



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

PROVAS RESOLVIDAS - 1983

- Física
- Química
- Português
- Matemática

FÍSICA

1 Um estudante realizou duas séries de medidas independentes, a 20°C , do comprimento de uma mesa, com uma trena milimetrada. O resultado da primeira série de medidas foi $1,982\text{ m}$ e o da segunda foi $1,984\text{ m}$. Analisando os resultados, constatou que na primeira série de medidas cometera o mesmo erro na técnica de leitura da escala da trena, isto é, cada medida fora registrada com 2 mm a menos. Além disto, verificou que a trena, cujo coeficiente de dilatação linear era $\alpha = 0,0005/^{\circ}\text{C}$, havia sido calibrada a 25°C . Nestas condições, o valor que melhor representaria o comprimento da mesa seria:

- a) $1,981$ b) $1,989$ c) $1,979$ d) $1,977$ e) $1,975$

alternativa C

Corrigindo o erro sistemático da 1ª série de medidas, temos, para as duas séries, o valor $L = 1,984\text{ m}$, sendo:

$$L = L_0 (1 + \alpha \Delta t) \quad L_0 - \text{valor correto}$$

$$1,984 = L_0 (1 + 0,0005 \cdot 5)$$

$$L_0 = 1,979\text{ m}$$

2 Um móvel parte da origem do eixo x com velocidade constante igual a 3 m/s . No instante $t = 6\text{ s}$ o móvel sofre uma aceleração $\hat{a} = -4\text{ m/s}^2$. A equação horária a partir do instante $t = 6\text{ s}$ será:

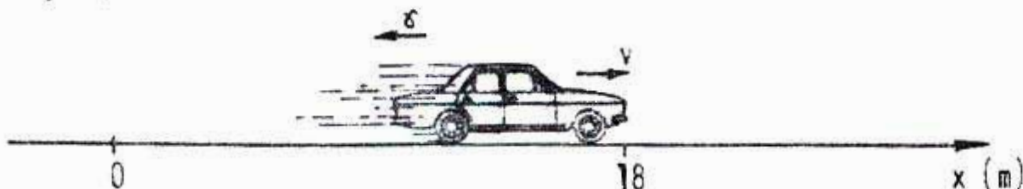
- a) $x = 3t - 2t^2$ c) $x = 18 - 2t^2$ e) $x = 27t - 2t^2$
 b) $x = 18 + 3t - 2t^2$ d) $x = -72 + 27t - 2t^2$

alternativa D

Durante o intervalo de tempo de 0 a 6 s , o móvel estará animado de MRU, percorrendo Δx tal que:

$$\Delta x = v \Delta t \implies \Delta x = 3(6) \implies \Delta x = 18\text{ m}$$

Para o eixo Ox representado, teremos MRUV com aceleração $\hat{a} = -4\text{ m/s}^2$, a partir de $t \geq 6\text{ s}$.



$$x = x_0 + vt_1 + \frac{a t_1^2}{2}, \text{ onde } t_1 = t - 6$$

$$x = 18 + 3(t - 6) - \frac{4(t - 6)^2}{2}$$

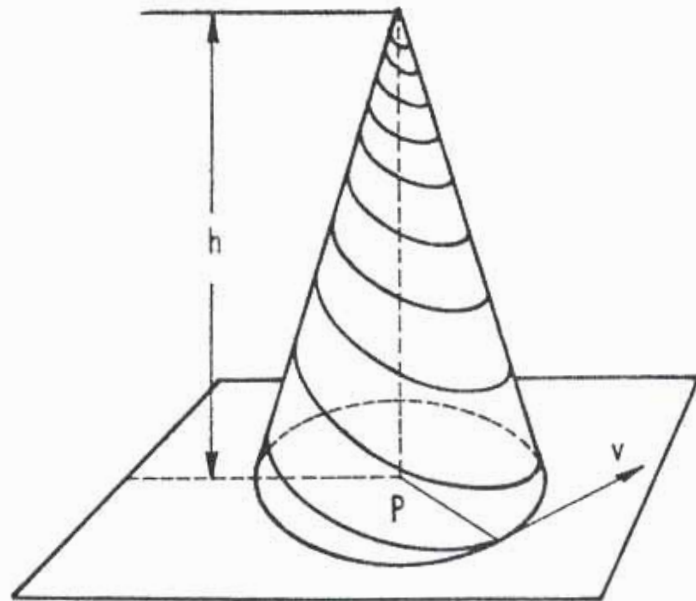
$$x = 18 + 3t - 18 - 2(t^2 - 12t + 36)$$

$$x = 3t - 2t^2 + 24t - 72 \implies$$

$$x = -72 + 27t - 2t^2$$

$$t > 6 \text{ s}$$

3 Um cone de altura h e raio da base igual a R é circundado por um trilho em forma de parafuso, conforme a figura. Uma partícula é colocada sobre o trilho, no vértice do cone, deslizando, sem atrito, até a base. Com que velocidade angular, em relação ao eixo do cone, ela deixa o trilho, no plano da base?

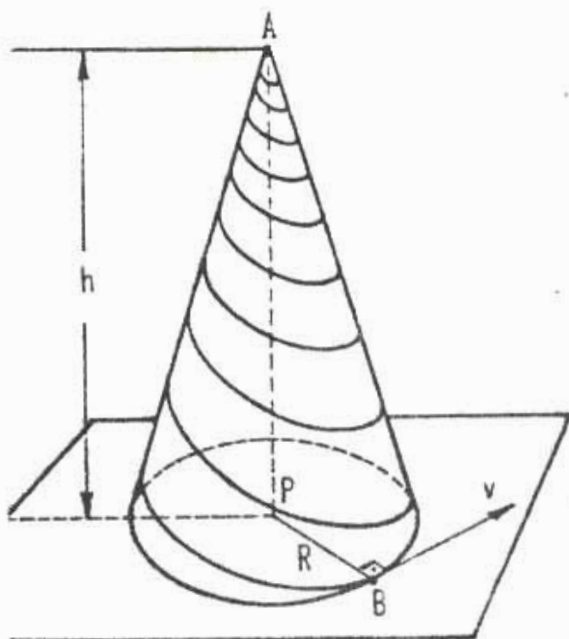


$h = 0,82 \text{ m}$ $R = 0,20 \text{ m}$

$g = 9,8 \text{ m/s}^2$

- a) $2\pi \text{ rad/s}$
- b) $4,0 \text{ rad/s}$
- c) $20\pi \text{ rad/s}$
- d) depende do número de voltas que ela dá em torno do eixo do cone
- e) 20 rad/s

alternativa E



Vamos determinar a velocidade tangencial v com que a partícula deixa o trilho no plano da base.

Do princípio da conservação da energia mecânica, para um referencial fixo no plano da base teremos:

$$E_m^A = E_m^B$$

$$mgh = \frac{mv^2}{2} \implies v^2 = 2gh$$

$$v^2 = 2(9,8)(0,82) \implies v = \sqrt{16,072}$$

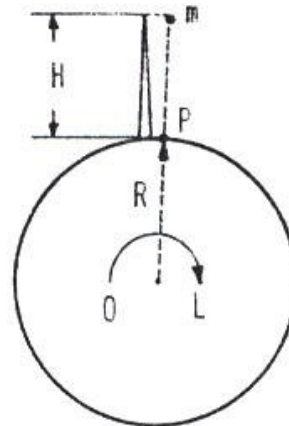
$$v = 4,01 \text{ m/s}$$

Admitindo-se que \vec{v} está contido no plano da base, vem:

$$v = \omega R$$

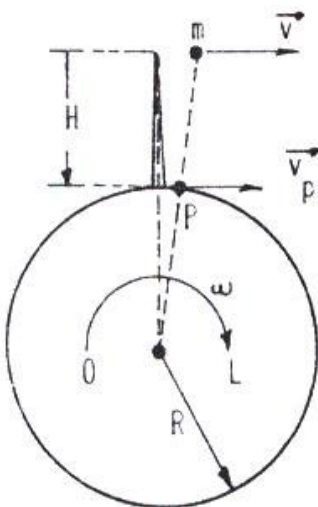
$$4,07 = \omega \cdot 0,20 \implies \omega = 20 \text{ rad/s}$$

4 Considere o equador terrestre e sobre ele montada uma torre de altura H , conforme a figura. Uma partícula de massa m é solta do alto da torre. Desprezando a resistência do ar e supondo que não haja ventos, o ponto em que a partícula atinge o solo estará em relação ao ponto P :



- a) ao norte
- b) ao sul
- c) sobre o ponto P
- d) a oeste
- e) a leste.

alternativa E



No instante em que é solta, a partícula de massa m apresenta uma componente de velocidade paralela à superfície da Terra (\vec{v}). No mesmo instante o ponto P apresenta a componente de velocidade (\vec{v}_p), ambas relativas a um referencial que translada junto com a Terra, desprovido de rotação.

Seja ω a velocidade angular da Terra; teremos:

$$\left. \begin{aligned} v &= \omega(R + H) \\ v_p &= \omega R \end{aligned} \right\} \text{sendo } \Delta v = v - v_p, \text{ teremos: } \Delta v = \omega H \implies \Delta v = \frac{2\pi}{T} H$$

Uma vez desprezada a resistência do ar, e sendo o intervalo de tempo (Δt) para a pedra tocar o solo muito pequeno diante do período (T) de rotação da Terra, Δv mantém-se invariável até a mesma tocar o solo.

Podemos estimar o deslocamento horizontal ΔS tomando o intervalo de tempo

$$\Delta t \approx \sqrt{2H/g}$$

$$\left. \begin{aligned} H &= 1 \cdot 10^2 \text{ m (ordem de grandeza da altura da torre)} \\ g &= 1 \cdot 10^1 \text{ m/s}^2 \text{ (ordem de grandeza da aceleração da gravidade)} \end{aligned} \right\} \Delta t \approx \sqrt{2 \cdot 1 \cdot \frac{10^2}{1 \cdot 10^1}} \approx 4,5 \text{ s}$$

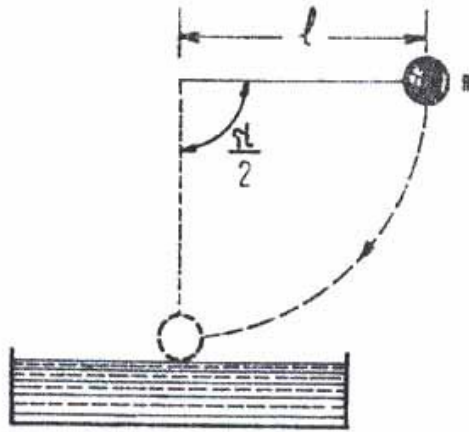
Logo: $\Delta S = \Delta v (\Delta t) \Rightarrow \Delta S = \frac{2\pi}{T} H (\Delta t)$

$\Delta S = \frac{2\pi}{24 (3600)} (1 \cdot 10^2) 4,5 \Rightarrow \Delta S = 3 \text{ cm a leste de P}$

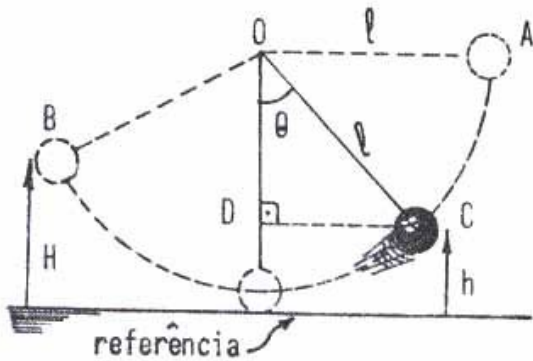
5 Um pêndulo de comprimento ℓ é abandonado na posição indicada na figura e, quando passa pelo ponto mais baixo da sua trajetória, tangencia a superfície de um líquido, perdendo em cada uma dessas passagens 30% da energia cinética que possui. Após uma oscilação completa, qual será, aproximadamente, o ângulo que o fio do pêndulo fará com a vertical?

- a) 75° b) 60° c) 55°

alternativa B



- d) 45° e) 30°



Na 1ª vez que a partícula tangencia a sua superfície líquida, ela atinge a altura H em B, tal que:

$$E_m^A = E_m^B + \frac{30}{100} E_m^A$$

$$m g \ell = m g H + \frac{30}{100} m g \ell$$

$$\ell = H + 0,3 \ell$$

$$H = 0,7 \ell$$

Ao completar uma oscilação, a partícula atinge a altura h em C, tal que:

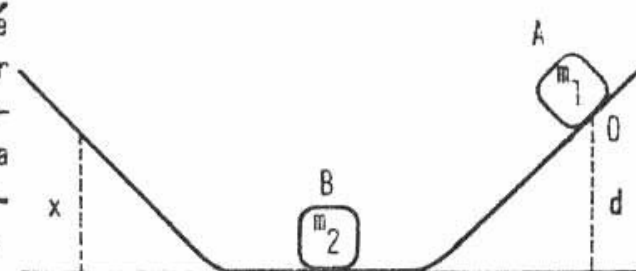
$$E_m^B = E_m^C + \frac{30}{100} E_m^B \Rightarrow m g H = m g h + \frac{30}{100} m g H$$

$$H = h + 0,3 H \Rightarrow h = 0,7 H \Rightarrow h = 0,7(0,7 \ell) \Rightarrow h = 0,49 \ell$$

$$\text{No } \triangle ODC \Rightarrow \cos \theta = \frac{OD}{OC} = \frac{\ell - h}{\ell} \Rightarrow \cos \theta = \frac{\ell - 0,49 \ell}{\ell} \Rightarrow \cos \theta = 0,51$$

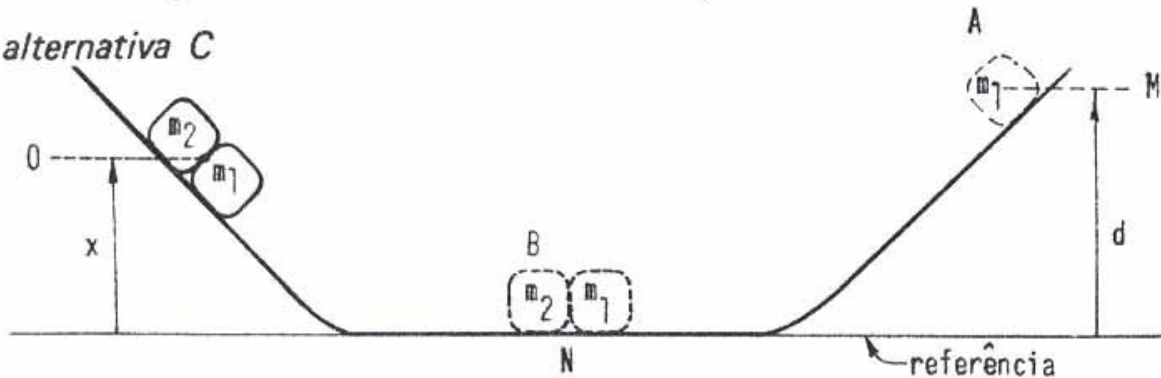
$\theta = 60^\circ$

6 Um corpo A de massa igual a m_1 é abandonado no ponto O e escorrega por uma rampa. No plano horizontal, choca-se com outro corpo B de massa igual a m_2 que estava em repouso. Os dois ficam grudados e continuam o movimento na mesma direção até atingir uma outra rampa na qual o conjunto pode subir. Considere o esquema da figura e despreze o atrito. Qual a altura x que os corpos atingirão na rampa?



- a) $x = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 gd$
- b) $x = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)^2 d$
- c) $x = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 d$
- d) $x = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right) d$
- e) $x = \frac{m_1}{(m_1 + m_2)} d$

alternativa C



O corpo A de massa m_1 atingirá o corpo B de massa m_2 com velocidade V_1 , tal que:

Princípio da conservação da energia mecânica para a referência indicada

$$E_m^M = E_m^N$$

$$m_1 g d = \frac{m_1 V_1^2}{2} \Rightarrow V_1 = \sqrt{2 g d}$$

Logo após a colisão, os dois corpos adquirem velocidade V , tal que:

Princípio da conservação da quantidade de movimento

$$m_1 V_1 = (m_1 + m_2) V \Rightarrow V = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) \cdot \sqrt{2 g d}$$

No instante em que os dois blocos atingem o ponto O, à altura x , pelo princípio da conservação da energia mecânica teremos:

$$E_m^N = E_m^O$$

$$\frac{(m_1 + m_2) V^2}{2} = (m_1 + m_2) g x \Rightarrow \frac{V^2}{2g} = x \Rightarrow x = \frac{\left[\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) \sqrt{2 g d}\right]^2}{2 g}$$

$$x = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 \cdot d$$

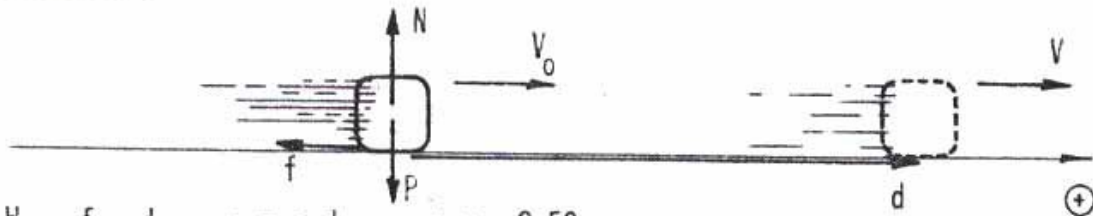
7 Um bloco de massa $m = 2,0 \text{ kg}$ desliza sobre uma superfície horizontal sem atrito, com velocidade $v_0 = 10 \text{ m/s}$, penetrando assim numa região onde existe atrito de coeficiente $\mu = 0,50$. Pergunta-se:

- a) qual é o trabalho (W) realizado pela força de atrito após ter o bloco percorrido $5,0 \text{ m}$ com atrito?
 b) qual é a velocidade do bloco ao final desses $5,0 \text{ m}$?

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

$W(\text{J})$	$v(\text{m/s})$	$W(\text{J})$	$v(\text{m/s})$
a) +50	7,1	d) -50	7,1
b) -50	6,9	e) 0	10
c) +100	0		

alternativa D



a) $W = -f \cdot d = -\mu m g d$

$W = -0,50(2,0)10(5,0)$

$W = -50 \text{ J}$

- $\mu = 0,50$
- $m = 2,0 \text{ kg}$
- $g = 10 \text{ m/s}^2$
- $d = 5,0 \text{ m}$
- $v_0 = 10 \text{ m/s}$

b) do teorema da energia cinética, vem:

$\vec{R} \cdot \vec{C} = E_c^f - E_c^i$, onde $\vec{R} \cdot \vec{C} = W$

$W = \frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$

$-50 = \frac{(2,0)V^2}{2} - \frac{(2,0)10^2}{2} \implies V^2 = 50 \implies V = 7,1 \text{ m/s}$

8 Sabendo-se que a energia potencial gravitacional de um corpo de massa M (em kg) a uma distância r (em metros) do centro da Terra é $E_p = (-4,0 \times 10^{14} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}) \frac{M}{r}$,

qual será a velocidade de lançamento que o corpo deve receber na superfície da Terra para chegar a uma distância infinita, com velocidade nula? (Ignore o atrito com a atmosfera e considere o raio da Terra como $6,4 \times 10^6 \text{ m}$).

- a) $1,25 \times 10^4 \text{ m/s}$ c) 22 km/s
 b) $5,56 \times 10^3 \text{ m/s}$ d) $19,5 \times 10^3 \text{ m/s}$ e) $1,12 \times 10^4 \text{ m/s}$

alternativa E

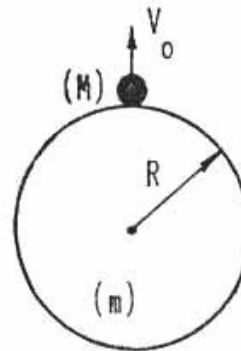
A uma distância r (em metros) do centro da Terra teremos:

$$E_p = -G \frac{M m}{r}$$

onde m é a massa da Terra, M é a massa do corpo e G a constante da gravitação.

$$\text{Logo: } -G \frac{M m}{r} = (-4,0 \cdot 10^{14}) \frac{M}{r}$$

$$G m = 4,0 \cdot 10^{14}$$

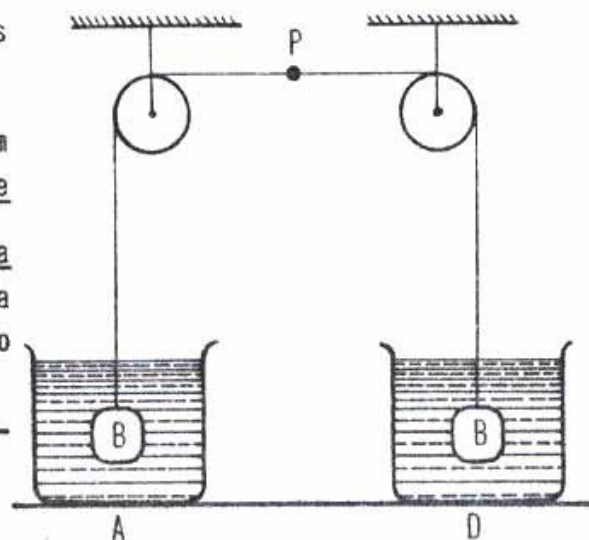


A velocidade de lançamento do corpo a partir da superfície da Terra é V_0 , tal que a uma distância infinita a energia cinética seja nula. Logo:

$$-\frac{GMm}{R} + \frac{MV_0^2}{2} = 0 \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2Gm}{R}}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2(4,0 \cdot 10^{14})}{6,4 \cdot 10^6}} \Rightarrow V_0 = 1,12 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

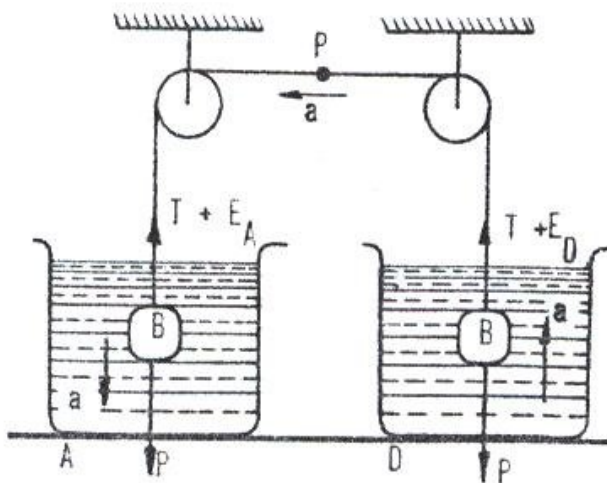
9 Na figura, os blocos B são idênticos e de massa específica $d > 1,0 \text{ g/cm}^3$. O frasco A contém água pura e o D contém inicialmente um líquido ℓ_1 de massa específica $1,3 \text{ g/cm}^3$. Se os blocos são colocados em repouso dentro dos líquidos, para que lado se desloca a marca P colocada no cordão de ligação?
(As polias não oferecem atrito e são consideradas de massa desprezível).



- a) para a direita
- b) para a esquerda
- c) depende do valor de d

- d) permanece em repouso
- e) oscila em torno da posição inicial,

alternativa B



Admitiremos que o sistema possui a aceleração indicada.

$$\text{frasco A: } P - T - E_A = m a \quad (I)$$

$$\text{frasco D: } T + E_D - P = m a \quad (II)$$

De (I) e (II), vem:

$$E_D - E_A = 2 m a \quad \left\{ \begin{array}{l} E_D = d_D V g \\ E_A = d_A V g \\ m = d \cdot V \end{array} \right.$$

$$d_A = 1,0 \text{ g/cm}^3 \quad d_D = 1,3 \text{ g/cm}^3 \quad d > 1,0 \text{ g/cm}^3$$

$$d_D V g - d_A V g = 2 d V a, \text{ donde } a = \left(\frac{d_D - d_A}{2 d} \right) \cdot g$$

Como $a > 0$, o sentido admitido inicialmente é correto, e assim P desloca-se para a esquerda.

Notamos também que somente a intensidade da aceleração depende de d , mas não seu sentido.

10 Na questão anterior, supondo-se que P sofra deslocamento, acrescenta-se ao frasco D um líquido l_2 de massa específica $0,80 \text{ g/cm}^3$ miscível em l_1 . Quando se consegue novamente o equilíbrio do ponto P, com os blocos B suspensos dentro dos frascos, quais serão as porcentagens em volume dos líquidos l_1 e l_2 ?

