Estratégia
Militares

Lista Extra

Polinômios
Complexos

Prof. Ismael Santos

Sumário

1 – Introdução

Olá, querido aluno!

Como andam os estudos? Espero que bem!!

Hoje trago uma lista de questões de provas anteriores da ESA .

Espero que gostem.

Qualquer dúvida, estou à disposição!!!

2 – Lista de Questões

01 (EsSA 2009) – O valor da expressão $\frac{x^2-1}{x^3-1}$ quando x = i é:

a) $\frac{i+1}{2}$

b) $1+i$

c) $-(i-1)$

d) $\frac{-(1-i)}{2}$

e) $\frac{1-i}{2}$

---

02 (EsSA 2011 adaptada) – Seja uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ definida por $f(x) = 2(\cos 2x + i \cdot \text{sen} 2x)$. Calcule o valor de $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

a) $\sqrt{3}+i$

b) $1+i\sqrt{3}$

c) $\sqrt{3}-i$

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$

---

03 (EsSA 2013) – Com relação aos números complexos $z_1=2+i$ e $z_2=1-i$, onde i é a unidade imaginária, é correto afirmar:

a) $z_1 \cdot z_2 = -3+i$

b) $|z_1|=\sqrt{2}$

c) $|z_2|=\sqrt{5}$

d) $|z_1 \cdot z_2|=\sqrt{10}$

e) $|z_1+z_2|=\sqrt{3}$

---

04 (EsSA 2014) – O número complexo i^{102}, onde i representa a unidade imaginária:

a) é positivo.

b) é imaginário puro.

c) é real.

d) está na forma trigonométrica.

e) está na forma algébrica.

---

05 (EsSA 2015) – A parte real do número complexo $\frac{1}{(2i)^2}$ é:

a) $-\frac{1}{4}$

b) – 2

c) 0

d) $\frac{1}{4}$

e) 2

---

06 (EsSA 2018) – Considere o número complexo $z = 2 + 2i$. Dessa forma, z^{100}:

a) é um número real negativo.

b) tem argumento $\frac{\pi}{4}$.

c) é um número real positivo.

d) tem módulo igual a 1.

e) é um número imaginário puro.

---

07 (EsSA 2006) – A soma dos inversos das raízes da equação do 2° grau, em “x”, $(m+1)x^2 - 2mx + (m-1) = 0$, $m \neq -1$ é igual a 3. Assim, o valor de m² é igual a:

a) 1

b) 0

c) 4

d) 16

e) 9

---

08 (EsSA 2007) – Seja $x^2+(q-3)x-q-2=0$. O valor de “q” que torna mínima a soma dos quadrados das raízes da equação é:

a) 4

b) – 2

c) – 4

d) 2

e) 0

---

09 (EsSA 2008) – A equação $x+(3x+7)^{\frac{1}{2}}=1$ possui uma raiz:

a) par

b) múltipla de 5

c) negativa

d) maior que 7

e) irracional

---

10 (EsSA 2009) – Se o resto da divisão do polinômio $P(x) = 2x^n + 5x - 30$ por $Q(x)=x-2$ é igual a 44, então n é igual a:

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 6

---

11 (EsSA 2010) – Sabe-se que 1, a e b são raízes do polinômio $p(x) = x^3 - 11x^2 + 26x - 16$, e que $a > b$. Nessas condições, o valor de $a^b + \log_b a$ é:

a) 193/3

b) 19

c) 67

d) 64

e) 49/3

---

12 (EsSA 2013) – Para que o polinômio do segundo grau $A(x) = 3x^2 - bx + c$, com c > 0 seja o quadrado do polinômio $B(x) = mx + n$, é necessário que:

a) $b^2 = 4c$

b) $b^2 = 12c$

c) $b^2 = 12$

d) $b^2 = 36c$

e) $b^2 = 36$

---

13 (EsSA 2014) – Sendo o polinômio $P(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$ um cubo perfeito, então a diferença $a - b$ vale:

a) 3

b) 2

c) 1

d) 0

e) −1

---

14 (EsSA 2014) – Uma equação polinomial do 3º grau que admite as raízes −1, $-\dfrac{1}{2}$ e 2 é:

