

**Lista de exercícios sobre Matrizes e Determinantes**

- Determine a matriz  $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$  tal que  $a_{ij} = i - j$ .
- Construa as seguintes matrizes:
  - $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$  tal que  $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}$
  - $B = (b_{ij})_{3 \times 3}$  tal que  $b_{ij} = \begin{cases} i + 2j, & \text{se } i \neq j \\ i - 3j, & \text{se } i = j \end{cases}$
- Construa a matriz  $A = (a_{ij})_{3 \times 2}$  tal que  $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ i^2, & \text{se } i \neq j \end{cases}$
- Seja a matriz  $A = (a_{ij})_{3 \times 4}$  tal que  $a_{ij} = \begin{cases} i + j, & \text{se } i = j \\ 2i - 2j, & \text{se } i \neq j \end{cases}$ , então  $a_{22} + a_{34}$  é igual a:
- Determine a soma dos elementos da 3ª coluna da matriz  $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$  tal que  $a_{ij} = 4 + 3i - i$ .
- Determine a soma dos elementos da diagonal principal com os elementos da diagonal secundária da matriz  $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$ .
- Dada a matriz  $A = (a_{ij})_{4 \times 4}$  em que  $a_{ij} = \begin{cases} i + j, & \text{se } i \leq j \\ i \cdot j, & \text{se } i > j \end{cases}$ , determine a soma dos elementos  $a_{23} + a_{34}$ .
- Seja a matriz  $A = (a_{ij})_{5 \times 5}$  tal que  $a_{ij} = 5i - 3j$ . Determine a soma dos elementos da diagonal principal dessa matriz.
- Determine a soma dos elementos da matriz linha  $(1 \times 5)$  que obedece a lei:  $a_{ij} = 2i^2 - 7j$ .
- Determine a e b para que a igualdade  $\begin{pmatrix} a+4 & b^3 \\ 10 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & b \\ 10 & 7 \end{pmatrix}$  seja verdadeira.
- Sejam  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 7 & -1 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$ , determine  $(A + B)^t$ .
- Dadas as matrizes  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} x+y & x-y \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ , determine x e y para que  $A = B^t$ .
- Resolva a equação matricial:  $\begin{bmatrix} -1 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ -1 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix} = x + \begin{bmatrix} 2 & 7 & 2 \\ 8 & -1 & -3 \\ -1 & 9 & 5 \end{bmatrix}$ .
- Determine os valores de x e y na equação matricial:  $\begin{pmatrix} 2 & x \\ y & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ -7 & 5 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ .
- Se o produto das matrizes  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$  é a matriz nula,  $x + y$  é igual a:
- Se  $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ , determine o valor de  $x + y$ .



31. Se  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ , encontre o valor do determinante de  $A^2 - 2^a$ .

32. Sendo  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ a^3 & b^3 \end{bmatrix}$ , calcule o valor do determinante de  $A$  e em seguida calcule o valor numérico desse determinante para  $a = 2$  e  $b = 3$ .

33. Calcule o valor do determinante da matriz  $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 5 & 7 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

34. Resolva a equação  $\begin{vmatrix} x+1 & 2 & 3 \\ x & 1 & 5 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ x & -2 \end{vmatrix}$

35. Se  $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$  tal que  $a_{ij} = i + j$ , calcule  $\det A$  e  $\det A^t$ .

36. Foi realizada uma pesquisa, num bairro de determinada cidade, com um grupo de 500 crianças de 3 a 12 anos de idade. Para esse grupo, em função da idade  $x$  da criança, concluiu-se que o peso médio  $p(x)$ ,

em quilogramas, era dado pelo determinante da matriz  $A$ , em que:  $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -x \\ 0 & 2 & \frac{2}{3} \end{vmatrix}$ , com base na fórmula  $p(x)$

=  $\det A$ , determine:

a) o peso médio de uma criança de 7 anos

b) a idade mais provável de uma criança cuja o peso é 30 kg.

37. Calcule o valor do determinante da matriz  $A = \begin{bmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & -\sin x \end{bmatrix}$ .

38. Resolva a equação  $\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ x-1 & -1 \end{vmatrix} = 3$ .

39. Se  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ , calcule o valor do determinante de  $\left(\frac{A^2}{7} - 2A\right)$ .

40. Considere a matriz  $A = (a_{ij})_{2 \times 2}$ , definida por  $a_{ij} = -1 + 2i + j$  para  $1 \leq i \leq 2$  e  $1 \leq j \leq 2$ . Determine o determinante de  $A$ .

41. Determine o determinante da seguinte matriz  $\begin{vmatrix} x & 2 & 1 \\ 3 & -1 & x \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ .

42. Dada a matriz  $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$  e  $a = \det A$ , qual o valor de  $\det (2A)$  em função de  $a$ ?

43. Seja  $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$  tal que  $a_{ij} = i - j$ . Calcule  $\det A$  e  $\det A^t$ .

44. Calcule os determinantes das matrizes  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & -7 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & 2 \\ 1 & -6 & -7 \end{bmatrix}$ , usando o teorema de

Laplace.

**45.** Resolva as equações:

a)  $\begin{vmatrix} x & x+2 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 0$

b)  $\begin{vmatrix} x & x \\ 5 & x \end{vmatrix} = 0$

c)  $\begin{vmatrix} x+3 & 5 \\ 1 & x-1 \end{vmatrix} = 0$

**46.** Sabendo - se  $a = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ -5 & 1 \end{vmatrix}$  e  $b = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}$ , calcule o valor de  $3a + b^2$ .

**47.** Dada a matriz  $A = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$ , calcule:

a)  $\det A$

b)  $\det A^2$

**48.** Determine o valor de cada determinante:

a)  $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

b)  $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 5 \end{vmatrix}$

c)  $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

**49.** Calcule o determinante da matriz  $P^2$ , em que  $P$  é a matriz  $P = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & -1 & 1 \\ \sqrt{2} & 1 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{bmatrix}$ .

**50.** Na matriz  $\begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & -3 & 9 \end{pmatrix}$ , calcule:

a) seu determinante

b) os valores de  $x$  que anulam esse determinante

**51.** Determine em  $\mathbb{R}$  a solução da equação:  $\begin{vmatrix} 2 & x & x \\ -1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 8 - \log^8 4$ .

**52.** Sabendo que  $a = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$  e  $b = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ , efetue  $a^2 - 2b$ .

**53.** Determine a solução da equação:  $\begin{vmatrix} x & \sqrt[3]{8} \\ -2 & -x \end{vmatrix} = 0$ .

**54.** Determine o determinante da matriz  $\begin{pmatrix} \sin x & \cos x \\ -2\cos x & 2\sin x \end{pmatrix}$ .

**55.** Resolver a equação  $\begin{vmatrix} x & x & x \\ x & x & 4 \\ x & 4 & 4 \end{vmatrix} = 0$

**56.** Resolva as equações:

a)  $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & x \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$

b)  $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & x \\ 2 & x & -3 \end{vmatrix} = 2$

c)  $\begin{vmatrix} x+1 & 3 & x \\ 3 & x & 1 \\ x & 2 & x-1 \end{vmatrix} = 0$