

CADERNO ENEM



DIVISIBILIDADE

Como caiu no Enem

Questão 01 (ENEM 2022)

Um atleta iniciou seu treinamento visando as competições de fim de ano. Seu treinamento consiste em cinco tipos diferentes de treinos: treino T_1 , treino T_2 , treino T_3 , treino T_4 , e treino T_5 . A sequência dos treinamentos deve seguir esta ordem:

Dia	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º	13º
Treino	T_1	R	R	T_2	R	R	T_3	R	T_4	R	R	T_5	R

A letra R significa repouso. Após completar a sequência de treinamentos, o atleta começa novamente a sequência a partir do treino T_1 , e segue a ordem descrita. Após 24 semanas completas de treinamento, se dará o início das competições.

A sequência de treinamentos que o atleta realizará na 24ª semana de treinos é

- A $T_3 R T_4 R R T_5 R$.
- B $R T_3 R T_4 R R T_5$.
- C $R T_4 R R T_5 R T_1$.
- D $R R T_5 R T_1 R R$.
- E $R T_5 R T_1 R R T_2$.

Questão 02 (ENEM 2019)

Após o Fórum Nacional Contra a Pirataria (FNCP) incluir a linha de autopeças em campanha veiculada contra a falsificação, as agências fiscalizadoras divulgaram que os cinco principais produtos de autopeças falsificados são: rolamento, pastilha de freio, caixa de direção, catalisador e amortecedor.

Disponível em: www.oficinabrasil.com.br.
Acesso em: 25 ago. 2014 (adaptado).

Após uma grande apreensão, as peças falsas foram cadastradas utilizando-se a codificação:

1: rolamento, 2: pastilha de freio, 3: caixa de direção, 4: catalisador e 5: amortecedor.

Ao final obteve-se a sequência: 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, ... que apresenta um padrão de formação que consiste na repetição de um bloco de números. Essa sequência descreve a ordem em que os produtos apreendidos foram cadastrados.

O 2015º item cadastrado foi um(a)

- A rolamento.
- B catalisador.
- C amortecedor.
- D pastilha de freio.
- E caixa de direção.

Questão 03 (ENEM 2017 LIBRAS)

"Veja os algarismos: não há dois que façam o mesmo ofício; 4 é 4, e 7 é 7. E admire a beleza com que um 4 e um 7 formam esta coisa que se exprime por 11. Agora dobre 11 e terá 22; multiplique por igual número, dá 484, e assim por diante."

ASSIS, M. *Dom Casmurro*. Olinda: Livro Rápido, 2010.

No trecho anterior, o autor escolheu os algarismos 4 e 7 e realizou corretamente algumas operações, obtendo ao final o número 484.

A partir do referido trecho, um professor de matemática solicitou aos seus alunos que escolhessem outros dois algarismos e realizassem as mesmas operações. Em seguida, questionou sobre o número que foi obtido com esse procedimento e recebeu cinco respostas diferentes.

Aluno 1	Aluno 2	Aluno 3	Aluno 4	Aluno 5
121	242	324	625	784

Quais alunos apresentaram respostas corretas, obedecendo ao mesmo princípio utilizado nas operações matemáticas do autor?

- A 3 e 5
- B 2, 3 e 5
- C 1, 3, 4 e 5
- D 1 e 2
- E 1 e 4

Questão 04 (ENEM 2014 PPL)

Uma loja decide premiar seus clientes. Cada cliente receberá um dos seis possíveis brindes disponíveis, conforme sua ordem de chegada na loja. Os brindes a serem distribuídos são: uma bola, um chaveiro, uma caneta, um refrigerante, um sorvete e um CD, nessa ordem. O primeiro cliente da loja recebe uma bola, o segundo recebe um chaveiro, o terceiro recebe uma caneta, o quarto recebe um refrigerante, o quinto recebe um sorvete, o sexto recebe um CD, o sétimo recebe uma bola, o oitavo recebe um chaveiro, e assim sucessivamente, segundo a ordem dos brindes.

O milésimo cliente receberá de brinde um(a)

- A bola.
- B caneta.
- C refrigerante.
- D sorvete.
- E CD.

Questão 05

(ENEM 2015)

Uma carga de 100 contêineres, idênticos ao modelo apresentado na Figura 1, deveria ser descarregada no porto de uma cidade. Para isso, uma área retangular de 10 m por 32 m foi cedida para o empilhamento desses contêineres (Figura 2).