- | | | | | |
|----|-------|-------|-------|--------------------------|
| | l_1 | l_2 | l_1 | l_2 |
| a) | 50% | 50% | | |
| b) | 30% | 70% | d) | dependem do valor de d |
| c) | 40% | 60% | e) | 60% 40% |

alternativa C

O novo equilíbrio ocorre quando $E_A = E_D'$, ou seja, $d_A V g = d' V g$

$$\Rightarrow d' = d_A = 1,0 \text{ g/cm}^3$$

chamando:

m_1	→ massa de líquido l_1	}	$d_D = \frac{m_1}{V_1} = 1,3 \text{ g/cm}^3$
V_1	→ volume de líquido l_1		
m_2	→ massa de líquido l_2	}	$d_2 = \frac{m_2}{V_2} = 0,8 \text{ g/cm}^3$
V_2	→ volume de líquido l_2		

temos, então: $d' = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$

$$\frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = 1,0 \implies m_1 + m_2 = V_1 + V_2$$

$$1,3 V_1 + 0,8 V_2 = V_1 + V_2 \implies 0,3 V_1 = 0,2 V_2 \implies \frac{V_1}{V_2} = \frac{0,2}{0,3}$$

A porcentagem em volume de ℓ_1 é:

$$\frac{V_1}{V_1 + V_2} = \frac{0,2}{0,3 + 0,2} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4, \text{ ou seja, } \boxed{40\%}$$

A porcentagem em volume de ℓ_2 é:

$$\frac{V_2}{V_1 + V_2} = \frac{0,3}{0,3 + 0,2} = \frac{0,3}{0,5} = 0,6, \text{ ou seja, } \boxed{60\%}$$

11 Ao tomar a temperatura de um paciente, um médico só dispunha de um termômetro graduado em graus Fahrenheit. Para se precaver ele fez antes alguns cálculos e marcou no termômetro a temperatura correspondente a 42°C (temperatura crítica do corpo humano). Em que posição da escala do seu termômetro ele marcou essa temperatura?

- a) 106,2 b) 107,6 c) 102,6 d) 180,0 e) 104,4

alternativa B

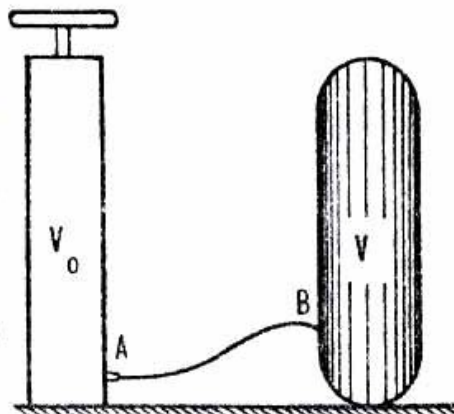
As leituras na escala Celsius (t_c) e na escala Fahrenheit (t_f) de uma dada temperatura estão relacionadas por:

$$\frac{t_c}{5} = \frac{t_f - 32}{9}$$

Temos $t_c = 42$; então: $\frac{42}{5} = \frac{t_f - 32}{9} \iff \boxed{t_f = 107,6}$

12 Na figura temos uma bomba de bicicleta, com que se pretende encher uma câmara de ar de volume V . A e B são válvulas que impedem a passagem do ar em sentido inverso. A operação se faz isotermicamente e o volume da bomba descomprimida (à pressão atmosférica P_0) é V_0 .

Inicialmente a câmara está completamente vazia. Após N compressões da bomba, a pressão na câmara será:



a) $P_0 \left(T + N \frac{V}{V_0} \right)$

c) $\frac{NP_0 V}{V_0}$

b) NP_0

d) $\frac{NP_0 V_0}{V}$

e) $\frac{NP_0 (V + V_0)}{V_0}$

alternativa D

A cada compressão a câmara recebe n mols.

$$n = \frac{P_0 V_0}{RT_0} \quad (T_0 - \text{temperatura ambiente} - \text{constante}).$$

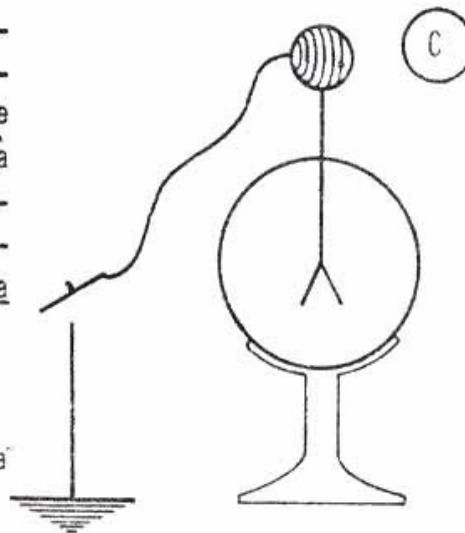
Após N compressões o volume V será ocupado por n' mols.

$$n' = N \frac{P_0 V_0}{RT_0} \text{ e a pressão } P \text{ na câmara será dada por}$$

$$P = \frac{n' RT_0}{V} = N \frac{P_0 V_0}{RT_0} \cdot \frac{RT_0}{V} \Rightarrow$$

$$P = \frac{NP_0 V_0}{V}$$

13 O eletroscópio da figura foi carregado positivamente. Aproxima-se então um corpo C carregado negativamente e liga-se a esfera do eletroscópio à terra, por alguns instantes, mantendo-se o corpo C nas proximidades. Desfaz-se a ligação à terra e a seguir afasta-se C.

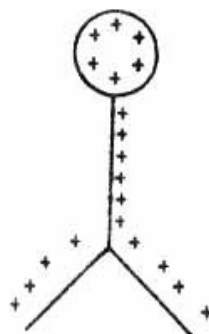


No final, a carga no eletroscópio:

- a) permanece positiva
- b) fica nula, devido à ligação com a terra
- c) torna-se negativa
- d) terá sinal que vai depender da maior ou menor aproximação de C
- e) terá sinal que vai depender do valor da carga em C.

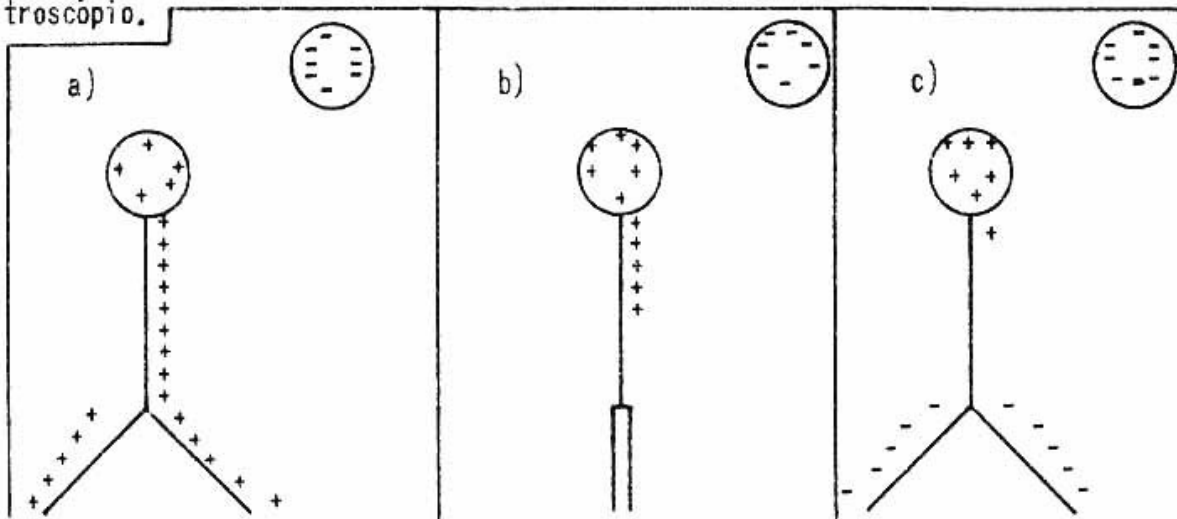
alternativa A

1) Situação inicial



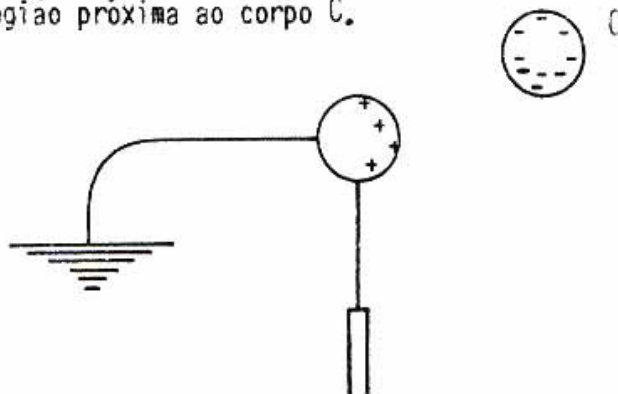
II) Eletroscópio próximo do corpo C

Teremos três possibilidades, dependendo da intensidade da carga original do eletroscópio.



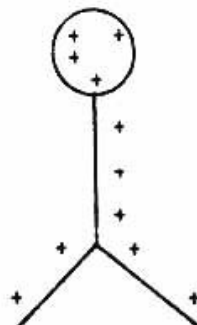
III) Eletroscópio ligado à terra

O potencial será zero, o que exige a permanência de cargas positivas no eletroscópio na região próxima ao corpo C.



IV) Situação final

O eletroscópio permanece positivo.



14 A Usina de Itaipu, quando pronta, vai gerar 12 600 MW (megawatt) de potência. Supondo que não haja absolutamente perdas e que toda a água que cai vai gerar energia elétrica, qual deverá ser o volume de água, em metros cúbicos, que deve escoar em uma hora, sofrendo um desnível de 110 m, para gerar aquela potência?

($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)

a) $1,17 \times 10^7 \text{ m}^3$

c) $4,21 \times 10^7 \text{ m}^3$

b) $1,20 \times 10^4 \text{ m}^3$

d) $4,19 \times 10^8 \text{ m}^3$

e) $7,01 \times 10^8 \text{ m}^3$

alternativa C

A potência da água que cai de uma altura h é dada por:

$$P = \frac{m \cdot g \cdot h}{\Delta t}$$

$$P = 12\,600 \cdot 10^6 \text{ W}$$

$$\Delta t = 3\,600 \text{ s}$$

$$h = 110 \text{ m}$$

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

Substituindo os valores, temos:

$$12\,600 \cdot 10^6 = \frac{m \cdot 9,8 \cdot 110}{3600}, \text{ donde } m = 4,21 \cdot 10^{10} \text{ kg, que corresponde a:}$$

$$V = 4,21 \cdot 10^{10} \ell \Rightarrow V = 4,21 \cdot 10^7 \text{ m}^3$$

15 Considere o circuito ao lado em que:

V é um voltímetro ideal ($r_i = \infty$).

A um amperímetro ideal ($r_i = 0$).

G um gerador de corrente contínua de força eletromotriz \mathcal{E} , de resistência interna r , sendo R um reostato.

A potência útil que é dissipada em R :

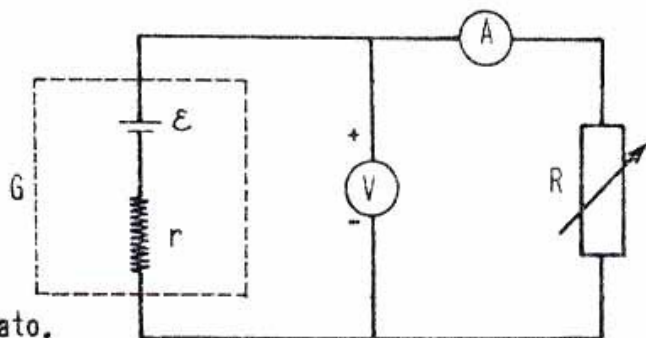
a) é máxima para R mínimo

b) é máxima para R máximo

c) não tem máximo

d) tem máximo cujo valor é $\frac{\mathcal{E}^2}{2r}$

e) tem máximo cujo valor é $\frac{\mathcal{E}^2}{4r}$

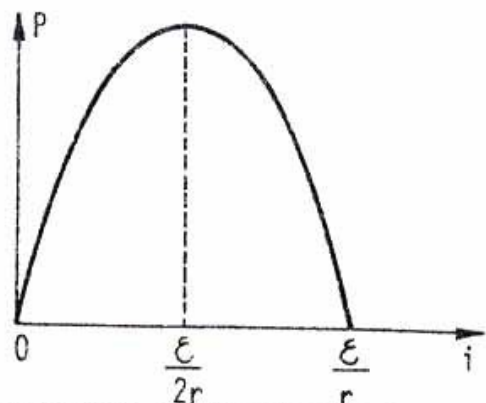


alternativa E

A potência útil dissipada em R é dada por:

$$P = U \cdot i = (\mathcal{E} - r \cdot i) \cdot i = \mathcal{E}i - ri^2$$

Podemos traçar o gráfico P versus i , obtendo:



Vemos que a máxima potência ocorre para $i = \frac{\mathcal{E}}{2r}$.

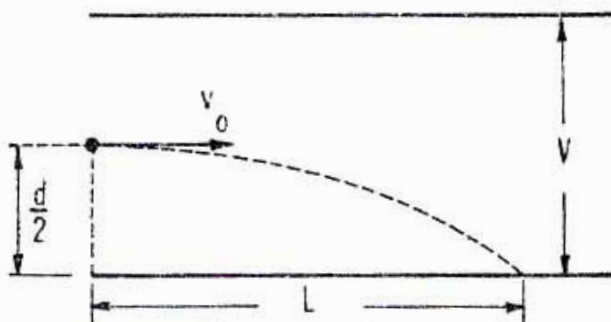
Substituindo o valor de i na equação anterior, temos:

$$P = \left[\mathcal{E} - r \cdot \left(\frac{\mathcal{E}}{2r} \right) \right] \frac{\mathcal{E}}{2r} \Rightarrow P = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}$$

16 Entre duas placas planas e paralelas, existe um campo elétrico uniforme, devido a uma diferença de potencial V aplicada entre elas. Um feixe de elétrons é lançado entre as placas com velocidade inicial v_0 .

A massa do elétron é m e q é sua carga elétrica. L é a distância horizontal que o elétron percorre para atingir uma das placas e d é a distância entre as placas.

Dados: v_0 , L , d e V , a razão entre a carga e a massa do elétron ($\frac{q}{m}$) é dada por:



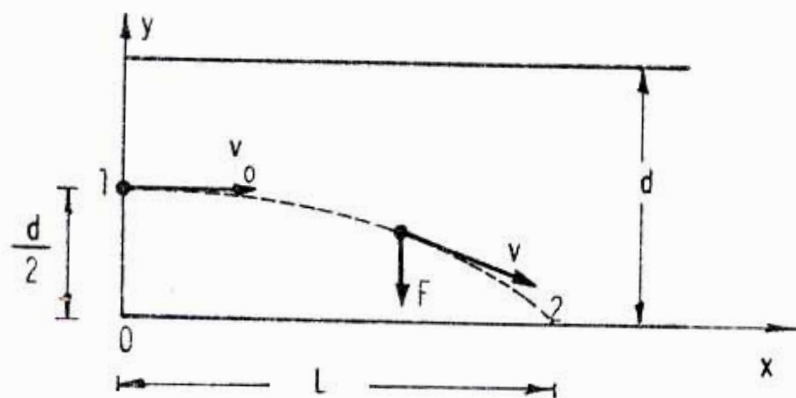
- a) $\frac{Vd}{Lv_0}$ b) $\frac{2L^2 v_0}{Vd}$ c) $\frac{V^2 L}{d^2 v_0}$ d) $\frac{d^2 v_0^2}{VL^2}$ e) $\frac{VL}{d^2 v_0^2}$

alternativa D

$$S_x = S_{0x} + v_x t$$

$$L = v_0 t \Rightarrow t = \frac{L}{v_0}$$

$$S_y = S_{0y} + v_{0y} t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$



$$0 = \frac{d}{2} + \frac{\alpha}{2} \left(\frac{L^2}{v_0^2} \right) \Rightarrow 0 = d + \left(\alpha \frac{L^2}{v_0^2} \right) \quad (1)$$

Cálculo da aceleração

$$F = m a \Rightarrow q E = m a$$

$$q \frac{V}{d} = m a \Rightarrow a = \frac{q V}{m d} \Rightarrow \alpha = - \frac{q V}{m d} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1):

$$0 = d - \frac{q V L^2}{m d v_0^2} \Rightarrow \frac{q V L^2}{m d v_0^2} = d \Rightarrow \frac{q}{m} = \frac{d^2 v_0^2}{V L^2}$$

17 Na questão anterior, a energia cinética do elétron ($\frac{1}{2}mv^2$) ao atingir a placa deve ser igual a:

- a) $\frac{1}{2}mv_0^2(1 + \frac{L^2}{d^2})$ b) $\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}qV$ c) $\frac{1}{2}qV(\frac{L}{d} + 1)$ d) $\frac{1}{2}mv_0^2 + qV$ e) qV

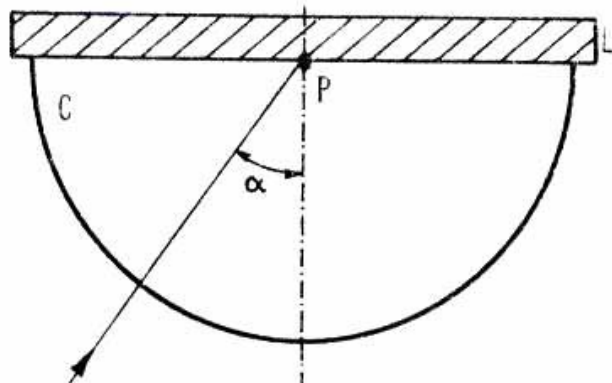
alternativa B

Como a energia total se conserva, a energia cinética perdida é igual à energia total inicial em relação ao eixo Ox. Esta energia (E) é dada por:

$$E = E_c + E_p \quad \left\| \begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2}mv_0^2 \\ E_p = q\frac{V}{2} \end{array} \right. \quad (\text{Energia potencial elétrica em relação ao eixo } Ox.)$$

Logo $E = \frac{1}{2}mv_0^2 + q\frac{V}{2}$

18 Para a determinação do índice de refração (n_1) de uma lâmina fina de vidro (L) foi usado o dispositivo da figura, em que C representa a metade de um cilindro de vidro opticamente polido, de índice de refração $n_2 = 1,80$.

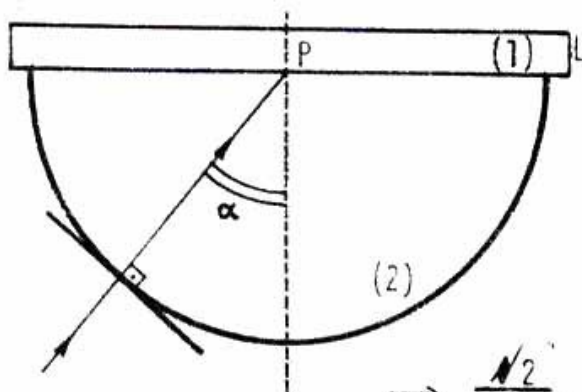


Um feixe fino de luz monocromática é feito incidir no ponto P, sob um ângulo α , no plano do papel.

Observa-se que, para $\alpha \geq 45^\circ$, o feixe é inteiramente refletido na lâmina. Qual é o valor de n_1 ?

- a) 1,00 b) 1,27 c) 2,54 d) 1,33 e) 1,41

alternativa B



$n_2 = 1,80$ $n_1 = ?$
Admitiremos que o feixe é inteiramente refletido a partir de $45^\circ = \lambda$ (ângulo limite), embora falte rigor ao enunciado.

$$\text{sen } \lambda = \frac{n_1}{n_2} \implies \text{sen } 45^\circ = \frac{n_1}{1,80} \implies$$

$$\implies \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{n_1}{1,80} \implies n_1 = \frac{1,80 \cdot 1,41}{2} \implies \boxed{n_1 = 1,27}$$

19) Uma lente A, convergente ($f_A = 10 \text{ cm}$), é justaposta a outra lente convergente B ($f_B = 5 \text{ cm}$). A lente equivalente é:

- a) divergente e $f = 3,33 \text{ cm}$ c) convergente e $f = 5,2 \text{ cm}$ e) convergente e $f = 3,33 \text{ cm}$.
 b) divergente e $f = 5,2 \text{ cm}$ d) convergente e $f = 15 \text{ cm}$

alternativa E

$$f_1 = 10 \text{ cm} \qquad f_2 = 5 \text{ cm}$$

Pelo teorema das convergências:

$C = C_1 + C_2$, onde $C = \frac{1}{f}$. Logo:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \implies \frac{1}{f} = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{1+2}{10}$$

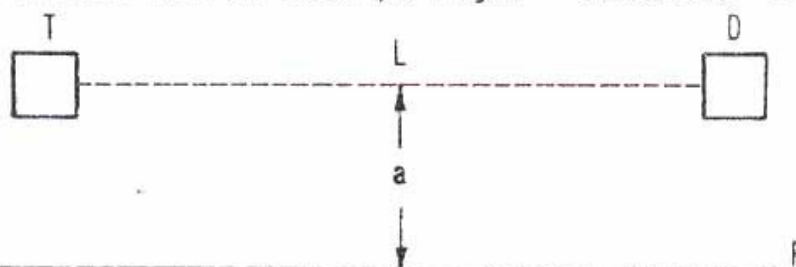
$$\frac{1}{f} = \frac{3}{10} \implies f = \frac{10}{3} \implies \boxed{f = 3,33 \text{ cm}}$$

Como $f > 0$, a lente equivalente é **CONVERGENTE**.

20) Um pequeno transdutor piezoelétrico (T), excitado por um sinal elétrico, emite ondas esféricas de frequência igual a 34 kHz.

Um detetor (D) recebe essas ondas colocado a uma distância fixa, $L = 30 \text{ cm}$, do emissor. As ondas emitidas podem refletir num plano (P) antes de chegar no receptor. Este registra uma interferência entre as ondas que chegam diretamente e as ondas refletidas. A velocidade de propagação das ondas é de 340 m/s.

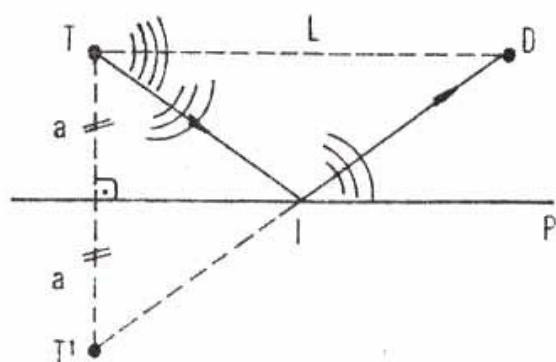
Na figura, o conjunto T-D pode deslocar-se perpendicularmente a P. Pergunta-



se: para que distância a ocorre o primeiro mínimo na intensidade registrada por D?

- a) 3,9 cm b) 2,0 cm c) 5,5 cm d) 2,8 cm e) 8,3 cm

alternativa A



Temos:

$$TD = 30 \text{ cm}$$

$$f = 34 \text{ kHz} = 34 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

$$V = 340 \text{ m/s} = 340 \cdot 10^2 \text{ cm/s}$$

T' é o centro virtual de emissão das ondas refletidas.

Pela velocidade de propagação e pela frequência, vemos tratar-se de ondas de ultra-som, para as quais deve ser observada a reflexão com inversão de fase em I.(*)

$$S_1 = TD = \text{percurso da onda direta}$$

$$S_2 = TI + ID = T'I + ID = \text{percurso da onda refletida}$$

$$\begin{aligned} \text{No } \triangle IT'D: (TI')^2 + (TD)^2 &= (T'D)^2 \implies (2a)^2 + (30)^2 = (T'D)^2 \implies \\ \implies (T'D)^2 &= 4a^2 + 900 \implies T'D = \sqrt{4a^2 + 900} \end{aligned}$$

T e T' comportam-se como fontes em oposição de fase. A interferência será destrutiva para $\Delta S = |S_2 - S_1| = n\lambda$, onde $n \in \mathbb{N}$. Descartaremos $n = 0$, pois corresponderia à fonte situada no plano refletor, portanto o primeiro mínimo deve obedecer a $\Delta S = 1 \cdot \lambda$

$$V = \lambda f \implies 340 \cdot 10^2 = \lambda \cdot 34 \cdot 10^3$$

$$\lambda = 10 \cdot 10^{-1} \text{ cm} = 1 \text{ cm}$$

$$\Delta S = T'D - TD \implies \Delta S = \sqrt{4a^2 + 900} - 30$$

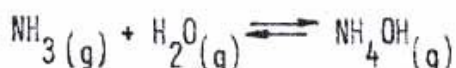
$$\begin{aligned} \Delta S = \lambda \implies \sqrt{4a^2 + 900} - 30 &= 1 \implies \sqrt{4a^2 + 900} = 31 \implies \\ \implies 4a^2 + 900 &= 961 \implies 4a^2 = 61 \implies \boxed{a = 3,9 \text{ cm}} \end{aligned}$$

(*) A reflexão sem inversão de fase não foi considerada, pois supõe condições bastante artificiais e diferentes daquelas apresentadas no problema.