a) $x^3 - 2x^2 - 5x - 2 = 0$

b) $2x^3 - x^2 - 5x + 2 = 0$

c) $2x^3 - x^2 + 5x - 2 = 0$

d) $2x^3 - x^2 - 2x - 2 = 0$

e) $2x^3 - x^2 - 5x - 2 = 0$

---

15 (EsSA 2016) – O grau do polinômio $(4x-1)\cdot(x^2 - x - 3)\cdot(x+1)$ é:

a) 6

b) 5

c) 3

d) 4

e) 2

---

16 (EsSA 2016) – O conjunto solução da equação $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ é:

a) S = {−3;−1;2}

b) S = {−0,5;−3;4}

c) S = {−3;1;2}

d) S = {−2;1;3}

e) S = {0,5;3;4}

---

17 (EsSA 2017) – Se $2+3i$ é raiz de uma equação algébrica $P(x)=0$, de coeficientes reais, então podemos afirmar que:

a) 3 − 2i também é raiz da mesma equação.

b) 2 − 3i também é raiz da mesma equação.

c) 2 também é raiz da mesma equação.

d) −3i também é raiz da mesma equação.

e) 3 + 2i também é raiz da mesma equação.

3 – Questões Comentadas

01 (EsSA 2009) – O valor da expressão $\frac{x^2-1}{x^3-1}$ quando x = i é:

a) $\frac{i+1}{2}$

b) $1+i$

c) $-(i-1)$

d) $\frac{-(1-i)}{2}$

e) $\frac{1-i}{2}$

Comentário:

Vamos substituir $x = i$ na expressão dada

$$\frac{(i)^2-1}{(i)^3-1} = \frac{-1-1}{-i-1} = \frac{2}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i} = \frac{2(1-i)}{2} = 1-i$$

Gabarito: C

02 (EsSA 2011 adaptada) – Seja uma função $f:\mathbb{R}\to\mathbb{C}$ definida por $f(x)=2(\cos 2x+i\cdot \text{sen}2x)$. Calcule o valor de $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

a) $\sqrt{3}+i$

b) $1+i\sqrt{3}$

c) $\sqrt{3}-i$

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$

Comentário:

Vamos calcular $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=2[\cos\left(2\cdot\frac{\pi}{6}\right)+i\cdot sen\left(2\cdot\frac{\pi}{6}\right)]$$

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=2\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+i\cdot sen\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]$$

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=2\left[\frac{1}{2}+i\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=1+i\sqrt{3}$$

Gabarito: B

03 (EsSA 2013) – Com relação aos números complexos $z_1=2+i$ e $z_2=1-i$, onde i é a unidade imaginária, é correto afirmar:

a) $z_1\cdot z_2=-3+i$

b) $|z_1|=\sqrt{2}$

c) $|z_2| = \sqrt{5}$

d) $|z_1 \cdot z_2| = \sqrt{10}$

e) $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}$

Comentário:

Vamos calcular o produto $z_1 \cdot z_2$

$$z_1 \cdot z_2 = (2+i)\cdot(1-i) = 2 - 2i + i + 1 = 3 - i$$

Dessa forma, o módulo $|z_1 \cdot z_2|$ será

$$z_1 \cdot z_2 = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

Gabarito: D

---

04 (EsSA 2014) – O número complexo i^{102}, onde i representa a unidade imaginária:

a) é positivo.

b) é imaginário puro.

c) é real.

d) está na forma trigonométrica.

e) está na forma algébrica.

Comentário:

Vamos reescrever i^{102} da seguinte forma

$$i^{102} = (i^2)^{51} = (-1)^{51} = -1$$

Logo, temos que i^{102} é um número real.

Gabarito: A

---

05 (EsSA 2015) – A parte real do número complexo $\frac{1}{(2i)^2}$ é:

a) $-\frac{1}{4}$

b) – 2

c) 0

d) $\frac{1}{4}$

e) 2

Comentário:

Temos que

$$\frac{1}{(2i)^2} = \frac{1}{2^2 \cdot i^2} = \frac{1}{4 \cdot (-1)} = -\frac{1}{4}$$

Gabarito: A

---

06 (EsSA 2018) – Considere o número complexo $z = 2 + 2i$. Dessa forma, z^{100}:

a) é um número real negativo.

b) tem argumento $\frac{\pi}{4}$.

c) é um número real positivo.

d) tem módulo igual a 1.

e) é um número imaginário puro.