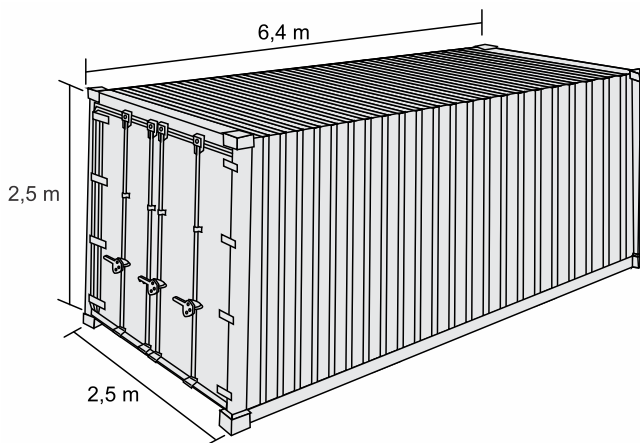


Figura 1

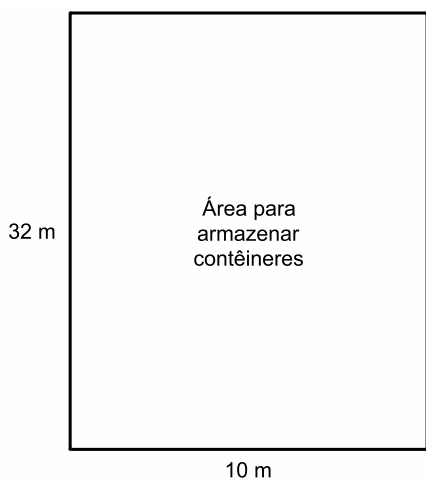


Figura 2

De acordo com as normas desse porto, os contêineres deverão ser empilhados de forma a não sobraem espaços nem ultrapassarem a área delimitada. Após o empilhamento total da carga e atendendo a norma do porto, a altura mínima a ser atingida por essa pilha de contêineres é

- A** 12,5 m.
- B** 17,5 m.
- C** 25,0 m.
- D** 22,5 m.
- E** 32,5 m.

Questão 06

(ENEM 2015)

Um arquiteto está reformando uma casa. De modo a contribuir com o meio ambiente, decide reaproveitar tábuas de madeira retiradas da casa. Ele dispõe de 40 tábuas de 540 cm, 30 de 810 cm e 10 de 1.080 cm, todas de mesma largura e espessura. Ele pediu a um carpinteiro que cortasse as tábuas em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras, e de modo que as novas peças ficassem com o maior tamanho possível, mas de comprimento menor que 2 m.

Atendendo ao pedido do arquiteto, o carpinteiro deverá produzir

- A** 105 peças.
- B** 120 peças.
- C** 210 peças.
- D** 243 peças.
- E** 420 peças.

Questão 07

(ENEM 2012 PPL)

Em uma floresta, existem 4 espécies de insetos, A, B, C e P, que têm um ciclo de vida semelhante. Essas espécies passam por um período, em anos, de desenvolvimento dentro de seus casulos. Durante uma primavera, elas saem, põem seus ovos para o desenvolvimento da próxima geração e morrem.

Sabe-se que as espécies A, B e C se alimentam de vegetais e a espécie P é predadora das outras 3. Além disso, a espécie P passa 4 anos em desenvolvimento dentro dos casulos, já a espécie A passa 8 anos, a espécie B passa 7 anos e a espécie C passa 6 anos.

As espécies A, B e C só serão ameaçadas de extinção durante uma primavera pela espécie P, se apenas uma delas surgir na primavera junto com a espécie P.

Nessa primavera atual, todas as 4 espécies saíram dos casulos juntas.

Qual será a primeira e a segunda espécies a serem ameaçadas de extinção por surgirem sozinhas com a espécie predadora numa próxima primavera?

- A** A primeira a ser ameaçada é a espécie C e a segunda é a espécie B.
- B** A primeira a ser ameaçada é a espécie A e a segunda é a espécie B.
- C** A primeira a ser ameaçada é a espécie C e a segunda é a espécie A.
- D** A primeira a ser ameaçada é a espécie A e a segunda é a espécie C.
- E** A primeira a ser ameaçada é a espécie B e a segunda é a espécie C.

Questão 08

(ENEM 2015)

O gerente de um cinema fornece anualmente ingressos gratuitos para escolas. Este ano, serão distribuídos 400 ingressos para uma sessão vespertina e 320 ingressos para uma sessão noturna de um mesmo filme. Várias escolas podem ser escolhidas para receberem ingressos. Há alguns critérios para a distribuição dos ingressos:

- 1) cada escola deverá receber ingressos para uma única sessão;
- 2) todas as escolas contempladas deverão receber o mesmo número de ingressos;
- 3) não haverá sobra de ingressos (ou seja, todos os ingressos serão distribuídos).

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas para obter ingressos, segundo os critérios estabelecidos, é

- A** 2.
- B** 4.
- C** 9.
- D** 40.
- E** 80.