QUÍMICA

1 Amônia gasosa pode ser obtida por síntese a partir de reagentes gasosos. Qual das seguintes afirmações relativas à síntese é INCORRETA, considerando que é uma reação exotérmica e reversível?

a) A equação química representativa da síntese é:



b) Quanto maior a pressão da mistura gasosa, maior a quantidade de amônia obtida a partir de determinada massa da mistura reagente, se o equilíbrio for atingido.

c) Quanto menor a temperatura da mistura gasosa, maior a quantidade de amônia obtida a partir de determinada massa da mistura reagente, se o equilíbrio for atingido.

d) Quanto maior a concentração de um reagente, maior a quantidade de amônia obtida a partir de determinada massa do outro reagente, se o equilíbrio for atingido.

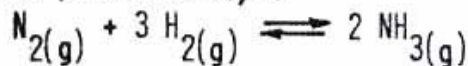
e) É possível converter integralmente em amônia uma mistura estequiométrica dos reagentes, se o produto for eliminado do sistema à medida que ele se forma.

PERGUNTA 1

Descreva, com auxílio de equações químicas, duas aplicações industriais importantes do amônia.

alternativa A

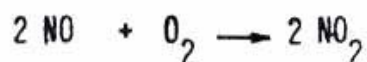
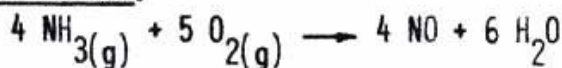
A equação química da síntese da amônia (NH_3), que pode também ser chamada de amônia gasosa (de forma pouco usual), é:



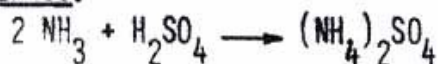
Portanto, a alternativa incorreta é a "a".

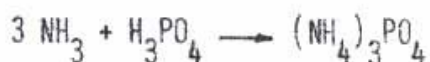
resposta da pergunta 1

(I) Produção de ácido nítrico:



(II) Produção de fertilizantes:





2 Hidreto de enxofre é subproduto de refinarias de petróleo, quando nestas se faz a dessulfuração dos combustíveis. Esse composto pode ser convertido em ácido sulfúrico através das seguintes etapas: oxidação a enxofre, realizada na refinaria de petróleo; oxidação do enxofre a dióxido de enxofre e deste, sob catálise, a trióxido de enxofre, na fábrica de ácido sulfúrico. Esse procedimento se justifica, entre outros, pelos seguintes fatos:

I. Compostos sulfurados, quando presentes nos combustíveis, produzem, por queima, gás sulfídrico que é tóxico.

II. A reação de oxidação do hidreto de enxofre a enxofre ocorre nos seguintes dois estágios:



III. Na queima do enxofre com oxigênio verifica-se elevada velocidade de formação de dióxido de enxofre e baixíssima velocidade de formação do trióxido de enxofre.

São CERTAS as afirmações:

a) apenas I

c) apenas III

e) I, II e III

b) apenas II

d) apenas II e III

PERGUNTA 2

Por que a afirmação III está certa ou está errada?

alternativa D

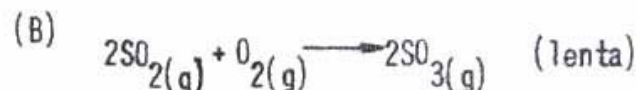
I) ERRADA : Combustíveis $\xrightarrow{\text{O}_2}$ $\text{SO}_2(\text{g})$ + outros produtos

O gás liberado é o SO_2 , e não o H_2S .

II) CORRETA : $2\text{H}_2\text{S} + 3\text{O}_2 \longrightarrow 2\text{H}_2\text{O} + 2\text{SO}_2$



III) CORRETA : (A) $\text{S}(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \longrightarrow \text{SO}_2(\text{g})$ (rápida)



Obs.: para aumentar a velocidade da reação B usamos como catalisador a $\text{Pt}, \text{V}_2\text{O}_5, \dots$

resposta da pergunta 2

As ligações entre os átomos de enxofre na reação (A) são mais fracas que as ligações entre S e O no SO_2 (B), pois estas se estabilizam por ressonância. Sendo assim, a E_c mínima na reação (A) é menor que em (B), conferindo à reação (A) uma velocidade de reação maior.

3 Nitrogênio e oxigênio coexistem no ar atmosférico, apesar de poderem combinar-se em várias proporções, formando vários óxidos. Um desses óxidos ocorre na água da chuva, acompanhada de relâmpagos, na forma de ácido nítrico cuja concentração é tão baixa que praticamente não influencia no valor do pH.

Qual das afirmações abaixo é FALSA?

- a) A reação do nitrogênio com oxigênio, formando NO, é extremamente lenta nas condições ambientes.
- b) A oxidação do NO a NO₂ pelo oxigênio atmosférico é extremamente rápida nas condições ambientes.
- c) Além de NO e NO₂ o nitrogênio forma óxidos com números de oxidação +1, +3 e +5 que, no entanto, não resultam diretamente da reação entre os elementos.
- d) Ácido nítrico forma-se na água da chuva graças à reação desta com o NO formado pela ação do relâmpago no ar atmosférico.
- e) O NO₂ dissolvido em água também fornece ácido nítrico.

PERGUNTA 3

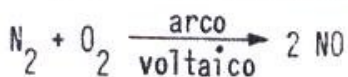
O texto inclui o processo industrial de síntese do ácido nítrico a partir do ar atmosférico. Dê as equações químicas das principais etapas desse processo.

alternativa D

O NO não reage com a água; quem produz ácido nítrico por reação com a água é o NO₂.



resposta da pergunta 3

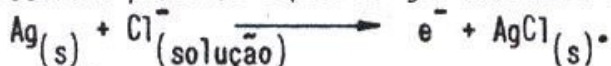


4 Num copo contendo 200,0 cm³ de solução 0,400 molar de NaCl em água, são introduzidos dois eletrodos. Um é uma chapa de platina e o outro uma chapa de prata. Ligando os eletrodos a um gerador elétrico, nota-se o seguinte:

(I) - da platina se desprende hidrogênio gasoso de acordo com:



(II) - sobre a prata se deposita AgCl insolúvel de acordo com:



Assinale a única alternativa FALSA:

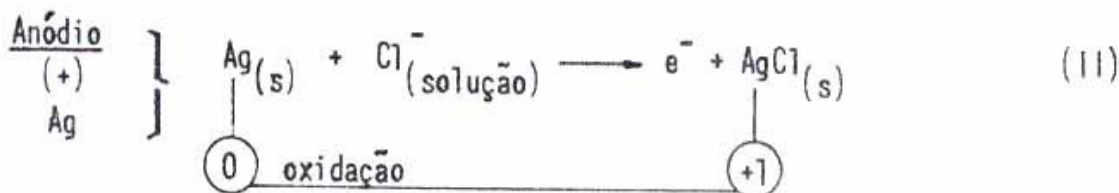
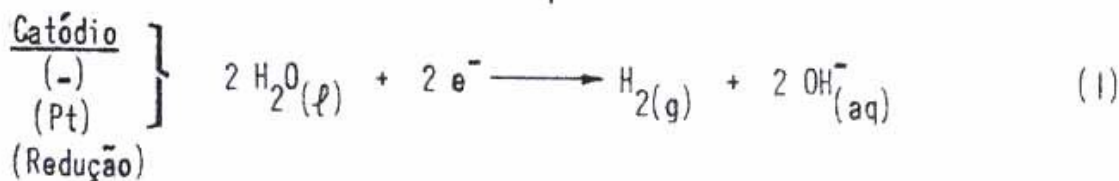
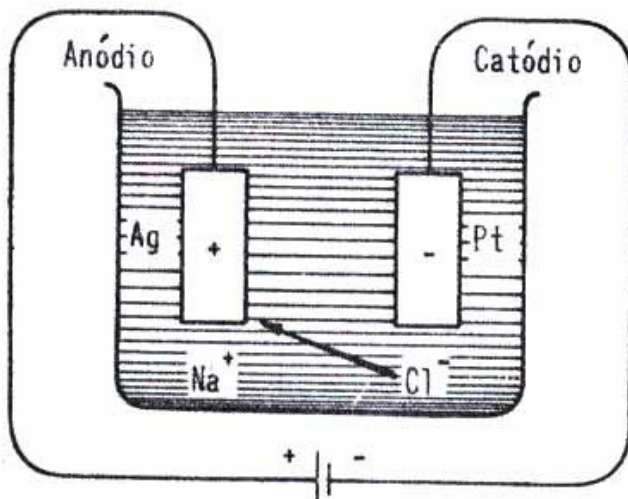
- a) II correspondente a uma oxidação
- b) II ocorre no ânodo
- c) II ocorre no eletrodo ligado ao pólo negativo do gerador
- d) na solução os ânions migram do cátodo para o ânodo
- e) apesar da eletrólise, o total do número de ânions dissolvido permanece constante.

PERGUNTA 4

A corrente constante que circula pela célula eletrolítica sendo igual a 0,500 A, calcule quantos minutos o circuito precisa ficar ligado para que se forme 0,040 mol de OH⁻.

alternativa C

V = 0,2 ℓ



(II) Ocorre no eletrodo ligado ao pólo positivo do gerador (catódo), correspondente ao anódo da eletrólise, onde temos uma oxidação. Portanto, a alternativa c é FALSA.

resposta da pergunta 4

i = 0,500 A

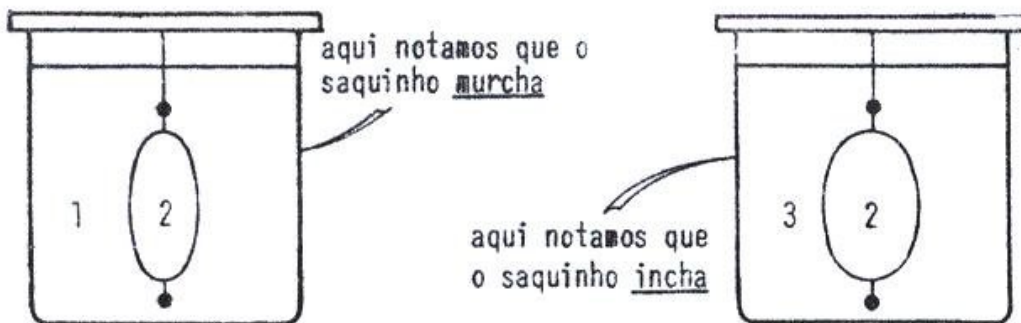
$$n_{\text{OH}^-} = 0,040 \text{ mol de OH}^- \cdot \frac{17,00 \text{ g}}{\text{mol de OH}^-} = 0,68 \text{ g}$$

$$n_{\text{OH}^-} = \frac{E_{\text{OH}^-} \cdot i \cdot t}{9,65 \cdot 10^4} \therefore t = \frac{0,68 \cdot 9,65 \cdot 10^4}{17,00 \text{ g} \cdot 0,500} = 7720 \text{ s, ou seja,}$$

$t = 129 \text{ minutos}$

5 Temos três soluções de açúcar em água (1, 2 e 3). As soluções 1 e 3 são postas em copos distintos. Com a solução 2 enchemos dois saquinhos de celofane em forma de envoltório de salsicha. Os saquinhos são suspensos por um fio, nos dois

copos, conforme esquema abaixo. Os saquinhos não "vazam", todavia seu conteúdo muda de volume conforme assinalado no desenho.



Em face das observações acima foram feitas as seguintes afirmações:

I. A pressão de vapor da água nas soluções acima cresce na seqüência 1, 2 e 3.
 II. A temperatura de início de solidificação no resfriamento decresce na seqüência 1, 2 e 3.

III. A temperatura de início de ebulição no aquecimento cresce na seqüência 1, 2 e 3.

São CERTAS as afirmações:

a) apenas I b) apenas II c) apenas III d) nenhuma e) todas

PERGUNTA 5

Explique como, das observações, se pode concluir se a afirmação I é certa ou errada.

alternativa A

I) CORRETA. O solvente sempre caminha da solução de maior pressão de vapor para a solução de menor pressão de vapor.

Da 1ª experiência temos que a pressão de vapor de 2 é maior que a pressão de vapor de 1 (saquinho murcha, solvente vai de 2 para 1).

Da 2ª experiência temos que a pressão de vapor de 3 é maior que a pressão de vapor de 2 (saquinho incha, solvente vai de 3 para 2).

Então, a ordem crescente das pressões de vapor é 1, 2 e 3.

II) ERRADA. A ordem crescente de pressões de vapor é a ordem crescente de temperaturas de início de solidificação, portanto a ordem decrescente é 3, 2 e 1.

III) ERRADA. A ordem decrescente de pressões de vapor é a ordem crescente de temperaturas de ebulição, então as temperaturas de ebulição crescem do seguinte modo: 3, 2 e 1.

resposta da pergunta 5

Já respondida na afirmação I.

6 Sabendo que as constantes de produto de solubilidade, a 25°C, para $Mg(OH)_2$ e $Ca(OH)_2$ são, respectivamente, $1,8 \times 10^{-11}$ e $1,3 \times 10^{-6}$, chega-se à conclusão que:

I. $Ca(OH)_2$ é mais solúvel em água do que $Mg(OH)_2$.

II. A solubilidade do $Ca(OH)_2$ em água é de 7×10^{-3} mol/l.

III. $\text{Ca}(\text{OH})_2$ é um eletrólito mais forte do que $\text{Mg}(\text{OH})_2$.

IV. O pH da solução aquosa saturada de $\text{Mg}(\text{OH})_2$ é maior do que e da solução aquosa saturada de $\text{Ca}(\text{OH})_2$.

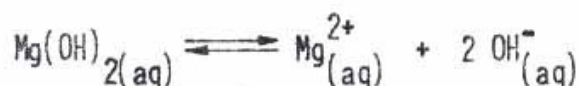
Das conclusões acima estão CERTAS:

- a) apenas I e II c) apenas I e IV e) apenas III e IV.
 b) apenas I e III d) apenas II e IV

PERGUNTA 6

Explique por que a opção d está certa ou está errada.

alternativa A



Para cada $x \text{ mol/l}$ de $\text{Mg}(\text{OH})_2$ que se dissocia formam-se $x \text{ mol/l}$ de Mg^{2+} e $2x \text{ mol/l}$ de OH^{-} , portanto, temos:

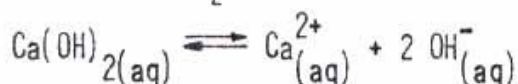
$$K_{ps} = [\text{Mg}^{2+}] [\text{OH}^{-}]^2$$

$$1,8 \cdot 10^{-11} = x \cdot (2x)^2 \Rightarrow 1,8 \cdot 10^{-11} = 4x^3$$

$$4x^3 = 18 \cdot 10^{-12}$$

$x^3 = 4,5 \cdot 10^{-12} \Rightarrow x \approx 1,7 \cdot 10^{-4}$, portanto, temos que $[\text{Mg}(\text{OH})_2] \approx 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ mol/l}$ quando ocorre saturação.

Para o $\text{Ca}(\text{OH})_2$ temos:



Para cada $y \text{ mol/l}$ de $\text{Ca}(\text{OH})_2$ que se dissocia formam-se $y \text{ mol/l}$ de Ca^{2+} e $2y \text{ mol/l}$ de OH^{-} e, portanto, temos:

$$K_{ps} = [\text{Ca}^{2+}] [\text{OH}^{-}]^2$$

$$1,3 \cdot 10^{-6} = y \cdot (2y)^2 \Rightarrow 4y^3 = 1,3 \cdot 10^{-6}$$

$$y^3 = 0,325 \cdot 10^{-6} \Rightarrow y \approx 0,7 \cdot 10^{-2} \Rightarrow y = 7 \cdot 10^{-3} \text{ mol/l} \text{ e então:}$$

$$[\text{Ca}(\text{OH})_2] \approx 7 \cdot 10^{-3} \text{ mol/l} \text{ quando da saturação.}$$

Daí concluímos que:

I) $\text{Ca}(\text{OH})_2$ é mais solúvel que o $\text{Mg}(\text{OH})_2$

II) A solubilidade do $\text{Ca}(\text{OH})_2$ em água é de $7 \cdot 10^{-3} \text{ mol/l}$ e, portanto, podemos afirmar que as conclusões corretas são I e II.

III) Nada podemos concluir sobre a força dos eletrólitos com base exclusivamente nos valores de K_{ps} .

NOTA: Se for considerado rigorosamente o cálculo com algarismos significativos, a questão não tem solução.

resposta da pergunta 6

A opção d está errada porque, embora a afirmação II esteja correta, conforme vimos na solução acima, a afirmação IV está errada porque:

$[\text{OH}^-]$ na solução de $\text{Mg}(\text{OH})_2$ é igual a $3,4 \cdot 10^{-4} \text{ mol/l}$ e a concentração de $[\text{OH}^-]$ na solução de $\text{Ca}(\text{OH})_2$ é igual a $14 \cdot 10^{-3}$, logo esta concentração é maior, portanto a solução de $\text{Ca}(\text{OH})_2$ é mais básica que a de $\text{Mg}(\text{OH})_2$ e, assim, o pH é maior.

7 Considere as substâncias:

- | | | |
|-----------------------------|---------------------|-----------------------------|
| I. CH_3COOK | III. KNO_3 | V. KHSO_4 |
| II. NH_3 | IV. KHCO_3 | VI. K_2CO_3 |

Quais são as que produzem soluções alcalinas ($\text{pH} > 7$), quando dissolvidas em água?

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| a) apenas II e VI | |
| b) apenas II, IV, V e VI | d) apenas I, II, IV e VI |
| c) apenas I, II, III e VI | e) apenas I, III, IV e V. |

PERGUNTA 7

Escreva as equações que descrevem o que ocorre quando os compostos II e IV são misturados com água.

alternativa D

I) CH_3COOK - Sal originário de ácido fraco e base forte, portanto a solução desse sal tem $\text{pH} > 7$

II) $\text{NH}_3(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\ell) \rightleftharpoons \text{NH}_4\text{OH}(\text{aq}) \rightleftharpoons \text{NH}_4^+(\text{aq}) + \text{OH}^-(\text{aq})$, portanto liberta OH^- e, logo, $\text{pH} > 7$

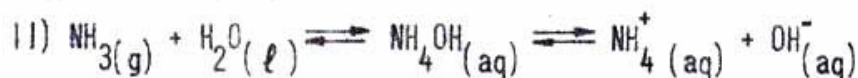
III) KNO_3 - Sal originário de ácido forte e base forte, portanto a sua solução tem $\text{pH} = 7$

IV) KHCO_3 - Sal proveniente de base forte e, embora liberte H^+ na segunda ionização, a quantidade de H^+ é muito pequena e, portanto, a solução do sal terá $\text{pH} > 7$, já que o CO_3^{2-} vem de um ácido fraco

V) KHSO_4 - Sal proveniente de uma base forte e também de um ácido forte apresenta liberação de H^+ , o que faz que a solução do sal tenha $\text{pH} < 7$

VI) K_2CO_3 - Sal proveniente de base forte e ácido fraco, logo a solução do sal tem $\text{pH} > 7$

resposta da pergunta 7



8 Dispondo-se de soluções aquosas 0,1 M dos reagentes citados abaixo e de AgCl sólido, são realizadas as seguintes experiências:

- I. junta-se $\text{Ca}(\text{CH}_3\text{COO})_2$ com HCl
- II. junta-se H_2O_2 com NaI
- III. junta-se NH_4Cl com KOH
- IV. junta-se $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$ com Na_2SO_4
- V. junta-se NH_4OH com AgCl
- VI. junta-se $\text{Fe}(\text{NO}_3)_3$ com KSCN
- VII. junta-se NaCl com AgCl.

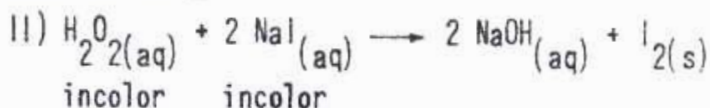
Como consequência de reações químicas é CORRETO esperar que:

- a) ocorra desprendimento de gás em I e III
- b) ocorra aparecimento de precipitado em IV e VI
- c) ocorra mudança de cor em II e VI
- d) ocorra dissolução de sólido em V e VII
- e) não ocorra desprendimento de gás nem mudança de cor em I e II.

PERGUNTA 8

Escreva as equações químicas completas correspondentes às reações que ocorrem nas experiências I, III e IV.

alternativa C

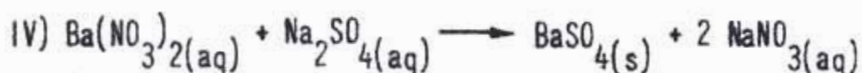
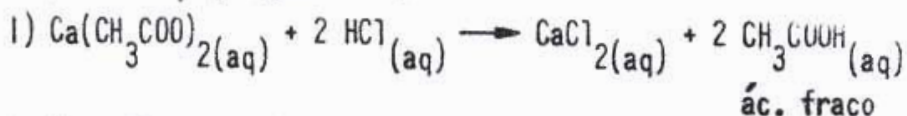


NOTA: O iodo é pouco solúvel em água, porém em presença de íons iodeto (NaI) ele se solubiliza, o que confere à solução uma coloração amarelo castanho.



O íon Fe^{3+} dá solução de cor castanha, enquanto que o íon FeSCN^{2+} dá solução de cor vermelho escarlate.

resposta da pergunta 8



As questões 9 e 10 se referem ao seguinte:

- Uma dupla de alunos, durante uma aula prática de Química, recebeu dois balões volumétricos de 1,00 L. Um dos balões, rotulado de balão A, continha 10,0 g de NaCl sólido e o outro, rotulado de balão B, continha 10,0 g de PbSO_4 sólido. Seguindo instruções, inicialmente os alunos colocaram 0,5 L de água destilada em

cada um dos balões e os agitaram vigorosamente durante alguns minutos. Posteriormente o volume de cada um dos balões foi completado com água destilada até a marca de 1,00 ℓ e os balões foram agitados novamente por mais alguns minutos.

9 Com relação à experiência realizada, um dos alunos da dupla fez as seguintes afirmações:

I. no balão A inicialmente foi obtida uma solução aquosa de NaCl, que posteriormente foi diluída.

II. no balão B inicialmente o PbSO_4 sólido foi diluído com água, porém ainda restou parte do sólido que não se dissolveu.

III. após o término da experiência o balão A continha uma solução (10,0/58,5) molar em NaCl e o balão B continha uma solução (10,0/303,3) molar em PbSO_4 .

IV. a solução do balão A não é saturada e a solução do balão B é saturada.

Das afirmações feitas estão CERTAS:

a) apenas I e II

c) apenas I e IV

b) apenas I e III

d) apenas III e IV

e) apenas I, III e IV

PERGUNTA 9

Explique por que a afirmação III está certa ou está errada.

alternativa C

I) CORRETA - Sendo o NaCl bastante solúvel, inicialmente obteve-se uma solução que posteriormente (ao completar o volume do balão com água destilada) foi diluída.

II) ERRADA - O termo diluído aplica-se apenas a soluções, e não a uma substância sólida (esta foi dissolvida, e não diluída com água).

III) ERRADA - O número de mols adicionado aos balões é

$$n_{\text{NaCl}} = 10,0 \text{ g NaCl} \cdot \frac{1 \text{ mol NaCl}}{58,5 \text{ g NaCl}} = \frac{10,0}{58,5} \text{ mol NaCl}$$

$$n_{\text{PbSO}_4} = 10,0 \text{ g PbSO}_4 \cdot \frac{1 \text{ mol PbSO}_4}{303,3 \text{ g PbSO}_4} = \frac{10,0}{303,3} \text{ mol PbSO}_4$$

Enquanto o cloreto de sódio (sal bastante solúvel) dissolve-se completamente, dando 1ℓ de solução (10,0/58,5) molar, o sulfato de chumbo (praticamente insolúvel) não se dissolve completamente. Assim, o número de mols de PbSO_4 dissolvidos será menor que (10,0/303,3).

IV) CORRETA - A solução A não é saturada, pois o NaCl é bastante solúvel. Na solução B, sendo o PbSO_4 praticamente insolúvel, a quantidade do sal adicionada é maior que a máxima quantidade que realmente se dissolve. Portanto a solução B está saturada.

resposta da pergunta 9

Está respondida na discussão acima.

10 Ainda com relação à experiência realizada, o outro componente da dupla fez as seguintes afirmações:

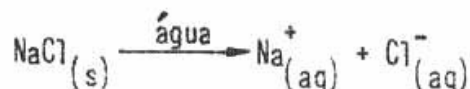
I. A solução A contém íons $\text{Na}^+_{(\text{aq})}$ e $\text{Cl}^-_{(\text{aq})}$ e a solução B contém íons $\text{Pb}^{2+}_{(\text{aq})}$ e

SO_4^{2-} porque tanto o NaCl como o PbSO_4 são substâncias iônicas.

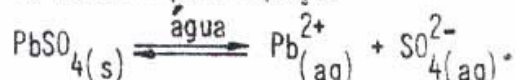
II. Tanto o $\text{NaCl}_{(s)}$ como o $\text{PbSO}_{4(s)}$ são dissociados ionicamente pela água, porém a dissociação do PbSO_4 é somente parcial, porque ele é um eletrólito fraco.

III. A condutividade elétrica da solução B deve ser maior do que a da solução A porque os íons resultantes da dissociação do PbSO_4 são duplamente carregados.