Comentário:

Temos que $z = 2 + 2i$ e que $z^{100} = (z^4)^{25}$, então

$$z^2 = (2 + 2i)^2 = 4 + 8i - 4 = 8i$$

$$z^4 = (z^2)^2 = (8i)^2 = -64$$

$$z^{100} = (z^4)^{25} = (-64)^{25} = (-2^6)^{25} = -2^{150}$$

Logo, temos que z é um número real negativo.

Gabarito: A

---

07 (EsSA 2006) – A soma dos inversos das raízes da equação do 2° grau, em "x", $(m+1)x^2 - 2mx + (m-1) = 0$, $m \neq -1$ é igual a 3. Assim, o valor de m² é igual a:

a) 1

b) 0

c) 4

d) 16

e) 9

Comentário:

Primeiramente, vamos descobrir o valor de $x_1 + x_2$ e $x_1 \cdot x_2$ da equação $(m+1)x^2 - 2mx + (m-1) = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a} = \dfrac{-(-2m)}{(m+1)} = \dfrac{2m}{m+1} \\ x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{m-1}{m+1} \end{cases}$$

Dessa forma, podemos calcular o que foi pedido

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \left. \frac{2m}{m+1} \middle/ \frac{m-1}{m+1} \right.$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2m}{m+1} \cdot \frac{m+1}{m-1} = \frac{2m}{m-1} = 3$$

Então, temos que

$$m = 3 \to m^2 = 9$$

Gabarito: E

---

08 (EsSA 2007) – Seja $x^2 + (q-3)x - q - 2 = 0$. O valor de "q" que torna mínima a soma dos quadrados das raízes da equação é:

a) 4

b) – 2

c) – 4

d) 2

e) 0

Comentário:

Temos que a soma dos quadrados das raízes é da seguinte forma

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2$$

Em que

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$
$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Daí,

$$x_1^2 + x_2^2 = \left(\frac{3-q}{1}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{2+q}{1}\right)$$
$$x_1^2 + x_2^2 = q^2 - 4q + 13$$

Para que essa soma seja mínima, devemos calcular o q_v

$$q_v = \frac{-b}{2a} = -\frac{(-4)}{2 \cdot 1} = 2$$

Gabarito: D

09 (EsSA 2008) – A equação $x+(3x+7)^{\frac{1}{2}}=1$ possui uma raiz:

a) par

b) múltipla de 5

c) negativa

d) maior que 7

e) irracional

Comentário:

Temos que

$$x+(3x+7)^{\frac{1}{2}}=1$$

Logo

$$(3x+7)^{\frac{1}{2}}=1-x$$

Elevando-se os dois lados da expressão ao quadrado, temos que

$$3x+7=1-2x+x^2$$

$$x^2-5x-6=0$$

$$(x-6)\cdot(x+1)=0$$

$$\begin{cases} x=6 \\ x=-1 \end{cases}$$

No entanto, o único valor que satisfaz a expressão inicial é $x=-1$, ou seja, a raiz é negativa.

Gabarito: C

10 (EsSA 2009) – Se o resto da divisão do polinômio $P(x)=2x^n+5x-30$ por $Q(x)=x-2$ é igual a 44, então n é igual a:

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 6

Comentário:

Do enunciado, podemos escrever $P(x)$ da seguinte forma

$$P(x) = Q(x) \cdot D(x) + Resto$$

$$P(x) = Q(x) \cdot D(x) + 44$$

Vamos usar $x = 2$

$$P(2) = Q(2) \cdot D(2) + 44$$

$$2 \cdot 2^n + 5 \cdot 2 - 30 = (2 - 2) \cdot D(2) + 44$$

$$2 \cdot 2^n = 64$$

$$2^n = 32 = 2^5$$

$$n = 5$$

Gabarito: D

---

11 (EsSA 2010) – Sabe-se que 1, a e b são raízes do polinômio$p(x) = x^3 - 11x^2 + 26x - 16$, e que $a > b$. Nessas condições, o valor de $a^b + \log_b a$ é:

a) 193/3

b) 19

c) 67

d) 64

e) 49/3

Comentário:

