua equação será dada por:

$$y - 0 = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (x - (-1)) \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot x + \frac{\sqrt{3}}{3}$$

05| ANULADA

Questão anulada no gabarito oficial.

Calculando:

$$y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$$

$$2 - \frac{1}{5} = m_{AB} \cdot \left(-1 + \frac{8}{5}\right) \Rightarrow \frac{9}{5} = \frac{3}{5} m_{AB} \Rightarrow m_{AB} = 3$$

$$\text{reta } \overline{AB} \Rightarrow y - 2 = 3 \cdot (x+1) \Rightarrow y = 3x + 5$$

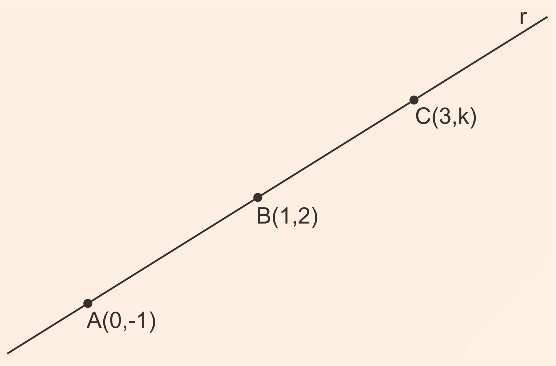
$$-1 - \frac{1}{5} = m_{AC} \cdot \left(0 + \frac{8}{5}\right) \Rightarrow -\frac{6}{5} = \frac{8}{5} m_{AC} \Rightarrow m_{AC} = -\frac{3}{4}$$

$$\text{reta } \overline{AC} \Rightarrow y - 0 = -\frac{3}{4} \cdot (x+1) \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \left|\frac{m_{AB} - m_{AC}}{1 + m_{AB} \cdot m_{AC}}\right| = \left|\frac{3 + 3/4}{1 + 3 \cdot -3/4}\right| = \left|\frac{15/4}{-5/4}\right| \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = 3 \Rightarrow \alpha = \operatorname{arc\,tg} 3$$

06| D

Do enunciado, temos:



$m_r = m_{\overline{AB}} = m_{\overline{AC}}$

Então,

$$\frac{2-(-1)}{1-0} = \frac{k-(-1)}{3-0}$$
$$\frac{3}{1} = \frac{k+1}{3}$$
$$3 \cdot 3 = k+1$$
$$k = 8$$

07| C

A equação da reta que passa pelo ponto $(0, 2)$ é $y = \frac{1}{2}x + 2,$ enquanto que a reta que passa pelo ponto $(1, 0)$ tem por equação $y = -3x + 3.$

A área pedida corresponde à soma das áreas dos triângulos hachurados, ou seja,

$$\frac{1}{2} \cdot \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{matrix} \right\| + \frac{1}{2} \cdot \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & \frac{2}{7} & 0 \\ 2 & 3 & \frac{15}{7} & 2 \end{matrix} \right\| = \frac{1}{2} \cdot |8| + \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{4}{7} - \frac{6}{7} \right|$$
$$= 4 + \frac{1}{7}$$
$$= \frac{29}{7} \text{ u.a.}$$

08| A

A reta $y = \frac{3}{2}x + 3$ intersecta o eixo das abscissas no ponto $(-2, 0)$ e o eixo das ordenadas no ponto $(0, 3).$ Já a reta $y = -\frac{3}{4}x + 3$ intersecta o eixo das abscissas no ponto $(4, 0)$ e o eixo das ordenadas no ponto $(0, 3).$ Desse modo, a região cuja área queremos calcular corresponde ao triângulo de vértices $(-2, 0), (0, 3)$ e $(4, 0).$

O resultado é dado por

$$\frac{1}{2} \cdot (4 - (-2)) \cdot 3 = 9 \text{ u.a.}$$

09| A

Intersecção com o eixo x $(y = 0).$

$$4x - 3 \cdot 0 + 12 = 0 \Rightarrow 4x = -12 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow A(-3, 0)$$

Intersecção com o eixo y $(x = 0).$

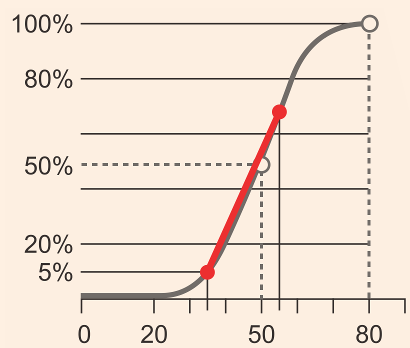
$$4 \cdot 0 - 3y + 12 = 0 \Rightarrow -3y = -12 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow B(0, 4)$$