IV. A dissolução-dissociação que ocorre no balão A pode ser descrita pela equação



e a que ocorre no balão B pela equação



Das afirmações feitas estão CERTAS:

- | | | |
|-------------------|--------------------|------------------------|
| a) apenas I e II | c) apenas I e IV | e) apenas I, III e IV. |
| b) apenas I e III | d) apenas III e IV | |

PERGUNTA 10

Explique por que a afirmação IV está certa ou está errada.

alternativa C

I) CORRETA. O NaCl e PbSO_4 , sendo iônicos, quando dissolvidos na água se dissociam produzindo íons $\text{Na}^+_{(aq)}$, $\text{Cl}^-_{(aq)}$, $\text{Pb}^{2+}_{(aq)}$ e $\text{SO}_4^{2-}_{(aq)}$.

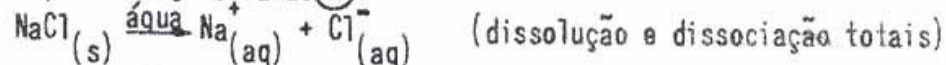
II. ERRADA. Tanto o NaCl como o PbSO_4 são eletrólitos fortes, conseqüentemente estão "totalmente" dissociados em água.

III. ERRADA. A condutividade de uma solução aumenta com a:

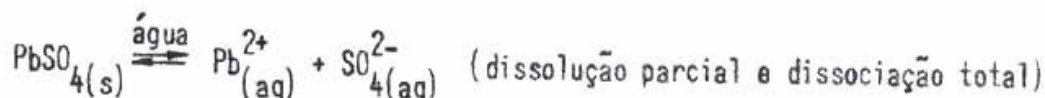
- . concentração dos íons
- . carga dos íons
- . mobilidade iônica.

Como a concentração dos íons na solução (A) é maior que em (B), os íons de (B) apresentam mais cargas (duplamente carregados) do que os íons de (A); temos aqui os dois fatores atuando em sentidos opostos e nada podemos concluir.

IV) CORRETA. No balão (A):

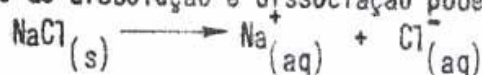


No balão (B):

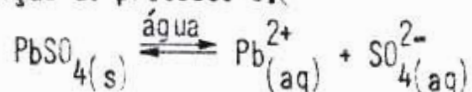


resposta da pergunta 10

Sendo o NaCl bastante solúvel em água, vamos ter a dissolução das 10 g em 1ℓ de solução. O processo de dissolução e dissociação pode ser equacionado por:



O PbSO_4 sendo praticamente insolúvel, nós não conseguiremos produzir 1ℓ de solução dissolvendo os 10g de PbSO_4 . Portanto, a parte não solubilizada vai para o fundo do recipiente, formando o "corpo de chão" que está em equilíbrio com a parte solubilizada. A equação do processo é:



11 Num equipamento adequado para permitir adição de soluções, assim como coleta e medida de volume de gases, fez-se a seguinte experiência:

Após colocar neste equipamento 100 cm³ de uma solução aquosa contendo 1,06 g de carbonato de sódio por litro de solução, adiciona-se um excesso de solução de ácido clorídrico.

Admitindo que, nesta experiência, todo o gás que pudesse ser produzido pela reação entre as duas soluções foi de fato coletado, qual o volume medido, em cm³, sabendo-se que a experiência foi realizada na temperatura de 27°C e pressão de 750 mmHg?

a) $0,10 \times 22,4$

c) $100 \times 0,0821$

e) $0,40 \times 62,3$

b) $0,10 \times 24,9$

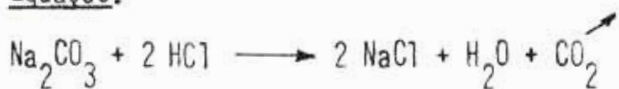
d) $0,20 \times 62,3$

PERGUNTA 11

Apresente a equação da reação que leva à produção de gás e, resumidamente, os cálculos que o levaram a escolher a resposta certa.

alternativa E

Equação:



$$C_{\text{Na}_2\text{CO}_3} = 1,06 \text{ g/l}, \text{ mas como temos } 100 \text{ cm}^3 \Rightarrow m_{\text{Na}_2\text{CO}_3} = 0,106 \text{ g}$$

$$M_{\text{Na}_2\text{CO}_3} = 106 \text{ g/mol} \Rightarrow n = \frac{m}{M_{\text{Na}_2\text{CO}_3}} \quad n = \frac{0,106 \text{ g}}{106 \text{ g/mol}} \Rightarrow n = 10^{-3} \text{ mol}$$

De acordo com a equação, 1 mol de Na_2CO_3 produz 1 mol de CO_2 , logo 10^{-3} mol forma 10^{-3} mol de CO_2 .

Aplicando-se a equação de Clapeyron nas condições:

$$P = 750 \text{ mmHg} \quad R = 62,3 \times 10^3 \frac{\text{mmHg} \times \text{cm}^3}{\text{mol} \times \text{K}} \quad V = ?$$

$$n_{\text{CO}_2} = 10^{-3} \text{ mol} \quad T = 300 \text{ K}, \text{ temos:}$$

$$PV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P}, \text{ logo:}$$

$$V = \cancel{10^{-3}} \cancel{\text{mol}} \times \frac{62,3 \times 10^3 \cancel{\text{mmHg}} \times \text{cm}^3}{\cancel{\text{mol}} \times \cancel{\text{K}}} \cdot (3 \times 10^2) \cancel{\text{K}}$$

$$V = (0,4 \times 62,3) \text{ cm}^3$$

resposta da pergunta 11

Já respondida anteriormente.

12 Em julho deste ano os jornais noticiaram que 50 moradores de um bairro de Campinas, SP, ficaram intoxicados por um gás que emanava de uma fábrica, onde ácido muriático havia sido bombeado indevidamente para um tanque contendo hipoclorito de sódio.

Qual das afirmações seguintes é CERTA?

- a) ácido muriático é um outro nome que designa o ácido sulfúrico.
- b) o gás tóxico mencionado na notícia é o ácido hipocloroso.
- c) a reação entre ácido muriático e hipoclorito de sódio pode ser representada pela equação $\text{ClO}^- + \text{Cl}^- + 2 \text{H}^+ \rightleftharpoons \text{Cl}_2 + \text{H}_2\text{O}$
- d) o hipoclorito de sódio, contido no tanque da fábrica, poderia ser destinado ao uso em piscinas, para dar uma coloração azulada à água.
- e) o gás tóxico mencionado na notícia é o anidrido sulfuroso.

PERGUNTA 12

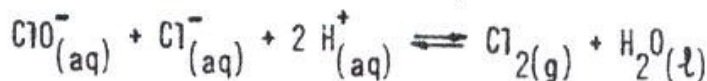
Escreva os nomes e as fórmulas de todos os ácidos oxigenados do cloro e indique, em cada uma, o número de oxidação do cloro.

alternativa C

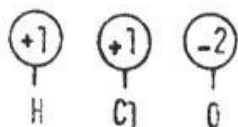
Ácido muriático é um outro nome que designa o ácido clorídrico comercial.

O hipoclorito de sódio pode ser usado em piscinas como antisséptico, mas não dá coloração azul à água.

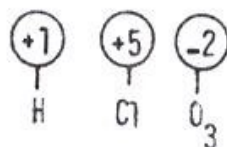
O gás tóxico é o cloro, formado pela reação:



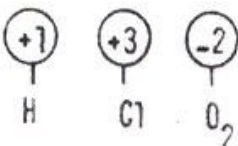
resposta da pergunta 12



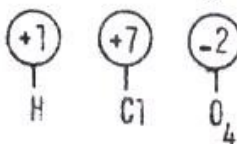
ácido hipocloroso



ácido clórico

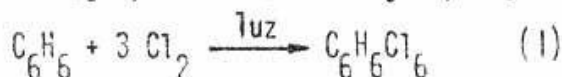


ácido cloroso



ácido perclórico

13 Benzeno e cloro reagem, em certas condições, segundo a equação:



Qual das seguintes afirmações é CERTA?

- a) o composto (1) apresenta molécula plana.
- b) (1) é um derivado polialogenado de hidrocarboneto de fórmula geral C_nH_{2n} .
- c) temos acima um exemplo típico da substituição nucleófila.
- d) a reação acima representa uma substituição eletrófila fotoquímica.
- e) nesta reação rompe-se o anel e forma-se um composto não aromático.

PERGUNTA 13

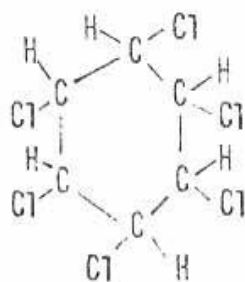
Que nome e que fórmula estrutural poderiam ser atribuídos ao composto (1)?

Cite pelo menos um emprego para compostos deste tipo.

alternativa B

O 1, 2, 3, 4, 5, 6 - hexaclorocicloexano é um derivado polialogenado do cicloexano, que é um hidrocarboneto de fórmula C_6H_{12} .

resposta da pergunta 13

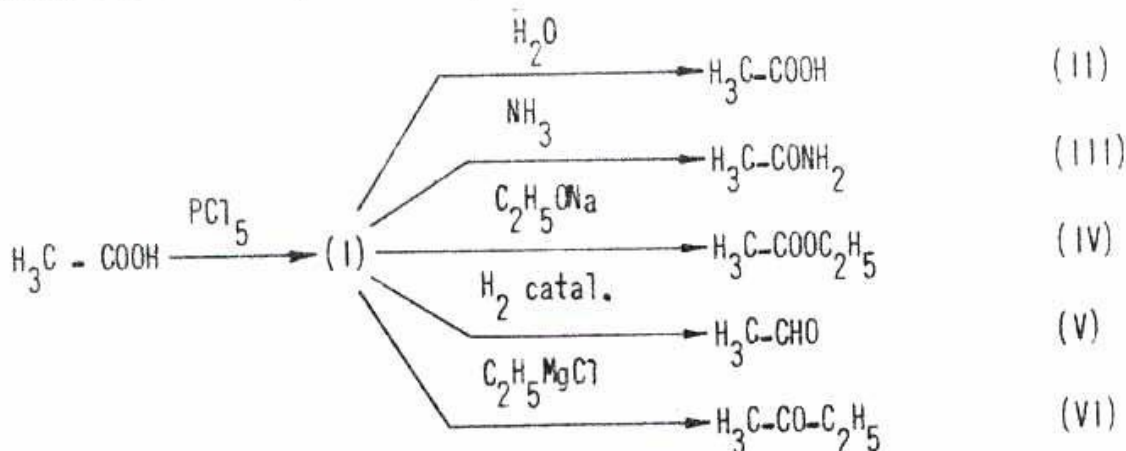


O BHC é utilizado como inseticida.

BHC

"hexaclorobenzeno" ou 1,2,3,4,5,6 hexaclorocicloexano (U.I.C.P.A.)

14 Considere o esquema de reações abaixo



Qual das afirmações seguintes é CERTA?

- a) o sal de sódio de (II) reage com (I) dando um anidrido misto.
- b) a fórmula (III) representa a metanamida.

c) o composto (IV) reage com água segundo a equação
 $(IV) + H_2O \rightleftharpoons C_2H_5-COOH + H_3C-OH$

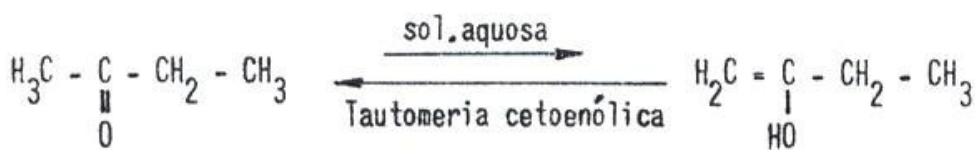
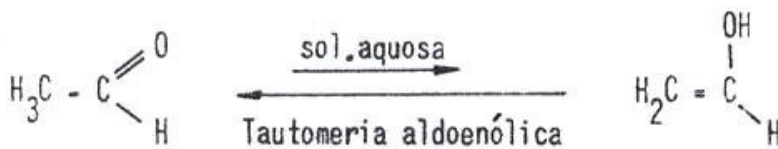
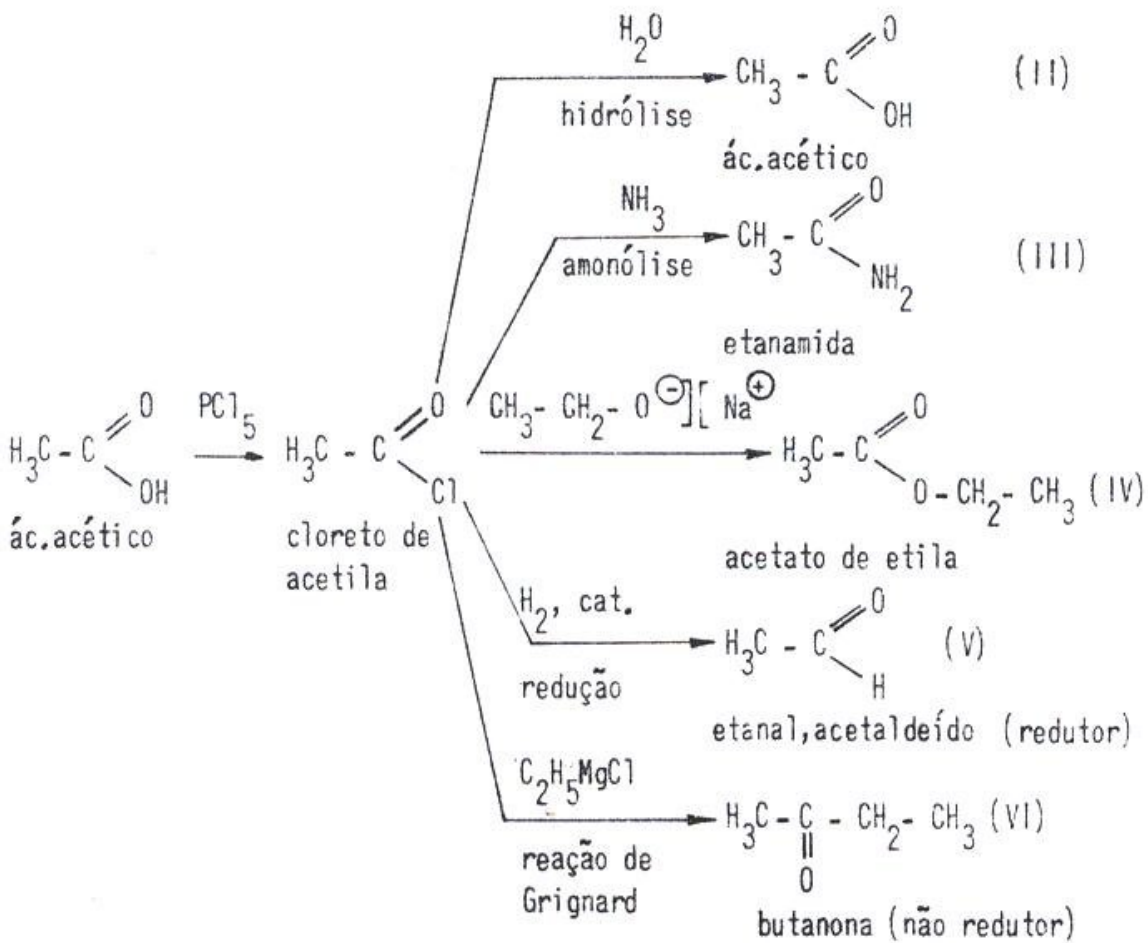
d) tanto (V) como (VI) podem ser facilmente oxidados a ácidos carboxílicos.

e) tanto (V) como (VI) podem, em princípio, apresentar o fenômeno de tautomeria.

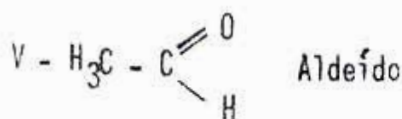
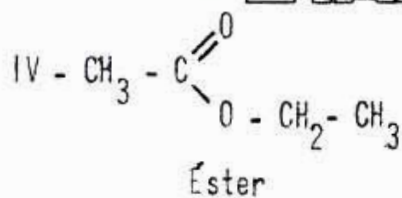
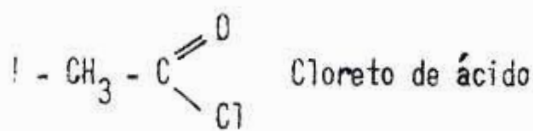
PERGUNTA 14

A que classes de compostos pertencem (I), (IV) e (V)?

alternativa E



resposta da pergunta 14



15 Ensaio qualitativos mostraram que um certo composto, constituído apenas de carbono, hidrogênio e nitrogênio, é uma monoamina primária ($\text{R} - \text{NH}_2$). Verificou-se que 0,229 g do hidrocloreto ($\text{R} - \text{NH}_2 \cdot \text{HCl}$) dessa amina, ao reagir completamente com a quantidade necessária e suficiente de nitrato de prata, forneceu 0,300 g de cloreto de prata.

Portanto o grupo $-\text{R}$ da amina deve ser:

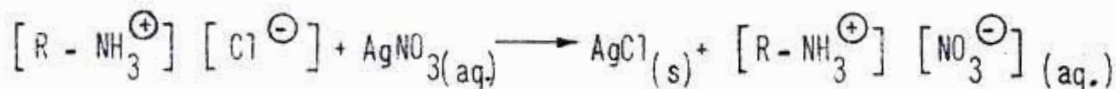
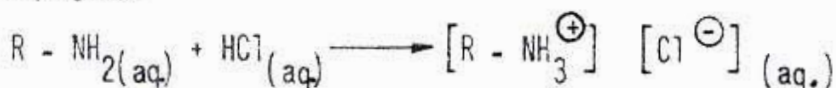
- a) CH_3 b) C_2H_5 c) C_3H_7 d) C_4H_9 e) C_5H_{11}

PERGUNTA 15

Mostre resumidamente os cálculos necessários para chegar à sua resposta.

alternativa D

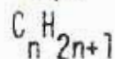
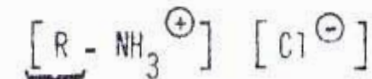
Equações:



$$n(\text{mols}) \text{R} - \text{NH}_3\text{Cl} = 0,300\text{g AgCl} \cdot \frac{1 \text{ mol AgCl}}{143\text{g AgCl}} \cdot \frac{1 \text{ mol R-NH}_3\text{Cl}}{1 \text{ mol AgCl}} = 2,09 \cdot 10^{-3} \text{ mol R-NH}_3\text{Cl}$$

m. molar eg. química

$$\text{m. molar}(\text{g/mol}) \text{R} - \text{NH}_3\text{Cl} = \frac{0,229\text{g R-NH}_3\text{Cl}}{2,09 \cdot 10^{-3} \text{ mol R-NH}_3\text{Cl}} = 110 \text{ g/mol}$$



$$\underbrace{n \cdot 12,0 + (2n+1) \cdot 1,0}_{\text{C}_n \text{H}_{2n+1}} + \underbrace{1 \cdot 14,0}_{\text{N}} + \underbrace{3 \cdot 1,0}_{\text{H}_3} + \underbrace{1 \cdot 35,5}_{\text{Cl}} = 110$$

$n = 4$, logo $\text{R} -$ é o radical $\text{C}_4\text{H}_9 -$

resposta da pergunta 15

Já respondida anteriormente.

16 Considere as seguintes substâncias: NaCl , MgCl_2 , AlCl_3 , SiCl_4 , PCl_3 , SCl_2 ,

Cl₂. A respeito delas são feitas as seguintes afirmações:

- I. o caráter covalente das substâncias aumenta da esquerda para a direita
- II. no NaCl e no MgCl₂ o diâmetro do cloro é maior do que no SiCl₄ e no SCl₂
- III. em princípio, deve-se esperar que as temperaturas de fusão das substâncias diminuam da esquerda para a direita.
- IV. no SiCl₄ o silício possui quatro orbitais de hibridação sp³.

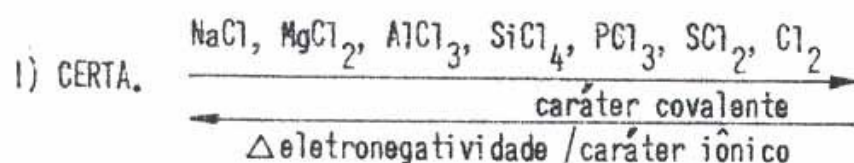
Dessas afirmações estão ERRADAS:

- | | | |
|-------------------|---------------|--|
| a) apenas I e III | c) apenas III | e) nenhuma das afirmações está errada. |
| b) apenas II e IV | d) apenas II | |

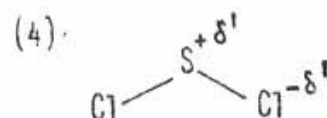
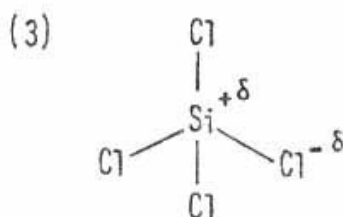
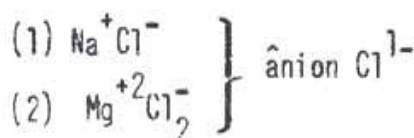
PERGUNTA 16

O que se entende por "hibridação" e por "orbital sp³"?

alternativa E



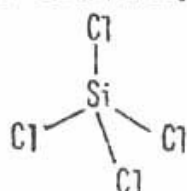
II) CERTA.



Como a densidade eletrônica do ânion (1-) é maior que as densidades eletrônicas dos átomos de cloro nos compostos 3 e 4 (-δ e -δ'), temos que as dimensões do ânion são maiores.

III) CERTA. Os pontos de fusão diminuem com a diminuição do caráter iônico e aumento do caráter covalente.

IV) CERTA.



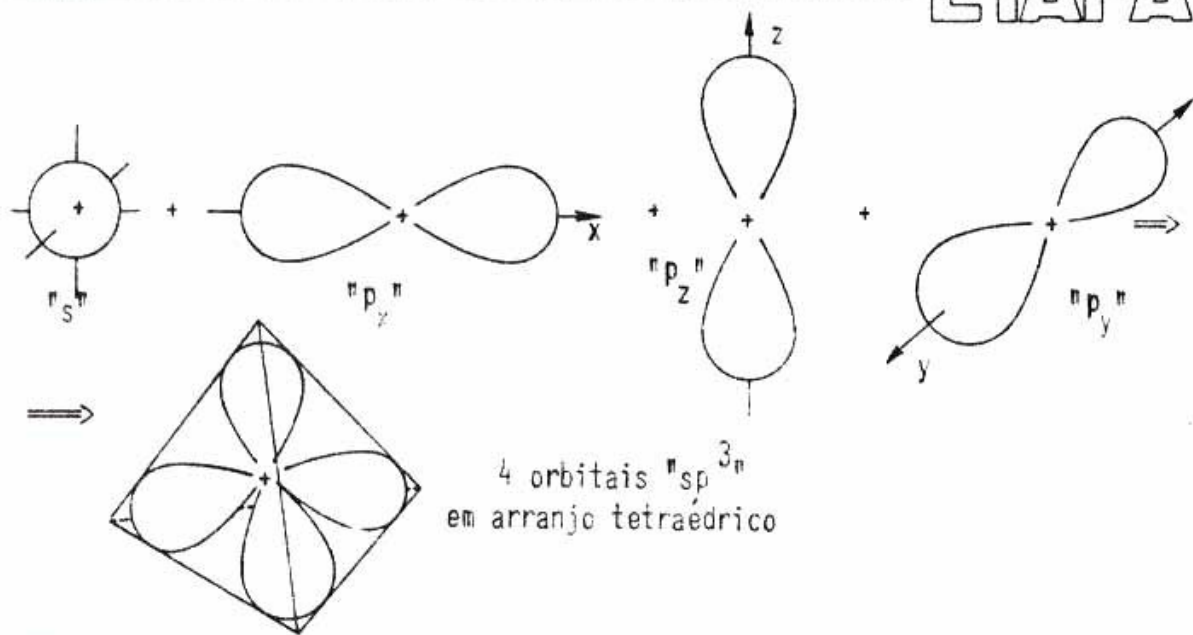
4 ligações σ (sp³ - p)

geometria tetraédrica

resposta da pergunta 16

"HIBRIDAÇÃO" é um modelo de orbitais consistente com observações experimentais de geometrias moleculares no qual se admite a combinação de orbitais atômicos fundamentais ("puros"), contribuindo, assim, para a formação dos orbitais híbridos.

Os orbitais sp³ surgem da combinação do orbital "s" com três orbitais "p":



17) Abaixo é esboçado um aparelho de Kipp. Ele foi projetado para:

- a) lavar e secar gases com auxílio de sólidos
- b) lavar e secar gases com auxílio de líquidos
- c) obter gases por reações de craqueamento térmico
- d) obter gases por reação entre líquidos
- e) obter gases por reação entre sólidos e líquidos.