Questão 09

(ENEM 2014)

Durante a Segunda Guerra Mundial, para deciframos as mensagens secretas, foi utilizada a técnica de decomposição em fatores primos. Um número N é dado pela expressão $2^x \cdot 5^y \cdot 7^z$, na qual x , y e z são números inteiros não negativos. Sabe-se que N é múltiplo de 10 e não é múltiplo de 7.

O número de divisores de N , diferentes de N , é

- A** $x \cdot y \cdot z$
- B** $(x + 1) \cdot (y + 1)$
- C** $x \cdot y \cdot z - 1$
- D** $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot z$
- E** $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1) - 1$

Questão 10

(ENEM 2012)

Um maquinista de trem ganha R\$ 100,00 por viagem e só pode viajar a cada 4 dias. Ele ganha somente se fizer a viagem e sabe que estará de férias de 1º a 10 de junho, quando não poderá viajar. Sua primeira viagem ocorreu no dia primeiro de janeiro. Considere que o ano tem 365 dias.

Se o maquinista quiser ganhar o máximo possível, quantas viagens precisará fazer?

- A** 37
- B** 51
- C** 88
- D** 89
- E** 91

Questão 11

(ENEM 2014 3ª APLICAÇÃO)

Em uma plantação de eucaliptos, um fazendeiro aplicará um fertilizante a cada 40 dias, um inseticida para combater as formigas a cada 32 dias e um pesticida a cada 28 dias. Ele iniciou aplicando os três produtos em um mesmo dia.

De acordo com essas informações, depois de quantos dias, após a primeira aplicação, os três produtos serão aplicados novamente no mesmo dia?

- A** 100
- B** 140
- C** 400
- D** 1.120
- E** 35.840

Questão 12

(ENEM 2013)

O ciclo de atividade magnética do Sol tem um período de 11 anos. O início do primeiro ciclo registrado se deu no começo de 1755 e se estendeu até o final de 1765. Desde então, todos os ciclos de atividade magnética do Sol têm sido registrados.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 27 fev. 2013.

No ano de 2101, o Sol estará no ciclo de atividade magnética de número

- A** 32.
- B** 34.
- C** 33.
- D** 35.
- E** 31.

Questão 13

(ENEM 2010 2ª APLICAÇÃO)

Nosso calendário atual é embasado no antigo calendário romano, que, por sua vez, tinha como base as fases da lua. Os meses de janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro e dezembro possuem 31 dias, e os demais, com exceção de fevereiro, possuem 30 dias. O dia 31 de março de certo ano ocorreu em uma terça-feira.

Nesse mesmo ano, qual dia da semana será o dia 12 de outubro?

- A** Domingo.
- B** Segunda-feira.
- C** Terça-feira.
- D** Quinta-feira.
- E** Sexta-feira.

Questão 14

(ENEM 2022)

Cada número que identifica uma agência bancária tem quatro dígitos: N_1 , N_2 , N_3 , N_4 mais um dígito verificador N_5 .

$$\boxed{N_1} \boxed{N_2} \boxed{N_3} \boxed{N_4} - \boxed{N_5}$$

Todos esses dígitos são números naturais pertencentes ao conjunto $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Para a determinação de N_5 , primeiramente multiplica-se ordenadamente os quatro primeiros dígitos do número da agência por 5, 4, 3 e 2, respectivamente, somam-se os resultados e obtém-se $S = 5N_1 + 4N_2 + 3N_3 + 2N_4$. Posteriormente, encontra-se o resto da divisão S por 11, denotando por R esse resto. Dessa forma, N_5 é a diferença $11 - R$.

Considere o número de uma agência bancária cujos quatro primeiros dígitos são 0100.

Qual é o dígito verificador N_5 dessa agência bancária?

- A** 0
- B** 6
- C** 7
- D** 8
- E** 9

GABARITO

Resposta da questão 1:

[B]

Tem-se que $23 \cdot 7 = 161$ dias. Ademais, temos $161 = 12 \cdot 13 + 5$, ou seja, após 23 semanas, o atleta terá completado 12 sequências de treinamento e realizado os cinco primeiros treinos da 13ª sequência. Desse modo, a resposta é $RT_3RT_4RRT_5$.

Resposta da questão 2:

[E]

Observe que os códigos se repetem de 8 em 8. Logo, sendo $2015 = 251 \cdot 8 + 7$, podemos concluir que a resposta é 3, ou seja, caixa de direção.

Resposta da questão 3:

[A]

Sejam x e y dois algarismos do sistema de numeração decimal. Para quaisquer x e y , tem-se que o número resultante das operações mencionadas é expresso por $(2(x+y))^2 = 4(x+y)^2$, ou seja, um múltiplo de 4.

Em consequência, desde que apenas 324 e 784 são múltiplos de 4, somente os alunos 3 e 5 apresentaram respostas corretas.