Logo, a distância entre os pontos A e B será dada por:

$$d = \sqrt{(0-(-3))^2 + (4-0)^2} = \sqrt{25} = 5$$

10| A

Desenhando o gráfico (intervalo $[35; 55]$ representado pelo trecho em vermelho):



Para encontrar a equação da reta em vermelho pode-se escrever:

$$m = \frac{50-5}{55-35} = \frac{45}{15} \to m = 3$$
$$y - 5 = 3 \cdot (x - 35) \to y = 3x - 100$$

Para $x = 55,$ tem-se:

$$y = 3 \cdot 55 - 100 \to y = 65\%$$

Para reduzir esse risco à metade, pode-se escrever:

$$y = \frac{65\%}{2} = 32{,}5\%$$
$$32{,}5 = 3x - 100 \to x \approx 44{,}2$$
$$\frac{55 - 44{,}2}{55} \approx 0{,}2 = 20\% \text{ de redução}$$

11| D

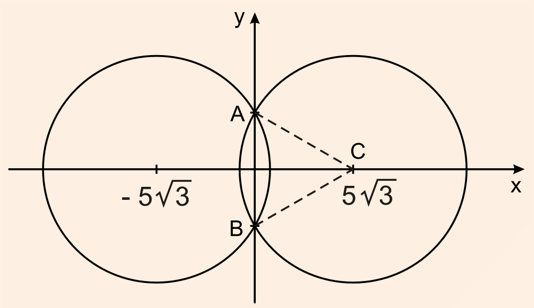
Completando os quadrados, vem

$$x^2 + y^2 - 10\sqrt{3}x - 25 = 0 \Leftrightarrow (x - 5\sqrt{3})^2 + (y - 0)$$

e

$$x^2 + y^2 + 10\sqrt{3}x - 25 = 0 \Leftrightarrow (x + 5\sqrt{3})^2 + (y - 0)$$

Considere a figura, em que A e B são os pontos de interseção das duas circunferências.



Se O é a origem do sistema de eixos cartesianos, então

$$\cos O\hat{C}A = \frac{\overline{OC}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \cos O\hat{C}A = \frac{5\sqrt{3}}{10}$$
$$\Leftrightarrow O\hat{C}A = \frac{\pi}{6}\text{rad.}$$

Portanto, segue que

$$AB = 2 \cdot O\hat{C}A \cdot \overline{AC} = 2 \cdot \frac{\pi}{6} \cdot 10 = \frac{10\pi}{3}\text{rad.}$$

O resultado pedido corresponde ao dobro do comprimento do maior arco AB, isto é,

$$2 \cdot \left(2\pi \cdot 10 - \frac{10\pi}{3}\right) = \frac{100\pi}{3} \text{ u.c.}$$

12| A

O único ponto P que quando substituído na equação da circunferência torna a sentença verdadeira é ponto da alternativa [A].

$$\beta : (5-3)^2 + (6-6)^2 = 4$$

13| A

Resolvendo, inicialmente, um sistema com as equações da reta e da elipse:

$$\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 6 \\ y = x + n \end{cases}$$

Substituindo a segunda equação na primeira, temos:

$$2x^2 + 3 \cdot (x+n)^2 = 6$$
$$5x^2 + 6nx + 3n^2 - 6 = 0$$

Para a equação tenha duas raízes reais e iguais, ou seja a reta deve ser tangente a elipse, deveremos ter o valor do discriminante (delta) igual a zero.

$$(6n)^2 - 4 \cdot 5 \cdot \left(3n^2 - 6\right) = 0$$
$$-24n^2 + 120 = 0$$
$$24n^2 = 120$$
$$n^2 = 5$$
$$n = \pm\sqrt{5}$$

14| C

Tem-se que

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x^2 = \dfrac{y+2}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(y^2 - 4) + y + 2 = 0 \\ x^2 = \dfrac{y+2}{4} \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y+2)(4y-7) = 0 \\ x^2 = \dfrac{y+2}{4} \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \text{ ou } y = \dfrac{7}{4} \\ x^2 = \dfrac{y+2}{4} \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ e } y = -2 \\ \text{ou} \\ x = -\dfrac{\sqrt{15}}{4} \text{ e } y = \dfrac{7}{4}. \\ \text{ou} \\ x = \dfrac{\sqrt{15}}{4} \text{ e } y = \dfrac{7}{4} \end{cases}$$

Portanto, a resposta é $\dfrac{\sqrt{15}}{4} - \left(-\dfrac{\sqrt{15}}{4}\right) = \dfrac{\sqrt{15}}{2}.$