PERGUNTA 17

Usando um exemplo concreto de sua escolha, explique como se carrega e como funciona o aparelho.

O que é posto em a? e em b? Para que serve c?

Como o funcionamento depende das diferenças de pressão e das diferenças de nível?

alternativa E

O aparelho de Kipp é usado para obter gases por reação química entre sólidos e líquidos.

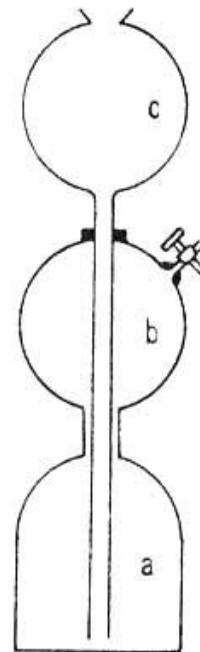
resposta da pergunta 17

O gás sulfídrico, H_2S , pode ser obtido pela reação

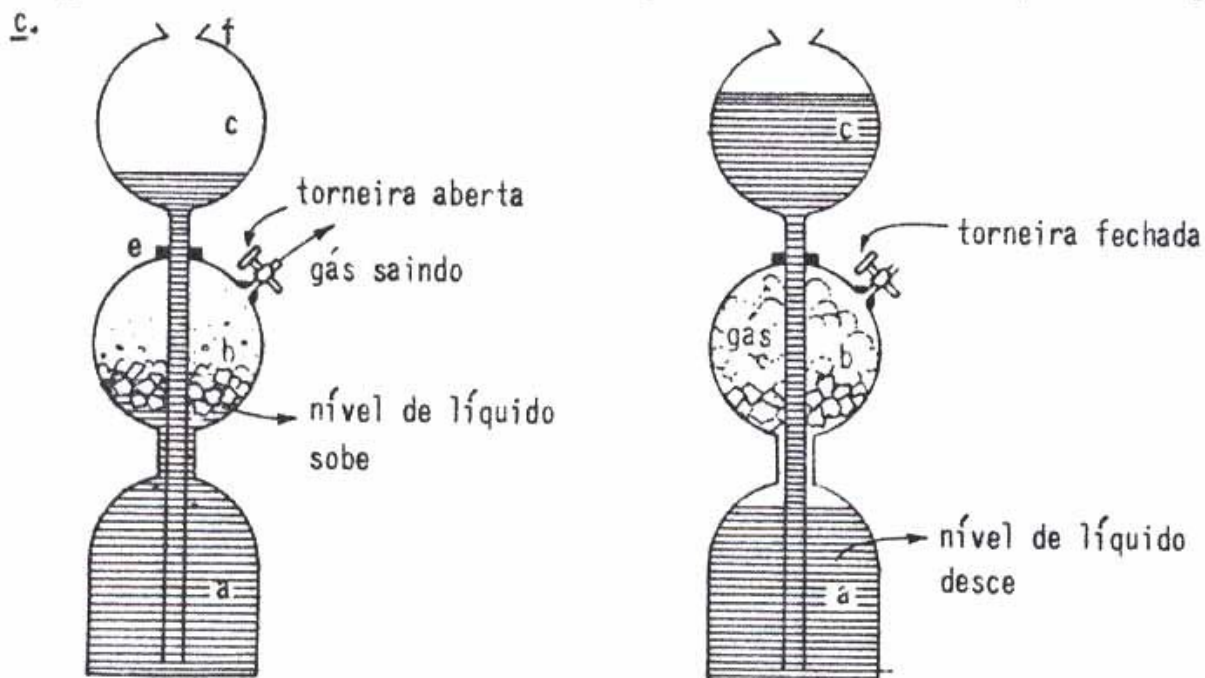


Para produzir H_2S no aparelho de Kipp, o sólido (FeS , em pedaços) fica no compartimento b e o líquido (HCl) no compartimento a e parcialmente no compartimento c.

Para carregar o aparelho de Kipp, suspende-se parcialmente a peça c e, pelo gargalo e, introduzem-se os pedaços do sólido - FeS - no compartimento b, cuidando



para que nenhum pedaço caia em a. Abaixa-se a peça c, fechando o gargalo e, e adiciona-se a solução de HCl aos compartimentos a e c pelo gargalo f. Abrindo-se a torneira (válvula) do compartimento b, a diferença entre o nível de líquido em a e c faz que o líquido atinja o compartimento b, entrando em contato com o sólido e, reagindo, produza o gás. Fechando-se a torneira, o gás produzido pela reação fica no recipiente b. Como os reagentes ainda estão em contato, a reação continua produzindo gás. A pressão do gás aumenta, expulsando o líquido do compartimento b, o que finaliza o contato dos reagentes, encerrando a produção de gás. O aparelho tem seu funcionamento baseado no equilíbrio entre a pressão do gás em b e a pressão correspondente à diferença entre os níveis de líquido entre a e c.



18 Qual das reações abaixo constitui um método simples e barato para obter, rapidamente, pequenas quantidades de $H_2(g)$ no laboratório?

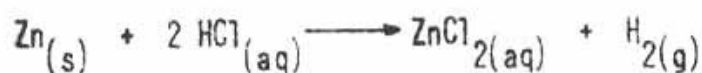
- a) juntar potássio com água
- b) juntar $Zn_{(s)}$ com $HCl_{(aq)}$
- c) misturar $NH_3(aq)$ com $HCl_{(aq)}$
- d) eletrolisar $CuSO_4(aq)$ com eletrodos de Pt
- e) aquecer C_2H_6

PERGUNTA 18

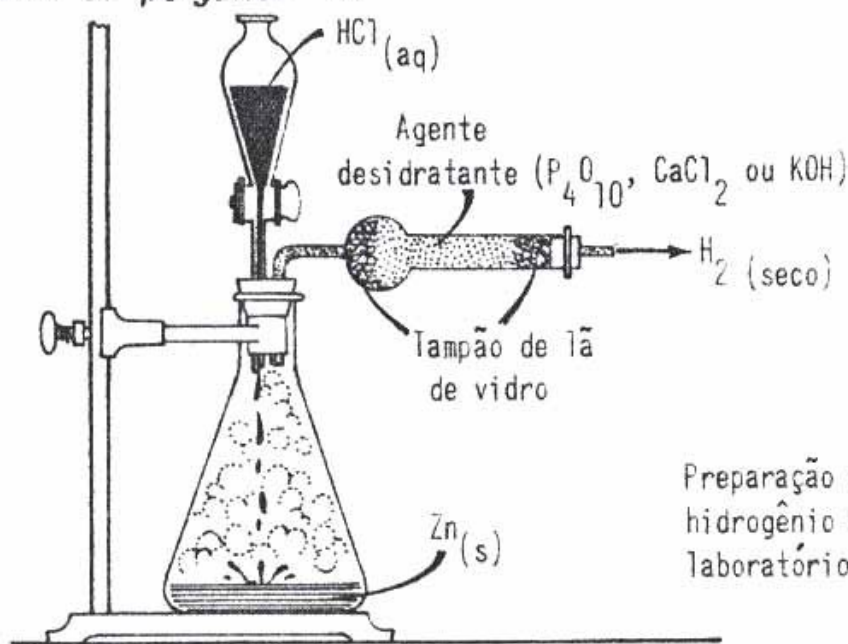
Esboce a aparelhagem que você montaria no laboratório para obter $H_2(g)$. Também explique como esta aparelhagem irá ser operada.

alternativa B

Um método prático e barato consiste na reação:



resposta da pergunta 18



Preparação do hidrogênio em laboratório

O hidrogênio obtido por esse processo (deslocamento) contém, como impurezas, vapor d'água e alguns hidretos, como hidretos de arsênio e antimônio (o arsênio e o antimônio são impurezas dos metais, no caso o zinco).

O HCl, em contato com o Zn metálico, reage, com liberação do $H_2(g)$ (veja equação representativa acima), arrastando consigo impurezas.

O vapor d'água é retido pelo agente desidratante. Deste modo obtemos $H_2(g)$ isento de umidade.

19 Nitrogênio gasoso, inicialmente na temperatura ambiente, é passado por um tubo mantido num forno. A vazão do gás é tão baixa que a pressão na saída (quente) é praticamente igual à da entrada (frio). Chamemos as vazões do gás (cm^3/s) na entrada de v_1 e na saída de v_2 . A densidade do gás (g/cm^3) na entrada é designada por d_1 e na saída por d_2 . Nas condições acima teremos que:

- a) $v_1 < v_2$; $d_1 < d_2$
- b) $v_1 < v_2$; $d_1 > d_2$
- c) $v_1 > v_2$; $d_1 < d_2$
- d) $v_1 > v_2$; $d_1 > d_2$
- e) $v_1 = v_2$; $d_1 = d_2$

PERGUNTA 19

Partindo da lei geral dos gases perfeitos, deduza uma expressão que fornece o valor da densidade de um gás (d) em função da pressão (p), da temperatura (T) e de sua massa molar (M).

alternativa B

$$PV = nRT \implies PV = \frac{m}{M} RT \implies \frac{P \cdot M}{RT} = \frac{m}{V} = d \implies d = \frac{PM}{RT}$$

A pressão é praticamente constante, segundo diz o texto, logo a densidade depende do inverso da temperatura.

Temos que $T_2 > T_1$, logo $d_2 < d_1$ ($d_1 > d_2$).

De acordo com a lei de Graham

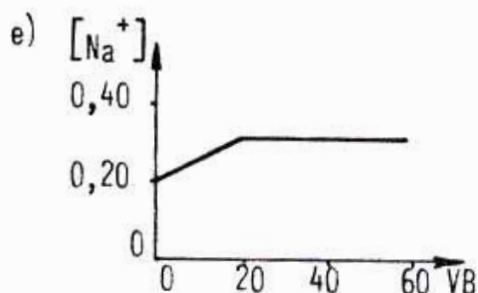
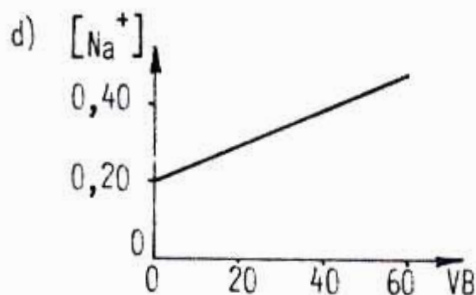
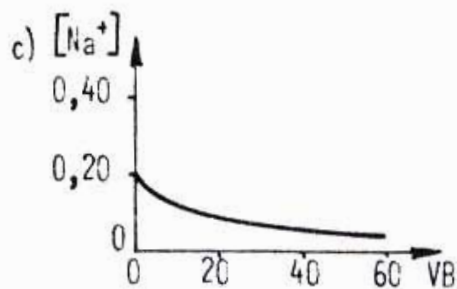
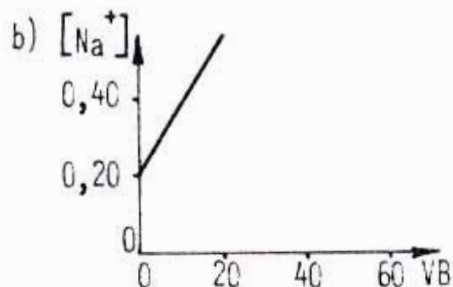
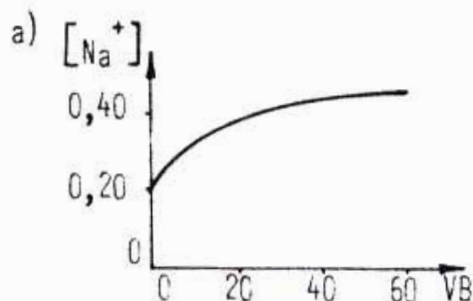
Temos: $\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{d_1}{d_2}}$ Como se vê, a relação entre as velocidades é proporcional ao inverso das densidades e, portanto, $v_2 > v_1$ ($v_1 < v_2$)

resposta da pergunta 19

$$PV = nRT \implies PV = \frac{m}{M} RT \implies \frac{PM}{RT} = \frac{m}{V} = d$$

$$d = \frac{PM}{RT}$$

20 Um copo de 100 cm^3 contém inicialmente $20,0 \text{ cm}^3$ (V_0) de uma solução $0,20 \text{ mol/l}$ de NaCl em água. Com o auxílio de uma bureta se adiciona gradualmente um volume crescente (V_b) de uma solução $0,40 \text{ mol/l}$ de NaNO_3 em água. A concentração dos íons de sódio ($[\text{Na}^+]$ em mol/l) no copo irá variar em função de V_b (em cm^3) de acordo com qual dos gráficos abaixo?



PERGUNTA 20

Deduza a expressão para $[\text{Na}^+]$ em função de V_b e dos valores das constantes dadas no enunciado da questão.

alternativa A

Temos que:

$V_b(\text{cm}^3)$	n_{Na^+}	$[\text{Na}^+]$ em mol/l
0	$4 \cdot 10^{-3}$	0,20
20	$12 \cdot 10^{-3}$	0,30
40	$20 \cdot 10^{-3}$	0,33
60	$28 \cdot 10^{-3}$	0,35

Para se obter a quantidade de íons Na^+ que se adiciona, basta fazer

$$[\text{Na}^+] = \frac{n_{\text{Na}^+}}{V_b} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n_{\text{Na}^+} = [\text{Na}^+] \cdot V_b$$

$\text{NaNO}_3(\text{aq}) \rightarrow \text{Na}^+(\text{aq}) + \text{NO}_3^-(\text{aq})$, logo $[\text{Na}^+] = 0,40 \text{ mol/l}$ na solução que é adicionada, portanto: $n_{\text{Na}^+} = 0,40 V_b$

e, como se observa na tabela, a variação da concentração é cada vez menor e, portanto, a concentração tende a se tornar a constante, assim o melhor gráfico é o da a.

resposta da pergunta 20

Se x o número de mols de Na^+ adicionados, temos:

$$[\text{Na}^+] = \frac{4 \cdot 10^{-3} + x}{0,02 + V_b} \Rightarrow [\text{Na}^+] = \frac{4 \cdot 10^{-3} + [\text{Na}^+] V_b}{0,02 + V_b} = \frac{4 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-1} V_b}{2 \cdot 10^{-2} + V_b}$$

$$[\text{Na}^+] = \frac{4 \cdot 10^{-1} (10^{-2} + V_b)}{2 \cdot 10^{-2} + V_b}$$

português

1 Dadas as palavras

1) reaver

2) inabitado

3) habilidade

Constatamos que está (estão) devidamente grafada(s)

a) Apenas a palavra nº 1.

d) Todas as palavras.

b) Apenas a palavra nº 2.

e) n.d.a.

c) Apenas a palavra nº 3.

alternativa D

Reaver, inabitado (re + haver, in + habitado), com supressão do h pela incorporação do prefixo.

2 Dadas as palavras

1) taboada

2) abcissa

3) meretíssimo

Constatamos que está (estão) devidamente grafada(s)

a) Apenas a palavra nº 1.

d) Todas as palavras.

b) Apenas a palavra nº 2.

e) n.d.a.

c) Apenas a palavra nº 3.

alternativa B

Correção: tabuada, meritíssimo.

Quanto a abcissa, há também a forma abscissa.

3 Dadas as afirmações

1) Discriminar. Destriçar; separar; discernir.

2) Ruço. Forma incorreta de RUSSO quando este significa grisalho, pardacento.

3) Peão. Espécie de brinquedo.

Constatamos que está (estão) correta(s)

a) Apenas a afirmação nº 1.

d) Todas as afirmações.

b) Apenas a afirmação nº 2.

e) n.d.a.

c) Apenas a afirmação nº 3.

alternativa A

Correção: ruço = grisalho, pardacento.

peão = indivíduo que anda a pé; peça de movimento limitado (no jogo de xadrez).

pião = brinquedo piriforme, com uma ponta de ferro.

4 Dadas as afirmações de que o plural de

1) CIRURGIÃO pode ser CIRURGIÃES.

2) VULCÃO pode ser VULCÃOS.

3) BEM-TE-VI é BEM-TE-VIS.

Constatamos que está (estão) correta(s)

- a) Apenas a afirmação nº 1.
 b) Apenas a afirmação nº 2.
 c) Apenas a afirmação nº 3.
 d) Todas as afirmações.
 e) n.d.a.

alternativa D

Cirurgião : cirurgiões, cirurgiães.

Vulcão : vulcões, vulcãos.

Bem-te-vi : bem-te-vis.

5 Analisando as sentenças

- 1) Ele foi assassinado a canivete.
 2) Sua explicação é igual a que escutei ontem.
 3) Nunca fui a festa alguma.

Constatamos que o acento indicador da crase do "A" deve ocorrer

- a) Apenas na sentença nº 1.
 b) Apenas na sentença nº 2.
 c) Apenas na sentença nº 3.
 d) Em todas as sentenças.
 e) n.d.a.

alternativa B

Não há crase diante de masculino (no caso, canivete) nem diante da expressão tes- ta alguma, pois o a, em ambos os casos, é apenas preposição.

6 Analisando as sentenças

- 1) De modo algum deverás se afastar daqui!
 2) Se você arrepender de seus pecados, será perdoado!
 3) Camisas brancas sujam-se rapidamente neste local!

Constatamos que está (estão) correta(s)

- a) Apenas a sentença nº 1.
 b) Apenas a sentença nº 2.
 c) Apenas a sentença nº 3.
 d) Todas as sentenças.
 e) n.d.a.

alternativa C

Há dois erros na frase 1: a falta de uniformidade (deverás exige te) e a colocação do pronome. Corrigindo-a, teremos:

"De modo algum te deverás afastar daqui!", ou "De modo algum deverás afastar - te daqui!"

O verbo arrepender (frase 2) é pronominal: "Se você se arrepender ..."

7 Analisando a sentença

A guerra entre o Irã e o Iraque RECRUESCEU neste fim de semana.

Constatamos que a guerra

- a) Aumentou
 b) Diminuiu
 c) Começou
 d) Paralisou
 e) n.d.a.

alternativa A

Recrudescer: tornar-se mais intenso; agravar-se; aumentar.

- 8** Dadas as palavras
- 1) tung-stê-nio
 - 2) bis-a-vô.
 - 3) du-e-lo.

Constatamos que a separação silábica está correta

- a) Apenas na palavra nº 1.
- b) Apenas na palavra nº 2.
- c) Apenas na palavra nº 3.
- d) Em todas as palavras
- e) n.d.a.

alternativa C

Divisão silábica correta:

- 1) tungs - tê - nio (ou tungs - tê - ni - o)
- 2) bi - sa - vô
- 3) du - e - lo

- 9** Dadas as palavras

- 1) apóiam
- 2) baínha
- 3) abençoó

Constatamos que está (estão) corretamente grafada(s)

- a) Apenas a palavra nº 1.
- b) Apenas a palavra nº 2.
- c) Apenas a palavra nº 3.
- d) Todas as palavras.
- e) n.d.a.

alternativa A

- 1) São acentuados os ditongos abertos em éi, ói, éu. Ex.: apóiam.
- 2) Não são acentuados os hiatos em i quando seguidos de NH, na sílaba seguinte.
Ex.: bainha.
- 3) São acentuados os hiatos em oo e ee quando a primeira vogal for tônica.
Ex.: abençoó.

- 10** Dadas as afirmações de que os verbos

- 1) requerer
 - 2) prover
 - 3) aprazer
- têm, respectivamente, como 1ª pessoa do singular do presente do indicativo

- 1) requero
- 2) provejo
- 3) aprazo

Constatamos que está (estão) correta(s)

- a) Apenas a afirmação nº 1
- b) Apenas a afirmação nº 2
- c) Apenas a afirmação nº 3
- d) Todas as afirmações
- e) n.d.a.

alternativa E

Na 1ª pessoa do singular do Presente do Indicativo, teremos:

- 1) REQUERER = requeiro
- 2) PROVER = provejo
- 3) APRAZER = aprazo

(NOTA: Embora o verbo aprazer seja quase sempre usado nas 3ªs. pessoas, não é defectivo, o que faculta o seu uso nas demais pessoas).

11 Dadas as sentenças

- 1) Claudionor nosso jardineiro comprou mesmo uma televisão em cores?
- 2) A pessoa que luta vence.
- 3) Minha profissão nunca me enriqueceu ele me confessou.

Constatamos que o uso de duas vírgulas pode ser obrigatório

- a) Apenas na sentença nº 1
- b) Apenas na sentença nº 2
- c) Apenas na sentença nº 3
- d) Em todas as sentenças
- e) n.d.a.

alternativa E

• A frase 1 pode ser pontuada de duas maneiras:

"Claudionor, nosso jardineiro, comprou mesmo ..."

"Claudionor, nosso jardineiro comprou mesmo ..."

- Pode haver aposto ("nosso jardineiro") ou vocativo ("Claudionor"), dependendo do sentido que se queira dar. Portanto, se se quer usar o aposto, as vírgulas fazem-se necessárias.

• A frase 2 possui uma oração adjetiva ("que luta"). Se restritiva, não haveria vírgulas; se explicativa, viria obrigatoriamente entre vírgulas. Portanto, dependendo da opção de sentido, as vírgulas podem ser obrigatórias. Por exemplo, no seguinte contexto: " - Você sabe a quem me refiro. A pessoa, que luta, vence. Tenho certeza. Amanhã ela conseguirá o primeiro lugar."

• Na frase 3 apenas é possível o uso de uma vírgula para marcar a oração intercalada.

"Minha profissão nunca me enriqueceu, ele me confessou."

12 Dadas as sentenças:

- 1) Seria-nos mui conveniente receber tal orientação.
- 2) Em hipótese alguma enganaria-te.
- 3) Você é a pessoa que delatou-me.

Constatamos que está (estão) correta (s)

- a) Apenas a sentença nº 1
- b) Apenas a sentença nº 2
- c) Apenas a sentença nº 3
- d) Todas as sentenças
- e) n.d.a.

alternativa E

1) "Ser-nos-ia ..." (verbo em futuro do pretérito obriga o uso da mesóclise).

2) "... alguma te enganaria." (pronomes indefinidos atraem o pronome e obrigam o uso da próclise).

3) "... que me delatou." (uso da próclise devido à atração do relativo que).

13 Dadas as sentenças

- 1) Vociferava, grunhia e a boca dela vomitava palavras ininteligíveis.
- 2) Esses são os perigos que todos estaremos sujeitos em nossa iminente missão.
- 3) Os alunos parecia que estudavam com atenção.

Constatamos que está (estão) gramaticalmente correta (s) ou é (são) estilisticamente aceita (s)

- a) Apenas a sentença nº 1
 b) Apenas a sentença nº 2
 c) Apenas a sentença nº 3
 d) Todas as sentenças
 e) n.d.a.

alternativa C

Na frase 1, o cacófono "boca dela" é inconveniente.

Na frase 2, há um erro de regência:

"... perigos a que todos estaremos sujeitos ..."

Ressalte-se, na frase 3, o hipérbato (inversão): Parecia que os alunos estudavam com atenção.

14 Assinalar a alternativa que seja gramaticalmente correta ou estilisticamente a mais aceita.

- a) A causa de todos esses problemas, afirma-nos ele, serão minuciosamente analisadas.
 b) A causa de todos estes problemas, nos afirma ele, serão minuciosamente analisadas.
 c) A causa de todos esses problemas, afirma-nos ele, serão minuciosamente analisadas.
 d) A causa de todos estes problemas, afirma -se-nos, serão minuciosamente analisadas.
 e) n.d.a.

alternativa E

Há erro na conjugação do verbo ser, cujo sujeito é "A causa de todos esses problemas". O correto seria "... será minuciosamente analisada."

15 Assinalar a alternativa que seja gramaticalmente correta ou estilisticamente a mais aceita.

- a) V.Sª deveis aprender a ser educado e pessoa com compreensão.
 b) V.Sª deve aprender a ser educado e pessoa com compreensão.
 c) V.Sª deve aprender a ser educada e pessoa com compreensão.
 d) V.Sª debes aprender a ser educado e pessoa com compreensão.
 e) n.d.a.

alternativa E

Há um problema de prolixidade, aliado a outro de paralelismo sintático.

O melhor seria "V. Sª deve aprender a ser educado (ou educada, se o pronome se referir a uma mulher) e compreensivo (ou compreensiva)."

16 Assinalar a alternativa correta

- a) Há muitas pessoas com que não nos simpatizamos.
 b) Há muitas pessoas com quem não simpatizamos.
 c) Há muitas pessoas com quem não nos simpatizamos.

- d) Há muitas pessoas com quem não simpatizamos.
e) n.d.a.

alternativa B

O verbo simpatizar rege preposição com e não é pronominal.

17 Dadas as sentenças

- 1) Haja vista o que aconteceu ontem.
- 2) Muitas pessoas haviam-no por morto.
- 3) Sem que houvesse explicações, começaram a gritar.

Constatamos que está (estão) correta (s)

- a) Apenas a sentença nº 1
- b) Apenas a sentença nº 2
- c) Apenas a sentença nº 3
- d) Todas as sentenças
- e) n.d.a.

alternativa D

"Haja vista o que aconteceu ontem" e "Haja vista ao que aconteceu ontem" são construções corretas.