Note que 1 é raiz de $p(x)$, logo

$$p(x) = (x-1) \cdot (x^2 - 10x + 16) = (x-1) \cdot (x-8) \cdot (x-2)$$

Dessa forma, $2\ e\ 8$ também são raízes de $p(x)$. Ou seja,

$$a = 8\ e\ b = 2, \text{pois } a > b.$$

Finalmente,

$$a^b + \log_b a = 8^2 + \log_2 8 = 64 + 3\log_2 2$$

$$a^b + \log_b a = 67$$

Gabarito: C

---

12 (EsSA 2013) – Para que o polinômio do segundo grau $A(x) = 3x^2 - bx + c$, com c > 0 seja o quadrado do polinômio $B(x) = mx + n$,é necessário que:

a) $b^2 = 4c$

b) $b^2 = 12c$

c) $b^2 = 12$

d) $b^2 = 36c$

e) $b^2 = 36$

Comentário:

Devemos ter que $A(x) = B(x) \cdot B(x)$, logo

$$3x^2 - bx + c = (mx+n)^2 = m^2x^2 + 2mnx + n^2$$

Devemos comparar os coeficientes do lado esquerdo com o do lado direito

$$\begin{cases} m^2 = 3\ (I) \\ 2mn = -b\ (II) \\ n^2 = c\ (III) \end{cases}$$

Em seguida, vamos elevar a equação (II) ao quadrado

$$(2mn)^2 = (-b)^2 \to 4m^2n^2 = b^2$$

Vamos substituir os valores de $m^2\ e\ n^2$

$$b^2 = 4 \cdot 3 \cdot c \to b^2 = 12c$$

Gabarito: B

13 (EsSA 2014) – Sendo o polinômio $P(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$ um cubo perfeito, então a diferença $a - b$ vale:

a) 3

b) 2

c) 1

d) 0

e) −1

Comentário:

Temos que

$$(x+1)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 + 1^3$$

e

$$P(x) = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 1 + a \cdot x + b$$

Dessa forma, comparando os coeficientes, temos que

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow a - b = 3 - 1 = 2$$

Gabarito: B

14 (EsSA 2014) – Uma equação polinomial do 3º grau que admite as raízes −1, $-\frac{1}{2}$ e 2 é:

a) $x^3 - 2x^2 - 5x - 2 = 0$

b) $2x^3 - x^2 - 5x + 2 = 0$

c) $2x^3 - x^2 + 5x - 2 = 0$

d) $2x^3 - x^2 - 2x - 2 = 0$

e) $2x^3 - x^2 - 5x - 2 = 0$

Comentário:

O enunciado já nos diz as raízes de $p(x)$. Logo

$$p(x) = (x+1)\cdot\left(x+\frac{1}{2}\right)\cdot(x-2) = x^3 - \frac{x^2}{2} - \frac{5x}{2} - 1$$

Logo,

$$P(x) = 2\cdot p(x) = 2x^3 - x^2 - 5x - 2$$

Gabarito: E

---

15 (EsSA 2016) – O grau do polinômio $(4x-1)\cdot(x^2-x-3)\cdot(x+1)$ é:

a) 6

b) 5

c) 3

d) 4

e) 2

Comentário:

O grau do polinômio será dado pela soma dos graus dos polinômios que o compõe. Logo

$$\delta p(x) = 1 + 2 + 1 = 4$$

Gabarito: D

---

16 (EsSA 2016) – O conjunto solução da equação $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ é:

a) S = {−3;−1;2}

b) S = {−0,5;−3;4}

c) S = {−3;1;2}

d) S = {−2;1;3}

e) S = {0,5;3;4}

Comentário:

Note que a soma dos coeficientes de $p(x)$ é zero. Logo, 1 é raiz de $p(x)$

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 1) \cdot (x^2 - x - 6)$$

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 1) \cdot (x - 3) \cdot (x + 2)$$

Dessa forma, $S = \{-2,1,3\}$.

Gabarito: D

---

17 (EsSA 2017) – Se $2+3i$ é raiz de uma equação algébrica $P(x)=0$, de coeficientes reais, então podemos afirmar que:

a) 3 − 2i também é raiz da mesma equação.

b) 2 − 3i também é raiz da mesma equação.

c) 2 também é raiz da mesma equação.

d) −3i também é raiz da mesma equação.

e) 3 + 2i também é raiz da mesma equação.

Comentário:

Como nosso $p(x)$ apresenta apenas coeficientes reais, se z é solução, então o conjugado de z é solução

$2 - 3i$ também é raiz.

Gabarito: B