Resposta da questão 4:

[C]

Desde que $1000 = 6 \cdot 166 + 4$, podemos concluir que o milésimo cliente receberá de brinde um refrigerante.

Resposta da questão 5:

[A]

A altura mínima é atingida quando toda a área é ocupada pelos contêineres. A única maneira de fazer isso, é dispor os contêineres de modo que $10 = 4 \cdot 2,5$ e $32 = 5 \cdot 6,4$. Logo, serão dispostos $4 \cdot 5 = 20$ contêineres em cada nível e, portanto, a resposta é $\frac{100}{20} \cdot 2,5 = 12,5$ m.

Resposta da questão 6:

[E]

Sendo $540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$, $810 = 2 \cdot 3^4 \cdot 5$ e $1080 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$, vem que o máximo divisor comum desses números é $2 \cdot 3^3 \cdot 5 = 270$. Contudo, se o comprimento das novas peças deve ser menor do que 200 centímetros, então queremos o maior divisor comum que seja menor do que 200, ou seja,

$$3^3 \cdot 5 = 135.$$

Em consequência, a resposta é

$$40 \cdot \frac{540}{135} + 30 \cdot \frac{810}{135} + 10 \cdot \frac{1080}{135} = 420.$$

Resposta da questão 7:

[D]

Espécie P: 4 anos no casulo
Espécie A: 8 anos no casulo
Espécie B: 7 anos no casulo
Espécie C: 6 anos no casulo

$$\text{MMC}(4,8) = 8$$

$$\text{MMC}(4,7) = 28 \text{ anos}$$

$$\text{MMC}(4,6) = 12 \text{ anos}$$

A primeira a ser ameaçada é a espécie A e a segunda é a espécie C.

Resposta da questão 8:

[C]

O número mínimo de escolas beneficiadas ocorre quando cada escola recebe o maior número possível de ingressos. Logo, sendo o número máximo de ingressos igual ao máximo divisor comum de $400 = 2^4 \cdot 5^2$ e $320 = 2^6 \cdot 5$, temos $\text{mdc}(400, 320) = 2^4 \cdot 5 = 80$.

Portanto, como $400 = 5 \cdot 80$ e $320 = 4 \cdot 80$, segue que a resposta é $5 + 4 = 9$.

Resposta da questão 9:

[E]

O número de divisores **positivos** de N , diferentes de N , é dado por $(x+1)(y+1)(z+1) - 1$, com $x \neq 0$, $y \neq 0$ e $z = 0$.

Observação: Considerando o enunciado rigorosamente, a resposta seria $2 \cdot (x+1) \cdot (y+1) - 1$, com $x \geq 1$ e $y \geq 1$.

Resposta da questão 10:

[C]

De 1º de janeiro a 31 de maio temos $31 + 28 + 31 + 30 + 31 = 151$ dias. Logo, como $151 = 37 \cdot 4 + 3$, e supondo que a duração de cada viagem seja de 4 dias, segue que o maquinista poderá fazer, no máximo, 37 viagens até o início das suas férias. Após o período de férias, restarão $365 - (151 + 10) = 204$ dias para viajar. Como $204 = 51 \cdot 4$, segue que ele poderá fazer, no máximo, 51 viagens, totalizando, assim, $37 + 51 = 88$ viagens no ano.

Resposta da questão 11:

[D]

A resposta, em dias, é dada por

$$\begin{aligned} \text{mmc}(40, 32, 28) &= \text{mmc}(2^3 \cdot 5, 2^5, 2^2 \cdot 7) \\ &= 2^5 \cdot 5 \cdot 7 \\ &= 1120. \end{aligned}$$

Resposta da questão 12:

[A]

A duração de cada ciclo é igual a $1765 - 1755 + 1 = 11$ anos. Como de 1755 a 2101 se passaram $2101 - 1755 + 1 = 347$ anos e $347 = 11 \cdot 31 + 6$, segue-se que em 2101 o Sol estará no ciclo de atividade magnética de número 32.

Resposta da questão 13:

[B]

O número de dias decorridos entre 31 de março e 12 de outubro é dado por $30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 12 = 195$. Como uma semana tem sete dias, vem que $195 = 7 \cdot 27 + 6$. Portanto, sabendo que 31 de março ocorreu em uma terça-feira, segue que 12 de outubro será segunda-feira.

Resposta da questão 14:

[C]

Sabendo que $N_1 = N_3 = N_4 = 0$ e $N_2 = 1$, temos $S = 5 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 4$. Logo, sendo b o quociente da divisão de S por 11, vem $4 = b \cdot 11 + R$. É fácil ver que $b = 0$ e, portanto, $R = 4$. A resposta é $N_5 = 11 - 4 = 7$.