Na frase 2, justifica-se o plural do verbo haver, que tem, no caso, sentido de considerar, julgar, pois o seu sujeito é "Muitas pessoas".

Obs.: caberia ressaltar que a colocação do pronome átono o é, no mínimo, discutível, já que o indefinido "muitos", sem pausa, distância ou interferência afastando-o do verbo, poderia gerar a próclise, construção até mais comum no falar brasileiro.

Na frase 3, o clássico verbo haver, impessoal, no sentido de existir.

18 Dadas as sentenças

- 1) Ela usava um estranho vestido incarnado.
- 2) As oficiais estão alerta.
- 3) Sabemos que essas dinamites custam caras.

Constatamos que está (estão) correta (s)

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| a) Apenas a sentença nº 1 | c) Apenas a sentença nº 3 |
| b) Apenas a sentença nº 2 | d) Todas as sentenças |
| | e) n.d.a. |

alternativa B

Na frase 1, encarnado.

Na frase 2, oficiala, feminino de oficial. Alerta, advérbio, invariável.

Na frase 3, caro e não caras, já que é advérbio, portanto invariável.

19 Assinalar a alternativa que seja gramaticalmente correta ou estilisticamente a mais aceita.

- a) Se você não satisfazer as exigências do curso, terá que rever tudo de novo.
- b) Se você não satisfazer às exigências do curso, terá de rever tudo de novo.

- c) Se você não satisfizer às exigências do curso, terá de rever tudo novamente.
 d) Se você não satisfizer as exigências do curso, terá de rever tudo novamente
 e) n.d.a.

alternativa E

"Se você não satisfizer ..."

O verbo satisfizer deriva de fazer.

Cabe dizer que se usaria " ... terá de rever tudo ...", já que o rigor gramatical não admite que como preposição. De novo ou novamente são expressões pleonásticas, em função do prefixo re do verbo rever.

20 Dadas as afirmações

- 1) COVARDE possui, também, a forma COBARDE.
- 2) QUOTIDIANO possui, também, a forma COTIDIANO.
- 3) DATILOGRAFIA possui, também, a forma DACTILOGRAFIA.

Constatamos que está (estão) correta (s)

- | | |
|----------------------------|------------------------|
| a) Apenas a afirmação nº 1 | |
| b) Apenas a afirmação nº 2 | d) Todas as afirmações |
| c) Apenas a afirmação nº 3 | e) n.d.a. |

alternativa D

São possíveis as seis formas propostas.

Ler o texto abaixo e assinalar a alternativa correta.

PSICODINÂMICA DAS CORES

"São as cores um importante complemento ambiental, capazes de, se bem usadas, amenizar condições naturalmente desfavoráveis.

Foi sempre instintivo no homem o correlacionamento de cores com sentimentos ou estados emocionais, como alegria, tristeza, paixão ou, ainda, com conceitos subjetivos, como pureza, pecado, etc. Assim é que as escavações feitas em Herculano e Pompéia mostram-nos os lupanares pintados de cores "estimulantes", acentuando a sugestão lúbrica do ambiente. O azul claro ou o branco, mesmo na mais remota literatura, é visto como símbolo da inocência e da virgindade, enquanto que o vermelho é sempre ligado à violência e o preto ao mal. O amarelo lembra a covardia (observar como, em muitas línguas, amarelo é sinônimo de covarde) e a timidez, ou o roxo o sofrimento. Com relação ao amarelo, é interessante o fato de que, nas pinturas bizantinas, o manto de São Pedro era sempre desta cor, como que simbolizando sua covardia, segundo a Bíblia, ao negar Jesus. Também Francisco I, da França, mandava pintar de amarelo a porta das casas dos traidores. Emocionalmente, há cores que alegrem e cores que deprimem.

Todo especialista em "marketing" e em propaganda sabe que a cor é fundamental na apresentação e aceitação do produto e, mais ainda, que isto é também condicionado ao sexo, idade ou extrato sociocultural do comprador visado. Um produto que se destina, principalmente, ao mercado feminino deverá ter, por exemplo,

embalagem em que predominem cores "femininas", isto é, que lembrem suavidade e delicadeza; já naquele que busque despertar no homem o desejo de comprar, as cores serão "masculinas", traduzindo agressividade e força. O efeito psicológico das cores pode, neste campo, ter grandes implicações. Não nos esqueçamos da pouca receptividade que, inicialmente, tiveram as geladeiras pintadas de vermelho, uma cor "quente", pois as donas-de-casa não acreditavam que gelassem tão bem como as brancas ...

Ora, se as cores transmitem mensagens e predis põem a determinados estados de espírito, podemos usá-las para tornar mais agradáveis os ambientes de trabalho ou amenizar condições menos favoráveis de certas tarefas, como a monotonia. Assim, uma sala de repouso, um gabinete de reuniões, salas de aula de uma escola, um hospital ou uma oficina terão predominância de cor ou combinação de cores que melhor condicionem o homem às solicitações ou características da função prevista para o local.

Estados de depressão ou melancolia, cansaço visual, dores de cabeça, são seqüências comuns à permanência prolongada ou à realização de atividades em ambientes em que a escolha das cores não atendeu à observação de seus possíveis efeitos. Uma cor conveniente, por outro lado, é capaz de aumentar a produtividade e reduzir muito a taxa de acidentes e de abstencionismo em uma fábrica.

Se compararmos uma oficina moderna com as de alguns anos atrás, entre outras diferenças, veremos ressaltar o uso bem mais racional das cores, tornando o ambiente mais acolhedor. Não mais temos hoje aquela sensação opressiva, determinada pela maquinaria tornada pesada e sombria pela pintura preta, que era a usual. Ao contrário, predominam agora as cores claras, tornando o ambiente maior e fazendo as máquinas parecerem leves e elegantes. Da mesma forma, uma seleção e combinação conveniente de cores pode tornar um recinto "maior", mais "alto" ou mais "acolhedor", corrigindo desproporções dimensionais. Quando nos lembramos que pelo menos um terço de nosso dia é passado no local de trabalho, cresce a importância do fato de ele ser ou não agradável. O estado de ânimo, ao fim de uma jornada, dependerá - e muito - de como nos influenciou o ambiente.

Mesmo no campo da medicina, vemos as cores serem usadas no controle de condições emocionais, em que o paciente, dependendo do caso, será mantido em ambiente cuja cor possa ajudar a despertar de apatias ou acalmar excitações. É a cromoterapia. Os hospitais também perderam aquele aspecto frio, depressivo, resultante do abuso do branco, predominando agora tonalidades alegres, condicionando psicologicamente o doente de maneira favorável."

(In VERDUSSEN, Roberto. ERGONOMIA, A RACIONALIZAÇÃO HUMANIZADA DO TRABALHO.)

21 Analisando o trecho

"... mostram-nos os lupanares pintados de cores..."

Deduzimos que "lupanares" significa

- | | | |
|-----------------|--------------------------|-----------|
| a) Prostíbulos. | c) Áreas desportivas. | |
| b) Templos. | d) Centros de pesquisas. | e) n.d.a. |

alternativa A

Lupanares : prostíbulos.

22 Baseando-nos no texto, podemos afirmar que as indústrias do século XIX

- a) Não usavam cores claras.
 b) Só usavam a cor preta.
 c) Sempre usavam cores femininas.
 d) Sempre usavam cores masculinas.
 e) n.d.a.

alternativa E

As "oficinas" de "alguns anos atrás" usualmente utilizavam-se da cor preta. O texto não indica que nunca se utilizavam de cores claras ou só usavam a cor preta.

23 Dadas as afirmações

- 1) Não há razões para se afirmar que a cor vermelha não possa aumentar a venda de determinado produto.
 2) Não há razões para sempre se evitar o uso da cor branca.
 3) O bom funcionamento de uma enceradeira, p.ex., independe de como foi pintada.

Deduzimos que pode(m) conferir com o texto

- a) Apenas a afirmação nº 1
 b) Apenas a afirmação nº 2
 c) Apenas a afirmação nº 3
 d) Todas as afirmações
 e) n.d.a.

alternativa D

1) Confere : o texto afirma que as cores são importantes para os especialistas em "marketing"/propaganda a fim de que possam avaliar a melhor aceitação de um produto. No texto, o exemplo da "falha" de marketing em se pintar as geladeiras de vermelho não pressupõe que outros produtos também não devam ser pintados de vermelho.

2) Confere : o texto não afirma que a cor branca não tenha funcionalidade.

3) Confere : as cores têm uma relação, segundo o texto, com sentimentos ou estados emocionais e não com o funcionamento técnico da maquinaria. O texto sugere que as maquinarias pintadas de cores claras tornam as máquinas mais leves e elegantes, não estabelecendo nenhuma relação com o seu funcionamento.

24 Dadas as afirmações

- 1) Independentemente do sexo da pessoa, uma determinada cor pode ser veículo de informações.
 2) CROMOTERAPIA é a ciência que se dedica ao estudo das cores.
 3) A cor preta já foi considerada símbolo de não virgindade.

Deduzimos que pode (m) conferir com o texto

- a) Apenas a afirmação nº 1.
 b) Apenas a afirmação nº 2.
 c) Apenas a afirmação nº 3.
 d) Todas as afirmações
 e) n.d.a.

alternativa A

- 1) Confere : o texto especifica que em casos de "marketing"/propaganda existe uma correlação cor/sexo. Em outros casos a simbologia das cores implica a informação independentemente do sexo.
- 2) Não confere : cromoterapia não é a ciência que se dedica ao estudo das cores, mas um campo da Medicina em que "vemos as cores serem usadas no controle de condições emocionais".
- 3) Não confere : o texto não associa cor preta com virgindade.

25 Dadas as afirmações

- 1) O uso adequado das cores, em hospitais, sem dúvida, ajuda os pacientes a se recuperarem de qualquer doença.
- 2) O uso da cor branca não impediria que pacientes se recuperassem de qualquer tipo de doença.
- 3) As cores claras são exclusivamente "femininas"

Deduzimos que pode (m) conferir com o texto

- | | |
|----------------------------|-------------------------|
| a) Apenas a afirmação nº 1 | |
| b) Apenas a afirmação nº 2 | d) Todas as afirmações. |
| c) Apenas a afirmação nº 3 | e) n.d.a. |

alternativa B

- 1) Não confere : pelo texto, as cores podem ser usadas no controle de "condições emocionais" para, dependendo do caso, auxiliar na recuperação.
- 2) Confere : a cor não cura, ela ajuda psicologicamente o paciente na sua recuperação.
- 3) Não confere : o texto observa que as cores claras (azul claro/branco) são femininas, indicando suavidade e delicadeza. Não afirma porém, que sejam exclusivamente "femininas". É bom lembrar a necessidade de se estabelecer uma correlação não só com o sexo, mas também com a idade e o extrato sociocultural.

REDAÇÃO

TEMA: Amor universal: um sentimento em extinção.

MATEMÁTICA

NOTAÇÃO

1. \mathbb{R} denotará o conjunto dos números reais.
2. \mathbb{Z} denotará o conjunto dos números inteiros.
3. z denotará um número complexo e \bar{z} , o seu conjugado.
4. i denotará a unidade imaginária ($i = \sqrt{-1}$)

1 Ao girarmos o gráfico da função

$$f(x) = \begin{cases} x & ; x \in [0, 1] \\ \sqrt{2x - x^2} & ; x \in (1, 2] \end{cases}$$

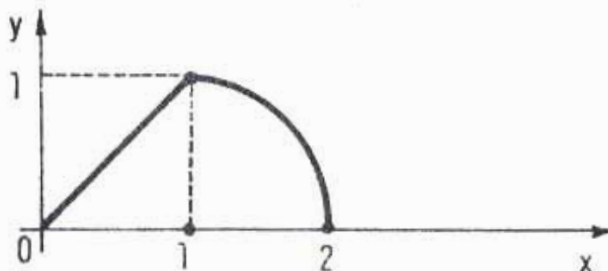
em torno do eixo das abscissas (eixo dos x), obtemos uma superfície de revolução cujo volume é:

- a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{\pi}{2}$ c) π d) 2π e) 3π

alternativa C

para $x \in [0, 1]$, $y = x$ é a equação de um segmento de reta (sendo $0 \leq y \leq 1$);
 para $x \in (1, 2]$, $y = \sqrt{2x - x^2}$ é a equação de um arco da circunferência de equação $(x - 1)^2 + (y - 0)^2 = 1$ (sendo $0 \leq y < 1$).

Assim, o gráfico da f tem o aspecto:



O volume do sólido limitado pela superfície de revolução obtida pela rotação do gráfico da f é a soma dos volumes de um cone reto de raio da base 1 e altura 1, e de um hemisfério de raio 1. Assim,

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1^2 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1^3 \iff V = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} \iff$$

$V = \pi$

2 Um general possui n soldados para tomar uma posição inimiga. Desejando efetuar um ataque com dois grupos, um frontal com r soldados e outro da retaguarda com s soldados ($r + s = n$), ele poderá dispor seus homens de:

- a) $\frac{n!}{(r + s)!}$ maneiras distintas neste ataque.
- b) $\frac{n!}{r! s!}$ maneiras distintas neste ataque.
- c) $\frac{n!}{(rs)!}$ maneiras distintas neste ataque.
- d) $\frac{2(n!)}{(r + s)!}$ maneiras distintas neste ataque.
- e) $\frac{2(n!)}{r! s!}$ maneiras distintas neste ataque.

alternativa B

Considerando que não importa a ordem dos soldados escolhidos para o grupo, e que, escolhidos r soldados para o grupo frontal, automaticamente se determinam os s soldados para o grupo de retaguarda, o problema se resume ao cálculo do número de maneiras distintas de se escolher r soldados em n , ou seja:

$$C_{n,r} = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r! (n - r)!} \quad \text{Como } n - r = s, \text{ temos } \boxed{C_{n,r} = \frac{n!}{r! s!}}$$

3 Dadas as funções $f(x^2) = \log_{2x} x$ e $g(x) = 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1$ definidas para $x > 0$ e $x \neq 1/2$, o conjunto

$$A = \{ x \in (0, 2\pi) : (g \circ f)(x) = 0 \} \text{ é dado por:}$$

- a) $A = \left\{ 4 \frac{\pi}{2 - \pi}, 4 \frac{\pi}{6 - \pi}, 4 \frac{5\pi}{6 - 5\pi} \right\}$
- b) $A = \left\{ 2 \frac{\pi}{2 - \pi}, 2 \frac{\pi}{6 - \pi}, 2 \frac{5\pi}{6 - 5\pi} \right\}$
- c) $A = \left\{ 4 \frac{\pi}{2 - \pi}, 4 \frac{\pi}{6 - \pi}, 4 \frac{5\pi}{6 - 5\pi} \right\}$
- d) $A = \left\{ 4 \frac{2\pi}{2 - \pi}, 4 \frac{2\pi}{6 - \pi}, 4 \frac{5\pi}{6 - 5\pi} \right\}$
- e) $A = \left\{ 2 \frac{\pi}{2 - \pi}, 4 \frac{\pi}{6 - \pi}, 2 \frac{5\pi}{6 - 5\pi} \right\}$

Não há alternativa correta

Se $f(x^2) = \log_{2x} x$ e $g(x) = 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1$, supondo definida, temos:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2 \sin^2 f(x) - 3 \sin f(x) + 1.$$

$$\text{Logo } (g \circ f)(x) = 0 \iff 2 \sin^2 f(x) - 3 \sin f(x) + 1 = 0 \iff \begin{cases} \sin f(x) = 1 \\ \vee \\ \sin f(x) = \frac{1}{2} \end{cases} \iff$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ f(x) = (-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

Mas, se $f(x^2) = \log_{2x} x$, temos $f(x) = f((\sqrt{x})^2) = \log_{2\sqrt{x}} \sqrt{x} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2} = \log_{4x} x$. Assim, $f(x) = \log_{4x} x$ para $x > 0$ e $x \neq \frac{1}{4}$.

Conseqüentemente, $(g \circ f)(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{4x} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ \log_{4x} x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (4x)^{\frac{\pi}{2} + 2k\pi} = x \\ (4x)^{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi} = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 4 \end{cases}$$

Na solução geral obtida, se fizermos $k = 0$, obteremos:

$$x = 4 \quad \text{ou} \quad x = 4 \quad , \quad \frac{5\pi}{6-5\pi}$$

Se fizermos $k = 1$, obteremos $x = 4 \quad , \quad \frac{-3\pi}{2+3\pi}$.

Entretanto, se fizermos, por exemplo, $k = -1$, obteremos $x = 4 \quad , \quad$ que também é solução.

Pelo enunciado, A é o conjunto verdade da equação $(g \circ f)(x) = 0$. Como A tem pelo menos quatro elementos, concluímos que nenhuma alternativa está correta.

4 Considere os números reais não nulos a, b, c e d em progressão geométrica tais que a, b e c são raízes da equação (em x) $x^3 + Bx^2 - 2Bx + D = 0$, onde B e D são números reais e $B > 0$. Se $cd - ac = -2B$, então

a) $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ e $b^2 + c^2 + d^2 = \frac{16B^2}{B^2 + 4B}$

b) $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ e $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{16B}{B^2 + 4}$

$$c) (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd) e b^2 + c^2 + d^2 = \frac{16B}{B+4}$$

$$d) (a^2 + b^2 + c^2)(b + c + d) = (ab + bc + cd)^2 e a^2 + b^2 + c^2 = \frac{16B}{B+4}$$

$$e) (a^2 + b^2 + c^2)(b + c + d) = (ab + bc + cd)^2 e a^2 + b^2 + c^2 = \frac{B+4}{16B}$$

alternativa A

1) Como (a, b, c, d) é P.G., temos:

$$(a, b, c, d) = \left(\frac{x}{3}, \frac{x}{y}, xy, xy^3 \right), \text{ onde } x, y \in \mathbb{R} - \{0\}$$

Assim:

$$(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = \left(\frac{x^2}{9} + \frac{x^2}{y^2} + x^2 y^2 \right) \left(\frac{x^2}{y^2} + x^2 y^2 + x^2 y^6 \right) =$$

$$= x^4 \left(\frac{1}{9} + \frac{2}{y^4} + 2y^4 + y^8 + 3 \right) \quad (i)$$

$$(ab + bc + cd)^2 = \left(\frac{x^2}{4} + x^2 + x^2 y^4 \right)^2 = x^4 \left(\frac{1}{8} + \frac{2}{y^4} + 2y^4 + y^8 + 3 \right) \quad (ii)$$

de (i) e (ii) temos:
$$(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$$

11) Como a, b e c são raízes de $x^3 + Bx^2 - 2Bx + D = 0$, pelas relações de Girard temos:

$$\begin{cases} a + b + c = -B & (1) \\ ab + ac + bc = -2B & (2) \\ abc = -D & (3) \end{cases}$$

Mas $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$ (4)

Substituindo (1) e (2) em (4), temos:

$$(-B)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(-2B) \iff a^2 + b^2 + c^2 = B^2 + 4B$$

$$III) \begin{cases} cd - ac = -2B \\ ab + ac + bc = -2B \end{cases} \iff ab + bc + cd = -4B \implies$$

$$\implies (ab + bc + cd)^2 = 16B^2$$

$$IV) \begin{cases} (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2 & (I) \\ a^2 + b^2 + c^2 = B^2 + 4B & (II) \\ (ab + bc + cd)^2 = 16B^2 & (III) \end{cases}$$

Substituindo (II) e (III) em (I), temos:

$$\left| \begin{array}{l} (B^2 + 4B) \cdot (b^2 + c^2 + d^2) = 16B^2 \\ B > 0 \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{b^2 + c^2 + d^2 = \frac{16B^2}{B^2 + 4B}}$$

5 Dado o polinômio P definido por $P(x) = \text{sen } \theta - (\text{tg } \theta)x + (\text{sec}^2 \theta)x^2$, os valores de θ no intervalo $[0, 2\pi]$ tais que P admita somente raízes reais são:

- a) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$
- b) $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ou $\pi < \theta < 3\frac{\pi}{2}$
- c) $\pi \leq \theta < 3\frac{\pi}{2}$ ou $3\frac{\pi}{2} < \theta \leq 2\pi$
- d) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$
- e) $\frac{\pi}{2} \leq \theta < 3\frac{\pi}{2}$

alternativa C

O polinômio $P(x) = (\text{sec}^2 \theta)x^2 - (\text{tg } \theta)x + \text{sen } \theta$ tem

$$\Delta = [-(\text{tg } \theta)]^2 - 4(\text{sec}^2 \theta) \cdot \text{sen } \theta = \text{tg}^2 \theta - 4 \text{sec}^2 \theta \text{sen } \theta \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \Delta = \frac{\text{sen}^2 \theta - 4 \text{sen } \theta}{\text{cos}^2 \theta}$$

Para que o polinômio tenha raízes reais deve ocorrer $\Delta \geq 0$, isto é,

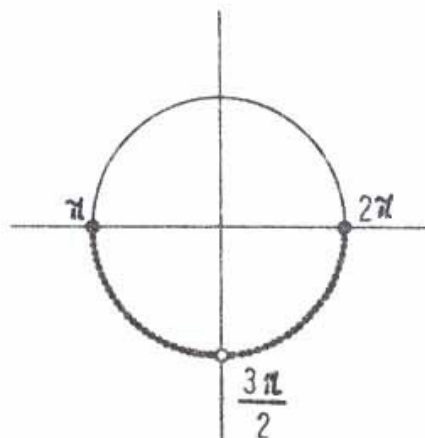
$$\frac{\text{sen}^2 \theta - 4 \text{sen } \theta}{\text{cos}^2 \theta} \geq 0 \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} \text{sen}^2 \theta - 4 \text{sen } \theta \geq 0 \\ \text{cos } \theta \neq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} \text{sen } \theta (\text{sen } \theta - 4) \geq 0 \\ \text{cos } \theta \neq 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

Como $-1 \leq \text{sen } \theta \leq 1 \Leftrightarrow -5 \leq \text{sen } \theta - 4 \leq -3$, isto é, a expressão $\text{sen } \theta - 4$ denota um número negativo, concluímos que

$$(1) \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} \text{sen } \theta \leq 0 \\ \text{cos } \theta \neq 0 \end{array} \right.$$

e para $\theta \in [0, 2\pi]$ concluímos que:

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} \pi \leq \theta < \frac{3\pi}{2} \\ \frac{3\pi}{2} < \theta \leq 2\pi \end{array} \right.$$



6 Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, onde $a = 2^{(1 + \log_2 5)}$; $b = 2^{\log_2 8}$; $c = \log_{\sqrt{3}} 81$ e $d = \log_{\sqrt{3}} 27$.

Uma matriz real quadrada B, de ordem 2, tal que AB é a matriz identidade de ordem 2 é:

- a) $\begin{bmatrix} \log_{\sqrt{3}} 27 & 2 \\ 2 & \log_{\sqrt{3}} 81 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 2 \\ 2 & -\frac{5}{2} \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} \log_2 5 & 3 \log_{\sqrt{3}} 81 \\ 5 & -2 \log_2 81 \end{bmatrix}$
- b) $\begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 2 \\ \sqrt{3} & -5 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 2 & -\frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} & \log_2 5 \end{bmatrix}$

alternativa C

$$a = 2^{(1+\log_2 5)} = 2^1 \cdot 2^{\log_2 5} = 2 \cdot 5 = 10;$$

$$b = 2^{\log_2 8} = 8$$

$$c = \log_{\sqrt{3}} 81 = \log_{\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}} 3^4 = \frac{4}{\frac{1}{2}} \log_3 3 = 8;$$

$$d = \log_{\sqrt{3}} 27 = \log_{\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}} 3^3 = \frac{3}{\frac{1}{2}} \log_3 3 = 6$$

Temos $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 8 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$

Assim, $AB = I_2 \iff B = A^{-1} = \frac{\text{adj}(A)}{|A|} = \frac{\begin{bmatrix} 6 & -8 \\ -8 & 10 \end{bmatrix}}{-4} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 2 \\ 2 & -\frac{5}{2} \end{bmatrix}$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 2 \\ 2 & -\frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

7 Sejam três funções $f, u, v : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tais que $f(x + \frac{1}{x}) = f(x) + \frac{1}{f(x)}$ para todo x não nulo e $(u(x))^2 + (v(x))^2 = 1$ para todo x real.

Sabendo-se que x_0 é um número real tal que $u(x_0) \cdot v(x_0) \neq 0$ e

$f\left(\frac{1}{u(x_0)} \cdot \frac{1}{v(x_0)}\right) = 2$, o valor de $f\left(\frac{u(x_0)}{v(x_0)}\right)$ é:

- a) -1 b) 1 c) 2 d) $\frac{1}{2}$ e) -2

alternativa B

Temos $\frac{1}{u(x_0)} \cdot \frac{1}{v(x_0)} = \frac{u^2(x_0) + v^2(x_0)}{u(x_0) \cdot v(x_0)} = \frac{u(x_0)}{v(x_0)} + \frac{v(x_0)}{u(x_0)} = \frac{u(x_0)}{v(x_0)} + \frac{1}{\frac{u(x_0)}{v(x_0)}}$

pois $[u(x)]^2 + [v(x)]^2 = 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ e $u(x_0) \cdot v(x_0) \neq 0$

Temos, ainda, $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = f(x) + \frac{1}{f(x)}$. Logo,

$$f\left(\frac{1}{u(x_0)} \cdot \frac{1}{v(x_0)}\right) = f\left(\frac{u(x_0)}{v(x_0)} + \frac{1}{\frac{u(x_0)}{v(x_0)}}\right) = f\left(\frac{u(x_0)}{v(x_0)}\right) + \frac{1}{f\left(\frac{u(x_0)}{v(x_0)}\right)} = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f^2\left(\frac{u(x_0)}{v(x_0)}\right) - 2f\left(\frac{u(x_0)}{v(x_0)}\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{f\left(\frac{u(x_0)}{v(x_0)}\right) = 1}$$

8 A solução da equação:

$\arctg x + \arctg \frac{x}{x+1} = \frac{\pi}{4}$ definida no conjunto dos reais diferentes de -1 é:

- a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{2}$ e 1 d) 2 e) 2 e 1

alternativa B

$$\arctg x + \arctg \frac{x}{x+1} = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \arctg \frac{x}{x+1} = \frac{\pi}{4} - \arctg x \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \arctg x\right) = \frac{x}{x+1} \\ -\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{4} - \arctg x < \frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} < \arctg x < \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$	$\begin{cases} \frac{\text{tg } \frac{\pi}{4} - \text{tg } \arctg x}{1 + \text{tg } \frac{\pi}{4} \cdot \text{tg } \arctg x} = \frac{x}{x+1} \\ -\frac{\pi}{4} < \arctg x < \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$
--	--

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-x}{1+x} = \frac{x}{x+1} \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}}$$

9 Dados A, B e C, ângulos internos de um triângulo, tais que $2B + C \neq \pi$ e $\alpha \in \left(\frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{3}, 2\pi\right)$, o sistema:

$$\begin{cases} \operatorname{sen} A + \operatorname{sen} B = \operatorname{sen} \left(\frac{\alpha - C}{2}\right) \\ -\operatorname{cos} A + \operatorname{cos} B = \operatorname{cos} \left(\frac{\alpha - C}{2}\right) \end{cases} \quad \text{admite como solução:}$$

a) $A = \pi - \frac{\alpha}{2}$, $B = \frac{\alpha}{2} - \frac{2\pi}{3}$ e $C = \frac{2}{3}\pi$

b) $A = \pi - \frac{\alpha}{2}$, $B = \frac{\alpha}{2}$ e $C = 0$ d) $A = \pi - \frac{\alpha}{2}$, $B = \frac{2}{3}\pi$ e $C = \frac{\alpha}{2} - \frac{2}{3}\pi$

c) $A = \frac{2\pi}{3}$, $B = \frac{\alpha}{2}$ e $C = \frac{\pi}{3} - \frac{\alpha}{2}$ e) $A = \pi$, $B = \frac{\alpha}{2}$ e $C = -\frac{\alpha}{2}$

alternativa A

Sendo $A + B + C = \pi$; $2B + C \neq \pi$ e $\alpha \in \left(\frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{3}, 2\pi\right)$, então:

$$\begin{cases} \operatorname{sen} A + \operatorname{sen} B = \operatorname{sen} \left(\frac{\alpha - C}{2}\right) \\ -\operatorname{cos} A + \operatorname{cos} B = \operatorname{cos} \left(\frac{\alpha - C}{2}\right) \end{cases} \iff \begin{cases} \operatorname{sen} (B + C) + \operatorname{sen} B = \operatorname{sen} \left(\frac{\alpha - C}{2}\right) \\ \operatorname{cos} (B + C) + \operatorname{cos} B = \operatorname{cos} \left(\frac{\alpha - C}{2}\right) \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 2 \operatorname{sen} \left(\frac{2B + C}{2}\right) \cdot \operatorname{cos} \left(\frac{C}{2}\right) = \operatorname{sen} \left(\frac{\alpha - C}{2}\right) & \text{(i)} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 2 \operatorname{cos} \left(\frac{2B + C}{2}\right) \cdot \operatorname{cos} \left(\frac{C}{2}\right) = \operatorname{cos} \left(\frac{\alpha - C}{2}\right) & \text{(ii)} \end{cases}$$

Dividindo-se (i) por (ii), temos:

$$\operatorname{tg} \left(\frac{2B + C}{2}\right) = \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha - C}{2}\right) \iff \frac{2B + C}{2} = \frac{\alpha - C}{2} \iff B + C = \frac{\alpha}{2} \quad \text{(iii)}$$

e substituindo-se (iii) em (i), temos:

$$2 \operatorname{sen} \left(\frac{\alpha - C}{2}\right) \cdot \operatorname{cos} \left(\frac{C}{2}\right) = \operatorname{sen} \left(\frac{\alpha - C}{2}\right) \iff \operatorname{cos} \left(\frac{C}{2}\right) = \frac{1}{2} \iff \frac{C}{2} = \frac{\pi}{3} \iff$$

$$\iff C = \frac{2\pi}{3} \text{ . Assim,}$$

$$\begin{cases} A + B + C = \pi \\ B + C = \frac{\alpha}{2} \\ C = \frac{2\pi}{3} \end{cases} \iff \begin{cases} A = \pi - \frac{\alpha}{2} \\ B = \frac{\alpha}{2} - \frac{2\pi}{3} \\ C = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

10 Determine o polinômio P de 3º grau que apresenta uma raiz nula e satisfaz a condição $P(x - 1) = P(x) + (2x)^2$ para todo x real. Com o auxílio deste, podemos calcular a soma $2^2 + 4^2 + \dots + (2n)^2$, onde n é um número natural, que é igual a:

- a) $\frac{4}{3}n^3 - 2n^2 - \frac{2}{3}n$ c) $\frac{4}{3}n^3 - 2n^2 + \frac{2}{3}n$ e) $n^3 + n^2 + 2n$
 b) $\frac{4}{3}n^3 + 2n^2 + \frac{2}{3}n$ d) $4n^3 + 2n^2 + n$

alternativa B

Se P é um polinômio do 3º grau com uma raiz nula, então

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx; a, b, c \in \mathbb{R} \text{ e } a \neq 0$$

Como $P(x - 1) - P(x) = (2x)^2 \forall x \in \mathbb{R}$, temos

$$a(x - 1)^3 + b(x - 1)^2 + c(x - 1) - ax^3 - bx^2 - cx = (2x)^2 \iff$$

$$\iff (-3a - 4)x^2 + (3a - 2b)x - a + b - c = 0 \iff \begin{cases} -3a - 4 = 0 \\ 3a - 2b = 0 \\ -a + b - c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = -\frac{4}{3} \\ b = -2 \\ c = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Assim, $P(x) = -\frac{4}{3}x^3 - 2x^2 - \frac{2}{3}x$. Como $P(x - 1) - P(x) = (2x)^2$, temos:

$$P(1 - 1) - \cancel{P(1)} = (2 \cdot 1)^2$$

$$P(2 - 1) - \cancel{P(2)} = (2 \cdot 2)^2$$

$$P(3 - 1) - \cancel{P(3)} = (2 \cdot 3)^2$$

⋮

$$P(n - 1) - \cancel{P(n)} = (2n)^2$$

$$P(0) - P(n) = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2 \iff 0 - (-\frac{4}{3}n^3 - 2n^2 - \frac{2}{3}n) =$$

$$= 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2 \iff \boxed{2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2 = \frac{4}{3}n^3 + 2n^2 + \frac{2}{3}n}$$

11 Seja a um número real tal que $a \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, onde $k \in \mathbb{Z}$.

Se (x_0, y_0) é solução do sistema

$$(2 \sec a) x + (3 \operatorname{tg} a) y = 2 \cos a$$

$$(2 \operatorname{tg} a) x + (3 \sec a) y = 0$$

então podemos afirmar que:

a) $x_0 + y_0 = 3 - 2 \operatorname{sen} a$

d) $x_0 + y_0 = 0$

b) $(\frac{2}{3}x_0)^2 - y_0^2 = \frac{4}{9} \cos^2 a + 2$

e) $(\frac{2}{3}x_0)^2 - y_0^2 = \frac{4}{9} \cos^2 a$

c) $x_0 - y_0 = 0$

alternativa E

Dado o sistema:

$$\begin{cases} (2 \sec a)x + (3 \operatorname{tg} a)y = 2 \cos a \\ (2 \operatorname{tg} a)x + (3 \sec a)y = 0 \end{cases}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 \sec a & 3 \operatorname{tg} a \\ 2 \operatorname{tg} a & 3 \sec a \end{vmatrix} = 6 \sec^2 a - 6 \operatorname{tg}^2 a = 6(1 + \operatorname{tg}^2 a) - 6 \operatorname{tg}^2 a = 6$$

Seja (x_0, y_0) a solução do sistema; temos

$$x_0 = \frac{\begin{vmatrix} 2 \cos a & 3 \operatorname{tg} a \\ 0 & 3 \sec a \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{6}{6} = 1$$

$$y_0 = \frac{\begin{vmatrix} 2 \sec a & 2 \cos a \\ 2 \operatorname{tg} a & 0 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{-4 \operatorname{sen} a}{6} = -\frac{2}{3} \operatorname{sen} a$$

Como $(\frac{2}{3} x_0)^2 = \frac{4}{9}$ e $y_0^2 = \frac{4}{9} \operatorname{sen}^2 a$, temos: $(\frac{2}{3} x_0)^2 - y_0^2 =$

$$= \frac{4}{9} - \frac{4}{9} \operatorname{sen}^2 a = \frac{4}{9} (1 - \operatorname{sen}^2 a) \iff \boxed{\left(\frac{2}{3} x_0\right)^2 - y_0^2 = \frac{4}{9} \cos^2 a}$$

12 Consideremos uma pirâmide regular cuja base quadrada tem área que mede 64 cm^2 . Numa seção paralela à base que dista 30 mm desta, inscreve-se um círculo. Se a área deste círculo mede $4\pi \text{ cm}^2$, então a altura desta pirâmide mede:

- a) 1 cm b) 2 cm c) 4 cm d) 6 cm e) 60 cm

alternativa D

$$a^2 = 64 \iff a = 8$$

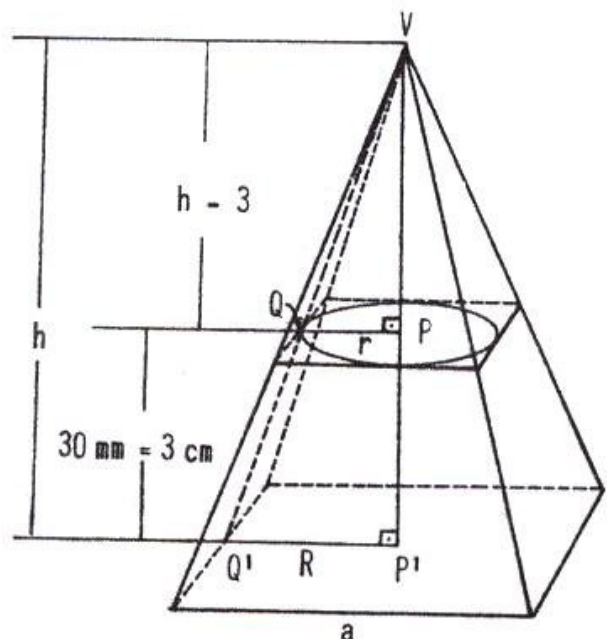
$$R = \frac{a}{2} = \frac{8}{2} \iff R = 4$$

$$\pi r^2 = 4\pi \iff r = 2$$

$$\triangle VPQ \sim \triangle VP'Q' \iff \frac{VP}{VP'} = \frac{PQ}{P'Q'} \iff$$

$$\iff \frac{h-3}{h} = \frac{r}{R} \iff \frac{h-3}{h} = \frac{2}{4} \iff$$

$$\iff \boxed{h = 6 \text{ cm}}$$



13) Sejam m e n constantes reais estritamente positivas. Num sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, consideramos "C" a circunferência de centro

$P\left(\frac{1}{m}, \frac{1}{n}\right)$ e de raio $R = \frac{\sqrt{m^2 + n^2}}{m}$ e "r" a reta de equação

$mx + ny + (\sqrt{m^2 + n^2} - 2) = 0$. Nestas condições, se "s" é a reta que passa por P e é perpendicular à reta "r", então os pontos de intersecção de "s" com "C" são

a) $\left(\frac{1}{m} + 1, \frac{1}{n}\right)$ e $\left(\frac{1}{m} - 1, \frac{1}{n} - \frac{n}{m}\right)$

b) $\left(\frac{1}{m} + 1, \frac{n}{m}\right)$ e $\left(\frac{1}{m}, \frac{1}{n}\right)$

d) $\left(\frac{1}{m}, \frac{1}{n} + 1\right)$ e $\left(\frac{1}{m}, \frac{1}{n} + \frac{n}{m}\right)$

c) $\left(\frac{1}{m}, \frac{n}{m}\right)$ e $\left(\frac{1}{m}, -\frac{m}{n}\right)$

e) $\left(\frac{1}{m} + 1, \frac{1}{n} + \frac{n}{m}\right)$ e $\left(\frac{1}{m} - 1, \frac{1}{n} - \frac{n}{m}\right)$

alternativa E

i) Equação de "C"

$$\left(x - \frac{1}{m}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{n}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{m^2 + n^2}}{m}\right)^2 \iff \left(x - \frac{1}{m}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{n}\right)^2 = \frac{m^2 + n^2}{2} \quad (I)$$

ii) Equação de "s"

O coeficiente angular da reta r cuja equação é $mx + ny + (\sqrt{m^2 + n^2} - 2) = 0$ é

$$a_r = -\frac{m}{n}$$

Como $r \perp s$, temos $a_s = \frac{-1}{a_r} \iff a_s = \frac{-1}{-\frac{m}{n}} \iff a_s = \frac{n}{m}$

Como $P = \left(\frac{1}{m}, \frac{1}{n}\right) \in s$ e $a_s = \frac{n}{m}$, a equação da reta s é

$$y - \frac{1}{n} = \frac{n}{m} \left(x - \frac{1}{m}\right) \quad (II)$$

iii) Pontos de intersecção de "s" com "C"

Os pontos de intersecção de "s" com "C" são as soluções do sistema formado pelas equações (I) e (II)

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(x - \frac{1}{m}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{n}\right)^2 = \frac{m^2 + n^2}{2} \\ y - \frac{1}{n} = \frac{n}{m} \left(x - \frac{1}{m}\right) \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} \left(x = \frac{1}{m} + 1 \wedge y = \frac{1}{n} + \frac{n}{m}\right) \\ \left(x = \frac{1}{m} - 1 \wedge y = \frac{1}{n} - \frac{n}{m}\right) \end{array} \right.$$

Logo, $s \cap C = \left\{ \left(\frac{1}{m} + 1, \frac{1}{n} + \frac{n}{m}\right); \left(\frac{1}{m} - 1, \frac{1}{n} - \frac{n}{m}\right) \right\}$

14 As equações $x^3 + ax^2 + 18 = 0$ e $x^3 + nbx + 12 = 0$, onde a e b são constantes reais e n um inteiro, têm duas raízes comuns. Das afirmativas abaixo, qual é a verdadeira?

- a) As raízes não comuns às equações têm sinais opostos.
- b) As raízes não comuns às equações são negativas quando a é negativo.
- c) A soma das raízes não comuns às equações é 5.
- d) b e n possuem o mesmo sinal.
- e) As raízes comuns às equações dependem de n .

alternativa D

Sejam x_1, x_2, x_3 as raízes da equação $x^3 + ax^2 + 18 = 0$, e x_1, x_2, x_4 , as raízes da equação $x^3 + nbx + 12 = 0$. Utilizando as relações de Girard, podemos escrever:

$$\begin{array}{l|l} x_1 + x_2 + x_3 = -a & \text{(I)} \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 0 & \text{(II)} \\ x_1x_2x_3 = -18 & \text{(III)} \end{array} \quad \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_4 = 0 & \text{(IV)} \\ x_1x_2 + x_1x_4 + x_2x_4 = nb & \text{(V)} \\ x_1x_2x_4 = -12 & \text{(VI)} \end{array}$$

De (III) e (VI), temos $\frac{x_1 x_2 x_3}{x_1 x_2 x_4} = \frac{-18}{-12} \iff \frac{x_3}{x_4} = \frac{3}{2}$

De (I) e (IV), temos $x_3 - x_4 = -a$

Assim, $\begin{array}{l} x_3 - x_4 = -a \\ \frac{x_3}{x_4} = \frac{3}{2} \end{array} \iff \begin{array}{l} x_3 - x_4 = -a \\ \frac{x_3 - x_4}{x_4} = \frac{3 - 2}{2} \end{array} \iff \begin{array}{l} x_3 - x_4 = -a \\ \frac{-a}{x_4} = \frac{1}{2} \end{array} \iff$

$$\iff \begin{array}{l} x_4 = -2a \\ x_3 = -3a \end{array}$$

Como x_3 é raiz da equação $x^3 + ax^2 + 18 = 0$, temos:

$$\begin{aligned} (-3a)^3 + a(-3a)^2 + 18 = 0 &\iff -27a^3 + 9a^3 + 18 = 0 \iff -18a^3 = -18 \iff \\ &\iff a^3 = 1 \iff a = 1 \text{ (pois } a \in \mathbb{R}) \end{aligned}$$

Como $x_3 = -3a$ e $x_4 = -2a$, temos que as raízes não comuns são $x_3 = -3$ e $x_4 = -2$.

Substituindo em (I) e (III), temos: $x_1 + x_2 = 2$; $x_1 \cdot x_2 = 6$.

De (V) temos:

$$\begin{aligned} x_1x_2 + x_1x_4 + x_2x_4 = nb &\iff x_1x_2 + x_4(x_1 + x_2) = nb \implies \\ \implies 6 + (-2)(2) = nb &\iff nb = 2. \end{aligned}$$

Como $nb > 0$, concluímos que n e b têm o mesmo sinal.

15 Consideremos um número complexo z tal que $\frac{z^2}{zi}$ tem argumento igual a $\frac{\pi}{4}$ e $\log_2(z + \bar{z} + 2) = 3$.

Nestas condições, podemos afirmar que:

- a) Não existe $\ln\left(\frac{z - \bar{z}}{i}\right)$ c) $z + 2\bar{z}$ é um número real
 b) $z^4 + \ln\left(\frac{z - \bar{z}}{i}\right) = -324$ d) $\left(\frac{1}{z}\right)^3 = \frac{1}{108}(1 + i)$ e) $\left(\frac{1}{z}\right)^3 = -\frac{1}{108}(1 + i)$

não há alternativa correta

$$\log_2(z + \bar{z} + 2) = 3 \iff \log_2(a + bi + a - bi + 2) = 3 \iff \log_2(2a + 2) = 3 \iff$$

$$\iff 2a + 2 = 8 \iff a = 3$$

$$\frac{z^2}{zi} = \frac{(a+bi)^2}{(a-bi)i} = \frac{(3+bi)^2}{(3-bi)i} = \frac{9 - b^2 + 6bi}{b + 3i} \cdot \frac{b - 3i}{b - 3i} = \frac{27b - b^3}{b^2 + 9} + \frac{9b^2 - 27}{b^2 + 9}i$$

Como o argumento de $\frac{z^2}{zi}$ é igual a $\frac{\pi}{4}$, temos $\operatorname{Re}\left(\frac{z^2}{zi}\right) = \operatorname{Im}\left(\frac{z^2}{zi}\right) > 0$, isto é,

$$\left| \begin{array}{l} \frac{27b - b^3}{b^2 + 9} = \frac{9b^2 - 27}{b^2 + 9} \\ \frac{9b^2 - 27}{b^2 + 9} > 0 \end{array} \right. \iff \left| \begin{array}{l} b^3 + 9b^2 - 27b - 27 = 0 \\ 9b^2 - 27 > 0 \end{array} \right.$$

$$\iff \left| \begin{array}{l} (b - 3)(b^2 + 12b + 9) = 0 \\ b^2 > 3 \end{array} \right. \iff \left| \begin{array}{l} b = 3 \vee b = -6 + 3\sqrt{3} \vee b = -6 - 3\sqrt{3} \\ b < -\sqrt{3} \vee b > \sqrt{3} \end{array} \right. \iff$$

$$\iff \left| b = 3 \vee b = -6 - 3\sqrt{3} \right. \text{ Logo, } z = 3 + 3i \text{ ou } z = 3 - (6 + 3\sqrt{3})i$$

a) falsa, pois, se $z = 3 + 3i$, $\ln\left(\frac{z - \bar{z}}{i}\right) = \ln 6$

b) falsa, pois, se $z = 3 + 3i$, temos

$$z^4 + \ln\left(\frac{z - \bar{z}}{i}\right) = -324 + \ln 6$$

c) falsa, pois $z + 2\bar{z} = a + bi + 2(a - bi) = a + bi + 2a - 2bi = 3a - bi$

Como $b = 3$ ou $b = -(6 + 3\sqrt{3})$, $z + 2\bar{z} \notin \mathbb{R}$

d) e e) falsas, pois, se $z = 3 - (6 + 3\sqrt{3})i$, temos

$$\left(\frac{1}{z}\right)^3 = \left(\frac{1}{3 - (6 + 3\sqrt{3})i}\right)^3 = \frac{1}{(3 - (6 + 3\sqrt{3})i)^3} = \frac{1}{27 [1 + (2 + \sqrt{3})i]^3} =$$

$$= \frac{1}{-27 [(20+12\sqrt{3})-(20+12\sqrt{3})i]} \cdot \frac{(20+12\sqrt{3}) + (20+12\sqrt{3})i}{(20+12\sqrt{3}) + (20+12\sqrt{3})i} =$$

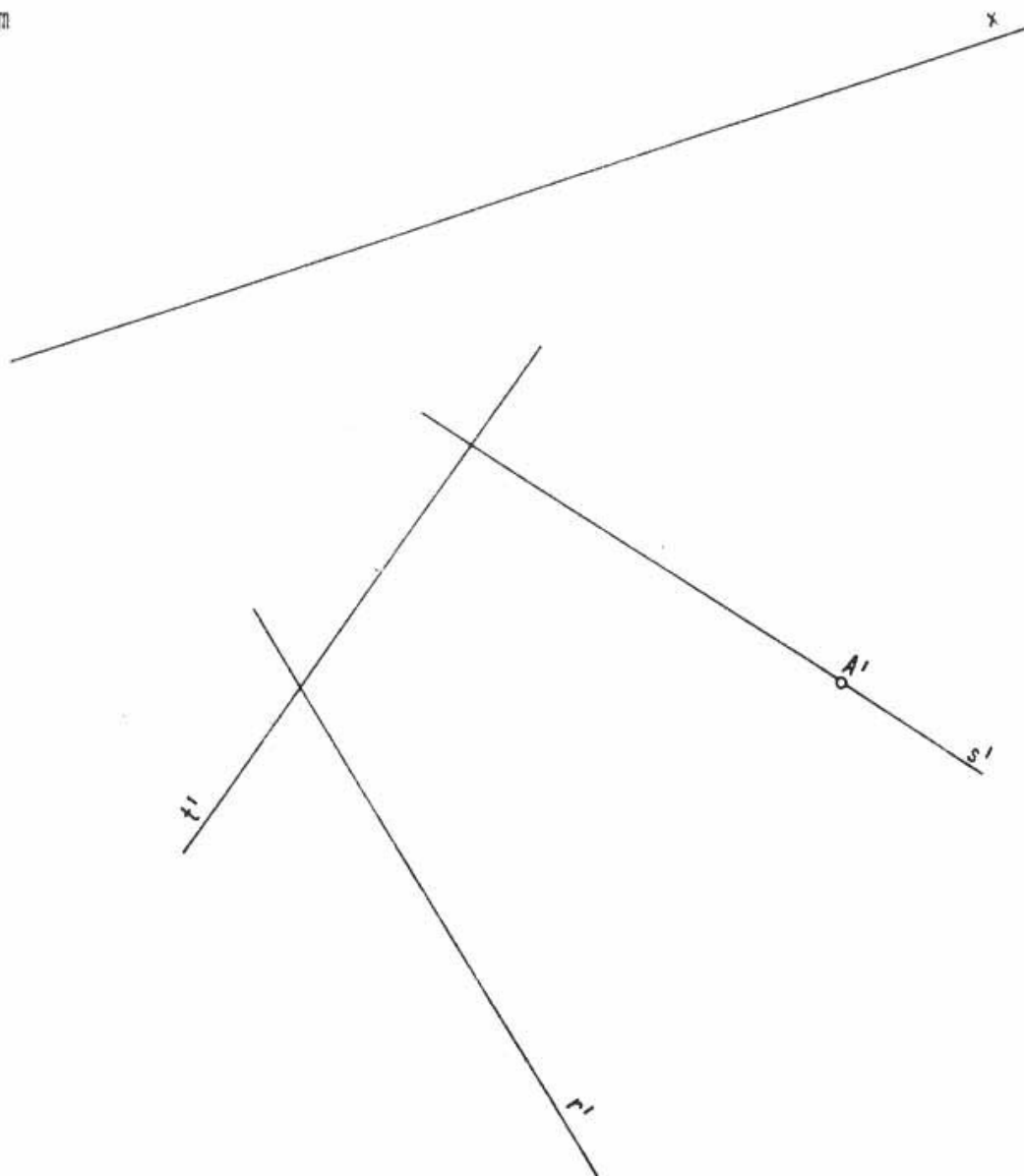
$$= \frac{(20+12\sqrt{3})(1+i)}{-27 [(20+12\sqrt{3})^2 + (20+12\sqrt{3})^2]} = \frac{(20+12\sqrt{3})(1+i)}{-27 \cdot 2 (20+12\sqrt{3})^2} = \frac{1+i}{-54 \cdot 2 (10+6\sqrt{3})} =$$

$$= -\frac{1}{108} (1+i) \cdot \frac{1}{10+6\sqrt{3}}$$

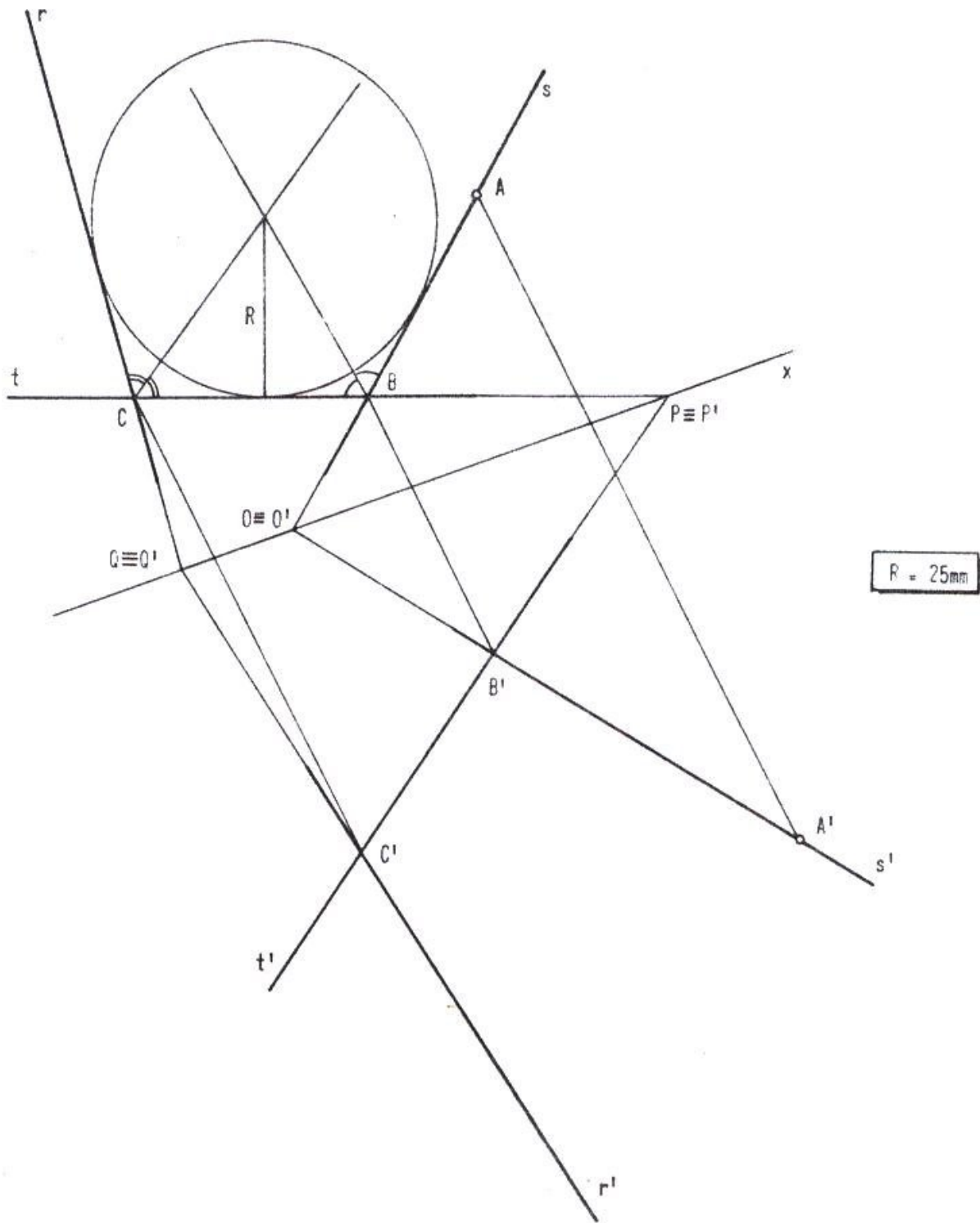
16 As retas (r'), (s') e (t') são figuras afins das retas (r), (s) e (t). Determinar o raio da circunferência tangente às retas (r), (s) e (t), sabendo-se que os pontos (A) e (A') são pontos afins e (x) é o eixo de afinidade.

- a) 20 mm
- b) 25 mm
- c) 30 mm
- d) 35 mm
- e) 42 mm

oA



alternativa B



Obs.: Das 4 circunferências tangentes a r , s e t , consideramos apenas aquela que está inteiramente acima do eixo de afinidade (x).

- 17** Determinar o comprimento aproximado do lado oposto ao vértice (A) de um triângulo qualquer, sendo dados os lados (l_1) e (l_2) que definem o vértice (A). É conhecido também o comprimento da bissetriz (b_A), de origem em (A).

$l_1 = 50 \text{ mm}$

$l_2 = 33 \text{ mm}$

$b_A = 22 \text{ mm}$

a) 55 mm

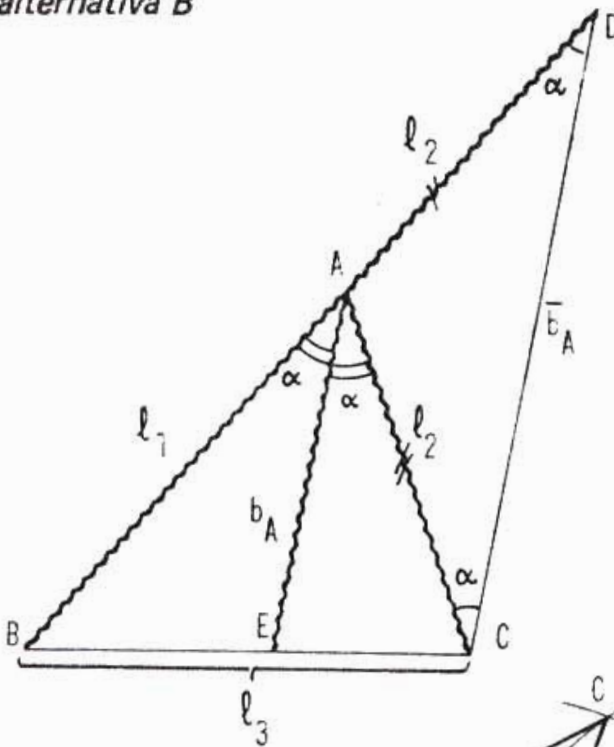
b) 70 mm

c) 60 mm

d) 45 mm

e) 78 mm

alternativa B

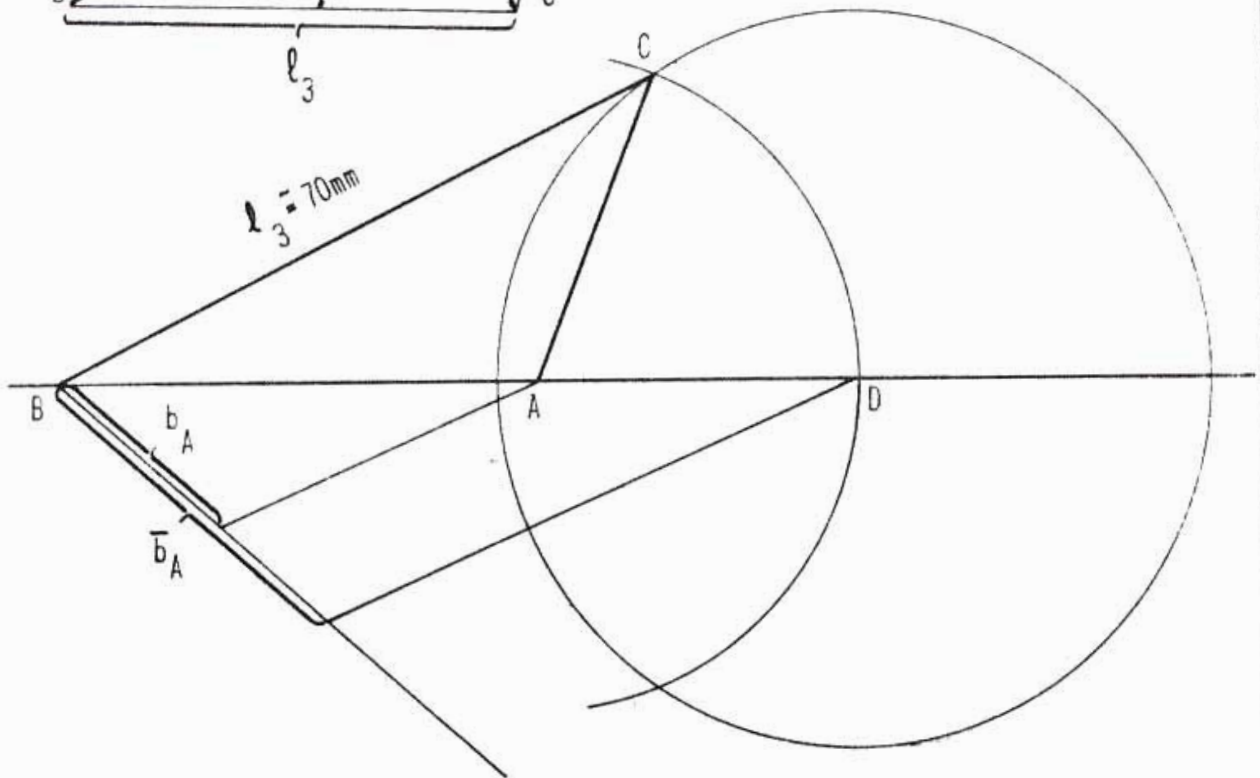


Seja um triângulo ABC

(1º) $\overline{CD} // \overline{AE}$

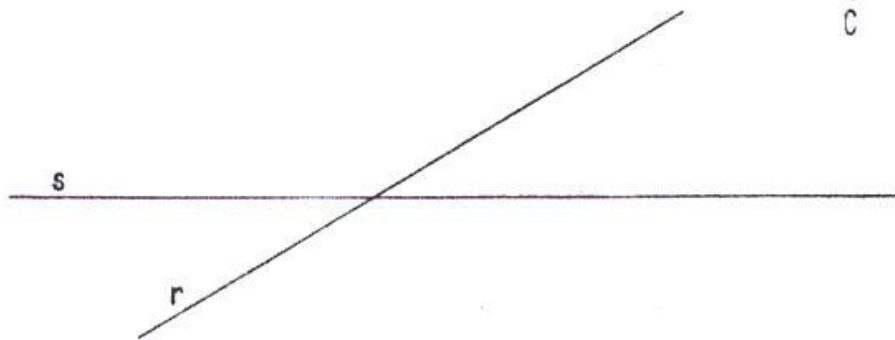
(2º) iniciando a construção por \overline{BD} , temos

- C { i) dista $\overline{b_A}$ de D
 ii) dista l_2 de A



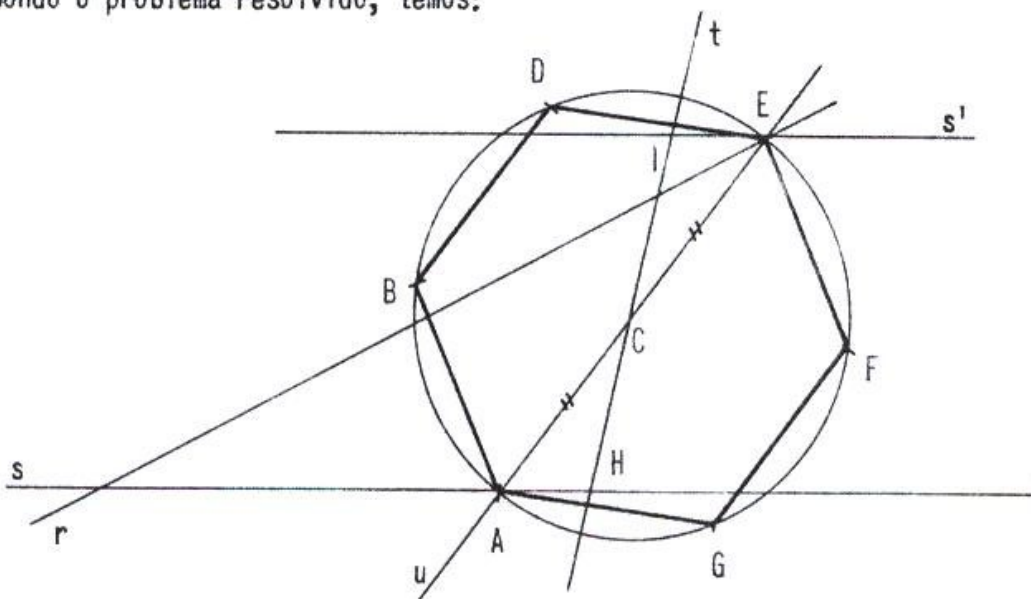
18 São dadas as retas (r) e (s) e um ponto (C). Construir um hexágono regular, tal que tenha o ponto (C) como centro da circunferência circunscrita e dois vértices opostos do hexágono estão um sobre a reta (r) e outro sobre a reta (s). Determinar graficamente o lado do quadrado de área equivalente à do hexágono.

- a) 60 mm
- b) 45 mm
- c) 35 mm
- d) 40 mm
- e) 50 mm



alternativa E

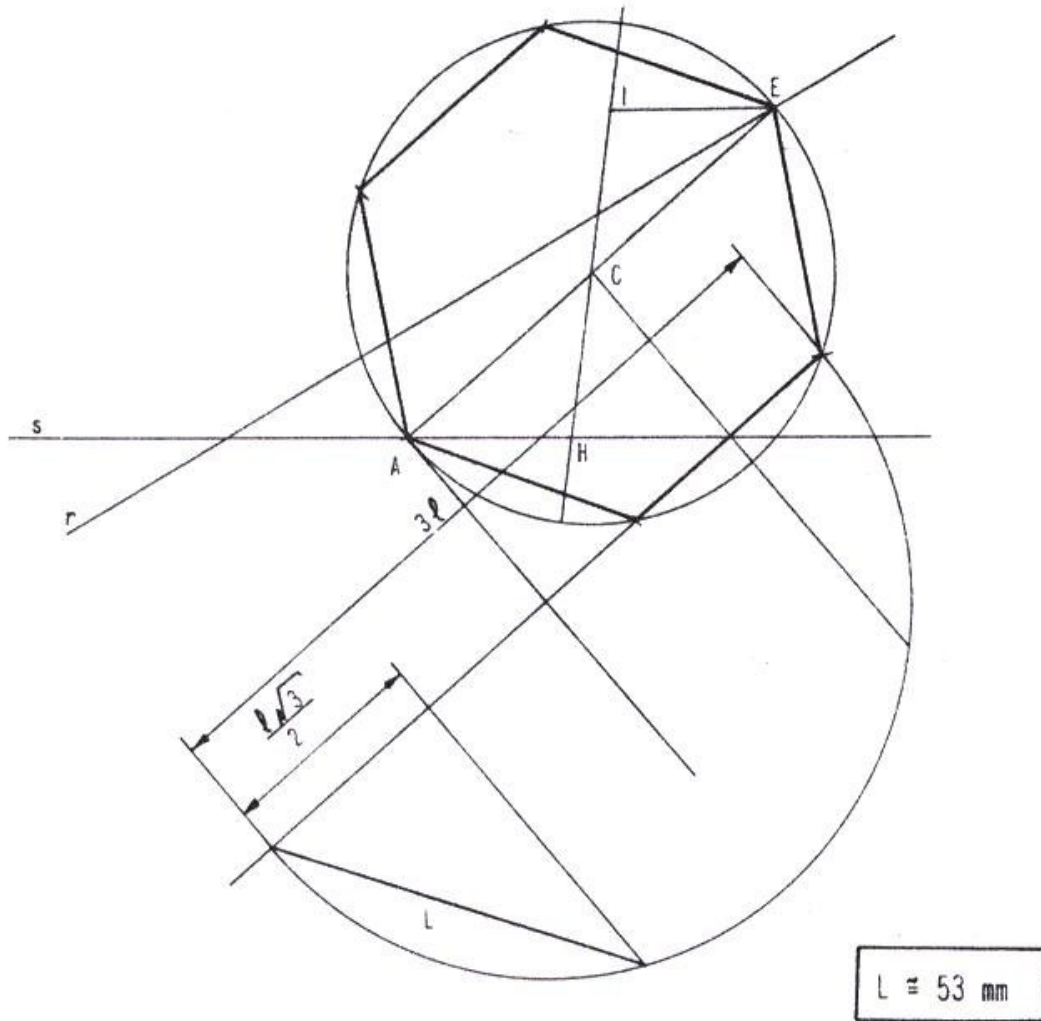
Supondo o problema resolvido, temos:



- 1) traçar por C uma reta t concorrente com s, obtendo H.
- 2) I é o simétrico de H em relação a C.
- 3) conduzir por I uma reta s' // s, obtendo E sobre r
- 4) sendo ℓ o lado do hexágono e L o lado do quadrado equivalente, temos:

$$\begin{aligned}
 A_{\square} &= \frac{3\sqrt{3}\ell^2}{2} \\
 A_{\square} &= L^2 \quad \Rightarrow \quad L^2 = \left(\frac{\ell\sqrt{3}}{2}\right) \cdot (3\ell) \\
 A_{\square} &= A_{\square}
 \end{aligned}$$

Portanto, L é a média geométrica entre $\frac{\ell\sqrt{3}}{2}$ e 3ℓ



19 Determinar graficamente a altura do trapézio (ABCD), conhecendo-se:

Base $\overline{AB} = 92 \text{ mm}$ Base $\overline{CD} = 55 \text{ mm}$

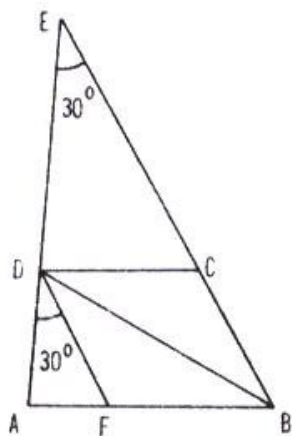
A diagonal \overline{BD} é média proporcional dos segmentos \overline{AB} e \overline{CD} .

O ponto (E) é o ponto de concurso das retas suportes dos lados \overline{AD} e \overline{BC} e o ângulo $\angle AEB = 30^\circ$.

Identificação dos pontos (A) (B) (C) (D) no sentido anti-horário.

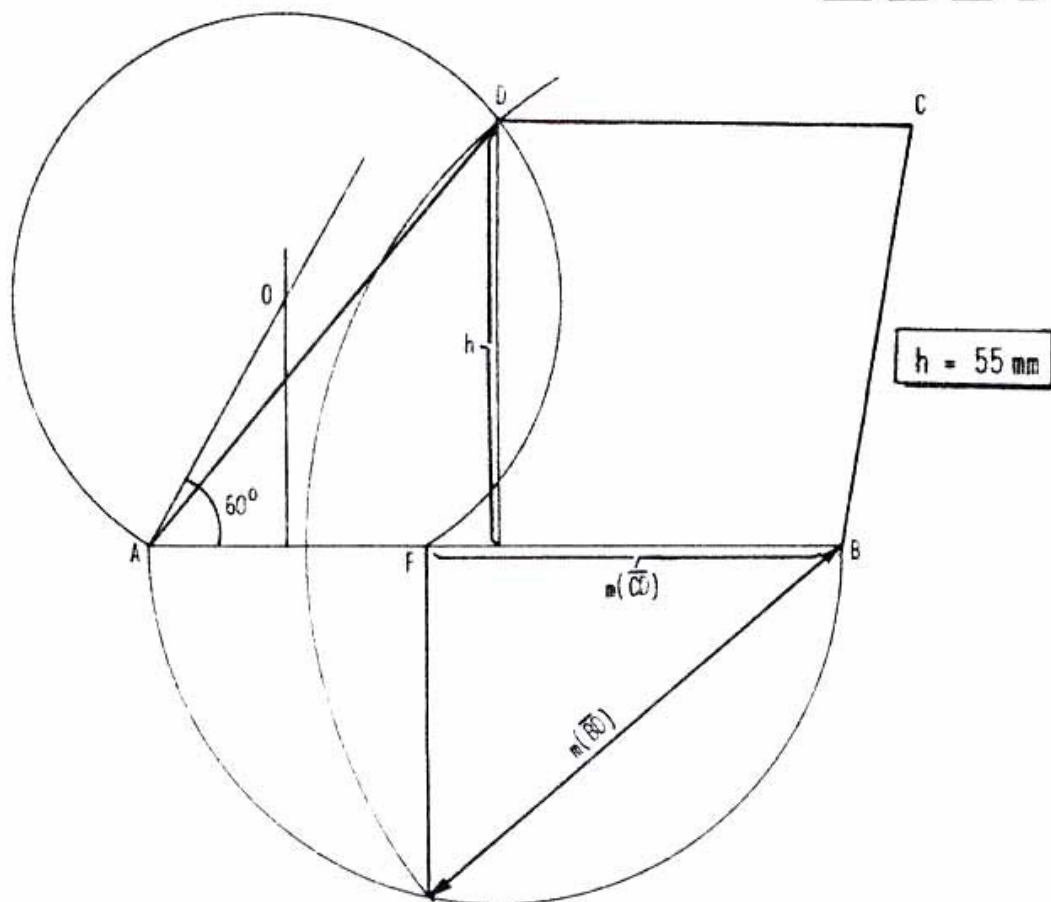
- a) 21 mm b) 26 mm c) 35 mm d) 55 mm e) 46 mm

alternativa D

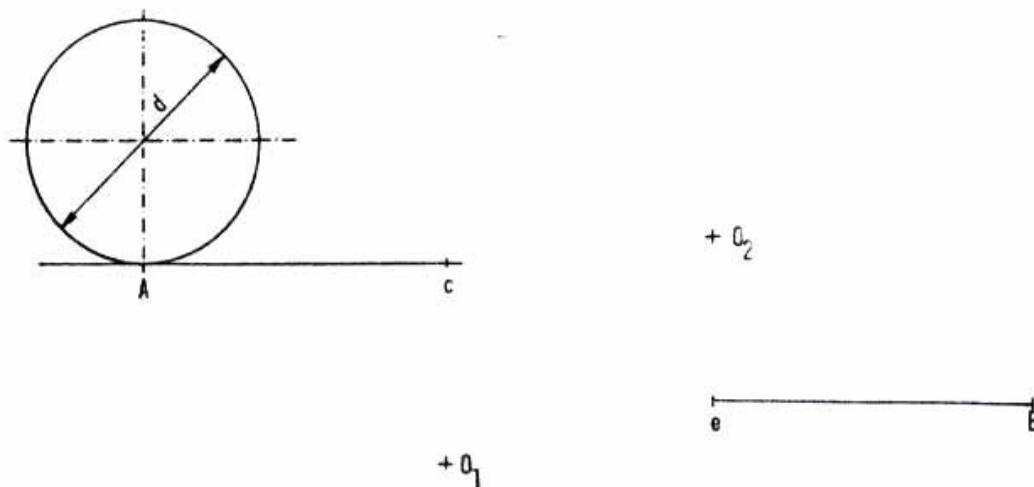


Supondo o problema resolvido, temos:

- 1º $\overline{DF} \parallel \overline{CB}$
- 2º D $\left\{ \begin{array}{l} \text{i) v\hat{e} \overline{AF} \text{ sob } 30^\circ \\ \text{ii) dista } m(\overline{DB}) \text{ de B} \end{array} \right.$



20 Uma roda de diâmetro (d) está em repouso, apoiada sobre a semi-reta de origem (c), no ponto (A). Em dado instante é posta em movimento, girando, sem deslizar, até atingir o ponto (B), onde pára. Sabendo-se que os pontos (c) e (e) são ligados por dois arcos de circunferência, de centros (O_1) e (O_2), e considerando que a roda, para completar o trajeto, deu duas voltas completas, determinar o valor aproximado de seu diâmetro. A solução terá que ser inteiramente gráfica.



- a) 30 mm b) 15 mm c) 20 mm d) 35 mm e) 40 mm

alternativa C

